**ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN 8. Năm học: 2017-2018**

**Câu 1: *(4,0 điểm )*** Chứng minh rằng:

1. A = 1 + 3 + 32 + 33 + ...+ 311  chia hết cho 40.
2. B = 

**Câu 2*: (4,0 điểm )***

1. Cho a + b + c = 0, chứng minh rằng a3+b3+c3=3abc
2. So sánh hai số sau: C = (2+1)(22+1)(24+1)(28+1)(216+1) và D = 232.

**Câu 3*: (4,0 điểm )***

1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: x4 + 2019x2 + 2018x + 2019.
2. Tìm giá trị nhỏ nhất của E = 2x2 – 8x + 1.

**Câu 4*: (3,0 điểm)*** Chứng minh rằng trong một tứ giác, tổng hai đường chéo lớn hơn nửa chu vi nhưng nhỏ hơn chu vi của tứ giác ấy.

**Câu 5*: (4,0 điểm)***

Cho tam giác ABC vuông tại A (AB < AC). Gọi I là trung điểm của cạnh BC. Qua I vẽ IM vuông góc với AB tại M và IN vuông góc với AC tại N.

a) Chứng minh tứ giác AMIN là hình chữ nhật.

b) Gọi D là điểm đối xứng của I qua N. Chứng minh tứ giác ADCI là hình thoi.

c) Đường thẳng BN cắt DC tại K. Chứng minh rằng 

**Câu 6: *(1,0 điểm)***

Chứng minh rằng: 

**“HẾT”**

C. **ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM**

**Câu 1: *(4,0 điểm )*** Chứng minh rằng:

1. A = 1 + 3 + 32 + 33 + ...+ 311  chia hết cho 40.
2. B = 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **CÂU 1** | **ĐÁP ÁN** | **ĐIỂM** |
| a | A = 1 + 3 + 32 + 33 + ...+ 311  = ( 1 + 3 + 32+ 33) + (34 + 35 +36 + 37)+ (38 + 39+ 310 + 311)  = ( 1 + 3 + 32+ 33) + 34. (1 + 3 + 32+ 33) + 38(1 + 3 + 32+ 33)  = 40 + 34. 40 + 38. 40  = 40. (1 + 34 + 38)  40  Vậy A  40 | 0,5  0,5  0,5  0,5 |
| b | Vậy B < 1 | 0,5  0,5  0,5  0,5 |

**Câu 2: *(4,0 điểm )***

a) Cho a + b + c = 0, Chứng minh rằng a3+b3+c3=3abc

b) So sánh hai số sau: C = (2+1)(22+1)(24+1)(28+1)(216+1) và D = 232

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **CÂU 2** | **ĐÁP ÁN** | **ĐIỂM** |
| a | Ta có:  a + b + c = 0 suy ra a + b = - c  Mặt khác: ( a + b )3 = a3 + b3 + 3ab(a + b)  Suy ra (- c)3 = a3 + b3 + 3ab(-c)  a3 + b3 + c3 = 3abc(đpcm) | 0,5  0,5  0,5  0,5 |
| b | C = (2+1)(22+1)(24+1)(28+1)(216+1)  (2-1)C = (2-1) (2+1)(22+1)(24+1)(28+1)(216+1)  C = (22-1)(22+1)(24+1)(28+1)(216+1)  C = (24-1)(24+1)(28+1)(216+1)  C = (28-1) (28+1)(216+1)  C = (216-1)(216+1)  C = 232-1  Vì 232 - 1 < 232 nên C < D. | 0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0,5 |

**Câu 3*: (4,0 điểm )***

1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: x4 + 2019x2 + 2018x + 2019.
2. Tìm giá trị nhỏ nhất của E = 2x2 – 8x + 1.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **CÂU 3** | **ĐÁP ÁN** | **ĐIỂM** |
| a | x4 + 2019x2 + 2018x + 2019  = x4 + (x2 + 2018x2 )+ 2018x +( 2018 + 1) + x3 – x3  = (x4 + x3 + x2 )+ (2018x2 + 2018x +2018) – (x3 - 1)  = x2(x2 + x + 1) + 2018(x2 + x + 1) – (x – 1)(x2 + x + 1)  = (x2 + x + 1)(x2 + 2018 – x + 1)  = (x2 + x + 1)(x2– x + 2019) | 0,5  0,5  0,5  0,25  0,25 |
| b | E = 2x2 – 8x + 1  = 2x2 – 8x + 8 - 7  = 2(x2 – 4x + 4) – 7  = 2(x – 2)2 – 7  - 7  Vậy giá trị nhỏ nhất của E = - 7 khi x = 2 | 0,5  0,5  0,5  0,5 |

