**Đề 56**

**HSG TOÁN 9 ĐIỆN BIÊN 2023-2024**

**Câu 1**. (5,0 điểm) Cho biểu thức

1. Rút gọn biểu thức

2. So sánh giá trị của biểu thức với 4

**Câu 2**. (3,0 điểm)

1. Giải phương trình:
2. Giải hệ phương trình:

**Câu 3**. (4,0 điểm)

1. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình: có 2 nghiệm phân biệt , sao cho .
2. Cho các số thực dương x,y,z thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

**Câu 4**. (6,0 điểm)

1. Cho tam giác có ba góc nhọn nội tiếp . Các đường cao của tam giác cắt nhau tại
2. Chứng minh:
3. Gọi là điểm bất kì trên cung nhỏ lần lượt là điểm đối xứng với qua và . Chứng minh ba điểm thẳng hàng.
4. Cho có , và là các điểm lần lượt trên các cạnh sao cho , cắt tại . Chứng minh rằng

**Câu 5**. (2,0 điểm)

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên thỏa mãn:
2. Cho ba số tự nhiên thỏa mãn điều kiện: và là số nguyên tố. Chứng minh là số chính phương.

***---Hết---***

**Đáp án đề 56**

**Câu 1**. (5,0 điểm) Cho biểu thức

1. Rút gọn biểu thức

2. So sánh giá trị của biểu thức với 4

**Lời giải**

1. Rút gọn biểu thức

ĐKXĐ: .

1. So sánh giá trị của biểu thức với 4

 Với

 Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi .

**Câu 2**. (3,0 điểm)

1. Giải phương trình:

Giải hệ phương trình:

**Lời giải**

1. Giải phương trình:

Điều kiện: .

Đặt . ĐK (

 (Vì

Suy ra (tmĐK)

Vậy PT đã cho có nghiệm .

1. Giải hệ phương trình:

Ta có:

TH1:

Với hoặc (TMĐK)

TH2:

HPT vô nghiệm

Vậy hệ phương trình (1) có nghiệm là

**Câu 3**. (4,0 điểm)

1. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình: có 2 nghiệm phân biệt , sao cho .
2. Cho các số thực dương x,y,z thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

**Lời giải**

1. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình: có 2 nghiệm phân biệt , sao cho .

Do 0 Phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi .

TH1: Nếu

Mà nên

TH2: Nếu

Mà nên .

Vậy .

1. Cho các số thực dương x,y,z thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

Áp dụng BĐT Bunyakovsky cho hai bộ số và

Tương tự

+

. Dấu bằng xảy ra khi .

**Câu 4**. (6,0 điểm)

1. Cho tam giác có ba góc nhọn nội tiếp . Các đường cao của tam giác cắt nhau tại
2. Chứng minh:
3. Gọi là điểm bất kì trên cung nhỏ lần lượt là điểm đối xứng với qua và . Chứng minh ba điểm thẳng hàng.
4. Cho có , và là các điểm lần lượt trên các cạnh sao cho , cắt tại . Chứng minh rằng

**Lời giải**



1. Cho tam giác có ba góc nhọn nội tiếp . Các đường cao của tam giác cắt nhau tại
2. Chứng minh:

Chứng minh được các tứ giác , nội tiếp

 suy ra

Tương tự tứ giác nội tiếp

Xét và có:

Suy ra đồng dạng với

Suy ra

1. Gọi là điểm bất kì trên cung nhỏ lần lượt là điểm đối xứng với qua và . Chứng minh ba điểm thẳng hàng.

Ta có (Tính chất đối xứng). =

⇒ .

Suy ra tứ giác nội tiếp.

Chứng minh tương tự ta có tứ giác nội tiếp.

 Vì tứ giác nội tiếp, tứ giác nội tiếp

1. Cho có , và là các điểm lần lượt trên các cạnh sao cho , cắt tại . Chứng minh rằng



Vẽ

Xét có , ta có (hệ quả của ĐL Talet)

Xét có , ta có

Mà (gt) do đó

Từ và ta có .

**Câu 5**. (2,0 điểm)

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên thỏa mãn:
2. Cho ba số tự nhiên thỏa mãn điều kiện: và là số nguyên tố. Chứng minh là số chính phương.

**Lời giải**

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên thỏa mãn:

TH1:

TH2:

TH3:

TH4:

Vậy cặp số nguyên là:

1. Cho ba số tự nhiên thỏa mãn điều kiện: và là số nguyên tố. Chứng minh là số chính phương.

Từ

Đặt

 Do là số nguyên tố nên hoặc

+) Nếu d =1 thì a c + và b c + là hai số nguyên tố cùng nhau mà là số chính phương

⇒ và là hai số chính phương

Đặt

⇒ là số nguyên tố ⇒ là số nguyên tố hay là số nguyên tố ⇒ ⇒

⇒⇒

⇒ là số chính phương

+)Nếu thì

⇒

⇒

là số chính phương, y và y+1 là hai số tự nhiên liên tiếp nên 

là số chính phương