

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HÓA
TRƯỜNG THPT NGUYỄN XUÂN NGUYỄN

SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

**GIẢI PHÁP GIÚP HỌC SINH LỚP 11 PHÁT HUY KHẢ
NĂNG GIẢI BÀI TOÁN KHOẢNG CÁCH TRONG
HÌNH HỌC KHÔNG GIAN**

Người thực hiện: Lại Văn Dũng

Chức vụ: Giáo viên

SKKN môn: Toán

THANH HÓA NĂM 2016

MỤC LỤC

NỘI DUNG	Trang
A. PHẦN MỞ ĐẦU	
I. Lý do chọn đề tài	1
II. MỤC ĐÍCH NGHIÊN CỨU	1
III. ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU	1
III. ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU	2
IV. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU	2
B. NỘI DUNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM	
I. CƠ SỞ LÝ LUẬN CỦA VẤN ĐỀ	3
II. THỰC TRẠNG CỦA ĐỀ TÀI	3
III. CÁC BIỆN PHÁP THỰC HIỆN	4
1. Một số tính chất cần nhớ	4
2. Các giải pháp	5
3. Bài tập tham khảo	12
IV. KẾT QUẢ THỰC HIỆN	14
C. KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ	
I. KẾT LUẬN	16
II. KIẾN NGHỊ	16

A. PHẦN MỞ ĐẦU

I. LÝ DO CHỌN ĐỀ TÀI

Mỗi một nội dung trong chương trình toán phổ thông đều có vai trò rất quan trọng trong việc hình thành và phát triển tư duy của học sinh. Trong quá trình giảng dạy, giáo viên phải đặt ra cái đích là giúp học sinh nắm được kiến thức cơ bản, hình thành phương pháp, kỹ năng, kỹ xảo, từ đó tạo được thái độ và động cơ học tập đúng đắn. Thực tế dạy và học cho chúng ta thấy còn có nhiều vấn đề cần phải giải quyết như học sinh học hình học không gian còn yếu, chưa hình thành được kỹ năng, kỹ xảo trong quá trình giải toán. Đặc biệt năm học 2015- 2016, là năm học thứ hai thực hiện kì thi Quốc gia chung, nội dung đề thi đa phần nằm trong chương trình lớp 12, những học sinh sử dụng kết quả môn Toán để xét Đại học- Cao đẳng cần phải làm được câu về *hình học không gian* trong đó có nội dung mà học sinh phải chuẩn bị tốt. Đó là câu hỏi về khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng và khoảng cách của hai đường thẳng chéo nhau. Đây là một câu hỏi tương đối khó. Để làm được câu hỏi này đòi hỏi học sinh ngoài việc học tốt kiến thức về hình học không gian còn phải biết vận dụng vào bài toán cụ thể và biết quy lạ về quen.

Từ thực tiễn giảng dạy và bồi dưỡng học sinh ôn thi đại học nhiều năm, cùng với kinh nghiệm trong quá trình giảng dạy. Tôi đã tổng hợp, khai thác nhiều chuyên đề về hình học không gian. Trong SKKN này tôi xin chia sẻ : **“Giải pháp giúp học sinh lớp 11 phát huy khả năng giải bài toán khoảng cách trong hình học không gian”**.

Đây là một nội dung quan trọng, hay trong chương trình học không gian lớp 11 nên đã có rất nhiều tài liệu, sách viết cũng như rất nhiều thầy cô giáo và học sinh say sưa nghiên cứu và học tập. Tuy nhiên việc đưa ra hướng tiếp cận và quy lạ về quen đối với bài toán này nhiều sách tham khảo vẫn chưa đáp ứng được cho người đọc. Đặc biệt nhiều em học sinh lớp 11 học hình không gian còn yếu nên việc giải quyết bài toán này càng khó khăn hơn. Chính vì vậy việc đưa ra sáng kiến kinh nghiệm này là cần thiết, làm các em hiểu sâu hơn về bài toán này và yêu thích hình học không gian lớp 11.

II. MỤC ĐÍCH NGHIÊN CỨU

Qua nội dung đề tài này chúng tôi mong muốn cung cấp cho người đọc nắm được cách tiếp cận bài toán, quy lạ về quen, đồng thời giúp cho học sinh một số kiến thức, phương pháp và các kỹ năng cơ bản để học sinh có thể giải quyết các bài toán, hình thành cho các em thói quen tìm tòi tích lũy và rèn luyện tư duy sáng tạo.

III. ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU

Chúng tôi tập trung nghiên cứu một số tính chất về hình học không gian lớp 11, nghiên cứu về bài toán khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng và khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau, nghiên cứu về cách chuyển bài toán khoảng cách về bài toán quen thuộc để vận dụng.

IV. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

Trong phạm vi của đề tài, chúng tôi sử dụng kết hợp các phương pháp như: phương pháp thống kê – phân loại; phương pháp phân tích – tổng hợp- đánh giá; phương pháp vấn đáp - gợi mở, nêu ví dụ; phương pháp diễn giải... và một số phương pháp khác.

