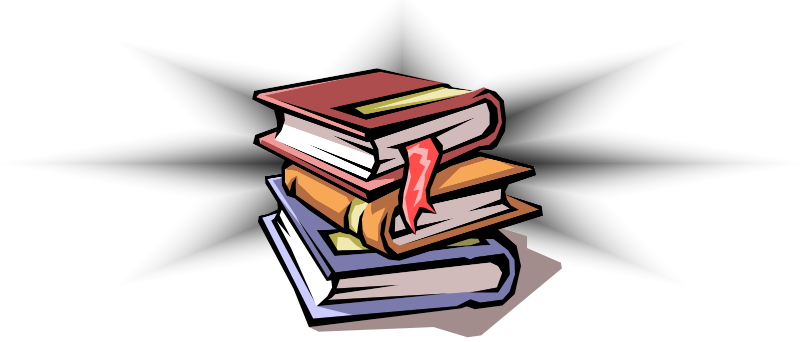
Tailieumontoan.com

Tài liệu sưu tầm



BỘ ĐỀ THI THỬ TOÁN VÀO 10
CÁC TRƯỜNG HÀ NỘI 2020-2021

Tài liệu sưu tầm, ngày 22 tháng 6 năm 2020

Mục Lục

PHÒNG GD VÀ ĐT QUẬN CẦU GIẤY

TRƯỜNG THCS YÊN HÒA

ĐỀ THI THỬ

ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN 9

(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề)

Đề số 1

Câu 1. **(2 điểm)** Với $x>0$, cho hai biểu thức $A=\dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{4}{x+3\sqrt{x}}-1$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$.

a) Tính giá trị biểu thức B tại $x=9$.

b) Chứng minh $A=\dfrac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}$.

c) Tìm giá trị của tham số m để phương trình $A:B=m$ có nghiệm duy nhất.

Câu 2. **(2 điểm)**

1) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Đầu năm, hai công ty chế biến nông sản tỉnh Bình Thuận dự định xuất khẩu 1010 tấn thanh long. Nhưng do thực tế dịch bệnh Covid 19 diễn biến phức tạp tại Trung Quốc nên sản lượng xuất khẩu thanh long của công ty thứ nhất giảm 15%, công ty thứ hai giảm 10%. Vì vậy, cả hai công ty chỉ xuất khẩu được 900 tấn thanh long. Hỏi theo dự định, mỗi công ty xuất khẩu được bao nhiêu tấn thanh long?

2) Một chai dung dịch rửa tay khô hình trụ cao 12 cm, đường kính đáy bằng 5 cm. Tính thể tích chai dung dịch đó.

Câu 3. **(2 điểm)**

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}3\left(x+1\right)+2\left(x+2y\right)=4\\4\left(x+1\right)-\left(x+2y\right)=9\end{cases}$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y=(2m+5)x+2m+6$ (m là tham số) và parabol (P): $y=x^2$.

a) Khi $m=1$ hãy xác định tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) bằng phương pháp đại số.

b) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn: $|x_1|+|x_2|=7$.

Câu 4. **(3,5 điểm)**

Cho đường tròn $(O;\ R)$, đường kính AB. Gọi M làm một điểm thuộc đường tròn sao cho $MA>MB$. Đường thẳng vuông góc với AB tại A cắt tiếp tuyến tại

M của đường tròn (O) ở điểm E. Vẽ MP vuông góc với AB ($P \in AB$), MQ vuông góc với AE ($Q \in AB$).

a) Chứng minh tứ giác $AEMO$ nội tiếp.

b) Gọi I là trung điểm của PQ. Chứng minh tứ giác $AQMP$ là hình chữ nhật, từ đó chứng minh ba điểm O, I, E thẳng hàng.

c) Gọi giao điểm của EB và MP là K.

1. Chứng minh K là trung điểm của MP.

2. Tìm vị trí của điểm M trên (O) để hình chữ nhật $APMQ$ có diện tích lớn nhất.

Câu 5. **(0,5 điểm)**

Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $x \ge 7$, $x + y \ge 12$ và $x + y + z = 15$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x^2 + y^2 + z^2$.

Hướng dẫn giải

Câu 1. **(2 điểm)** Với $x > 0$, cho hai biểu thức $A = \dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} + \dfrac{4}{x+3\sqrt{x}} - 1$ và $B = \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$.

a) Tính giá trị biểu thức B tại $x = 9$.

b) Chứng minh $A = \dfrac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}$.

c) Tìm giá trị của tham số m để phương trình $A : B = m$ có nghiệm duy nhất.

Lời giải

a) ĐKXĐ: $x > 0$

Thay $x = 9$ (thỏa mãn ĐKXĐ) vào biểu thức B, ta được:

$$B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} = \frac{3-2}{3} = \frac{1}{3}$$

Vậy tại $x = 9$ thì $B = \dfrac{1}{3}$.

b) $$A = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} + \frac{4}{x+3\sqrt{x}} - 1 = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} + \frac{4}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)} - 1 = \frac{2x-\sqrt{x}+4-x-3\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$= \frac{x-4\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)} = \frac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)} \text{ (đpcm)}$$

c) ĐKXĐ: $x > 0$; $x \ne 4$

Ta có:

$$A:B=\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}:\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}=\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}\cdot\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}$$

Xét phương trình:

$$\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}=m\Leftrightarrow m\sqrt{x}+3m=\sqrt{x}-2\Leftrightarrow(m-1)\sqrt{x}=-3m-2\ (*)$$

Với $m\neq 1$ ta có $\sqrt{x}=\frac{3m+2}{1-m}$.

Theo đkxđ ta có $\begin{cases}x>0\\x\neq 4\end{cases}$

Để pt (*) có nghiệm duy nhất cần $\begin{cases}m\neq 1\\\frac{3m+2}{1-m}>0\\\frac{3m+2}{1-m}\neq 2\end{cases}$

+) $\frac{3m+2}{1-m}\neq 2\Leftrightarrow\frac{3m+2}{1-m}-2\neq 0\Leftrightarrow\frac{3m+2-2+2m}{1-m}\neq 0\Leftrightarrow\begin{cases}5m\neq 0\\m\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\m\neq 1\end{cases}$ (1)

+) $\frac{3m+2}{1-m}>0$

Trường hợp 1: $\begin{cases}3m+2>0\\1-m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3m>-2\\m<1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>\frac{-2}{3}\\m<1\end{cases}\Leftrightarrow\frac{-2}{3}<m<1$

Trường hợp 2: $\begin{cases}3m+2<0\\1-m<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3m<-2\\m>1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<\frac{-2}{3}\\m>1\end{cases}\Leftrightarrow m\in\varnothing$

$\Rightarrow\frac{-2}{3}<m<1$ để $\frac{3m+2}{1-m}>0$. (2)

KL: Từ (1) và (2) ta có $\frac{-2}{3}<m<1,\ m\neq 0$ thì phương trình có nghiệm duy nhất.

Câu 2. **(2 điểm)**

1) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Đầu năm, hai công ty chế biến nông sản tỉnh Bình Thuận dự định xuất khẩu 1010 tấn thanh long. Nhưng do thực tế dịch bệnh Covid 19 diễn biến phức tạp tại Trung Quốc nên sản lượng xuất khẩu thanh long của công ty thứ nhất giảm 15%, công ty thứ hai giảm 10%. Vì vậy, cả hai công ty chỉ xuất khẩu được 900

tấn thanh long. Hỏi theo dự định, mỗi công ty xuất khẩu được bao nhiêu tấn thanh long?

2) Một chai dung dịch rửa tay khô hình trụ cao $12\,\text{cm}$, đường kính đáy bằng 5 cm. Tính thể tích chai dung dịch đó.

