

**CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG**

**ĐO XU THẾ TRUNG TÂM**

**13**

**❶. Giáo viên Soạn: Trần Thị Kim Thu FB: Thu Tran**

**Giáo viên Soạn: Nguyễn Phương Thuý FB: Thuynguyen**

**❷. Giáo viên phản biện : Nguyễn Minh Thúy FB: Nguyễn Minh Thúy**

|  |  |
| --- | --- |
| **THUẬT NGỮ**   * Số trung bình * Trung vị * Tứ phân vị * Mốt | **KIẾN THỨC, KĨ NĂNG**   * Lựa chọn và tính các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của một mẫu số liệu: Số trung bình, trung vị, tứ phân vị, mốt. * Giải thích ý nghĩa, vai trò của các số đặc trưng trong mẫu số liệu thực tiễn. * Rút ra kết luận từ ý nghĩa của các số đặc trưng đo xu thế trung tâm. |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Hai phương pháp học tiếng Anh khác nhau được áp dụng cho hai lớp A và B có trình độ tiếng Anh tương đương nhau. Sau hai tháng, điểm khảo sát tiếng Anh (thang điểm 10) của hai lớp được cho như hình bên. | |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | 2 | 7 | 6 | 3 | 9 | | 8 | 6 | 7 | 9 | 2 | | 5 | 7 | 5 | 9 | 8 | | 8 | 7 | 4 | 3 | 5 | | 5 | 4 | 5 | 7 | 7 |   Lớp A | |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | 6 | 7 | 6 | 4 | 7 | | 9 | 3 | 8 | 7 | 5 | | 5 | 6 | 8 | 7 | 4 | | 5 | 3 | 10 | 7 | 9 | | 6 | 7 | 6 | 7 | 5 |   Lớp B |

Quan sát hai mẫu số liệu trên, có thể đánh giá được phương pháp học tập nào có hiệu quả hơn không?

Để làm được điều đó, người ta thường tính toán các số đặc trưng cho mỗi mẫu số liệu rồi so sánh.

Bài học này sẽ giới thiệu về các số đặc trưng đo xu thế trung tâm, tức là các số cho ta biết thông tin về vị trí trung tâm của mẫu số liệu và được dùng làm đại diện cho mẫu số liệu.

**1. SỐ TRUNG BÌNH VÀ TRUNG VỊ**

**a. Số trung bình**

Từ mẫu số liệu về điểm số của hai lớp A, B trên, em hãy:

**HĐ1:** Tính số trung bình cộng điểm khảo sát tiếng Anh của mỗi lớp A và B.

**Giải:** Điểm trung bình của lớp A làvà điểm trung bình của lớp B là.

**HĐ2:** Dựa trên điểm trung bình, hãy cho biết phương pháp học tập nào hiệu quả hơn.

**Giải:** Vì  nên phương pháp học tập của lớp B hiệu quả hơn.

|  |
| --- |
| Số trung bình (số trung bình cộng) của mẫu số liệu , kí hiệu là , được tính bằng công thức: |

**Chú ý.** Trong trường hợp mẫu số liệu cho dưới dạng bảng tần số thì số trung bình được tính theo công thức:



Trong đó  là tần số của giá trị  và .

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Ví dụ 1.** Thống kê số cuốn sách mỗi bạn trong  lớp đã đọc trong năm 2021, An thu được kết quả như bảng bên. Hỏi trong năm 2021, trung bình mỗi bạn trong lớp đọc bao nhiêu cuốn sách? | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Số cuốn sách | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | Số bạn | 3 | 5 | 15 | 10 | 7 | |

**Giải**

Số bạn trong lớp là (bạn).

Trong năm 2021, trung bình mỗi bạn trong lớp đọc số cuốn sách là:

 (cuốn).

**Ý nghĩa.** Số trung bình là giá trị trung bình cộng của các số trong mẫu số liệu, nó cho biết vị trí trung tâm của mẫu số liệu và có thể dùng để dại diện cho mẫu số liệu.