B. NỘI DUNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

I. CƠ SỞ LÝ LUẬN CỦA SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

Vấn đề chúng tôi nghiên cứu được dựa trên cơ sở hình học không gian lớp 11. Khi giải bài tập toán, người học phải được trang bị các kỹ năng suy luận, liên hệ giữa cái cũ và cái mới, giữa bài toán đã làm và bài toán mới. Các tiết dạy bài tập của một chương phải được thiết kế theo hệ thống chuẩn bị sẵn từ dễ đến khó nhằm phát triển tư duy cho học sinh trong quá trình giảng dạy, phát huy tính tích cực của học sinh. Hệ thống bài tập giúp học sinh có thể tiếp cận và nắm bắt những kiến thức cơ bản nhất, và dần dần phát triển khả năng tư duy, khả năng vận dụng các kiến thức đã học một cách linh hoạt vào giải toán và trình bày lời giải. Từ đó học sinh có hứng thú và động cơ học tập tốt. Trong quá trình giảng dạy hình học không gian ở lớp 11 của trường THPT Nguyễn Xuân Nguyên, tôi thấy đa phần học sinh rất lúng túng, kỹ năng giải bài toán khoảng cách trong hình học không gian còn yếu. Do đó cần phải cho học sinh tiếp cận bài toán một cách dễ dàng, quy lạ về quen, thiết kế trình tự bài giảng hợp lý giảm bớt khó khăn giúp học sinh nắm được kiến thức cơ bản, hình thành phương pháp, kỹ năng, kỹ xảo và lĩnh hội lĩnh kiến thức mới, từ đó đạt kết quả cao nhất có thể được trong kiểm tra, đánh giá.

II. THỰC TRẠNG CỦA ĐỀ TÀI

Hình học là một phần kiến thức khó đối với học sinh. Học sinh rất nhanh quên và không vận dụng được những kiến thức đã học vào giải toán. Trong những năm gần đây, kỳ thi ĐH-CĐ và bây giờ là kỳ thi THPT Quốc gia luôn có câu về hình học không gian trong đó có bài toán khoảng cách về hình học không gian lớp 11. Với tình hình ấy để giúp học sinh định hướng tốt hơn trong quá trình giải toán khoảng cách trong hình học không gian lớp 11, người giáo viên cần tạo cho học sinh thói quen tiếp cận bài toán, khai thác các yếu tố đặc trưng hình học của bài toán để tìm lời giải. Trong đó việc hình thành cho học sinh kỹ năng *quy lạ về quen*.

Chính vì vậy đề tài này đưa ra giúp giáo viên hướng dẫn bài toán khoảng cách cho học sinh với cách tiếp cận dễ hơn, giúp học sinh hiểu sâu sắc hơn về bài toán khoảng cách trong hình học không gian. Từ đó giúp học sinh có điều kiện hoàn thiện các phương pháp và rèn luyện tư duy sáng tạo của bản thân, chuẩn bị tốt cho kỳ thi tốt nghiệp, Cao đẳng, Đại học.

Nội dung của đề tài đáp ứng một phần rất nhỏ trong chương trình, song chúng tôi nhận thấy rằng mỗi bài toán là một ý tưởng vận dụng kiến thức hình học không gian. Vậy tôi mong muốn các đồng nghiệp và học sinh ngày càng vận dụng tốt các kiến thức hình học không gian để đưa ra những giải pháp nhằm giải quyết bài toán khoảng cách trong không gian một cách chính xác và nhanh nhất.

III. CÁC BIỆN PHÁP THỰC HIỆN

1. Một số kiến thức cần nhớ

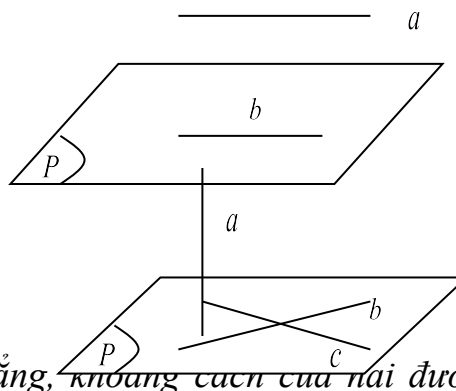
a) Đường thẳng song song với mặt phẳng

$$\left\{ \begin{array}{l} a \parallel b \\ b \parallel c \\ c \parallel d \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel (P)$$

b) Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

Cho mặt phẳng (P) và hai đường thẳng b, c cắt nhau và nằm trong (P)

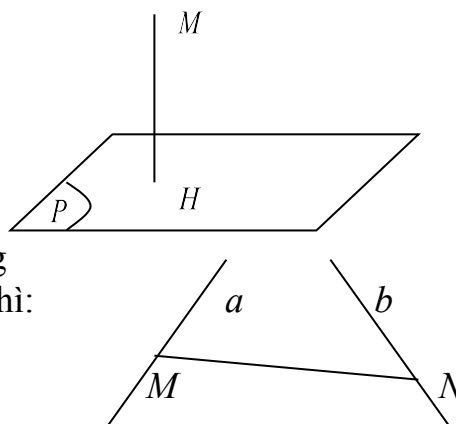
$$\left\{ \begin{array}{l} a \perp b \\ a \perp c \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp (P)$$



c) Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng, khoảng cách của hai đường thẳng chéo nhau

- Nếu H là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (P) thì:

$$d(M, (P)) = MH$$



- Nếu đoạn MN là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau a và b thì:

$$d(a, b) = MN$$

Lưu ý: Nếu mặt phẳng (P) chứa đường thẳng b và song song với a thì

$$d(a, b) = d(a, (P)) = d(I, (P)) \text{ với } I \text{ thuộc đường thẳng } a.$$

d) Hệ thức lượng trong tam giác vuông

Cho $\triangle ABC$ vuông ở A ta có :