Lời giải

1) Gọi sản lượng thanh long xuất khẩu theo dự định của công ty thứ nhất là x (đơn vị: tấn, $0<x<1010$)

Gọi sản lượng thanh long xuất khẩu theo dự định của công ty thứ hai là y (đơn vị: tấn, $0<y<1010$)

Theo dự định, hai công ty xuất khẩu được 1010 tấn thanh long, có phương trình:

$x+y=1010\ (1)$

Thực tế: + Sản lượng thanh long xuất khẩu của công ty thứ nhất là $85\%.x$ $=0,85x$ (tấn)

+ Sản lượng thanh long xuất khẩu của công ty thứ hai là $90\%.y$ $=0,9y$ (tấn)

Thực tế, hai công ty xuất khẩu được 900 tấn, có phương trình: $0,85x+0,9y=900\ (2)$

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}x+y=1010\\0,85x+0,9y=900\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0,9x+0,9y=909\\0,85x+0,9y=900\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0,05x=9\\x+y=1010\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=180\\y=1010-180\end{cases}$$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x=180\\y=830\end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy công ty thứ nhất dự định xuất khẩu 180 tấn thanh long, công ty thứ nhất dự định xuất khẩu 830 tấn thanh long.

2) Gọi d, r thứ tự là đường kính và bán kính mặt đáy của chai dung dịch.

$d=5\,\text{cm}\Rightarrow r=2,5\,\text{cm}.$

Thể tích chai dung dịch đó là: $V=\pi r^2h=(2,5)^2.12\pi=75\pi\ (cm^3)$

Câu 3. **(2 điểm)**

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}3(x+1)+2(x+2y)=4\\4(x+1)-(x+2y)=9\end{cases}$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y=(2m+5)x+2m+6$ (m là tham số) và parabol (P): $y=x^2$.

a) Khi $m=1$ hãy xác định tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) bằng phương pháp đại số.

b) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn: $|x_1|+|x_2|=7$.

Lời giải

1) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases}3(x+1)+2(x+2y)=4\\4(x+1)-(x+2y)=9\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}3x+3+2x+4y=4\\4x+4-x-2y=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x+4y=1\\3x-2y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x+4y=1\\6x-4y=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}11x=11\\3x-2y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\3-2y=5\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(1;-1)$.

2) Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) là:

$x^2=(2m+5)x+2m+6 \Leftrightarrow x^2-(2m+5)x-2m-6=0$ (*)

a) Thay $m=1$ vào (*), ta được phương trình: $x^2-7x-8=0$ ($a=1$, $b=-7$, $c=-8$)

Ta có: $a-b+c=1+7-8=0$ nên phương trình trên có hai nghiệm phân biệt là $x_1=-1$, $x_2=8$.

Với $x_1=-1 \Rightarrow y_1=x_1^2=(-1)^2=1$.

Với $x_2=8 \Rightarrow y_2=x_2^2=8^2=64$.

Vậy với $m=1$, tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) là: $(-1;1)$ và $(8;64)$.

b) Xét phương trình (*): $a=1$, $b=-(2m+5)$, $c=-2m-6$

Ta có $a-b+c=1+2m+5-2m-6=0$ nên phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt là: $x_1=-1$, $x_2=2m+6$.

Để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại 2 điểm phân biệt: $2m+6\neq-1$

$\Leftrightarrow m\neq\dfrac{-7}{2}$.

Vì vai trò của x_1, x_2 như nhau nên ta giả sử: $x_1=-1$, $x_2=2m+6$.

$\left|-1\right|+\left|2m+6\right|=7 \Leftrightarrow \left|2m+6\right|=6 \Leftrightarrow \left[\begin{matrix}2m+6=6\\2m+6=-6\end{matrix}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{matrix}2m=0\\2m=-12\end{matrix}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{matrix}2m+6=6\\2m+6=-6\end{matrix}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{matrix}2m=0\\2m=-12\end{matrix}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{matrix}2m=0\\2m=-12\end{matrix}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{matrix}m=0\,(tm)\\m=-6\,(tm)\end{matrix}\right.$

Vậy $m=0$ hoặc $m=-6$ để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn: $\left|x_1\right|+\left|x_2\right|=7$.

Câu 4. **(3,5 điểm)**

Cho đường tròn $(O;\ R)$, đường kính AB. Gọi M làm một điểm thuộc đường tròn sao cho $MA > MB$. Đường thẳng vuông góc với AB tại A cắt tiếp tuyến tại M của đường tròn (O) ở điểm E. Vẽ MP vuông góc với AB ($P \in AB$), MQ vuông góc với AE ($Q \in AB$).

a) Chứng minh tứ giác $AEMO$ nội tiếp.

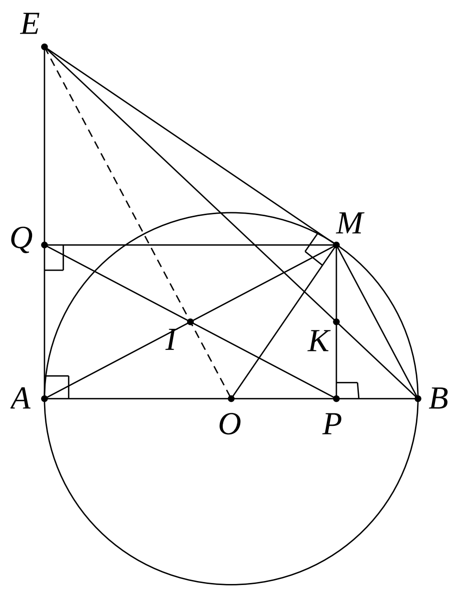
b) Gọi I là trung điểm của PQ. Chứng minh tứ giác $AQMP$ là hình chữ nhật, từ đó chứng minh ba điểm O, I, E thẳng hàng.

c) Gọi giao điểm của EB và MP là K.

1. Chứng minh K là trung điểm của MP.

2. Tìm vị trí của điểm M trên (O) để hình chữ nhật $APMQ$ có diện tích lớn nhất.

Lời giải



a) Vì $EA \perp AB$ tại A (gt) $\Rightarrow \widehat{EAB}=90^\circ$.

Vì $EM \perp MO$ tại M (gt) $\Rightarrow \widehat{EMO}=90^\circ$.

$\Rightarrow \widehat{EAO}+\widehat{EMO}=180^0$

$\Rightarrow$ Tứ giác $AEMO$ nội tiếp đường tròn.

b) Vì $MP \perp AB$ ($P \in AB$) $\Rightarrow \widehat{MPA} = 90^\circ$

$MQ \perp AE$ ($Q \in AB$) $\Rightarrow \widehat{MQA} = 90^\circ$

Xét tứ giác $AQMP$ có $\widehat{EAB} = \widehat{MQA} = \widehat{MPA} = 90^\circ$.

$\Rightarrow$ Tứ giác $AQMP$ là hình chữ nhật (dhnb).

$\Rightarrow$ Hai đường chéo PQ và AM cắt nhau tại trung điểm mỗi đường (tính chất hình chữ nhật).

Mà I là trung điểm của PQ (gt).

$\Rightarrow I$ là trung điểm của AM.

Vì AE, EM là hai tiếp tuyến từ E tới (O) nên $AE = EM$ (tính chất hai tiếp tuyến của đường tròn)

$\Rightarrow$ E thuộc đường trung trực của AM.

Mà $AO = OM \Rightarrow O$ thuộc đường trung trực của AM.

$\Rightarrow$ OE là đường trung trực của AM.

$\Rightarrow OE$ đi qua trung điểm I của AM.

$\Rightarrow$ Ba điểm O, I, E thẳng hàng.

c) 1. Vì AE, EM là hai tiếp tuyến từ E tới (O)

$\Rightarrow OE$ là tia phân giác của $\widehat{AOM}$ (tính chất hai tiếp tuyến của đường tròn)

Mà $\widehat{OBM} = \frac{1}{2}\widehat{AOM}$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung AM của đường tròn (O))

$\Rightarrow \widehat{AOE} = \widehat{OBM}$.

Xét ΔAEO và ΔPMB có:

$\widehat{EAO} = \widehat{MPB} (= 90^\circ)$

$\widehat{AOE} = \widehat{OBM}$ (cmt)

$\Rightarrow \Delta AEO \backsim \Delta PMB$ (g – g)

$\Rightarrow \frac{OA}{PB} = \frac{EA}{MP}$ (hai cặp cạnh tương ứng) $\Rightarrow MP = \frac{BP \cdot EA}{OA}$

$\Rightarrow MP = 2EA.\frac{BP}{AB}$ $\quad (1)$

Ta có $KP \perp AB$, mà $EA \perp AB$ nên $KP // EA$

Xét tam giác ABE có $KP // EA$ $\Rightarrow \frac{BP}{AB} = \frac{PK}{EA}$ (hệ quả Talet) $\quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $MP = 2EA.\frac{PK}{EA} = 2PK$.

