

ĐỀ BÀI TỪ BÀI 1 ĐẾN BÀI 10

Bài 1. Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+3}{5-\sqrt{x}} - \frac{3x+4\sqrt{x}-5}{x-4\sqrt{x}-5}, (x \geq 0; x \neq 25)$.

a) Rút gọn P . Tìm các số thực x để $P > -2$.

b) Tìm các số tự nhiên x là số chính phương sao cho P là số nguyên.

Bài 2.

a) Rút gọn biểu thức $P = \frac{x^2}{(x+y)(1-y)} - \frac{y^2}{(x+y)(1+x)} - \frac{x^2 y^2}{(1+x)(1-y)}$.

b) Chứng minh rằng

$$\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}} + \sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1+\frac{1}{2017^2}+\frac{1}{2018^2}} < 2018.$$

Bài 3. Rút gọn các biểu thức sau

a) $A = 4\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{125} - 2\sqrt{405}$

b) $B = \sqrt{9-4\sqrt{2}} + \sqrt{9+4\sqrt{2}}$

Bài 4.

Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}} - \frac{4}{x-4}$, với $x > 0$ và $x \neq 4$. Rút gọn biểu thức A và tìm x để $A = \frac{2}{5}$.

Bài 5.

1. Cho biểu thức $A = \left(\frac{x+4\sqrt{x}+4}{x+\sqrt{x}-2} + \frac{x+\sqrt{x}}{1-x} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right)$ (với $x > 0; x \neq 1$).

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Có bao nhiêu giá trị nguyên của x để $A \geq \frac{1+\sqrt{2018}}{\sqrt{2018}}$.

Bài 6.

Cho biểu thức $P = \frac{a\sqrt{b} + \sqrt{a} - b\sqrt{a} - \sqrt{b}}{1 + \sqrt{ab}}$ với a, b là hai số thực dương

a) Rút gọn biểu thức $P: \frac{1}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(a + b)}$

b) Tính giá trị của biểu thức P khi $a = 2019 + 2\sqrt{2018}$ và $b = 2020 + 2\sqrt{2019}$

Bài 7.

a) Cho biểu thức $A = \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1} + \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 1$

Chứng minh rằng: $A \geq \frac{3}{4}$

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn: $y = \frac{1}{x+1} + \frac{8}{x-4}$

Bài 8.

a) Rút gọn biểu thức: $T = \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{ab}+1} + \frac{\sqrt{ab}+\sqrt{a}}{\sqrt{ab}-1} - 1 \right) : \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{ab}+1} - \frac{\sqrt{ab}+\sqrt{a}}{\sqrt{ab}-1} + 1 \right)$

b) Cho $x + \sqrt{3} = 2$. Tính giá trị biểu thức $H = x^5 - 3x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 20x + 2023$

Bài 9.**Bài 10.****ĐÁP ÁN TỪ BÀI 1 ĐẾN BÀI 10****Bài 1.**

$$P = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+3}{5-\sqrt{x}} - \frac{3x+4\sqrt{x}-5}{x-4\sqrt{x}-5} = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+3}{5-\sqrt{x}} - \frac{3x+4\sqrt{x}-5}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-5)}$$

$= \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-5) + (\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}+1) - (3x+4\sqrt{x}-5)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-5)}$
$= \frac{-x-3\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-5)}$
$= -\frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-5)} = -\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$
Ta có $P > -2 \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5} > -2 \Leftrightarrow 2 - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} < 5 \\ \sqrt{x} > 12 \end{cases}$
+ Với $\sqrt{x} < 5 \Leftrightarrow 0 \leq x < 25$. + Với $\sqrt{x} > 12 \Leftrightarrow x > 144$.
Ta có x là số chính phương nên $\sqrt{x} \in \mathbb{N}$, và $\sqrt{x}-5 \geq -5$. Khi đó $P = -\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5} = -1 - \frac{7}{\sqrt{x}-5} \in \mathbb{Z}$
$\Rightarrow \sqrt{x}-5$ là ước của 7. Suy ra $\sqrt{x}-5 \in \{-1; 1; 7\}$. +) $\sqrt{x}-5 = -1 \Rightarrow x = 16$ +) $\sqrt{x}-5 = 1 \Rightarrow x = 36$ +) $\sqrt{x}-5 = 7 \Rightarrow x = 144$ Vậy giá trị của x cần tìm là 16; 36; 144.

