

Bài 3. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ
Môn học/Hoạt động giáo dục: Toán; Lớp: 12 - CTST
Thời gian thực hiện: (3 tiết).

I. MỤC TIÊU.

1. Kiến thức, kĩ năng: Học xong bài này, HS đạt các yêu cầu sau:

- Nhận biết hình ảnh hình học của đường tiệm cận ngang, đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

2. Năng lực:

+Năng lực chung:

- Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi khám phá
- Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành, vận dụng.

+Năng lực riêng:

- Rèn luyện năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua các bài toán thực tiễn liên quan đến đường tiệm cận của đồ thị hàm số.
- Bồi dưỡng năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán thông qua việc vẽ các đường tiệm cận của đồ thị hàm số.
- Giao tiếp toán học: đọc, hiểu thông tin toán học.
- Sử dụng công cụ, phương tiện học toán: sử dụng máy tính cầm tay, thước kẻ, ...

3. Phẩm chất:

- Có ý thức học tập, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo, có ý thức làm việc nhóm, tôn trọng ý kiến các thành viên khi hợp tác.
- Chăm chỉ tích cực xây dựng bài, có trách nhiệm, chủ động chiếm lĩnh kiến thức theo sự hướng dẫn của GV.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU.

1. Đối với GV: SGK, Tài liệu giảng dạy, giáo án, đồ dùng dạy học.

2. Đối với HS: SGK, SBT, vở ghi, giấy nháp, đồ dùng học tập (bút, thước...), bảng nhóm, bút viết bảng nhóm.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC.

A. HOẠT ĐỘNG KHỞI ĐỘNG (MỞ ĐẦU)

a) *Mục tiêu:* Khơi gợi sự hứng thú của HS đối với đường tiệm cận của đồ thị hàm số thông qua đồ thị của hàm số khối lượng nghỉ của hạt theo tốc độ của hạt

b) *Nội dung:* HS đọc tình huống mở đầu, suy nghĩ trả lời câu hỏi.

c) *Sản phẩm:* HS đưa ra được nhận định ban đầu về câu hỏi mở đầu.

d) *Tổ chức thực hiện:*

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

GV đưa hình ảnh đồ thị và hàm số, HS trả lời.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận nhóm đôi hoàn thành yêu cầu.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận: GV gọi một số HS trả lời, HS khác nhận xét, bổ sung.

Dựa vào đồ thị ta có:

Khi hạt di chuyển với tốc độ càng gần tốc độ ánh sáng thì khối lượng của hạt tiến gần tới vô cùng.

Trên hình điều này được thể hiện đường cong biểu diễn $m(v)$ sẽ tiến dần đến vô cùng khi $v \rightarrow c$. Điều này cho thấy rằng khối lượng của hạt sẽ tăng tới vô cùng khi tốc độ di chuyển của nó tiến gần tốc độ ánh sáng.

Bước 4: Kết luận, nhận định: GV ghi nhận câu trả lời của HS, trên cơ sở đó dẫn dắt HS vào tìm hiểu bài học mới:

B. HÌNH THÀNH KIẾN THỨC MỚI:

▶ Hoạt động 1: Đường tiệm cận đứng:

a) *Mục tiêu:* Giúp HS khám phá khái niệm và hình ảnh của tiệm cận đứng.

b) *Nội dung:* HS thực hiện HĐKP1 để rút ra khái niệm đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

c) *Sản phẩm:* Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ.

d) *Tổ chức thực hiện:* HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

HD CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: HS thảo luận nhóm đôi hoặc nhóm bốn và trả	1. Đường tiệm cận đứng:

lời câu hỏi, GV nhận xét và giới thiệu định nghĩa tiệm cận đứng.

sau đó chọn một HS đại diện phát biểu; các HS khác lắng nghe, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.

- Sau khi HS thực hiện xong HĐKP1, GV sẽ giới thiệu cho HS khái niệm đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.

- GV tiếp tục giới thiệu cho HS hình ảnh hình học của đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ví dụ 1

GV cho HS hoạt động theo cặp trong 5 phút, sau đó gọi một HS đứng tại chỗ trả lời; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.

Thực hành 1:

GV chia lớp thành 4 nhóm thực hiện.

+ Nhóm 1, 2: làm ý a,

+ Nhóm 3, 4: làm ý b.

Các nhóm lên trình bày trước lớp, các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HĐ cá nhân: HS suy nghĩ, hoàn thành vào tập.