Mà K thuộc MP.

Vậy K là trung điểm của MP.

2. Đặt $AP = x$ (điều kiện $x > 0$). $\Rightarrow PB = 2R - x$

$\widehat{AMB} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))

$\Rightarrow \Delta AMB$ vuông tại M .

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ΔAMB vuông tại M có đường cao MP , ta có:

$$MP^2 = AP.PB = x(2R - x) \Rightarrow MP = \sqrt{x(2R - x)}$$

$$S_{AQMP} = AP.MP = x\sqrt{x(2R - x)} = x\sqrt{3}.\sqrt{\frac{x}{3}(2R - x)}$$

Vì $AP > 0$, $MP > 0$, $PB > 0$ nên $x\sqrt{3} > 0$, $\sqrt{\frac{x}{3}} > 0$ $\sqrt{2R - x} > 0$

Áp dụng bđt Cô-si cho hai số dương $\sqrt{\frac{x}{3}}$ và $\sqrt{2R - x}$ có

$$\sqrt{\frac{x}{3}(2R - x)} \le \frac{1}{2}\left[\frac{x}{3} + (2R - x)\right] = R - \frac{x}{3}$$

$$\Rightarrow x\sqrt{3}.\sqrt{\frac{x}{3}(2R - x)} \le x\sqrt{3}\left(R - \frac{x}{3}\right) \quad (1).$$

$$\Rightarrow x\sqrt{3}.\sqrt{\frac{x}{3}(2R - x)} \le 3\sqrt{3}.\frac{x}{3}\left(R - \frac{x}{3}\right).$$

Vì vế trái dương và $x > 0$ $\Rightarrow \sqrt{R - \frac{x}{3}} > 0$

Áp dụng Cô-si cho 2 số dương $\sqrt{\frac{x}{3}}$ và $\sqrt{R - \frac{x}{3}}$ có :

$$\sqrt{\frac{x}{3}\left(R - \frac{x}{3}\right)} \le \frac{1}{2}\left(\frac{x}{3} + R - \frac{x}{3}\right) = \frac{R}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{3}\left(R - \frac{x}{3}\right) \le \frac{R^2}{4}$$

$$\Rightarrow 3\sqrt{3}\cdot\frac{x}{3}\left(R - \frac{x}{3}\right) \le \frac{3\sqrt{3}R^2}{4} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $S_{AQMP} \le \frac{3\sqrt{3}}{4}R^2$.

Dấu “=” xảy ra khi

$$\begin{cases} \dfrac{x}{3} = 2R - x \\ \dfrac{x}{3} = R - \dfrac{x}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{3R}{2} \Leftrightarrow AP = \frac{3R}{2}$$

Diện tích hình chữ nhật $AQMP$ lớn nhất khi M là giao điểm của đường tròn tâm O với đường trung trực của đoạn thẳng OB.

Câu 5. **(0,5 điểm)**

Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $x \geq 7$, $x + y \geq 12$ và $x + y + z = 15$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x^2 + y^2 + z^2$.

Lời giải

Ta có: $x \geq 7$, $x + y \geq 12$ và $x + y + z = 15$

$(x-7)^2 \geq 0, \forall x \Leftrightarrow x^2 - 14x + 49 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \geq 14x - 49$

$(y-5)^2 \geq 0, \forall y \Leftrightarrow y^2 - 10x + 25 \geq 0 \Leftrightarrow y^2 \geq 10y - 25$

$(z-3)^2 \geq 0, \forall z \Leftrightarrow z^2 - 6z + 9 \geq 0 \Leftrightarrow z^2 \geq 6x - 9$

$\Rightarrow A = x^2 + y^2 + z^2 \geq 14x + 10y + 6z - 83$

$\Rightarrow A \geq (6x + 6y + 6z) + (4x + 4y) + 4x - 83$

$\Rightarrow A \geq 6(x + y + z) + 4(x + y) + 4x - 83$

$\Rightarrow A \geq 6.15 + 4.12 + 4.7 - 83$ (vì $x \geq 7$, $x + y \geq 12$ và $x + y + z = 15$)

$A \geq 83$.

Dấu “ = ” xảy ra khi $x = 7$, $y = 5$, $z = 3$ (thỏa mãn)

Vậy A đạt giá trị nhỏ nhất bằng 83 khi $x = 7$, $y = 5$, $z = 3$

TRƯỜNG SONG NGỮ QUỐC TẾ WELLSPRING

(Đề thi gồm 01 trang)

Đề số 2

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

NĂM HỌC: 2020 – 2021

MÔN: TOÁN

THỜI GIAN: 120 PHÚT

Câu 1. *(2,0 điểm).* Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$ với $x\ge 0,\ x\ne 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=4$.

2) Rút gọn biểu thức $C=\dfrac{A}{B}$.

3) Tìm các giá trị của x để biểu thức C đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 2. *(2,5 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Một phòng họp có 320 ghế ngồi (loại ghế một người ngồi) được xếp thành nhiều hàng ghế và số lượng ghế ở mỗi hàng là như nhau. Người ta tổ chức một buổi hội thảo dành cho 429 người tại phòng họp đó nên phải xếp thêm 1 hàng ghế và mỗi hàng ghế phải xếp nhiều hơn số lượng ban đầu 3 ghế. Hỏi lúc đầu phòng họp có bao nhiêu hàng ghế và mỗi hàng ghế có bao nhiêu ghế?

Câu 3. *(2,0 điểm).*

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{x-3}-\dfrac{4}{y}=5\\ 3\sqrt{x-3}+\dfrac{4}{y}=-1\end{cases}$.

2) Cho parabol (P): $y=x^2$ và đường thẳng (d): $y=3x-2m+1$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy.

a) Tìm giá trị của m để parabol (P) cắt đường thẳng (d) tại hai điểm phân biệt.

b) Gọi x_1 và x_2 là hoành độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d). Tìm giá trị của m sao cho $|x_1| = 2|x_2|$.

Câu 4. *(3,0 điểm).*

Cho đường tròn $(O;\ R)$ và đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn (O) tại A. Lấy điểm M bất kì trên đường thẳng d (M khác A). Qua điểm M kẻ tiếp tuyến MB với đường tròn (B là tiếp điểm, B khác A).

1) Chứng minh tứ giác $OAMB$ nội tiếp.

2) Gọi I là giao điểm của AB và OM. Chứng minh rằng $OI.OM=R^2$.

3) Gọi H là trực tâm của tam giác MAB. Tính chu vi tứ giác $OAHB$ theo R.

4) Khi điểm M chuyển động trên đường thẳng d thì điểm H chuyển động trên đường nào?

Câu 5. *(0,5 điểm).* Cho $x,\ y$ là các số dương thỏa mãn điều kiện $x+y=5$. Chứng minh rằng: $\dfrac{25}{x^2+y^2}+\dfrac{12,5}{xy}\geq 4$.

ꕥ HẾT ꕥ

ĐÁP ÁN ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

TRƯỜNG SONG NGỮ QUỐC TẾ WELLSPRING

NĂM HỌC: 2020 – 2021

MÔN: TOÁN

THỜI GIAN: 120 PHÚT

Câu 1. *(2,0 điểm).* Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$ với $x\geq 0,\ x\neq 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=4$.

2) Rút gọn biểu thức $C=\dfrac{A}{B}$.

3) Tìm các giá trị của x để biểu thức C đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

1) Thay $x=4$ (thỏa mãn điều kiện) vào A ta được: $\text{A}=\dfrac{\sqrt{4}+1}{4+\sqrt{4}+1}=\dfrac{3}{7}$.

Vậy khi $x=4$ thì $\text{A}=\dfrac{3}{7}$.

2) Với $x\geq 0,\ x\neq 1$, ta có:

$$C=\frac{A}{B}=\frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}:\left(\frac{\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1}+\frac{1}{\sqrt{x}-1}\right)$$

$$=\frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}:\frac{x+2\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}:\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}$$

$$=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}.$$

3) Với $x\geq 0,\ x\neq 1$, ta có: $C=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}=1-\dfrac{2}{\sqrt{x}+1}\geq -1$

(vì $\sqrt{x}+1\geq 1$ với mọi $x\geq 0,\ x\neq 1$, do đó $\dfrac{2}{\sqrt{x}+1}\leq 2$)

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x=0$ (thỏa mãn).