Bài 2.

a) (1,0 điểm)
Điều kiện: $x \neq -y; x \neq -1; y \neq 1$.
$P = \frac{x^3 + x^2 - y^2 + y^3 - x^3 y^2 - x^2 y^3}{(x+y)(1-y)(1+x)} = \frac{x^2 - xy + y^2 + x - y - x^2 y^2}{(1-y)(1+x)}$

$$= \frac{x^2 + x^2y + x - y}{1 + x}$$

$$= x + xy - y.$$

b) (1,0 điểm)

Đặt
$$S = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2017^2} + \frac{1}{2018^2}}.$$

Ta có
$$\sqrt{1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2}} = \sqrt{1 + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)^2 + \frac{2}{n(n+1)}} \quad (n \in \mathbb{N}^*)$$

$$= \sqrt{\left(1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)^2} = 1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}.$$

Áp dụng đẳng thức trên ta được
$$S = \left(1 + \frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \dots + \left(1 + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018}\right)$$

$$= 2018 - \frac{1}{2018} < 2018. \quad (\text{điều phải chứng minh})$$

Bài 3.

Ta có ngay:

$$A = 4\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{125} - 2\sqrt{405}$$

$$= 8\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 15\sqrt{5} - 18\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$B = \sqrt{9 - 4\sqrt{2}} + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot 1 + 1} + \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot 1 + 1}$$

$$= \sqrt{(2\sqrt{2} - 1)^2} + \sqrt{(2\sqrt{2} + 1)^2}$$

$$= |2\sqrt{2} - 1| + |2\sqrt{2} + 1| = 2\sqrt{2} - 1 + 2\sqrt{2} + 1 = 4\sqrt{2} \quad (\text{do } 2\sqrt{2} - 1 > 0)$$

Bài 4.

$$A = \frac{\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x}} - \frac{4}{x - 4} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)} - \frac{4}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} \quad (\text{mỗi ý được } 0,25\text{đ})$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x} - 2} - \frac{4}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{\sqrt{x} + 2 - 4}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{1}{\sqrt{x} + 2} \quad (\text{mỗi ý được } 0,25\text{đ})$$

$$A = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x} + 2} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{4}.$$

Bài 5.

$$\frac{x + 4\sqrt{x} + 4}{x + \sqrt{x} - 2} + \frac{x + \sqrt{x}}{1 - x} = \frac{(\sqrt{x} + 2)^2}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)} - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$$

+ Biến đổi

$$= \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} = \frac{2}{\sqrt{x} - 1}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{1}{1 - \sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}$$

+ Biến đổi

$$A = \frac{2}{\sqrt{x} - 1} : \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)} = \frac{2}{\sqrt{x} - 1} \cdot \frac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}{2\sqrt{x}}$$

+ Ta có

$$A = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}, \text{ với điều kiện } x > 0, x \neq 1.$$

+ Vậy

$$A \geq \frac{1 + \sqrt{2018}}{\sqrt{2018}} \Leftrightarrow 1 + \frac{1}{\sqrt{x}} \geq 1 + \frac{1}{\sqrt{2018}} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} \geq \frac{1}{\sqrt{2018}}$$

$$\sqrt{x} \leq \sqrt{2018} \Rightarrow 0 < x \leq 2018$$

Vì $x > 0, x \neq 1$ và x nguyên nên $x \in \{2; 3; 4; \dots; 2018\}$. Suy ra có 2017 giá trị nguyên của x thỏa mãn bài toán.

Bài 6.

$$P: \frac{1}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(a + b)}$$

a) Rút gọn biểu thức

Điều kiện: $a > 0, b > 0$

$$P = \frac{\sqrt{ab} \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b}) + (\sqrt{a} - \sqrt{b})}{1 + \sqrt{ab}} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(1 + \sqrt{ab})}{1 + \sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$\Rightarrow P: \frac{1}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(a + b)} = P \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b})(a + b)$$

$$= (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})(a + b) = (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

b) Tính giá trị của biểu thức.....

$$\begin{cases} a = 2019 + 2\sqrt{2018} \\ b = 2020 + 2\sqrt{2019} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = (\sqrt{2018} + 1)^2 \\ b = (\sqrt{2019} + 1)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{a} = \sqrt{2018} + 1 \\ \sqrt{b} = \sqrt{2019} + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P = \sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{2018} + 1 - (\sqrt{2019} + 1) = \sqrt{2018} - \sqrt{2019}$$

Ta có:

Bài 7.

Điều kiện: $x > 0, x \neq 1$

$$A = \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1} + \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

$$= 2(\sqrt{x} - 1) + \frac{\sqrt{x}(x\sqrt{x} - 1)}{x + \sqrt{x} + 1} - 2\sqrt{x} - 1$$

$$= 1 + \sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} - 1) = x - \sqrt{x} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$$

$$A \geq \frac{3}{4} \quad \Leftrightarrow \sqrt{x} - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \quad (tm)$$

Vậy
b.

$$y = \frac{1}{x+1} + \frac{8}{x-4} = \frac{9x+4}{(x+1)(x-4)} = \frac{9x+4}{x^2-3x+4}$$

$$y \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{9x+4}{x^2-3x+4} \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (9x+4):(x+1) \\ (9x+4):(x-4) \end{cases}$$

