|  |  |
| --- | --- |
| **TRƯỜNG THPT CHUYÊN**  **HOÀNG VĂN THỤ TỈNH HÒA BÌNH**  **ĐỀ THI ĐỀ XUẤT** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CÁC TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHU VỰC DUYÊN HẢI VÀ ĐỒNG BẰNG BẮC BỘ**  **NĂM HỌC 2022-2023**  **Đề thi môn: Toán Lớp 10**  *Thời gian làm bài:180 phút* |

**Câu 1.** (4 điểm) Cho  và  số nguyên tố phân biệt , đặt . Xét đa thức .

Xác định tất cả các giá trị của  để đa thức  có nghiệm nguyên.

**Câu 3.** (4 điểm)Cho  và  là các số thực thoả mãn , . Chứng minh rằng:



**Câu 3.** (4 điểm) Cho tam giác  có góc  tù nội tiếp đường tròn . Tia phân giác của góc  cắt đường tròn  tại điểm thứ hai là , và cắt đường thẳng  tại điểm . Đường tròn đường kính  cắt đường tròn  tại điểm . Biết đường thẳng  cắt đường thẳng  tại điểm .

a) Chứng minh rằng : Các điểm  cùng thuộc một đường tròn.

b) Gọi  là giao điểm của các tiếp tuyến với đường tròn  tại các điểm  và . Chứng minh rằng :  thẳng hàng.

**Câu 4.** (4 điểm) Tìm tất cả các nguyên dương  và số nguyên tố  sao cho

.

**Câu 5.** (4 điểm) Có thể đánh số các ô vuông của một bảng ô vuông 4 x 4 bởi các số tự nhiên từ 1 đến 16 (mỗi ô chỉ viết một số, mỗi số chỉ viết một lần) sao cho tổng 4 số ở mọi phần của bảng ô vuông có dạng nhu hình chữ T dưới đây (có thể xoay về mọi phía) đều chia hết cho 4 hay không?



**-- HẾT --HƯỚNG DẪN CHẤM**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **Câu 1** | Cho  và  số nguyên tố phân biệt , đặt . Xét đa thức .  Xác định tất cả các giá trị của  để đa thức  có nghiệm nguyên. | **4,0 đ** |
| Với  ta có , đa thức có nghiệm nguyên .  Với , giả sử  có một nghiệm nguyên là .  Do  (1)  Từ  điều này là vô lý vì các số nguyên tố  là phân biệt.  Vậy chỉ tìm được . |
| **Câu 2** | Cho  và  là các số thực thoả mãn , . Chứng minh rằng: | **4,0 đ** |
| Gọi  và  là các số thực không âm thoả mãn:  và  Áp dụng bất đẳng thức Cauchy – Schwarz ta có:          Đến đây thay  và  ta có điều phải chứng minh. |
| **Câu 3** | Cho tam giác  có góc  tù nội tiếp đường tròn . Tia phân giác của góc  cắt đường tròn  tại điểm thứ hai là , và cắt đường thẳng  tại điểm . Đường tròn đường kính  cắt đường tròn  tại điểm . Biết đường thẳng  cắt đường thẳng  tại điểm .  a) Chứng minh rằng : Các điểm  cùng thuộc một đường tròn.  b) Gọi  là giao điểm của các tiếp tuyến với đường tròn  tại các điểm  và . Chứng minh rằng :  thẳng hàng. |  |
| a) Ta có  là điểm chính giữa của cung  nên  tại trung điểm  của , dẫn đến  thuộc đường tròn đường kính .  Gọi  là giao điểm thứ hai của đường thẳng  và đường tròn , có  là đường kính của  hay  là đường phân giác ngoài của góc  Từ đó ta có các góc vuông sau:  là tứ giác nội tiếp,  là tứ giác nội tiếp,  là tứ giác nội tiếp,  Ba đường tròn ngoại tiếp ba tứ giác kể trên có ba trục đẳng phương là  đồng quy tại một điểm, chính là .  thuộc đường tròn đường kính . | **2,0 đ** |
| b) Theo phần a) ta có  và  (đối đỉnh)  Hai tam giác  và  đồng dạng  là tứ giác nội tiếp  (1)  Lại có  cũng là tứ giác nội tiếp nên  (2)  Từ (1) và (2) suy ra  là đường đối trung của tam giác  xuất phát từ đỉnh . Theo tính chất của đường đối trung ta có điều phải chứng minh. | **2,0 đ** |
| **Câu 4** | Tìm tất cả các nguyên dương  và số nguyên tố  sao cho  . | **4,0 đ** |
| - Xét , khi đó có  Vì VT chẵn mà  lẻ nên  chẵn, do đó .  Do  chẵn nên  dẫn đến  mà  (mâu thuẫn)  - Xét , khi đó VT lẻ nên  lẻ, do đó , lại có    mà  nên  hay . Ta có:    Với , ta chứng minh được  bằng phương pháp quy nạp, do đó  Hay  dẫn đến mâu thuẫn.  Do  lẻ nên xét  có .  Vậy tìm được duy nhất một cặp . |
| **Câu 5** | Có thể đánh số các ô vuông của một bảng ô vuông 4 x 4 bởi các số tự nhiên từ 1 đến 16 (mỗi ô chỉ viết một số, mỗi số chỉ viết một lần) sao cho tổng 4 số ở mọi phần của bảng ô vuông có dạng nhu hình chữ T dưới đây (có thể xoay về mọi phía) đều chia hết cho 4 hay không? | **4,0 đ** |
| Ta chứng minh không có cách đánh số nào thỏa mãn yêu cầu bài toán.  Giả sử tồn tại một cách đánh số thỏa mãn yêu cầu bài toán. Ta xét một phần của bảng hình vuông như hình sau  Theo giả thiết ta có  và . Suy ra . Tương tự ta có .  Như vậy nếu một số a chia 4 dư m thì ô ở vị trí chéo với nó cũng chia 4 dư m.  Ta tô màu bảng ô vuông 4 x 4 bởi hai màu đen trắng như hình dưới.    Giả sử số a ở vị trí ô đen, theo lận luận trên thì các số ở vị trí ô đen khác (trừ hai ô đen ở góc) đều chia 4 dư m. Dẫn đến ta có 6 ô đen chứa các số có cùng số dư là m khi chia cho 4.  Mặt khác các số từ 1 đến 16 chỉ có 4 số có cùng số dư khi chia cho 4 (4 số chia 4 dư 0, 4 số chia 4 dư 1, 4 số chia 4 dư 2, 4 số chia 4 dư 3), không thể có 6 số có cùng số dư khi chia cho 4 được. Vậy không thể đánh số các ô vuông của bảng theo yêu cầu bài toán. |

***Mọi cách giải khác nếu đúng kết quả và lập luận chặt chẽ đều cho điểm tương đương***

**Họ và tên GV ra đề: Bùi Thị Hương**

**SĐT: 0383219231**