Vậy giá trị nhỏ nhất của C là -1 khi $x=0$.

Câu 6. *(2,5 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Một phòng họp có 320 ghế ngồi (loại ghế một người ngồi) được xếp thành nhiều hàng ghế và số lượng ghế ở mỗi hàng là như nhau. Người ta tổ chức một buổi hội thảo dành cho 429 người tại phòng họp đó nên phải xếp thêm 1 hàng ghế và mỗi hàng ghế phải xếp nhiều hơn số lượng ban đầu 3 ghế. Hỏi lúc đầu phòng họp có bao nhiêu hàng ghế và mỗi hàng ghế có bao nhiêu ghế?

Lời giải

Gọi số dãy ghế và số ghế của mỗi dãy trong phòng họp lúc đầu lần lượt là x (dãy ghế), y (ghế) $\left(x,y\in\mathbb{N}^*,\ x,y<320\right)$.

Vì ban đầu phòng họp có 320 ghế nên ta có phương trình $x.y=320$ (1).

Khi tăng thêm 1 dãy và thêm 3 ghế vào mỗi dãy thì đủ chỗ cho 429 người nên ta có phương trình $(x+1).(y+3)=429\Leftrightarrow 3x+y=106$ (2).

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}x.y=320\\3x+y=106\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x(106-3x)=320\\y=106-3x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x^2-106x+320=0\\y=106-3x\end{cases}.$$

Giải phương trình $3x^2-106x+320=0$ ta được $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{10}{3}\\x=32\end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện ta được $x=32\Rightarrow y=10$ (thỏa mãn).

Vậy lúc đầu phòng họp có 32 dãy ghế và mỗi dãy có 10 ghế.

Câu 2. *(2,0 điểm).*

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{x-3}-\dfrac{4}{y}=5\\3\sqrt{x-3}+\dfrac{4}{y}=-1\end{cases}$.

2) Cho parabol $(P):\ y=x^2$ và đường thẳng $(d):\ y=3x-2m+1$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy.

a) Tìm giá trị của m để parabol (P) cắt đường thẳng (d) tại hai điểm phân biệt.

b) Gọi x_1 và x_2 là hoành độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d). Tìm giá trị của m sao cho $|x_1| = 2|x_2|$.

Lời giải

1) $\begin{cases} \sqrt{x-3} - \dfrac{4}{y} = 5 \\ 3\sqrt{x-3} + \dfrac{4}{y} = -1 \end{cases}$. ĐKXĐ: $x \ge 3;\ y \ne 0$.

Đặt $a = \sqrt{x-3}\ (a \ge 0)$ và $\dfrac{1}{y} = b$, ta có hệ phương trình $\begin{cases} a - 4b = 5 \\ 3a + 4b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1\ (t/m) \\ b = -1 \end{cases}$.

Do đó $\begin{cases} \sqrt{x-3} = 1 \\ \dfrac{1}{y} = -1 \end{cases}$. Ta tìm được $\begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}$ (thỏa mãn).

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;\ y) = (4;\ -1)$.

2) Phương trình hoành độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) là

$x^2 - 3x + 2m - 1 = 0$ (1).

a) Parabol (P) cắt đường thẳng (d) tại hai điểm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta = 9 - 4(2m-1) = 13 - 8m > 0 \Leftrightarrow m < \dfrac{13}{8}$ (*).

b) Với $m < \dfrac{13}{8}$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2$.

Khi đó, theo hệ thức Vi-et, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 & (2) \\ x_1.x_2 = 2m - 1 & (3) \end{cases}$.

Do $|x_1| = 2|x_2|$ nên $x_1 = 2x_2$ hoặc $x_1 = -2x_2$.

Trường hợp 1: $x_1 = 2x_2$. Kết hợp với (2) ta được $x_1 = 2;\ x_2 = 1$.

Thay $x_1 = 2;\ x_2 = 1$ vào (3) ta tìm được $m = \dfrac{3}{2}$ (thỏa mãn (*)).

Trường hợp 2: $x_1 = -2x_2$. Kết hợp với (2) ta được $x_1 = 6;\ x_2 = -3$.

Thay $x_1 = 6;\ x_2 = -3$ vào (3) ta tìm được $m = \dfrac{-17}{2}$ (thỏa mãn (*)).

Vậy $m \in \left\{ \dfrac{3}{2}; \dfrac{-17}{2} \right\}$.

Câu 3. *(3,0 điểm).*

Cho đường tròn $(O;\ R)$ và đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn (O) tại A.

Lấy điểm M bất kì trên đường thẳng d (M khác A). Qua điểm M kẻ tiếp tuyến MB với đường tròn (B là tiếp điểm, B khác A).

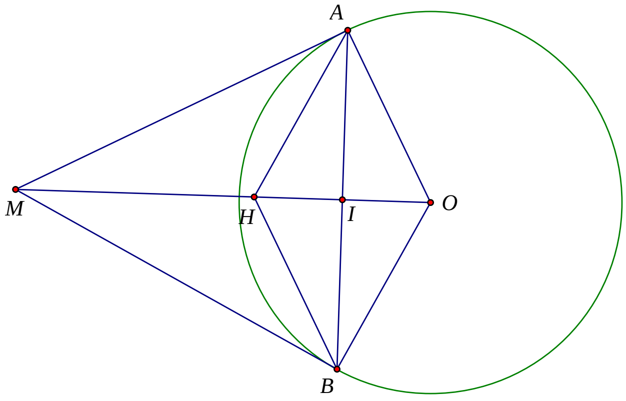
1) Chứng minh tứ giác $OAMB$ nội tiếp.

2) Gọi I là giao điểm của AB và OM. Chứng minh rằng $OI.OM = R^2$.

3) Gọi H là trực tâm của tam giác MAB. Tính chu vi tứ giác $OAHB$ theo R.

4) Khi điểm M chuyển động trên đường thẳng d thì điểm H chuyển động trên đường nào?

Lời giải



1) Tứ giác $OAMB$ có: $\widehat{MAO}+\widehat{MBO}=180^0$ mà hai góc này là hai góc đối nên tứ giác $OAMB$ nội tiếp.

2) Đường thẳng d tiếp xúc đường tròn (O) tại A $\Rightarrow \widehat{MAO}=90^o$. Suy ra tam giác OAM vuông tại A.

Ta có $OA=OB=R$ và $MA=MB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Do đó OM là đường trung trực của $AB \Rightarrow OM$ vuông góc với AB tại I.

$\Rightarrow AI$ là đường cao của tam giác vuông OAM.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có $OI.OM=OA^2$.

Mà $OA=R \Rightarrow OI.OM=R^2$.

3) Ta có $AH//OB$ (vì cùng vuông góc với BM), $BH//OA$ (vì cùng vuông góc với MA).

Suy ra tứ giác $OAHB$ là hình bình hành.

Mà $OH \perp AB \Rightarrow OAHB$ là hình thoi.

$\Rightarrow OA=AB=BH=HO=R$

Do đó chu vi tứ giác $OAHB$ là $4R$.

4) Ta có $AH=AO=R$.

$\Rightarrow H$ luôn cách A một khoảng cố định bằng R.

Do đó điểm H luôn chuyển động trên đường tròn $(A;\ R)$ khi M chuyển động trên d.

Câu 4. *(0,5 điểm).* Cho $x,\ y$ là các số dương thỏa mãn điều kiện $x+y=5$. Chứng minh rằng: $\dfrac{25}{x^2+y^2}+\dfrac{12,5}{xy}\ge 4$.

Lời giải

Dễ dàng chứng minh được với $a>0,\ b>0$ ta có $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\ge\dfrac{4}{a+b}$ (1). Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b$.

Áp dụng bất đẳng thức (1) ta có: $\dfrac{1}{x^2+y^2}+\dfrac{1}{2xy}\ge\dfrac{4}{(x+y)^2}=\dfrac{4}{25}\Leftrightarrow\dfrac{25}{x^2+y^2}+\dfrac{12,5}{xy}\ge 4$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x=y=2,5$ (thỏa mãn).