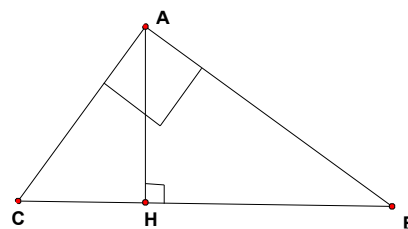
$$\text{- Định lý Pitago : } BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\text{- } BA^2 = BH \cdot BC; \quad CA^2 = CH \cdot CB$$

$$\text{- } AB \cdot AC = BC \cdot AH$$

$$\text{- } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$

$$\text{- } \sin B = \frac{AC}{BC}, \quad \cos B = \frac{AB}{BC}, \quad \tan B = \frac{AC}{AB}$$



2. Các giải pháp

2.1 Giải pháp 1:

Ban đầu cho học sinh tiếp cận bài tập khoảng cách trong hình học không gian lớp 11 ở dạng đơn giản để học sinh hiểu được thế nào là khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng, khoảng cách của hai đường thẳng chéo nhau.

Ví dụ 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) ; $AB=a$ và $SB=a\sqrt{5}$. Tính khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) .

Bài làm:

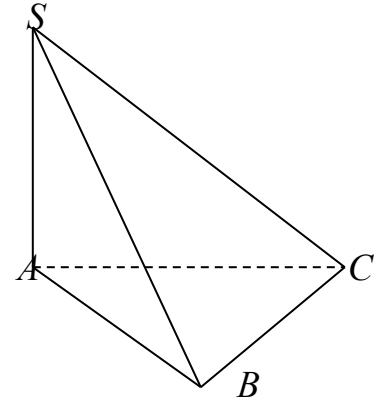
Ta có $SA \perp (ABC)$ nên $d(S, (ABC)) = SA$

Tam giác SAB vuông tại A , do đó áp

dụng định lý Pitago ta được:

$$SB^2 = SA^2 + AB^2 \Rightarrow SA^2 = SB^2 - AB^2 = 5a^2 - a^2 = 4a^2$$

$$\Rightarrow SA = 2a. \text{ Vậy } d(S, (ABC)) = SA = 2a$$



Ví dụ 2: Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABCA'B'C'$ có $AB=a$, góc giữa $A'B$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB và $B'C'$.

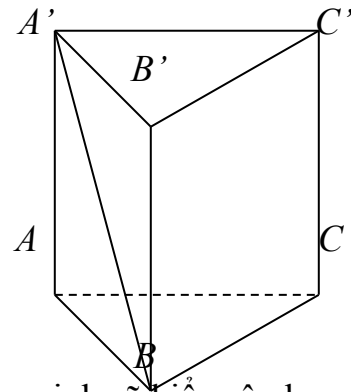
Bài làm:

Ta có $(ABC) \parallel (A'B'C')$ nên $d(AB, B'C') = AA'$

Tam giác $A'AB$ vuông tại A nên $AA' = AB \cdot \tan \angle ABA'$

$$= a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$$

$$\text{Vậy } d(AB, B'C') = AA' = a\sqrt{3}.$$



Như vậy với những ví dụ đơn giản về khoảng cách, học sinh sẽ hiểu sâu hơn về bài toán này. Từ đó tạo bước đệm ban đầu để giải quyết bài toán ở mức độ khó hơn.

2.2 Giải pháp 2:

Là làm cho học sinh nắm vững bài toán khoảng cách sau đây, tôi gọi là “*Bài toán gốc*”.

Nội dung “*Bài toán gốc*”:

Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, kẻ $AE \perp BC$ và $AH \perp SE$.

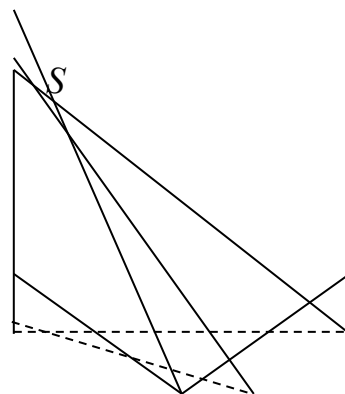
a) Chứng minh: $AH \perp (SBC)$

b) Chứng minh: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AE^2}$

Hướng dẫn giải quyết “*Bài toán gốc*”:

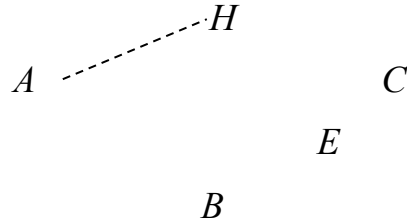
a) $\left\{ \begin{array}{l} BC \perp AE \\ BC \perp SA \end{array} \right. \Rightarrow BC \perp (SAE) \Rightarrow AH \perp BC$

mà $AH \perp SE$ nên $AH \perp (SBC)$



b) Tam giác SAE vuông tại A và AH

là đường cao nên $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AE^2}$



Qua “ Bài toán gốc ”, giáo viên cần đúc kết lại cho học sinh những vấn đề sau:

- Thứ nhất là cách xác định khoảng cách từ điểm A (hình chiếu vuông góc của điểm S lên mặt phẳng (ABC)) tới mặt phẳng (SBC) .
- Thứ hai là công thức tìm khoảng cách từ điểm A (hình chiếu vuông góc của điểm S lên mặt phẳng (ABC)) tới mặt phẳng (SBC) .
- Thứ ba là một số trường hợp đặc biệt: Tam giác ABC vuông tại B thì E trùng với B ; tam giác ABC vuông tại C thì E trùng với C ; tam giác ABC đều hoặc tam giác ABC cân tại A thì E là trung điểm của BC .