**Luyện tập 1.** Bảng sau cho biết thời gian chạy cự li  của các bạn trong lớp (đơn vị giây):

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Thời gian | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Số bạn | 5 | 7 | 10 | 8 | 6 |

Hãy tính thời gian chạy trung bình cự li  của các bạn trong lớp.

**Giải:** Thời gian chạy trung bình cự li  của các bạn trong lớp là

.

**b. Trung vị**

**HĐ3:** Một công ty nhỏ gồm 1 giám đốc và 5 nhân viên, thu nhập mỗi tháng của giám đốc là

20 triệu đồng, của nhân viên là 4 triệu đồng.

a) Tính thu nhập trung bình của các thành viên trong công ty.

b) Thu nhập trung bình có phản ánh đúng thu nhập của nhân viên công ty không?

**Giải:** a) Thu nhập trung bình của các thành viên trong công ty là:

 triệu.

b) Thu nhập trung bình không phản ánh đúng thu nhập của nhân viên công ty.

Trong trường hợp mẫu số liệu có giá trị bất thường (rất lớn hoặc rất bé so với đa số các giá trị khác), người ta không dùng số trung bình để đo xu thế trung tâm mà dùng trung vị.

|  |
| --- |
| Để tìm trung vị của một mẫu số liệu, ta thực hiện như sau:   * Sắp xếp các giá trị trong mẫu số liệu theo thứ tự không giảm. * Nếu số giá trị của mẫu số liệu là số lẻ thì giá trị chính giữa của mẫu là trung vị. Nếu là số chẵn thì trung vị là trung bình cộng của hai giá trị chính giữa của mẫu. |

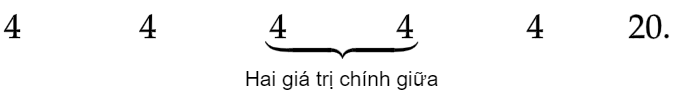
**Ví dụ 2.** Hãy tìm trung vị của mẫu số liệuvề lương của giám đốc và nhân viên công ty được

cho trong HĐ3.

**Giải**

Để tìm trung vị của mẫu số liệu trên, ta làm như sau:

* Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm:



* Dãy trên có hai giá trị chính giữa cùng bằng 4. Vậy trung vị của mẫu số liệu cũng bằng 4.

Trong mẫu số liệu được sắp xếp trên, số phần tử ở bên trái trung vị và số phần tử ở bên phải trung vị bằng nhau và bằng 3. Lương của giám đốc cao hơn hẳn số trung bình, đây chính là *giá trị bất thường*. Nếu ta thay lương của giám đốc là 30; 40; 50; … (triệu đồng) thì trung vị vẫn không thay đổi trong khi số trung bình sẽ thay đổi.

**Ý nghĩa.** Trung vị là giá trị chia đôi mẫu số liệu, nghĩa là trong mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm thì giá trị trung vị ở vị trí chính giữa. Trung vị không bị ảnh hưởng bởi giá trị bất thường trong khi số trung bình bị ảnh hưởng bởi giá trị bất thường.

**Luyện tập 2.** Chiều dài (đơn vị feet) của 7 con cá voi trưởng thành được cho như sau:



Tìm số trung bình và trung vị của mẫu số liệu trên. Trong hai số đó, số nào phù hợp hơn để đại diện cho chiều dài của 7 con cá voi trưởng thành này?

**Giải:**

+ Chiều dài trung bình của 7 con cá voi trưởng thành là  (feet).

+ Sắp thứ tự dãy số liệu thành dãy không giảm: 

Trung vị của dãy số là số .

Trong hai số trên, số trung vị phù hợp hơn để đại diện cho chiều dài của 7 con cá voi trưởng thành này.

**2. TỨ PHÂN VỊ**

**HĐ4:** Điểm (thang điểm 100) của 12 thí sinh cao điểm nhất trong cuộc thi như sau:



Ban tổ chức muốn trao các giải Nhất, Nhì, Ba, Tư cho các thí sinh này, mỗi giải trao cho  số thí sinh (3 thí sinh).