☙ HẾT ❧

KÌ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT TRƯỜNG AMSTERDAM

NĂM HỌC 2020 – 2021

Môn thi : TOÁN

Thời gian làm bài thi : 120 phút

ĐỀ SỐ 3

Bài 1. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{-3\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$ và

$B=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{2}{x+\sqrt{x}}\right):\dfrac{\sqrt{x}+2}{x-1}$ với $x>0; x\neq 1$

a)Tính giá trị của biểu thức A khi $x=4$.

b)Rút gọn biểu thức B.

c)Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A.B$.

Bài 2. (2,5 điểm)

1) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :*
Hai đội công nhân dệt may cần sản xuất một số lượng khẩu trang theo đơn đặt hàng .Nếu làm chung thì sau 4 giờ họ sẽ làm xong.Nhưng hai đội mới làm chung được 3 giờ thì đội 1 nghỉ , đội 2 tiếp tục làm trong 3 giờ nữa mới xong .Hỏi mỗi đội nếu làm một mình thì phải bao lâu mới xong công việc ?

2)Tính thể tích của hình nón biết rằng diện tích đáy là $50,24\,cm^2$,chiều cao $6\,cm$.

Bài 3. (2,0 điểm)

1)Giải hệ phương trình : $\begin{cases}5\left|x-1\right|-3\left|y+2\right|=7\\ 2\sqrt{4x^2-8x+4}+5\sqrt{y^2+4y+4}=13\end{cases}$

2)Cho phương trình $x^2-(m+1)x+m-2=0$ (với m là tham số).

a)Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

b)Tìm các số nguyên m để phương trình có nghiệm nguyên.

Bài 4. (3,0 điểm)

Cho ΔABC có 3 góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O;R)$.Kẻ đường cao AD và đường kính AK .Hạ BE và CF cùng vuông góc với AK .

a)Chứng minh tứ giác $ABDE$ và tứ giác $ACFD$ là các tứ giác nội tiếp.

b)Chứng minh $DF // BK$.

c)Cho BC cố định , A chuyển động trên cung lớn BC sao cho ΔABC có ba góc nhọn .Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp ΔDEF là một điểm cố định.

Bài 5. (0,5 điểm)

Cho a,b,c là các số dương thay đổi thỏa mãn $\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}=2020$.Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{1}{2a+3b+3c}+\frac{1}{3a+2b+3c}+\frac{1}{3a+3b+2c}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A=\frac{-3\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$ và $B=\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}+\frac{2}{x+\sqrt{x}}\right):\frac{\sqrt{x}+2}{x-1}$ với $x>0;x\neq 1$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=4$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A.B$.

Lời giải

a) Thay $x=4$ (tmđk) vào biểu thức A ta có :

$$A=\frac{-3.\sqrt{4}}{\left(\sqrt{4}-1\right)\left(\sqrt{4}+3\right)}=\frac{-6}{5}$$

Vậy $A=-\frac{6}{5}$ khi $x=4$.

b) Với $x>0;x\neq 1$ ta có :

$$B=\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}+\frac{2}{x+\sqrt{x}}\right):\frac{\sqrt{x}+2}{x-1}$$

$$=\left[\frac{1}{\sqrt{x}+1}+\frac{2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}\right]:\frac{\sqrt{x}+2}{x-1}$$

$= \dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}.\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}+2}$

$= \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}.$

c) $A.B = \dfrac{-3\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}.\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$

$= \dfrac{-3}{\sqrt{x}+3}.$

Với $x>0; x\neq 1$ thì $A.B>-1$.

Do đó không có giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A.B$.

Bài 2. (2,5 điểm)

1) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :*

Hai đội công nhân dệt may cần sản xuất một số lượng khẩu trang theo đơn đặt hàng . Nếu làm chung thì sau 4 giờ họ sẽ làm xong. Nhưng hai đội mới làm chung được 3 giờ thì đội 1 nghỉ , đội 2 tiếp tục làm trong 3 giờ nữa mới xong . Hỏi mỗi đội nếu làm một mình thì phải bao lâu mới xong công việc ?

2) Tính thể tích của hình nón biết rằng diện tích đáy là $50,24\,cm^2$,chiều cao $6\,cm$.

Lời giải

1) Gọi thời gian đội 1 làm một mình xong công việc là x (giờ , $x>4$)

Thời gian đội 2 làm một mình xong công việc là y (giờ , $y>4$)

Trong 1 giờ , đội 1 làm một mình được $\dfrac{1}{x}$ (công việc)

Trong 1 giờ , đội 2 làm một mình thì được $\dfrac{1}{y}$ (công việc)

Vì nếu hai đội làm chung thì sẽ hoàn thành công việc sau 4 giờ nên ta có pt :

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{4}\ (1)$$

Trong 3 giờ hai đội làm chung thì làm được $3.\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)$ (công việc)

Trong 3 giờ đội 2 làm một mình được $\frac{3}{y}$ (công việc)

Vì hai đội làm chung được 3 giờ thì đội 1 nghỉ , đội 2 tiếp tục làm trong 3 giờ nữa mới xong nên ta có pt :

$$3\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)+\frac{3}{y}=1\,(2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{4}\\3\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)+\frac{3}{y}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{4}\\\frac{3}{x}+\frac{6}{y}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{3}{x}+\frac{3}{y}=\frac{3}{4}\\\frac{3}{x}+\frac{6}{y}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{3}{y}=\frac{1}{4}\\\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=12\\x=6\end{cases}\text{(tmđk)}$$

Vậy nếu làm riêng thì đội 1 hoàn thành công việc trong 6 giờ , đội 2 hoàn thành công việc trong 12 giờ.

2) Vì hình nón có diện tích đáy là $50,24cm^2$ nên ta có : $\pi R^2=50,24$.

Thể tích hình nón cần tìm là :

$$V=\frac{1}{3}\pi R^2h=\frac{1}{3}.50,24.6=100,48\,(cm^3)$$

Bài 3. (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình : $\begin{cases}5|x-1|-3|y+2|=7\\2\sqrt{4x^2-8x+4}+5\sqrt{y^2+4y+4}=13\end{cases}$

2) Cho phương trình $x^2-(m+1)x+m-2=0$ (với m là tham số)

a) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Tìm các số nguyên m để phương trình có nghiệm nguyên.

Lời giải

1) $\begin{cases}5|x-1|-3|y+2|=7\\2\sqrt{4x^2-8x+4}+5\sqrt{y^2+4y+4}=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5|x-1|-3|y+2|=7\\2.|2x-2|+5.|y+2|=13\end{cases}$

Đặt $|x-1|=a,\ |y+2|=b\,(a\ge 0,b\ge 0)$.

Ta có hệ pt: $\begin{cases}5a-3b=7\\4a+5b=13\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}20a-12b=28\\20a+25b=65\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}37b=37\\5a-3b=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=1\\a=2\end{cases}$ (tm)

$$\Rightarrow \begin{cases} |x-1| = 2 \\ |y+2| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x-1=2 \\ x-1=-2 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} y+2=1 \\ y+2=-1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-1 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} y=-1 \\ y=-3 \end{array}\right. \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có các nghiệm là : $(3;-1),(3;-3),(-1;-1),(-1;-3)$.

2) $x^2-(m+1)x+m-2=0$

a) $\Delta=(m+1)^2-4(m-2)=m^2+2m+1-4m+8=m^2-2m+9=(m-1)^2+8$

Vì $(m-1)^2 \geq 0 \forall m \Rightarrow (m-1)^2+8>0 \forall m \Rightarrow \Delta>0, \forall m$.

$\Rightarrow$ Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) $x^2-(m+1)x+m-2=0$

$\Leftrightarrow x^2-mx-x+m-2=0 \Leftrightarrow x^2-x-2=m(x-1)$.

Nhận thấy $x=1$ không là nghiệm của phương trình trên nên ta chia cả hai vế của pt cho $x-1$

Có: $m=\dfrac{x^2-x-2}{x-1} \Leftrightarrow m=x-\dfrac{2}{x-1}$

Do $x \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{Z} \Rightarrow \dfrac{2}{x-1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x-1 \in Ư(2)=\{\pm1;\pm2\}$

Ta có bảng :

$x-1$	1	2	-1	-2
x	2	3	0	-1
m	0	2	2	0
	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn	Thỏa mãn

Vậy $m \in \{0;2\}$ thì phương trình có nghiệm nguyên.