Ví dụ 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC đều cạnh a . Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) theo a .

Bài làm:

Gọi E là trung điểm của BC ,

kẻ $AH \perp SE \Rightarrow AH \perp (SBC)$

$\Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$

Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AE^2}$

với $AE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $SA = a\sqrt{3}$ nên

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{4}{3a^2} \text{ hay } AH = \frac{a\sqrt{15}}{5}$$

Vậy $d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Ví dụ 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) theo a .

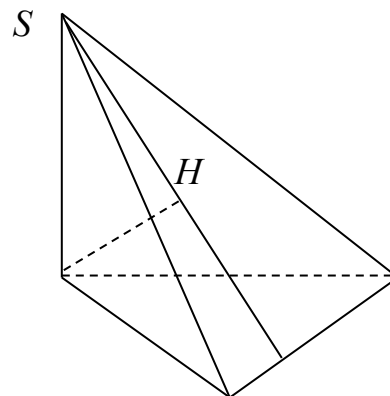
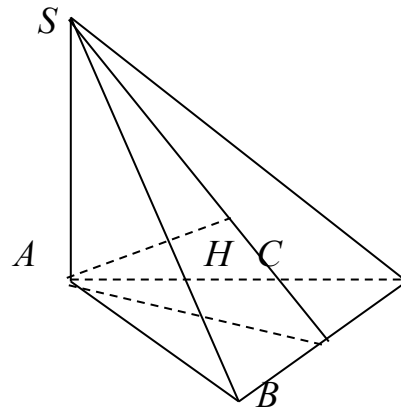
Bài làm:

Kẻ $AE \perp BC$ và $AH \perp SE$

$\Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$

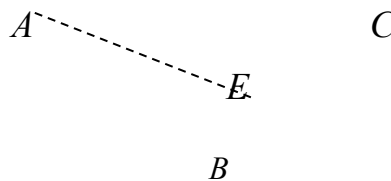
Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$

với $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SA = a\sqrt{3}$ nên



$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{5}{3a^2} \text{ hay } AH = \frac{a\sqrt{15}}{5}$$

$$\text{Vậy } d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$



2.3 Giải pháp 3:

Là vận dụng kiến thức “ Nếu $AM \parallel (P)$ thì $d(A, (P)) = d(M, (P))$ ” để đưa bài toán khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng về “bài toán gốc”.

Như vậy trong tình huống này, giáo viên cần cho học sinh nắm kỹ kiến thức:

“ Nếu $AM \parallel (P)$ thì $d(A, (P)) = d(M, (P))$ ” để quy lạ về quen -từ bài toán khoảng cách đã cho về “bài toán gốc” đã biết. Do đó trước tiên, giáo viên cần cho học sinh phát hiện được $AM \parallel (P)$.

Ví dụ 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) theo a .

Bài làm:

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

Ta có $AH \parallel (SCD)$ nên $d(A, (SCD)) = d(H, (SCD))$

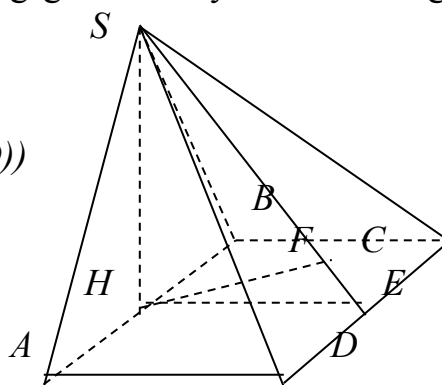
Gọi E là trung điểm của CD , kẻ $HF \perp SE$

$\Rightarrow HF \perp (SCD) \Rightarrow d(H, (SCD)) = HF$

$\Rightarrow d(A, (SCD)) = HF$

$$\text{Ta có } \frac{1}{HF^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HE^2} = \frac{7}{3a^2}$$

$$\Rightarrow HF = \frac{a\sqrt{21}}{7}. \text{ Vậy } d(A, (SCD)) = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$



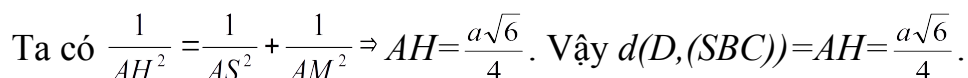
Ví dụ 6: (Trích từ đề thi ĐH khối D môn toán năm 2013)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc BAD bằng 120° , M là trung điểm của cạnh BC và góc SMA bằng 45° . Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC) theo a .

Bài làm:

Ta có $AD \parallel BC$ nên $d(D, (SBC)) = d(A, (SBC))$.

Kẻ $AM \perp BC, AH \perp SM \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$. Vậy $d(D, (SBC)) = AH$



Là vận dụng kiến thức “ Nếu AB cắt mặt phẳng (P) tại I thì $\frac{d(A,(P))}{d(B,(P))} = \frac{IA}{IB}$ ” để đưa bài toán khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng về “*bài toán góc*”.