- HĐ cặp đôi, nhóm: các thành viên trao đổi, đóng góp ý kiến và thống nhất đáp án.

Cả lớp chú ý thực hiện các yêu cầu của GV, chú ý bài làm các bạn và nhận xét.

- GV: quan sát và trợ giúp HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- HS trả lời trình bày miệng/ trình bày bảng, cả lớp nhận xét, GV đánh giá, dẫn dắt, chốt lại kiến thức.

+ Sau thời gian thảo luận, GV mời đại diện

Đường thẳng $x=a$ được gọi là một đường tiệm cận đứng (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty.$$

HS thực hiện Ví dụ và ghi bài.

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$. Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x}{x^2-1} = -\infty; \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x}{x^2-1} = +\infty. \text{ Suy ra đường}$$

thẳng $x=-1$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{x^2-1} = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{x^2-1} = +\infty. \text{ Suy ra}$$

đường thẳng $x=1$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

b) Tập xác định: $D = (1; +\infty)$. Vì

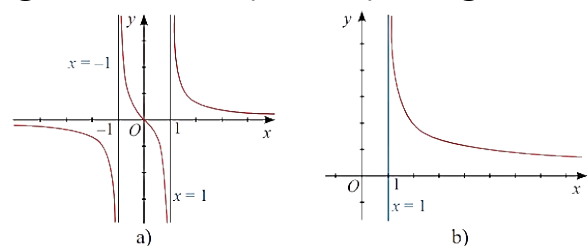
$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{\sqrt{x}-1} = +\infty \text{ nên đường thẳng } x=1 \text{ là một}$$

tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chú ý:

Đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2-1}$ cùng với hai tiệm cận đứng $x=1$ và $x=-1$ của nó được thể hiện trong Hình 3a.

Đồ thị hàm số $y = \frac{2}{\sqrt{x}-1}$ cùng với tiệm cận đứng $x=1$ của nó được thể hiện trong Hình 3b.



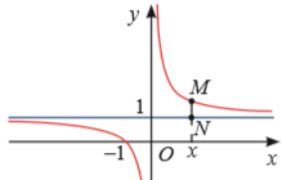
Hình 3

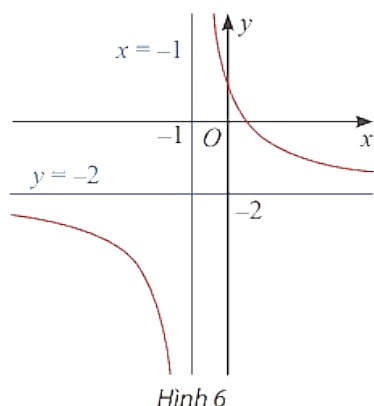
HS thực hiện thực hành 1 và ghi bài.

từng nhóm lên thực hiện bài giải của nhóm mình. + HS dưới lớp quan sát, thực hiện bài làm vào vở cá nhân. + GV quan sát, nhận xét bài làm của HS và rút ra kinh nghiệm làm bài cho HS. Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát, nhận xét quá trình hoạt động của các HS, cho HS nhắc lại khái niệm và hình ảnh của tiệm cận đứng.	
--	--

► **Hoạt động 2: Đường tiệm cận ngang:**

- a) Mục tiêu: Giúp HS khám phá khái niệm và hình ảnh của tiệm cận ngang.
- b) Nội dung: HS thực hiện HĐKP2 để rút ra khái niệm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- c) Sản phẩm: Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ.
- d) Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