Bài 4. (3,0 điểm)

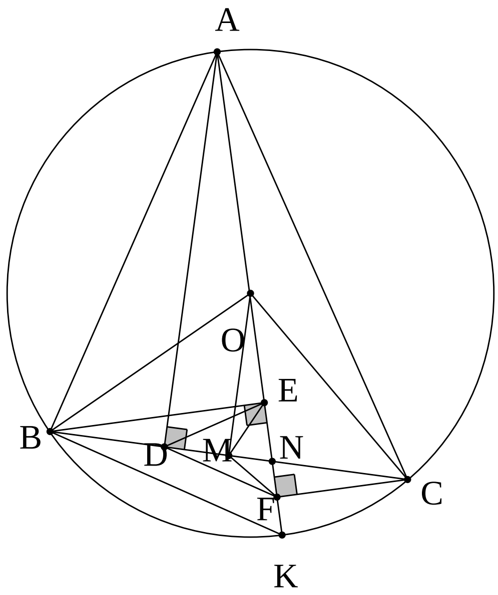
Cho ΔABC có 3 góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Kẻ đường cao AD và đường kính AK. Hạ BE và CF cùng vuông góc với AK.

a) Chứng minh tứ giác $ABDE$ và tứ giác $ACFD$ là các tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $DF // BK$.

c) Cho BC cố định , A chuyển động trên cung lớn BC sao cho ΔABC có ba góc nhọn .Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp ΔDEF là một điểm cố định.

Lời giải



a) Xét tứ giác $ABDE$ có :

$\widehat{ADB} = 90^\circ$ (vì $AD \perp BC$).

$\widehat{AEB} = 90^\circ$ (vì $BE \perp AK$).

$\Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{AEB}$.

$\Rightarrow$ Tứ giác $ABDE$ có hai đỉnh D, E kề nhau cùng nhìn cạnh AB dưới một góc vuông.

$\Rightarrow$ Tứ giác $ABDE$ là tứ giác nội tiếp.

Xét tứ giác $ACFD$ có:

$\widehat{ADC} = 90^\circ$ (vì $AD \perp BC$).

$\widehat{AFC} = 90^\circ$ (vì $CF \perp AK$).

$\Rightarrow \widehat{ADC} = \widehat{AFC}$.

$\Rightarrow$ Tứ giác $ACFD$ có hai đỉnh D, F kề nhau cùng nhìn cạnh AC dưới một góc vuông.

$\Rightarrow$ Tứ giác $ACFD$ là tứ giác nội tiếp.

b) Xét đường tròn (O) có : $\widehat{CBK}=\widehat{CAK}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{CK}$).

Vì tứ giác $ACFD$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{CDF}=\widehat{CAF}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{CF}$)

$\Rightarrow \widehat{CDF}=\widehat{CBK}$.

Mà hai góc này ở vị trí so le trong .

$\Rightarrow DF // BK$.

b) Gọi M là trung điểm của BC, N là giao điểm của AK và BC .

Vì M là trung điểm của BC $\Rightarrow OM\perp BC$ (liên hệ giữa đường kính và dây cung).

$\Rightarrow \widehat{OMC}=90^\circ \Rightarrow \widehat{OMC}=\widehat{OFC}\ (=90^\circ)$.

$\Rightarrow$ Tứ giác $OMFC$ có hai đỉnh $M;F$ cùng nhìn cạnh OC dưới một góc vuông .

$\Rightarrow$ Tứ giác $OMFC$ là tứ giác nội tiếp .

$\Rightarrow \widehat{MFN}=\widehat{OCN}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{OM}$).

Xét ΔMFN và ΔOCN có :

$\widehat{MFN}=\widehat{OCN}$ (cmt).

$\widehat{MNF}=\widehat{ONC}$ (hai góc đối đỉnh).

$\Rightarrow \Delta MFN \# \Delta OCN$ (g.g).

$\Rightarrow \dfrac{MF}{OC}=\dfrac{MN}{ON}=\dfrac{FN}{CN}$.

Lại có : $\Delta DNF \# \Delta ANC$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{FN}{CN}=\dfrac{DN}{AN}=\dfrac{DF}{AC}$

Suy ra hai cặp tam giác trên đồng dạng theo cùng một tỉ lệ

$\Rightarrow \Delta DMF \# \Delta AOC \Rightarrow \dfrac{DM}{AO}=\dfrac{MF}{OC}$

Mà $OA=OC \Rightarrow DM=MF$.

Xét tứ giác $MEOB$ có: $\widehat{OEB}=\widehat{OMB}=90^\circ$.

$\Rightarrow$ tứ giác $MEOB$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{OBC}=\widehat{MEN}$

Mà $\widehat{OBC}=\widehat{OCB}$ (do tam giác OBC cân tại O) $\Rightarrow \widehat{OCB}=\widehat{MEN}$

Mà $\widehat{OCB}=\widehat{MFN}$ (do tứ giác $OMFC$ nội tiếp) $\Rightarrow \widehat{MEN}=\widehat{MFN}$

$\Rightarrow \Delta MEF$ cân tại M $\Rightarrow ME=MF$. Lại có : $MD=MF(cmt)\Rightarrow MD=ME=MF$

$\Rightarrow M$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF

Vậy tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF là điểm M là trung điểm của BC cố định.

Bài 5. (0,5 điểm) .

Cho a,b,c là các số dương thay đổi thỏa mãn $\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}=2020$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{1}{2a+3b+3c}+\frac{1}{3a+2b+3c}+\frac{1}{3a+3b+2c}$.

Lời giải

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho các số dương a,b,c,d ta có :

$a+b+c+d\ge 4\sqrt[4]{abcd}$; $\quad \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}\ge 4\sqrt[4]{\frac{1}{abcd}}$

$\Rightarrow (a+b+c+d)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}\right)\ge 16 \Leftrightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}\ge \frac{16}{a+b+c+d}$

Ta có : $\frac{1}{2a+3b+3c}=\frac{1}{(a+b)+(a+c)+(b+c)+(b+c)}$

Áp dụng bất đẳng thức phía trên ta có :

$$\frac{1}{(a+b)+(a+c)+(b+c)+(b+c)}\le \frac{1}{16}.\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a+c}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{b+c}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2a+3b+3c}\le \frac{1}{16}.\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a+c}+\frac{2}{b+c}\right)$$

Chứng minh tương tự ta có:

$$\frac{1}{3a+2b+3c}\le \frac{1}{16}.\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{2}{a+c}\right);\ \frac{1}{3a+3b+2c}\le \frac{1}{16}.\left(\frac{1}{a+c}+\frac{1}{b+c}+\frac{2}{a+b}\right)$$

$$\Rightarrow P\le \frac{1}{16}.4\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a+c}+\frac{1}{b+c}\right)\Rightarrow P\le \frac{1}{4}.2020=505$$

Dấu ‘’= “ xảy ra khi $a=b=c=\frac{3}{4040}$.

PHÒNG GD VÀ ĐT QUẬN LONG BIÊN

TRƯỜNG THCS VIỆT HƯNG

(Đề thi gồm 01 trang)

Đề số 4

ĐỀ KHẢO SÁT THI VÀO 10

NĂM HỌC 2020-2021

(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Đồ thị hàm số $y=2-x$ song song với đường thẳng nào?

A. $y=-x+2$. **B.** $y=-x+3$. **C.** $y=x+1$. **D.** $y=x-\frac{1}{2}$.

Câu 2. Hệ số góc của đường thẳng $y=-x+1$ là?

A. -1. **B.** x. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 3. Tam giác ABC vuông tại A có $AC=6\,\text{cm}$; $BC=12\,\text{cm}$; số đo $\widehat{ACB}$ bằng?