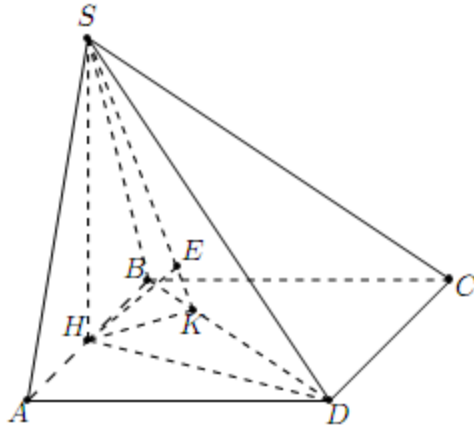
“ Nếu AB cắt mặt phẳng (P) tại I thì $\frac{d(A, (P))}{d(B, (P))} = \frac{IA}{IB}$ ” để quy lạ về quen -từ bài toán khoảng cách đã cho về “*bài toán gốc*” đã biết. Do đó trước tiên, giáo viên cần cho học sinh phát hiện được giao điểm I của AB và $mp(P)$.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{3a}{2}$, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB . Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) theo a .

Tiếp theo học sinh phải chỉ được giao điểm của AH và (SBD) để quy bài toán đã cho về “*bài toán gốc*”.

Học sinh áp dụng cách giải của bài toán gốc để tìm khoảng cách từ điểm H đến mp(SBD)

$$\text{Vậy } d(A, (SBD)) = \frac{2a}{3}$$



Ví dụ 8: (Trích từ đề thi ĐH khối B môn toán năm 2014)

Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AB , góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt đáy bằng 60° . Tính theo a khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(ACC'A')$.

Bài làm:

A là giao điểm của HB và $mp(ACC'A')$

nên $d(B, (ACC'A')) = 2d(H, (ACC'A'))$

Gọi I là hình chiếu vuông góc của H trên

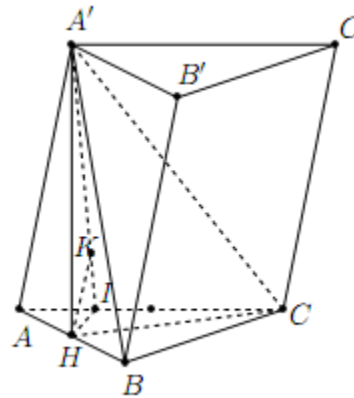
AC , K là hình chiếu vuông góc của H trên

$A'I \Rightarrow d(H, (ACC'A')) = HK$

$$\text{Ta có } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HI^2} + \frac{1}{HA'^2} = \frac{52}{9a^2}$$

$$\Rightarrow HK = \frac{3\sqrt{13}a}{26}.$$

$$\text{Vậy } d(B, (ACC'A')) = \frac{3\sqrt{13}a}{13}$$



2.5 Giải pháp 5:

Là vận dụng kiến thức “ nếu a, b là hai đường thẳng chéo nhau thì có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia” để đưa bài toán khoảng cách của hai đường thẳng chéo nhau về khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng, tiếp tục quy về “bài toán góc”.

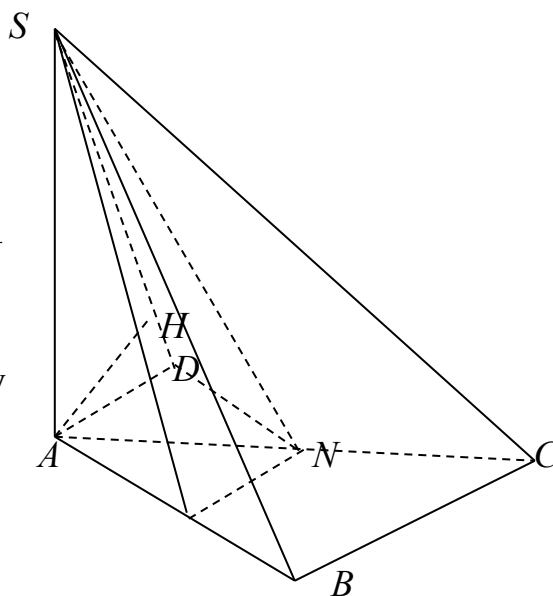
Như vậy trong tình huống này, giáo viên cần giúp cho học sinh xác định được mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia và làm cho học sinh biết cách chuyển bài toán khoảng cách của hai đường thẳng chéo nhau về khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng, tiếp tục quy về “bài toán góc”.

Ví dụ 9: (Trích từ đề thi ĐH khối A môn toán năm 2011)

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB=BC=2a$; hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi M là trung điểm của AB ; mặt phẳng qua SM và song song với BC , cắt AC tại N . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SN theo a .

Bài làm:

Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAC) \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABC)$,
 dựng hình vuông $AMND \Rightarrow AB \parallel (SND)$
 $\Rightarrow d(AB, SN) = d(AB, (SND)) = d(A, (SND))$.
 Vì tam giác AND vuông tại D nên kẻ $AH \perp SD$ thì $AH \perp (SND)$. Do đó
 $d(A, (SND)) = AH \Rightarrow d(AB, SN) = AH$.
 Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{39}}{13}$. Vậy
 $d(AB, SN) = AH = \frac{2a\sqrt{39}}{13}$.



Ví dụ 10: (Trích từ đề thi ĐH khối A môn toán năm 2009)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D ; $AB=AD=2a, CD=a$; góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi I là trung điểm của cạnh AD ; hai mp (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với $(ABCD)$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC theo a .