HĐ CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: HS thảo luận nhóm đôi hoặc nhóm bốn và trả lời câu hỏi, GV nhận xét và giới thiệu định nghĩa tiệm cận ngang sau đó chọn một HS đại diện phát biểu; các HS khác lắng nghe, nhận xét và góp ý; GV tổng kết. - Sau khi HS thực hiện xong HĐKP2, GV sẽ giới thiệu cho HS khái niệm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức. Ví dụ 2 GV cho HS hoạt động theo cặp trong 5 phút, sau đó gọi một HS đứng tại chỗ trả lời; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	2. Đường tiệm cận ngang:  HĐKP2 a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{1} = 1; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{x} = 1$ b) Ta có $MN = f(x) - 1 \vee \left \frac{x+1}{x} - 1 \right = \left \frac{1}{x} \right$. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left \frac{1}{x} \right = 0; \lim_{x \rightarrow -\infty} \left \frac{1}{x} \right = 0.$ Nhận xét MN tiến dần về 0 khi $x \rightarrow +\infty$ hoặc $x \rightarrow -\infty$. Đường thẳng $y=m$ được gọi là một đường tiệm cận ngang (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = m$ hoặc $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = m$. HS thực hiện Ví dụ 2 và ghi bài. Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2 + \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = -2; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x+1}{x+1} = -2$ Vậy đường thẳng $y=-2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Thực hành 2: GV chia lớp thành 4 nhóm thực hiện. + Nhóm 1, 2: làm ý a, + Nhóm 3, 4: làm ý b. Các nhóm lên trình bày trước lớp, các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết. Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: - HĐ cá nhân: HS suy nghĩ, hoàn thành vào tập. - HĐ cặp đôi, nhóm: các thành viên trao đổi, đóng góp ý kiến và thống nhất đáp án. Cả lớp chú ý thực hiện các yêu cầu của GV, chú ý bài làm các bạn và nhận xét. - GV: quan sát và trợ giúp HS. Bước 3: Báo cáo, thảo luận: - HS trả lời trình bày miệng/ trình bày bảng, cả lớp nhận xét, GV đánh giá, dẫn dắt, chốt lại kiến thức. + Sau thời gian thảo luận, GV mời đại diện từng nhóm lên thực hiện bài giải của nhóm mình. + HS dưới lớp quan sát, thực hiện bài làm vào vở cá nhân. + GV quan sát, nhận xét bài làm của HS và rút ra kinh nghiệm làm bài cho HS. Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát, nhận xét quá trình hoạt động của các HS, cho HS nhắc lại khái niệm và hình ảnh của tiệm cận ngang.	Chú ý: Đồ thị của hàm số $y = \frac{-2x+1}{x+1}$ cùng với tiệm cận ngang $y = -2$ và tiệm cận đứng $x = -1$ của nó được thể hiện trong Hình 6.  Hình 6 HS thực hiện thực hành 2 và ghi bài. a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{4x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{1}{x}}{4 + \frac{1}{x}} = \frac{1-0}{4+0} = \frac{1}{4}.$ Vậy $y = \frac{1}{4}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1 + \frac{2}{\sqrt{x}}} = \frac{1}{1+0} = 1.$ Vậy $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
---	--

► **Hoạt động 3: Đường tiệm cận xiên:**

- a) Mục tiêu: Giúp HS khám phá khái niệm và hình ảnh của tiệm cận xiên.
b) Nội dung: HS thực hiện HĐKP3 để rút ra khái niệm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.
c) Sản phẩm: Lời giải của các câu hỏi trong hoạt động và ví dụ.
d) Tổ chức thực hiện: HS hoạt động cá nhân, dưới sự hướng dẫn của GV.

HĐ CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: HS thảo luận nhóm đôi hoặc nhóm bốn và trả lời câu hỏi, GV nhận xét và giới thiệu định	3. Đường tiệm cận xiên: HĐKP3

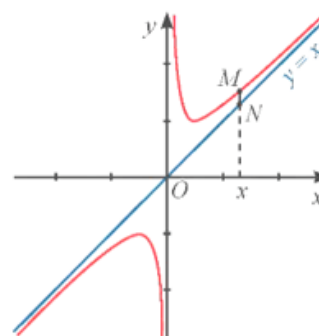
nghĩa tiệm cận xiên

sau đó chọn một HS đại diện phát biểu; các HS khác lắng nghe, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.

- Sau khi HS thực hiện xong HĐKP3, GV sẽ giới thiệu cho HS khái niệm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

GV viết bảng hoặc trình chiếu nội dung trong Khung kiến thức.

- GV tiếp tục giới thiệu cho HS hình ảnh hình học của đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.



Hình 7

a)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2+1}{x} - x \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0; \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$$

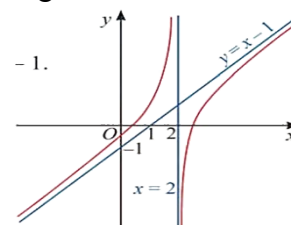
b) Ta có $MN = \left| f(x) - x \right| = \left| \frac{1}{x} \right|$

$$\text{Có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left| \frac{1}{x} \right| = 0; \lim_{x \rightarrow +\infty} \left| \frac{1}{x} \right| = 0$$

Nhận xét MN tiến dần về 0 khi $x \rightarrow +\infty$ hoặc $x \rightarrow -\infty$.