Em hãy giúp ban tổ chức xác định các ngưỡng điểm để phân loại thí sinh.

**Giải:** Sắp thứ tự các số liệu trên thành dãy không giảm



Giải nhất dành cho các thí sinh đạt trên  điểm.

Giải nhì dành cho các thí sinh đạt trên  và dưới  điểm.

Giải ba dành cho các thí sinh đạt trên  và dưới  điểm.

Giải tư dành cho các thí sinh đạt trên  và dưới  điểm.

|  |  |
| --- | --- |
| Để tìm các tứ phân vị của mẫu số liệu có  giá trị, ta làm như sau:   * Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm. * Tìm trung vị. Giá trị này là . * Tìm trung vị của nửa số liệu bên trái  (không bao gồm  nếu  lẻ). Giá trị này là . * Tìm trung vị của nửa số liệu bên phải  (không bao gồm  nếu  lẻ). Giá trị này là .   được gọi là các tứ phân vị của mẫu số liệu. | *Hình 5.3b* |

Chú ý.  được gọi là tứ phân vị thứ nhất hay tứ phân vị dưới,  được gọi là tứ phân vị thứ ba hay tứ phân vị trên.

|  |  |
| --- | --- |
| **Ý nghĩa.** Các điểm  chia mẫu số liệu đã sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn thành bốn phần, mỗi phần đều chứa  giá trị (hình 5.3a). | *Hình 5.3a. Các tứ phân vị* |

**Ví dụ 3.** Hàm lượng Natri (đơn vị miligam, ) trong 100 g một số loại ngũ cốc được

cho như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 340 | 70 | 140 | 200 | 180 | 210 | 150 | 100 | 130 |
| 140 | 180 | 190 | 160 | 290 | 50 | 220 | 180 | 200 | 210. |

Hãy tìm các tứ phân vị. Các phân vị này cho ta thông tin gì?

**Giải**

* Sắp xếp các giá trị này theo thứ tự không giảm:



* Vì  là số chẵn nên  là trung bình cộng của hai giá trị chính giữa:

.

* Ta tìm  là trung vị của nửa số liệu bên trái :

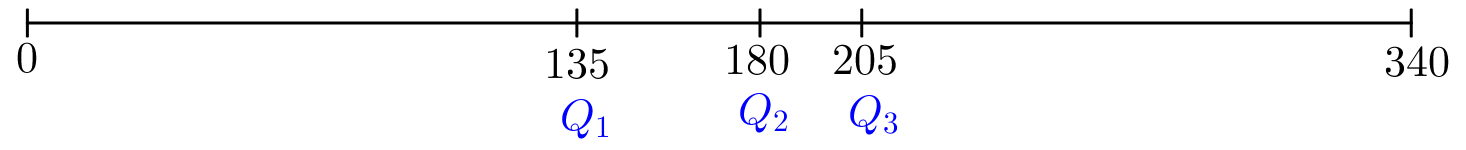
.

và ta tìm được .

* Ta tìm  là trung vị của nửa số liệu bên phải :

.

và tìm được .



*Hình 5.4. Hình ảnh về sự phân bố của mẫu số liệu*

Các tứ phân vị cho ta hình ảnh phân bố của mẫu số liệu. Khoảng cách từ  đến  là 45 trong khi khoảng cách từ  đến  là 25. Điều này cho thấy mẫu số liệu tập trung mật độ cao ở bên phải  và mật độ thấp ở bên trái  (H.5.4).

**Luyện tập 3.** Bảng sau đây cho biết số lần học tiếng Anh trên Internet trong một tuần của một số

học sinh lớp 10:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Số lần | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Số học sinh | 2 | 4 | 6 | 12 | 8 | 3 |

Hãy tìm các tứ phân vị cho mẫu số liệu này.

**Giải**:

* Vì  là số lẻ nên trung vị là số thứ 18: .
* Bên trái  có 17 số liệu nên trung vị của nửa này là số thứ 9: .
* Bên phải  có 17 số liệu nên trung vị của nửa này là số thứ 27: .