A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Câu 4. Giao điểm của đồ thị các hàm số $y=-2x-3$ và $y=-\frac{3}{7}x+\frac{1}{7}$ có tọa độ là:

A. $(3;-1)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(5;2)$.

Câu 5. Giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=(m-2018)x+2019$ đi qua điểm $A(1;1)$:

A. 2018. **B.** 2. **C.** 4037. **D.** 0.

Câu 6. Một tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông là $6\,\text{cm}$; $8\,\text{cm}$ thì độ dài đường cao ứng với cạnh huyền là:

A. $4,8\,\text{cm}$. **B.** $2,4\,\text{cm}$. **C.** $3\,\text{cm}$. **D.** $4\,\text{cm}$.

Câu 7. Dây AB của đường tròn $(O;5\,\text{cm})$ có độ dài bằng $6\,\text{cm}$. Khoảng cách từ O đến AB bằng :

A. $2\,\text{cm}$. **B.** $3\,\text{cm}$. **C.** $4\,\text{cm}$. **D.** $5\,\text{cm}$.

Câu 8. Hai tiếp tuyến của $(O;R)$ tại A và B cắt nhau tại M. Biết $OM=2R$, khi đó số đo $\widehat{AMB}$ là:

A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 7. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình hoặc phương trình.

1) Hai phân xưởng của một nhà máy theo kế hoạch phải làm tổng cộng 300 dụng cụ. Nhưng khi thực hiện phân xưởng I vượt mức 10% kế hoạch của mình; phân xưởng II vượt mức 20% kế hoạch của mình, do đó cả hai phân xưởng đã làm được 340 dụng cụ. Tính số dụng cụ mỗi phân xưởng phải làm theo kế hoạch.

2) Một chậu hình trụ cao $20\,\text{cm}$. Diện tích đáy bằng nửa diện tích xung quanh. Trong chậu có nước cao đến $15\,\text{cm}$. Hỏi phải thêm bao nhiêu nước vào chậu để nước vừa đầy chậu.

Câu 8.

1) Giải hệ phương trình.

$$\begin{cases} |x-1| + \dfrac{2}{\sqrt{y}} = 2 \\ \dfrac{4}{\sqrt{y}} - |x-1| = 1 \end{cases}$$

2) Cho đường thẳng (d): $y = mx + 2$ và Parabol (P): $y = \dfrac{x^2}{2}$

a) Chứng minh (P) và (d) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B.

b) Gọi giao điểm của (d) với trục tung là G và H, K lần lượt là hình chiếu của A, B trên trục hoành. Tìm m để diện tích tam giác GHK bằng 4.

3) Cho $x > 0; y > 0$ thỏa mãn $x + y \le 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$M = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{y}\right)^2$$

Câu 9. Cho đường tròn $(O;R)$, điểm M cố định nằm ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) (A, B là tiếp điểm). Qua M kẻ cát tuyến MCD bất kì không đi qua (O) (C nằm giữa M và D). Gọi K là trung điểm của CD.

a) Chứng minh 5 điểm: M, A, O, K, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $MC.MD$ không phụ thuộc vào vị trí của cát tuyến MCD.

c) Gọi E là giao điểm của tia BK với đường tròn (O). Chứng minh AE song song với MK.

d) Tìm vị trí của cát tuyến MCD để diện tích tam giác MDE đạt giá trị lớn nhất.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ KHẢO SÁT THI VÀO 10

TRƯỜNG THCS VIỆT HƯNG

Năm học: 2019-2020

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8
B	A	C	C	D	A	C	D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Đồ thị hàm số $y=2-x$ song song với đường thẳng nào?

A. $y=-x+2$. **B.** $y=-x+3$. **C.** $y=x+1$. **D.** $y=x-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hàm số đã cho là : $y=-x+2$

Xét $y=-x+2$ và $y=-x+3$ có hệ số a: $-1=-1$; $2\neq 3$ nên đồ thị hàm số $y=-x+2$ song song với đồ thị hàm số $y=-x+3$

Câu 2. Hệ số góc của đường thẳng $y=-x+1$ là?

A. -1. **B.** x. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Hệ số góc của đường thẳng $y=-x+1$ là $a=-1$

Câu 3. Tam giác ABC vuông tại A có $AC=6\,\text{cm}$; $BC=12\,\text{cm}$; số đo $\widehat{ACB}$ bằng?

A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn C

Tam giác vuông ABC có:

$$\cos\widehat{ACB}=\frac{AC}{BC}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}\Rightarrow\widehat{ACB}=60°$$

Câu 4. Giao điểm của đồ thị các hàm số $y=-2x-3$ và $y=-\frac{3}{7}x+\frac{1}{7}$ có tọa độ là:

A. $(3;-1)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(5;2)$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$-2x-3=-\frac{3}{7}x+\frac{1}{7}\Rightarrow x=-2$$

Thay vào $y=-2x-3$: $\Rightarrow y=1$

Vậy giao điểm có tọa độ $(-2;1)$

Câu 5. Giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=(m-2018)x+2019$ đi qua điểm $A(1;1)$:

A. 2018. **B.** 2. **C.** 4037. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Do đồ thị hàm số $y=(m-2018)x+2019$ đi qua điểm $A(1;1)$ nên:

$$1=(m-2018).1+2019\Leftrightarrow -2018=m-2018\Rightarrow m=0$$

Câu 6. Một tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông là 6cm; 8cm thì độ dài đường cao ứng với cạnh huyền là:

A. $4,8\text{cm}$. **B.** $2,4\text{cm}$. **C.** 3cm. **D.** 4cm.

Lời giải

Chọn A

Độ dài cạnh huyền là: $\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$

Gọi h là độ dài đường cao tương ứng cạnh huyền.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta được :

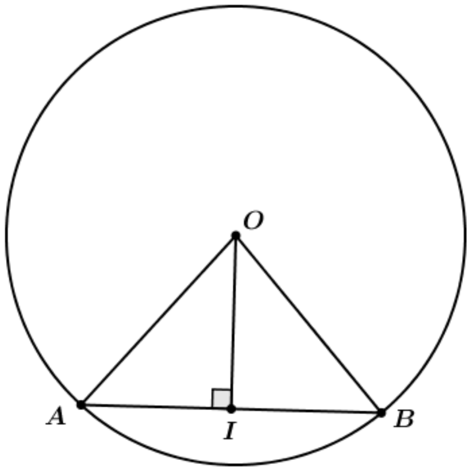
$10.h = 6.8 \Leftrightarrow 10h = 48 \Rightarrow h = 4,8\,\text{cm}$.

Câu 7. Dây AB của đường tròn $(O;5\,\text{cm})$ có độ dài bằng $6\,\text{cm}$. Khoảng cách từ O đến AB bằng :

A. $2\,\text{cm}$. **B.** $3\,\text{cm}$. **C.** $4\,\text{cm}$. **D.** $5\,\text{cm}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow IA = 3; OI \perp AB$

Suy ra khoảng cách từ O đến AB là OI

Xét tam giác vuông OIA:

$$OI = \sqrt{OA^2 - IA^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4$$

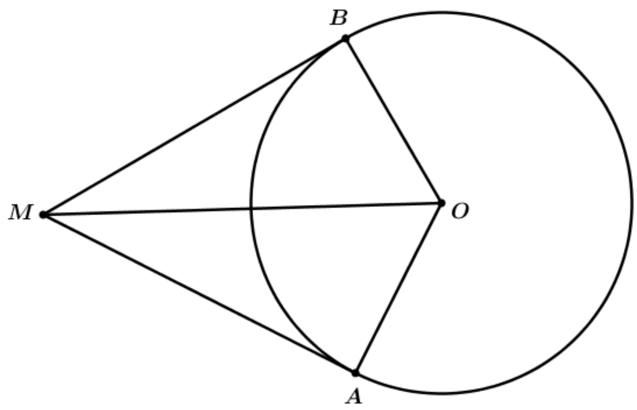
Vậy khoảng cách từ O đến AB là $4\,\text{cm}$

Câu 8. Hai tiếp tuyến của $(O;R)$ tại A và B cắt nhau tại M. Biết $OM = 2R$, khi đó số đo $\widehat{AMB}$ là:

A. 30°. **B.** 90°. **C.** 45°. **D.** 60°.

Lời giải

Chọn D



Xét tam giác MAO vuông tại A có:

$$\sin\widehat{AMO}=\frac{AO}{OM}=\frac{R}{2R}=\frac{1}{2}\Rightarrow\widehat{AMO}=30^\circ$$

Xét tam giác MBO vuông tại B có:

$$\sin\widehat{BMO}=\frac{BO}{OM}=\frac{R}{2R}=\frac{1}{2}\Rightarrow\widehat{BMO}=30^\circ$$

$$\Rightarrow\widehat{AMB}=60^\circ$$

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình hoặc phương trình.