Hướng dẫn:

Đầu tiên học sinh phải xác định được đường cao của hình chóp $S.ABCD$

Ta có hai mp (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với $(ABCD) \Rightarrow SI \perp (ABCD)$

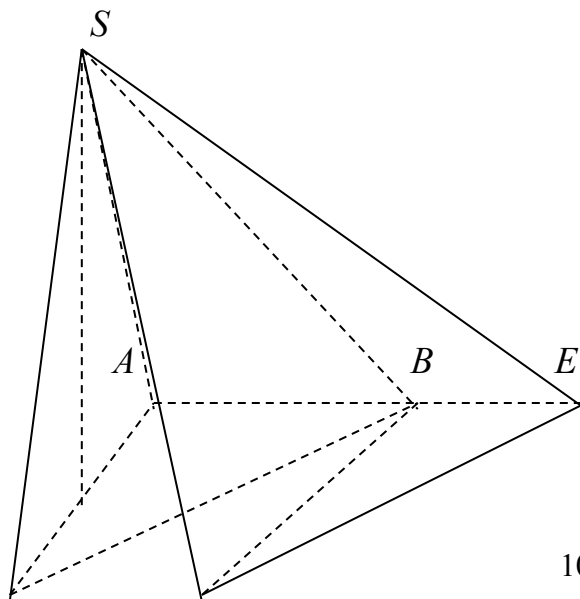
Học sinh phải xác định được mặt phẳng chứa SC và song song với BD

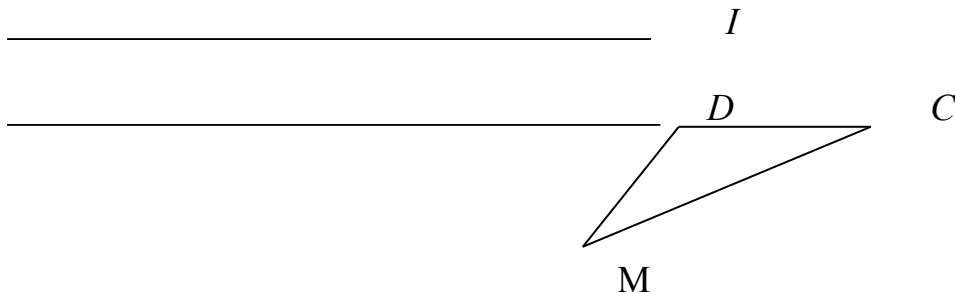
Kẻ hình bình hành $DBEC \Rightarrow d(SC, DB) = d(DB, (SEC)) = d(D, (SEC))$

$$\text{Ta có } DM = a \Rightarrow \frac{d(D, (SEC))}{d(I, (SEC))} = \frac{MD}{MI} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow d(SC, DB) = \frac{1}{2} d(I, (SEC))$$

Như vậy, chúng ta đã đưa bài toán khoảng cách của hai đường thẳng chéo nhau SC và DB về “bài toán góc”





Lưu ý trong trường hợp đặc biệt hai đường thẳng chéo nhau mà vuông góc với nhau thì chúng ta có cách xác định khoảng cách như sau : Tìm đoạn vuông góc chung.

Ví dụ 11: (Trích từ đề thi ĐH môn toán khối A năm 2010)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a ; gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AD ; H là giao điểm của CN và DM . Biết SH vuông góc với $(ABCD)$ và $SH = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DM và SC theo a .

Hướng dẫn:

$$DM \perp CN \text{ mà } DM \perp SH \Rightarrow DM \perp SC$$

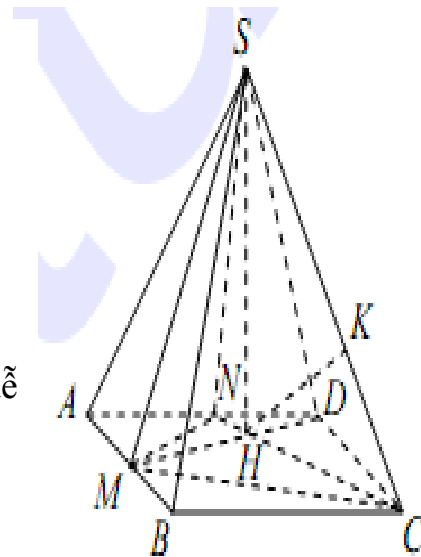
$$\text{Do đó kẻ } HK \perp SC \text{ thì } d(DM, SC) = HK$$

Tam giác SHC vuông tại H nên:

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HC^2} \Rightarrow HK = \frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{19}}.$$

$$\text{Vậy } d(DM, SC) = HK = \frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{19}}.$$

Như vậy qua ví dụ 11, chúng ta thấy $DM \perp SC$ nên xác định đoạn vuông góc chung một cách dễ dàng là HK .



2.6 Giải pháp 6:

Là tổ chức một vài buổi *thảo luận* trong đó giáo viên giao nhiệm vụ cho từng nhóm chuẩn bị trước ở nhà, nên chia thành 4 nhóm và năng lực học tập ở các nhóm là tương đương nhau.

Nhóm 1: Giải quyết các “*bài toán gốc*” và tham khảo yêu cầu ở các nhóm còn lại.

Nhóm 2: Giải quyết các bài toán khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng và tham khảo yêu cầu ở các nhóm còn lại.