Đường thẳng $y=ax+b, a \neq 0$, được gọi là **đường tiệm cận xiên (hay tiệm cận xiên)** của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax+b)] = 0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax+b)] = 0$.

Chú ý: Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x+1}{x-2}$ cùng với tiệm cận đứng $x=2$ và tiệm cận xiên $y=x-1$ của nó được thể hiện trong Hình 10.



Hình 10

Ví dụ 3: HS thực hiện ví dụ 3 và ghi bài.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x-2)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x+1} = 0; \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x+1} = 0$$

Do đó, đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=x-2$.

Ví dụ 4: HS thực hiện ví dụ 4 và ghi bài.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có:

$$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-3x+1}{x^2-2x} = 1$$

Ví dụ 3

GV cho HS hoạt động theo cặp trong 5 phút, sau đó gọi một hs lên bảng trình bày câu trả lời; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.

Ví dụ 4

GV cho HS hoạt động theo cặp trong 5 phút, sau đó gọi một HS đứng tại chỗ trả lời; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.

Ví dụ 5

GV cho HS hoạt động theo cặp trong 5 phút, sau đó gọi một HS đứng tại chỗ trả lời; các HS khác theo dõi, nhận xét và góp ý; GV tổng kết

Thực hành 3:

GV cho hs thực hiện cá nhân

Các nhóm lên trình bày trước lớp, các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết.

Thực hành 4:

GV cho hs thực hiện cá nhân

Các nhóm lên trình bày trước lớp, các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết.

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

- HĐ cá nhân: HS suy nghĩ, hoàn thành vào tập.
- HĐ cặp đôi, nhóm: các thành viên trao đổi, đóng góp ý kiến và thống nhất đáp án.

Cả lớp chú ý thực hiện các yêu cầu của GV, chú ý bài làm các bạn và nhận xét.

- GV: quan sát và trợ giúp HS.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

- HS trả lời trình bày miệng/ trình bày bảng, cả lớp nhận xét, GV đánh giá, dẫn dắt, chốt lại kiến thức.

+ Sau thời gian thảo luận, GV mời đại diện từng nhóm lên thực hiện bài giải của nhóm mình.

+ HS dưới lớp quan sát, thực hiện bài làm vào vở cá nhân.

+ GV quan sát, nhận xét bài làm của HS và rút ra kinh nghiệm làm bài cho HS.

Bước 4: Kết luận, nhận định: GV tổng quát, nhận xét quá trình hoạt động của các HS, cho HS nhắc lại khái niệm và hình ảnh của tiệm cận xiên.

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 3x + 1}{x - 2} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2 + 5x - 1}{x - 2}$$

Ta cũng có

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 1; \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = -1$$

Do đó, đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x - 1$.

HS thực hiện ví dụ 5 và ghi bài.

HS thực hiện thực hành 3 và ghi bài.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$.

$$\text{Có } y = \frac{2x^2 - 3x}{x + 5} = 2x - 13 + \frac{65}{x + 5}$$

Có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (2x - 13)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[2x - 13 + \frac{65}{x + 5} - (2x - 13) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{65}{x + 5} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (2x - 13)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[2x - 13 + \frac{65}{x + 5} - (2x - 13) \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{65}{x + 5} = 0$$

Do đó $y = 2x - 13$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

HS thực hiện thực hành 4 và ghi bài.

$$\text{Có } \lim_{x \rightarrow 0^+} C(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{50x + 2000}{x} = +\infty; \lim_{x \rightarrow 0^-} C(x) = -\infty$$

Vậy $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} C(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{50 + \frac{2000}{x}}{1} = 50; \lim_{x \rightarrow -\infty} C(x) = 50$$

Vậy $y = 50$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Hoạt động 3: Luyện tập

a) Mục tiêu: Học sinh củng cố lại kiến thức đã học thông qua một số bài tập.

b) Nội dung: HS vận dụng các kiến thức của bài học làm bài tập 1; 2; 3; 5 (SGK – tr.18)

c) Sản phẩm học tập: Câu trả lời của HS

d) Tổ chức thực hiện:

HOẠT ĐỘNG CỦA GV VÀ HS

SẢN PHẨM DỰ KIẾN

Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ:

GV yêu cầu HS hoạt động hoàn thành bài tập 1, 2, 3 – sgk trang 24

Bài 1.