**3. MỐT**

**HĐ5:** Một của hàng giày thể thao đã thống kê cỡ giày của một số khách hàng nam được chọn ngẫu

nhiên cho kết quả như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 38 | 39 | 39 | 38 | 40 | 41 | 39 | 39 | 38 | 39 | 39 | 39 | 40 | 39 | 39 |

1. Tính cỡ giày trung bình. Số trung bình này có ý nghĩa gì với cửa hàng không?
2. Cửa hàng nên nhập cỡ giày nào với số lượng nhiều nhất?

**Giải**

Bảng thống kê cỡ giày của một số khách hàng nam

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Cỡ giày | 38 | 39 | 40 | 41 |
| Số lượng | 3 | 9 | 2 | 1 |

a) Cỡ giày trung bình là

.

Số trung bình này không có ý nghĩa với cửa hàng.

b) Cửa hàng nên nhập cỡ giày số 39 với số lượng nhiều nhất.

Mốt của mẫu số liệu là giá trị xuất hiện với tần số lớn nhất.

Ý nghĩa. Có thể dùng mốt để đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu khi mẫu số liệu có nhiều giá trị trùng nhau.

**Ví dụ 4.** Thời gian truy cập Internet (đơn vị giờ) trong một ngày của một học sinh lớp 10 được cho

như sau

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 |

Tìm mốt cho số liệu này.

**Giải**

Vì số học sinh truy cập Internet 1 giờ mỗi ngày là lớn nhất (có 3 học sinh) nên mốt là 1.

Nhận xét.

* Mốt có thể không là duy nhất. Chẳng hạn, với mẫu số liệu

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 8 | 7 | 10 | 9 | 7 | 5 | 7 | 8 | 8 |

các số ; đều xuất hiện với số lần lớn nhất (3 lần) nên mẫu số liệu này có hai mốt là 7 và 8.

* Khi các giá trị trong mẫu số liệu xuất hiện với tần số như nhau thì mẫu số liệu không có mốt.
* Mốt còn được định nghĩa cho mẫu dữ liệu định tính (dữ liệu không phải là số). Ví dụ báo Tuổi trẻ đã thực hiện thăm dò ý kiến của bạn đọc với câu hỏi ‘ Theo bạn, VFF nên chọn huấn luyện viên ngoại hay nội dẫn dắt đội tuyển bóng đá nam Việt Nam?”.

Tại thời điểm 21 giờ ngày 27-4-2021 kết quả bình chọn như sau:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Lựa chọn | Huấn luyện viên nội | Huấn luyện viên ngoại | Ý kiến khác |
| Số lượt bình chọn | 1 897 | 3 781 | 747 |

Trong mẫu dữ liệu này, lựa chọn “huấn luyện viên ngoại” có nhiều người bình chọn nhất, được gọi là *mốt*.

**Vận dụng** Hãy tính các số đặc trưng đo xu thế trung tâm cho các mẫu số liệu về điểm khảo

sát của lớp A và lớp B ở đầu bài học để phân tích và so sánh hiệu quả học tập ở hai phương pháp này.

**Giải**

Lớp A:

Số trung bình là .

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm .

Trung vị là 6.

Mốt là 7.

Tứ phân vị .

Lớp B:

Số trung bình là  .

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm .

Trung vị là  .

Mốt là 7

Tứ phân vị .

Phương pháp lớp B hiệu quả hơn, chất lượng học tập đồng đều hơn.

**BÀI TẬP**

5.7. Tìm số trung bình, trung vị, mốt và tứ phân vị của mỗi mẫu số liệu sau đây:

a) Số điểm mà năm vận động viên bóng rổ ghi được trong một trận đấu:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |

1. Giá của một số loại giày (đơn vị nghìn đồng):

.

1. Số kênh được chiếu của một số hãng truyền hình cáp:

.

**Giải**

a) Số trung bình là  .

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm .

Trung vị là  .

Số 8 xuất hiện nhiều nhất nên mốt là .

Tứ phân vị .

b) Số trung bình là  .