Nhóm 3: Giải quyết các bài toán khoảng cách của hai đường thẳng chéo nhau và tham khảo yêu cầu ở các nhóm còn lại.

Nhóm 4: Giải quyết các bài toán khoảng cách của hai đường thẳng chéo nhau

và tham khảo yêu cầu ở các nhóm còn lại.

Buổi thảo luận được tiến hành theo trình tự như sau:

- Đầu tiên một nhóm lên trình bày, phát kết quả của nhóm cho các nhóm khác.
- Tiếp theo, các nhóm khác đưa ra câu hỏi đối với nhóm vừa trình bày, đề xuất cách giải của nhóm.
- Giáo viên nhận xét và đưa ra kết luận cuối cùng, yêu cầu toàn bộ học sinh ghi nhận.

Buổi thảo luận tiếp theo thì yêu cầu của các nhóm được đổi cho nhau.

3. Một số bài tập tham khảo

Bài 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , cạnh huyền bằng $3a$, $SB = \frac{a\sqrt{14}}{2}$. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Tính khoảng cách từ B đến (SAC) theo a .

Bài 2: Cho lăng trụ $ABCA'B'C'$ có $AA' = 2a$, $AB = AC = a$ và góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với trực tâm tam giác ABC . Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ theo a .

Bài 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy $(ABCD)$; góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng 45° . Tính theo a khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) .

Bài 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông tại A , góc ABC bằng 30° ; SBC là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a khoảng cách từ điểm C đến $mp(SAB)$.

Bài 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 2a$, góc BAC bằng 60° ; cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SB, CM .

Bài 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AD = DC$, $AB = 2AD$, $BC = a\sqrt{2}$. Tam giác SBC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy; góc giữa SA và đáy bằng 45° . Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, BC .

Bài 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc ABC bằng 60° ; $mp(SAC)$ và $mp(SBD)$ cùng vuông góc với đáy; góc giữa (SAB) và đáy bằng 30° . Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, DC .

Bài 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $BD = \sqrt{3}AC$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của SD ; góc giữa $mp(AMC)$ và $mp(ABCD)$ bằng 30° . Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SB, CM .

Bài 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $BC = 2a$. Hình chiếu vuông góc H của S lên mp đáy thỏa mãn $\vec{BH} = 2\vec{BA}$; góc giữa (SCD) và mp đáy bằng 45° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, BD theo a .

Bài 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và BC ; H là giao điểm của AF và DE ; SH vuông góc với mp $(ABCD)$. Góc giữa SA và mp đáy bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SH, DF theo a .

Bài 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có SBC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với (ABC) ; Lấy M trên cạnh BC sao cho $MC=2MB$. Biết góc BAC bằng 120° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SM, AC theo a .

Bài 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAD cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của CD ; H là hình chiếu vuông góc của D trên SM . Góc giữa mp (SBC) và mp đáy bằng 60° . Tính khoảng cách từ H đến mp (SBC) theo a .

Bài 13: (KA2013) Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông tại A và góc ABC bằng 30° . Tam giác SBC đều và nằm trong mp vuông góc với (ABC) . Tính khoảng cách từ C đến mp (SAB) theo a .

Bài 14: KA2012 Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc H của S lên (ABC) thuộc cạnh AB với $HA=2HB$; góc giữa SC và (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, BC theo a .

Bài 15: KA 2010 Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a ; gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AD ; H là giao điểm của CN và DM . Biết SH vuông góc với $(ABCD)$ và $SH=a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DM, SC theo a .

Bài 16: KA 2009 Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D ; $AB=AD=2a, CD=a$; góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi I là trung điểm của cạnh AD ; hai mp (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với $(ABCD)$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD, SC theo a .

Bài 17: KB 2014 Cho lăng trụ $ABCA'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với trung điểm H của AB ; góc giữa đường thẳng $A'C$ và (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách từ B đến mp $(ACC'A')$ theo a .

Bài 18: KB 2013 Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Tính khoảng cách từ A đến mp (SCD) theo a .

Bài 19: KB 2011 Cho lăng trụ $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a, AD=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A_1 trùng với giao điểm O của AC và BD . Góc giữa mp $(ADD_1 A_1)$ và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính khoảng cách từ điểm B_1 đến mp $(A_1 BD)$ theo a .

Bài 20 KB2009 Cho lăng trụ $ABCA'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại C , góc BAC bằng 60° , $BB'=a$. Hình chiếu vuông góc của B' lên (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC ; góc giữa đường thẳng BB' và (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách từ B đến mp $(ACC'A')$ theo a .

IV. KẾT QUẢ THỰC HIỆN

1. Kết quả vận dụng của bản thân

Chúng tôi đã thực hiện việc áp dụng cách làm này trong nhiều năm với những mức độ khác nhau giữa các lớp trong cùng một khoá học hoặc giữa các lớp ở các khoá học khác nhau.