GV cho HS hoạt động cá nhân trong 8 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.

HS thực hiện bài 1 và ghi bài.

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{2} \right\}$

Có $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^+} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^+} \frac{4x-5}{2x-3} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^-} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^-} \frac{4x-5}{2x-3} = -\infty$.

Vậy $x = \frac{3}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x-5}{2x-3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4-\frac{5}{x}}{2-\frac{3}{x}} = 2; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x-5}{2x-3} = 2$$

Vậy $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

b) Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{4} \right\}$.

Có $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^+} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^+} \frac{-2x+7}{4x-3} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^-} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^-} \frac{-2x+7}{4x-3} = -\infty$.

Vậy $x = \frac{3}{4}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x+7}{4x-3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2+\frac{7}{x}}{4-\frac{3}{x}} = -\frac{1}{2}; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x+7}{4x-3} = -\frac{1}{2}$$

Vậy $y = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

c) Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{7}{3} \right\}$.

Có $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{7}{3}\right)^+} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{7}{3}\right)^+} \frac{5x}{3x-7} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{7}{3}\right)^-} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{7}{3}\right)^-} \frac{5x}{3x-7} = -\infty$.

Vậy $x = \frac{7}{3}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x}{3x-7} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{3-\frac{7}{x}} = \frac{5}{3}; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x}{3x-7} = \frac{5}{3}$$

Vậy $y = \frac{5}{3}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

HS thực hiện bài 2 và ghi bài

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Có $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2+2}{2x-4} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2+2}{2x-4} = -\infty$.

Vậy $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Có $y = \frac{x^2+2}{2x-4} = \frac{1}{2}x + 1 + \frac{6}{2x-4}$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[y - \left(\frac{1}{2}x + 1 \right) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{2}x + 1 + \frac{6}{2x-4} - \left(\frac{1}{2}x + 1 \right) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6}{2x-4} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[y - \left(\frac{1}{2}x + 1 \right) \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{1}{2}x + 1 + \frac{6}{2x-4} - \left(\frac{1}{2}x + 1 \right) \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6}{2x-4} = 0$$

Vậy $y = \frac{1}{2}x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Bài 2

GV chia lớp thành 4 nhóm thực hiện.

+ Nhóm 1, 2: làm ý a, b;

+ Nhóm 3, 4: làm ý c,

Các nhóm lên trình bày trước lớp, các nhóm khác theo dõi, nhận xét. GV tổng kết.

b) Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{2x^2 - 3x - 6}{x + 2} = +\infty;$$

Vậy $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\text{Có } y = \frac{2x^2 - 3x - 6}{x + 2} = 2x - 7 + \frac{8}{x + 2}.$$

Có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (2x - 7)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[2x - 7 + \frac{8}{x + 2} - (2x - 7) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8}{x + 2} = 0;$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (2x - 7)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[2x - 7 + \frac{8}{x + 2} - (2x - 7) \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8}{x + 2} = 0;$$

Vậy $y = 2x - 7$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

c) Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-5}{2} \right\}$.

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{-5}{2} \right)^+} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{-5}{2} \right)^+} \frac{2x^2 + 9x + 11}{2x + 5} = +\infty;$$

Vậy $x = \frac{-5}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\text{Có } y = \frac{2x^2 + 9x + 11}{2x + 5} = x + 2 + \frac{1}{2x + 5}.$$

Có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (x + 2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x + 2 + \frac{1}{2x + 5} - (x + 2) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2x + 5} = 0;$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (x + 2)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x + 2 + \frac{1}{2x + 5} - (x + 2) \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x + 5} = 0;$$

Vậy $y = x + 2$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

HS thực hiện bài 3 và ghi bài.

a) Dựa vào đồ thị ta có:

$x = 1$; $x = 2$ là hai tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

b) Dựa vào đồ thị ta có:

$x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$y = x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

c) Dựa vào đồ thị ta có:

$y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Bài 3.

GV cho HS hoạt động theo bàn trong 7 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.

+ Tùy tình hình lớp học, GV có thể lựa chọn thêm một số bài tập trong SBT hoặc bài tập nâng cao để giao cho những HS đã hoàn thành bài tập trong SGK hoặc HS khá giỏi (Dạy học phân hoá trong tiết chữa bài tập).

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ: HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận: Mỗi BT GV mời đại diện các nhóm trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài các nhóm trên bảng.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác.
- GV chú ý cho HS các lỗi sai hay mắc phải khi thực hiện giải bài tập.