**Câu 4*: (3,0 điểm)***

Chứng minh rằng trong một tứ giác, tổng hai đường chéo lớn hơn nửa chu vi nhưng nhỏ hơn chu vi của tứ giác ấy.

|  |  |
| --- | --- |
| **ĐÁP ÁN** | **ĐIỂM** |
| Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC, BD của tứ giác ABCD.  Đặt AB = a, BC = b, CD = c, DA = d.  Xét AOB, ta có: OA + OB > AB (Quan hệ giữa ba cạnh của tam giác).  Xét COD, ta có: OC + OD > CD (Quan hệ giữa ba cạnh của tam giác).  Suy ra: OA + OB + OC + OD > AB + CD  AC + BD > AB + CD  AC + BD > a + c (1)  Chứng minh tương tự:  AC + BD > AD + BC  AC + BD > d + b (2)  Từ (1) và (2) suy ra 2(AC + BD) > a + c + d + b    Xét ABC, ta có: AC < a + b  Xét ADC, ta có: AC < d + c  Suy ra: 2AC < a +b + c + d  (3)  Chứng minh tương tự:  (4)  Từ (3) và (4) suy ra: AC + BD < a +b + c +d.  Từ (\*) và (\*\*) suy ra (đpcm) | 0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0,25  0,25 |

**Câu 5*: (4,0 điểm)***

Cho tam giác ABC vuông tại A (AB < AC). Gọi I là trung điểm của cạnh BC. Qua I vẽ IM vuông góc với AB tại M và IN vuông góc với AC tại N.

a) Chứng minh tứ giác AMIN là hình chữ nhật.

b) Gọi D là điểm đối xứng của I qua N. Chứng minh tứ giác ADCI là hình thoi.

c) Đường thẳng BN cắt DC tại K. Chứng minh rằng 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **CÂU** | **ĐÁP ÁN** | **ĐIỂM** |
|  |  |  |
| a | Xét tứ giác AMIN có:  MAN = 900 (vì tam giác ABC vuông ở A)  AMI = 900 (vì IM vuông góc với AB)  ANI = 900 (vì IN vuông góc với AC)  Vậy tứ giác AMIN là hình chữ nhật (Vì có 3 góc vuông) | 0,25  0,25  0,25  0,25 |
| b | vuông tại A, có AI là trung tuyến nên  Do đó  cân tại I, có đường cao IN đồng thời là trung tuyến  Mặt khác: NI = ND (tính chất đối xứng) nên ADCI là hình bình hành (1)  Mà  (2)  Từ (1) và (2) suy ra tứ giác ADCI là hình thoi. | 0,5  0.5  0,5  0,5 |
| c | Kẻ qua I đường thẳng IH song song với BK cắt CD tại H  IH là đường trung bình  H là trung điểm của CK hay KH = HC (3)  Xét  có N là trung điểm của DI, NK // IH (IH // BK)  Do đó K là trung điểm của DH hay DK = KH (4)  Từ (3) và (4) suy ra DK = KH = HC | 0,25  0,25  0,25  0,25 |

**Câu 6*:(1,0 điểm)***

Chứng minh rằng: 

|  |  |
| --- | --- |
| **ĐÁP ÁN** | **ĐIỂM** |
| Ta có :    Ta cộng (1), (2), (3), (4) vế theo vế ta được : | 0,25  0,25  0,25  0,25 |

* ***Lưu ý :***
* *Mọi cách giải khác của học sinh có kết quả đúng đều ghi điểm tối đa.*
* *Riêng câu 4 và câu 5 nếu học sinh không vẽ hình mà làm đúng thì cho ½ tổng số điểm của câu đó.*

***(Đề thi gồm có 08 trang)***