Ta có:

$$\text{Có: } (9x+4):(x+1) \Rightarrow [9x+4-9(x+1)]:(x+1) \Rightarrow -5:(x+1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+1=5 \Leftrightarrow x=4 \\ x+1=-5 \Leftrightarrow x=-6 \\ x+1=1 \Leftrightarrow x=0 \\ x+1=-1 \Leftrightarrow x=-2 \end{cases}$$

$$\text{Thay vào biểu thức } y \text{ ta có: } \begin{cases} x=4 \Rightarrow \frac{8}{x-4} = \frac{8}{0} (ktm) \\ x=-6 \Rightarrow y = \frac{1}{-5} + \frac{8}{-10} = -1 \quad (tm) \\ x=0 \Rightarrow y = 1-2 = -1 \quad (tm) \\ x=-2 \Rightarrow y = -1 + \frac{8}{-6} \quad (ktm) \end{cases}$$

$$\text{Vậy các cặp số thỏa mãn bài toán là } (x; y) = \{(-6; -1); (0; -1)\}$$

$$\text{Vậy các cặp số thỏa mãn bài toán là : } (x; y) = \{(-6; -1); (0; -1)\}$$

Bài 8.

a) Rút gọn biểu thức :

Điều kiện xác định : $a \geq 0, b \geq 0, ab \neq 1$

$$\begin{aligned} T &= \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{ab}+1} + \frac{\sqrt{ab}+\sqrt{a}}{\sqrt{ab}-1} - 1 \right) : \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{ab}+1} - \frac{\sqrt{ab}+\sqrt{a}}{\sqrt{ab}-1} + 1 \right) \\ &= \frac{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{ab}-1) + (\sqrt{ab}+\sqrt{a})(\sqrt{ab}+1) - (\sqrt{ab}+1)(\sqrt{ab}-1)}{(\sqrt{ab}+1)(\sqrt{ab}-1)} : \\ &\quad \frac{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{ab}-1) - (\sqrt{ab}+a)(\sqrt{ab}+1) + (\sqrt{ab}+1)(\sqrt{ab}-1)}{(\sqrt{ab}+1)(\sqrt{ab}-1)} \\ &= \frac{a\sqrt{b} - \sqrt{a} + \sqrt{ab} - 1 + ab + \sqrt{ab} + a\sqrt{b} + \sqrt{a} - ab - 1}{ab-1} : \frac{a\sqrt{b} - \sqrt{a} + \sqrt{ab} - 1 - ab - \sqrt{ab} - a\sqrt{b} - \sqrt{a} + ab - 1}{ab-1} \\ &= \frac{2a\sqrt{b} + 2\sqrt{ab}}{ab-1} \cdot \frac{ab-1}{-2\sqrt{a}-2} = \frac{2\sqrt{ab}(\sqrt{a}+1)}{-2(\sqrt{a}+1)} = -\sqrt{ab} \end{aligned}$$

b) cho...tính giá trị biểu thức....

$$x + \sqrt{3} = 2 \Leftrightarrow 2 - x = \sqrt{3} \Rightarrow (2 - x)^2 = 3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$H = x^5 - 3x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 20x + 2023$$

$$= x^5 - 4x^4 + x^3 + x^4 - 4x^3 + x^2 + 5(x^2 - 4x + 1) + 2018$$

$$= x^3(x^2 - 4x + 1) + x^2(x^2 - 4x + 1) + 5(x^2 - 4x + 1) + 2018$$

$$= (x^3 + x^2 + 5)(x^2 - 4x + 1) + 2018 = 2018 \text{ (do } x^2 - 4x + 1 = 0)$$

$$\text{Vậy } H = 2018 \text{ khi } x + \sqrt{3} = 2$$

Bài 9.

Bài 10.

ĐỀ BÀI TỪ BÀI 11 ĐẾN BÀI 20

Bài 11.

Bài 12.

Bài 13.

Bài 14.

Bài 15.

Bài 16.

Bài 17.

Bài 18.

Bài 19.

Bài 20.

ĐÁP ÁN TỪ BÀI 11 ĐẾN BÀI 20

Bài 11.

Bài 12.

Bài 13.

Bài 14.

Bài 15.

Bài 16.

Bài 17.

Bài 18.

Bài 19.

Bài 20.

ĐỀ BÀI TỪ BÀI 21 ĐẾN BÀI 30

Bài 21.

Bài 22.

Bài 23.

Bài 24.

Bài 25.

Bài 26.

Bài 27.

Bài 28.

Bài 29.

Bài 30.

ĐÁP ÁN TỪ BÀI 21 ĐẾN BÀI 30

Bài 21.

Bài 22.

Bài 23.

Bài 24.

Bài 25.

Bài 26.

Bài 27.

Bài 28.

Bài 29.

Bài 30.

ĐỀ BÀI TỪ BÀI 31 ĐẾN BÀI 40

ĐÁP ÁN TỪ BÀI 31 ĐẾN BÀI 40