► Hoạt động 4: Vận dụng**a) Mục tiêu:**

- Học sinh thực hiện làm bài tập vận dụng thực tế để nắm vững kiến thức.
- HS thấy sự gần gũi toán học trong cuộc sống, vận dụng kiến thức vào thực tế, rèn luyện tư duy toán học qua việc giải quyết vấn đề toán học

b) Nội dung: HS sử dụng SGK và vận dụng kiến thức để trao đổi và thảo luận hoàn thành các bài toán theo yêu cầu của GV.

c) Sản phẩm: HS hoàn thành các bài tập được giao.

d) Tổ chức thực hiện:

HD CỦA GV VÀ HS	SẢN PHẨM DỰ KIẾN
Bước 1: Chuyển giao nhiệm vụ: - GV yêu cầu HS hoạt động hoàn thành bài tập 4, 5 (SGK – tr.25) Bài 4 GV cho HS hoạt động theo bàn trong 7 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết.	HS thực hiện bài 4 và ghi bài. $\text{Có } \lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(5 - \frac{15t}{9t^2 + 1} \right) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(5 - \frac{\frac{15}{t}}{9 + \frac{1}{t^2}} \right) = 5;$ $\lim_{t \rightarrow -\infty} y(t) = \lim_{t \rightarrow -\infty} \left(5 - \frac{15t}{9t^2 + 1} \right) = \lim_{t \rightarrow -\infty} \left(5 - \frac{\frac{15}{t}}{9 + \frac{1}{t^2}} \right) = 5$ Do đó $y=5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số và hàm số không có tiệm cận đứng, tiệm cận xiên. Nhận xét:

Bài 5

GV cho HS hoạt động theo bàn trong 7 phút, sau đó gọi HS lên bảng làm bài, các HS khác theo dõi bài làm, nhận xét và góp ý; GV tổng kết

Bước 2: Thực hiện nhiệm vụ:

HS quan sát và chú ý lắng nghe, thảo luận, hoàn thành các bài tập GV yêu cầu.

Bước 3: Báo cáo, thảo luận:

Mỗi BT GV mời đại diện các nhóm trình bày. Các HS khác chú ý chữa bài, theo dõi nhận xét bài các nhóm trên bảng.

Bước 4: Kết luận, nhận định:

- GV chữa bài, chốt đáp án, tuyên dương các hoạt động tốt, nhanh và chính xác.
- GV chú ý cho HS các lỗi sai hay mắc phải khi thực hiện giải bài tập.

Khi thời t trở nên rất lớn, nồng độ oxygen trong hồ sẽ tiến dần về giá trị cố định là 5 mg/l . Điều này có thể được hiểu sau một thời gian dài, môi trường trong hồ sẽ đạt đến một trạng thái ổn định nồng độ oxygen không thay đổi nhiều.

HS thực hiện bài 5 và ghi bài.

Tập xác định: $D = (0; c)$.

$$\text{Có } \lim_{v \rightarrow c^+} m(v) = \lim_{v \rightarrow c^+} \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = +\infty; \lim_{v \rightarrow c^-} m(v) = \lim_{v \rightarrow c^-} \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = +\infty.$$

Do đó $v = c$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Hàm số không có tiệm cận ngang.

HD GIẢI BÀI TẬP SGK

Bài 1:

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{2} \right\}$

Có $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^+} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^+} \frac{4x-5}{2x-3} = +\infty; \lim_{x \rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^-} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^-} \frac{4x-5}{2x-3} = -\infty.$

Vậy $x = \frac{3}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x-5}{2x-3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 - \frac{5}{x}}{2 - \frac{3}{x}} = 2; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x-5}{2x-3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 - \frac{5}{x}}{2 - \frac{3}{x}} = 2$$

Vậy $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

b) Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{4} \right\}.$

Có $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^+} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^+} \frac{-2x+7}{4x-3} = +\infty; \lim_{x \rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^-} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^-} \frac{-2x+7}{4x-3} = -\infty.$

Vậy $x = \frac{3}{4}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x+7}{4x-3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2 + \frac{7}{x}}{4 - \frac{3}{x}} = \frac{-1}{2}; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x+7}{4x-3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2 + \frac{7}{x}}{4 - \frac{3}{x}} = \frac{-1}{2}.$$

Vậy $y = \frac{-1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

c) Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{7}{3} \right\}.$

Có $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{7}{3}\right)^+} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{7}{3}\right)^+} \frac{5x}{3x-7} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{7}{3}\right)^-} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{7}{3}\right)^-} \frac{5x}{3x-7} = -\infty$.