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm: .

Trung vị là  .

Mốt là  .

Tứ phân vị .

c) Số trung bình là  .

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm: .

Trung vị là  .

Mốt là  .

Tứ phân vị .

5.8. Hãy chọn số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mỗi mẫu số liệu sau. Giải thích và tính giá trị của số đặc trưng đó.

a) Số mặt trăng đã biết của các hành tinh:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Hành tinh | Thuỷ tinh | Kim tinh | Trái Đất | Hoả tinh | Mộc tinh | Thổ tinh | Thiên Vương tinh | Hải Vương tinh |
| Số mặt trăng | 0 | 0 | 1 | 2 | 63 | 34 | 27 | 13 |

*(*Theo *NASA)*

b) Số đường chuyền thành công trong một trận đấu của một số cầu thủ bóng đá:

.

c) Chỉ số IQ của một nhóm học sinh: .

d) Các sai số trong phép đo: .

**Giải**

1. Chọn số đặc trưng là tứ phân vị, vì các số liệu không đồng đều nhau, nhiều số liệu trong mẫu chênh lệch lớn so với trung vị.

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm .

Tứ phân vị .

1. Chọn số đặc trưng là số trung bình, các giá trị không lặp lại.

Số trung bình là  .

1. Chọn số đặc trưng là trung bình, vì các số liệu gần nhau.Số trung bình là:.
2. Chọn số đặc trưng là trung vị, vì có số 42 lớn bất thường. Trung vị là 15.

5.9. Số lượng học sinh giỏi Quốc gia năm học 2018 - 2019 của 10 trường Trung học phổ thông được cho như sau: .

a) Tìm số trung bình, mốt, các tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

b) Giải thích tạo sao tứ phân vị thứ nhất và trung vị trùng nhau.

**Giải**

1. Số trung bình là  .

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm .

Số 0 xuất hiện nhiều nhất nên mốt là .

Tứ phân vị .

1. Tứ phân vị thứ nhất và trung vị trùng nhau do mẫu có 10 số liệu mà số 0 đã xuất hiện 7 lần.

5.10. Bảng sau đây cho biết số chỗ ngồi của một số sân vận động được sử dụng trong Giải Bóng đá Vô địch Quốc gia Việt Nam năm 2018 (số liệu gần đúng).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Sân vận động | Cẩm phả | Thiên Trường | Hàng Đẫy | Thanh Hoá | Mỹ Đình |
| Chỗ ngồi | 20 120 | 21 315 | 23 405 | 20 120 | 37 546 |

(Theo *vov.vn*)

Các giá trị số trung bình, trung vị, mốt bị ảnh hưởng như thế nào nếu bỏ đi số liệu chỗ ngồi của Sân vân động Quốc gia Mỹ Đình?

**Giải:**

Số trung bình là  .

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm .

mốt là  .

Trung vị .

Nếu bỏ số liệu chỗ ngồi của Sân vận động Quốc gia Mỹ Đình

Số trung bình là  .

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm .

mốt là  .

Trung vị .

Vậy nếu bỏ số liệu chỗ ngồi của Sân vận động Quốc gia Mỹ Đình thì mốt giữ nguyên, số trung bình và trung vị sẽ thay đổi.

**Em có biết?**

|  |  |
| --- | --- |
| **Em có biết?**  John Graunt (1620 –1674) là một nhà buôn người Anh. Ông được xem là người đầu tiên đưa ra suy luận về tổng thể dựa trên thông tin của một phần (mẫu). Năm 1662, khi điều tra nhân khẩu, ông nhận ra rằng trung bình mỗi năm trong 11 gia đình có 3 người mất. Với giải thiết tỉ lệ này không đổi trong toàn bộ dân cư London và biết rằng trung bình trong một năm ở London có 13 000 người mất, ông đã ước lượng được số hộ gia đình ở London khoảng 48 000. Và với giả thiết trung bình mỗi gia đình có 8 người, ông ước lượng được dân số London khoảng 384 000 người. | John Graunt (1620 –1674) |