Đề tài này đã được thực hiện giảng dạy khi tôi tham gia dạy lớp 11B2 năm học 2013-2014, lớp 11C2 năm học 2015-2016 ở trường THPT Nguyễn Xuân Nguyên. Trong quá trình học đề tài này, học sinh thực sự thấy tự tin, tạo cho học sinh niềm đam mê ,yêu thích môn toán, mở ra cho học sinh cách nhìn nhận, vận dụng, linh hoạt, sáng tạo các kiến thức đã học, tạo nền cho học sinh tự học, tự nghiên cứu .Kết quả ,học sinh tích cực tham gia giải bài tập, nhiều em tiến bộ, nắm vững kiến thức cơ bản ,nhiều em vận dụng tốt ở từng bài toán cụ thể .Qua các bài kiểm tra về nội dung này và các bài thi học kỳ ,thi thử Cao đẳng ,Đại học có nội dung này ,tôi nhận thấy nhiều em có sự tiến bộ rõ rệt và đạt kết quả tốt . Cụ thể như sau :

Lớp 11B2 năm học 2013-2014 (Sĩ số 40)									
G		K		TB		Y		Kém	
SL	%	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
10	25	16	40	12	30	2	5	0	0
Lớp 11C2 năm học 2015-2016 (Sĩ số 40)									
G		K		TB		Y		Kém	
SL	%	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
8	20	12	30	18	45	2	5	0	0

2. Triển khai trước tổ bộ môn

Chúng tôi đã đưa đề tài này ra tổ để trao đổi, thảo luận và rút kinh nghiệm. Đa số các đồng nghiệp trong tổ đã đánh giá cao và vận dụng có hiệu quả, tạo được hứng thú cho học sinh và giúp các em hiểu sâu, nắm vững hơn về bản chất hình học cũng như tạo thói quen sáng tạo trong nghiên cứu và học tập. Và cho đến nay, những kinh nghiệm của tôi đã được tổ thừa nhận là có tính thực tiễn và tính khả thi. Hiện nay, chúng tôi tiếp tục xây dựng thêm nhiều ý tưởng để giúp học sinh trường THPT Nguyễn Xuân Nguyên học tập nội dung này một cách tốt nhất để đạt kết quả cao nhất trong các kì thi.

C. KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

A. KẾT LUẬN

Trong dạy học giải bài tập toán nói chung và dạy học giải bài tập toán hình học không gian nói riêng, việc xây dựng các bài toán riêng lẻ thành một hệ thống theo một trình tự logic có sự sắp đặt của phương pháp và quy trình giải toán sẽ giúp học sinh dễ dàng tiếp cận với nội dung bài học, đồng thời có thể phát triển tư duy học toán cũng như tạo ra niềm vui và sự hứng thú trong học toán.

Việc chọn trình tự bài tập và phân dạng như trên giúp học sinh dễ tiếp thu hơn và thấy được trong từng bài toán nên áp dụng kiến thức nào cho phù hợp. Mỗi dạng toán tôi chọn một số bài tập để học sinh hiểu cách làm để từ đó làm những bài tập

mang tính tương tự và dần nâng cao hơn. Tuy nhiên, vẫn còn một số học sinh không tiến bộ do mất cơ bản, sức ỳ quá lớn hoặc chưa có động cơ, hứng thú trong học tập.

Do đó đây chỉ là những giải pháp trong hàng vạn giải pháp để giúp phát triển tư duy, sự sáng tạo của học sinh. Giáo viên trước hết phải cung cấp cho học sinh nắm chắc các kiến thức cơ bản sau đó là cung cấp cho học sinh cách nhận dạng bài toán, thể hiện bài toán từ đó học sinh có thể vận dụng linh hoạt các kiến thức cơ bản, phân tích tìm ra hướng giải, bắt đầu từ đâu và bắt đầu như thế nào là rất quan trọng để học sinh không sợ khi đứng trước một bài toán khó mà dần dần tạo sự tự tin, gây hứng thú say mê môn toán, từ đó tạo cho học sinh tác phong tự học tự nghiên cứu. Đề tài có thể phát triển và xây dựng thành hệ thống đề thành sách tham khảo cho học sinh và giáo viên.

Rất mong sự đóng góp ý kiến của các bạn quan tâm và đồng nghiệp để đề tài này được đầy đủ hoàn thiện hơn.

B. KIẾN NGHỊ

Đối với tổ chuyên môn :

Cần có nhiều buổi họp thảo luận về nội dung khoảng cách trong hình học không gian. Khuyến khích học sinh xây dựng bài tập toán liên quan đến những dạng bài tập toán trong bài giảng.

Đối với trường :

Cần bố trí những tiết thảo luận hơn nữa để thông qua đó các học sinh hỗ trợ nhau về kiến thức. Trong dạy học giải bài tập toán, giáo viên cần xây dựng bài giảng thành hệ thống những bài tập có phương pháp và quy trình giải toán.

Đối với ngành giáo dục :

Phát triển và nhân rộng những đề tài có ứng dụng thực tiễn cao, đồng thời viết thành những bộ sách tham khảo cho học sinh và giáo viên.

XÁC NHẬN CỦA THỦ TRƯỞNG ĐƠN VỊ

Hiệu trưởng

Thanh Hoá ngày 29 tháng 5 năm 2016

Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình viết, không sao chép nội dung của người khác.

NGƯỜI THỰC HIỆN

Nguyễn Văn Ngọc

Lại Văn Dũng

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- 1) SGK Hình học 11_NXB Giáo dục.
- 2) Sách BT hình học 11_ NXB Giáo dục.
- 3) Tạp chí TT&TT.
- 4) Bồi dưỡng hình học 11.
- 5) Đề thi ĐH- CĐ từ 2000- 2015.
- 6) Đề thi thử ĐH- CĐ các trường từ 2000- 2015.
- 7) Ôn luyện bồi dưỡng hsg hình học không gian- NXB tổng hợp TP.HCM