Vậy $x = \frac{7}{3}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{\lim_{x \rightarrow +\infty} 5x}{\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x-7)} = \frac{+\infty}{+\infty} = \frac{5}{3}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{\lim_{x \rightarrow -\infty} 5x}{\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x-7)} = \frac{-\infty}{-\infty} = \frac{5}{3}.$$

Vậy $y = \frac{5}{3}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Bài 2:

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Có $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2+2}{2x-4} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2+2}{2x-4} = -\infty$.

Vậy $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Có $y = \frac{x^2+2}{2x-4} = \frac{1}{2}x + 1 + \frac{6}{2x-4}$.

Có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[y - \left(\frac{1}{2}x + 1 \right) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{2}x + 1 + \frac{6}{2x-4} - \left(\frac{1}{2}x + 1 \right) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6}{2x-4} = 0$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[y - \left(\frac{1}{2}x + 1 \right) \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{1}{2}x + 1 + \frac{6}{2x-4} - \left(\frac{1}{2}x + 1 \right) \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6}{2x-4} = 0$

Vậy $y = \frac{1}{2}x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

b) Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{2x^2-3x-6}{x+2} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{2x^2-3x-6}{x+2} = -\infty$.

Vậy $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Có $y = \frac{2x^2-3x-6}{x+2} = 2x - 7 + \frac{8}{x+2}$.

Có $\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (2x - 7)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[2x - 7 + \frac{8}{x+2} - (2x - 7) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{8}{x+2} = 0$;

$\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (2x - 7)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[2x - 7 + \frac{8}{x+2} - (2x - 7) \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8}{x+2} = 0$

Vậy $y = 2x - 7$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

c) Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-5}{2} \right\}$.

$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{-5}{2}\right)^+} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{-5}{2}\right)^+} \frac{2x^2+9x+11}{2x+5} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{-5}{2}\right)^-} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{-5}{2}\right)^-} \frac{2x^2+9x+11}{2x+5} = -\infty$.

Vậy $x = \frac{-5}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Có $y = \frac{2x^2+9x+11}{2x+5} = x + 2 + \frac{1}{2x+5}$.

Có $\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (x + 2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x + 2 + \frac{1}{2x+5} - (x + 2) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2x+5} = 0$;

$\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (x + 2)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x + 2 + \frac{1}{2x+5} - (x + 2) \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x+5} = 0$

Vậy $y = x + 2$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Bài 3:

a) Dựa vào đồ thị ta có:

$x = 1$; $x = 2$ là hai tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

b) Dựa vào đồ thị ta có:

$x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$y = x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

c) Dựa vào đồ thị ta có:

$y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Bài 4:

$$\text{Có } \lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(5 - \frac{15t}{9t^2 + 1} \right) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(5 - \frac{\frac{15}{t}}{9 + \frac{1}{t^2}} \right) = 5;$$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} y(t) = \lim_{t \rightarrow -\infty} \left(5 - \frac{15t}{9t^2 + 1} \right) = \lim_{t \rightarrow -\infty} \left(5 - \frac{\frac{15}{t}}{9 + \frac{1}{t^2}} \right) = 5$$

Do đó $y = 5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số và hàm số không có tiệm cận đứng, tiệm cận xiên.

Nhận xét:

Khi thời t trở nên rất lớn, nồng độ oxygen trong hồ sẽ tiến dần về giá trị cố định là 5 mg/l . Điều này có thể được hiểu sau một thời gian dài, môi trường trong hồ sẽ đạt đến một trạng thái ổn định nồng độ oxygen không thay đổi nhiều.

Bài 5:

Tập xác định: $D = (0; c)$.

$$\text{Có } \lim_{v \rightarrow c^+} m(v) = \lim_{v \rightarrow c^+} \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = +\infty; \lim_{v \rightarrow c^-} m(v) = \lim_{v \rightarrow c^-} \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = +\infty$$

Do đó $v = c$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Hàm số không có tiệm cận ngang

....., ngày tháng năm 2024

Giáo viên soạn

GÓP Ý, RÚT KINH NGHIỆM

.....

.....

.....

.....

Duyệt của tổ chuyên môn

Duyệt của BGH