|  |  |
| --- | --- |
| SỞ GD – ĐT QUẢNG NAM  **TRƯỜNG THPT CHUYÊN**  **NGUYỄN BỈNH KHIÊM** | **KỲ THI HỌC SINH GIỎI CÁC TRƯỜNG THPT CHUYÊN**  **KHU VỰC DUYÊN HẢI VÀ ĐỒNG BẰNG BẮC BỘ**  **LẦN THỨ XIV, NĂM 2023**  **ĐỀ THI MÔN: TOÁN LỚP 11** |
| **ĐỀ ĐỀ NGHỊ** | *Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)*  *(Đề thi gồm 01 trang)* |

**Câu 1 (4,0 điểm).** Cho dãy số dương  thỏa đồng thời các điều kiện sau:

i) 

ii) Tồn tại số thực dương  không đổi sao cho  .

Tính giới hạn của dãy số  .

**Câu 2 (4,0 điểm).** Cho hàm số  thỏa điều kiện  .

Chứng minh rằng nếu  là số nguyên tố thì hoặc là số nguyên tố hoặc là bình phương của một số nguyên tố.

**Câu 3 (4,0 điểm).** Cho tứ giác  nội tiếp trong đường tròn . Hai đường chéo và  cắt nhau tại . Đường tròn ngoại tiếp tam giác  cắt đoạn thẳng  tại điểm thứ hai là  ( khác ) đường tròn ngoại tiếp tam giác  cắt đoạn thẳng  tại điểm thứ hai là  ( khác ). Gọi  và  lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác  và. Hai đoạn thẳng  và  cắt nhau tại  .

a) Chứng minh: 

b) Chứng minh : bốn điểm  cùng nằm trên một đường tròn.

**Câu 4 (4,0 điểm).**  Gọi  là tổng lũy thừa bậc  của  số nguyên liên tiếp, với  là một số nguyên dương. Tìm tất cả các số nguyên dương  lớn hơn  sao cho  chia hết cho  .

**Câu 5 (4,0 điểm).** Cho  và một bộ gồm  số thực bất kỳ  thỏa mãn đồng thời hai điều kiện:

1/ 

2/ .

Tìm số nguyên dương  bé nhất mà với mọi cách cho bộ  số thực như thế, ta có thể phân hoạch bộ số thực đó thành  tập hợp con đôi một rời nhau sao cho tổng tất cả các phần tử của mỗi tập con đó không lớn hơn .

--------------------------------------- Hết ----------------------------------------