1) Hai phân xưởng của một nhà máy theo kế hoạch phải làm tổng cộng 300 dụng cụ. Nhưng khi thực hiện phân xưởng I vượt mức 10% kế hoạch của mình; phân xưởng II vượt mức 20% kế hoạch của mình, do đó cả hai phân xưởng đã làm được 340 dụng cụ. Tính số dụng cụ mỗi phân xưởng phải làm theo kế hoạch.

2) Một chậu hình trụ cao $20\,cm$. Diện tích đáy bằng nửa diện tích xung quanh. Trong chậu có nước cao đến $15\,cm$. Hỏi phải thêm bao nhiêu nước vào chậu để nước vừa đầy chậu.

Lời giải

1) Gọi số dụng cụ mà phân xưởng I và phân xưởng II phải làm theo kế hoạch lần lượt là x, y (dụng cụ $x; y$ nguyên dương, $x<300; y<300$)

Lập luận ra được phương trình: $x+y=300$ (1)

Thực tế phân xưởng I làm được $x+10\%x=1,1x$ (dụng cụ)

Thực tế phân xưởng II làm được $y+20\%y=1,2y$ (dụng cụ)

Theo đề bài ta có phương trình $1,1x+1,2y=340$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 300 \\ 1,1x + 1,2y = 340 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình được $x = 200; y = 100$

Kết hợp với điều kiện có: số dụng cụ mà phân xưởng I và phân xưởng II phải làm theo kế hoạch lần lượt là 200 dụng cụ và 100 dụng cụ.

2) Gọi R, h lần lượt là bán kính và chiều cao của chậu.

Vì diện tích đáy bằng nửa diện tích xung quanh nên $\pi R^2 = \frac{1}{2}.2\pi Rh$

$\Rightarrow R = h = 20\,\text{cm}$

Thể tích của chậu là: $V = \pi R^2 h = \pi.20^2.20 = 8000\pi\left(\text{cm}^3\right)$

Thể tích nước trong chậu là: $V_1 = \pi.20^2.15 = 6000\pi\ \left(\text{cm}^3\right)$

Thể tích nước phải thêm vào chậu là: $V_2 = V - V_1 = 8000\pi - 6000\pi = 2000\pi\left(\text{cm}^3\right)$

Câu 2.

1) Giải hệ phương trình.

$$\begin{cases} |x-1| + \dfrac{2}{\sqrt{y}} = 2 \\ \dfrac{4}{\sqrt{y}} - |x-1| = 1 \end{cases}$$

Lời giải

Điều kiện: $y > 0$

Đặt: $\begin{cases} a = |x-1| \\ b = \dfrac{1}{\sqrt{y}} \end{cases}$; $a \geq 0, b > 0$

Thay vào hệ ta được:

$$\begin{cases} a + 2b = 2 \\ -a + 4b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Với $\begin{cases} a = 1 \\ b = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |x-1| = 1 \\ \dfrac{1}{\sqrt{y}} = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 0 \end{array}\right. \\ y = 4 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là: $S = \{(2;4),(0;4)\}$

2) Cho đường thẳng (d): $y = mx + 2$ và Parabol (P): $y = \dfrac{x^2}{2}$

a) Chứng minh (P) và (d) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B.

b) Gọi giao điểm của (d) với trục tung là G và H,K lần lượt là hình chiếu của A,B trên trục hoành. Tìm m để diện tích tam giác GHK bằng 4.

Lời giải

a) Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{x^2}{2}=mx+2\Leftrightarrow x^2-2mx-4=0$$

$\Delta'=m^2+4>0\forall m$

Do đó phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt

Vậy (P) và (d) luôn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt A,B.

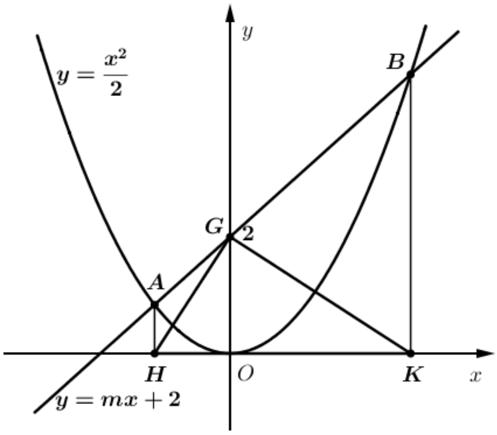
b) G là giao điểm của d và trục tung $\Rightarrow G(0;2)\Rightarrow OG=2$

Giả sử $x_1;x_2$ là 2 nghiệm phân biệt của phương trình $x^2-2mx-4=0$ khi đó:

Hệ thức Vi-et: $\begin{cases}x_1.x_2=-4\\x_1+x_2=2m\end{cases}$ và $A(x_1;mx_1+2),B(x_2;mx_2+2)$

H,K lần lượt là hình chiếu của A,B trên trục hoành nên:

$H(x_1;0),K(x_2;0)\Rightarrow HK=|x_1-x_2|$



Xét tam giác GHK:

$$S_{\Delta GHK}=\frac{1}{2}OG.HK=\frac{1}{2}.2|x_1-x_2|=|x_1-x_2|\Rightarrow|x_1-x_2|=4$$

TH1: $x_1-x_2=4$ kết hợp với hệ thức Vi-et ta được:

$$\begin{cases}x_1.x_2=-4\\x_1+x_2=2m\\x_1-x_2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(m+2)(m-2)=-4\\x_1=m+2\\x_2=m-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-4=-4\\x_1=m+2\\x_2=m-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=0(tm)\\x_1=m+2\\x_2=m-2\end{cases}$$

$\Rightarrow m=0$.

TH2: $x_1-x_2=-4$ kết hợp với hệ thức Vi-et ta được:

$$\begin{cases}x_1.x_2=-4\\x_1+x_2=2m\\x_1-x_2=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(m+2)(m-2)=-4\\x_1=m-2\\x_2=m+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-4=-4\\x_1=m-2\\x_2=m+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=0(tm)\\x_1=m-2\\x_2=m+2\end{cases}$$

$\Rightarrow m = 0$.

Vậy $m = 0$ là giá trị thỏa mãn yêu cầu đề bài

Cách 2: Ta có: $|x_1 - x_2| = \left|\dfrac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} - \dfrac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}\right| = \left|\dfrac{2\sqrt{\Delta'}}{a}\right| = 4$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\Delta'} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{m^2 + 4} = 2 \Leftrightarrow m = 0)$$

3) Cho $x > 0; y > 0$ thỏa mãn $x + y \le 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$M = \left(x + \dfrac{1}{x}\right)^2 + \left(y + \dfrac{1}{y}\right)^2$

Lời giải

Chứng minh các bất đẳng thức phụ:

Ta có: với $a, b > 0$

$(a-b)^2 \ge 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2ab \ge 0 \Leftrightarrow 2\left(a^2 + b^2\right) - a^2 - b^2 - 2ab \ge 0$

$\Leftrightarrow 2\left(a^2 + b^2\right) \ge a^2 + b^2 + 2ab \Rightarrow a^2 + b^2 \ge \dfrac{(a+b)^2}{2}$ (1)

Lại có: với $a, b > 0$

$(a-b)^2 \ge 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2ab \ge 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2ab \ge 4ab$

$\Leftrightarrow ab + a^2 + b^2 + ab \ge 4ab \Leftrightarrow a(a+b) + b(a+b) \ge 4ab$ $(*)$.

Vì $a, b > 0 \Rightarrow ab > 0; a + b > 0$

Do đó ta được:

$(*) \Rightarrow \dfrac{a(a+b)}{ab(a+b)} + \dfrac{b(a+b)}{ab(a+b)} \ge \dfrac{4ab}{ab(a+b)}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} \ge \dfrac{4}{a+b}$. (2)

Áp dụng bất đẳng thức (1) và (2) cho M ta được:

$\Rightarrow M \ge \dfrac{1}{2}\left(x + y + \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}\right)^2 \ge \dfrac{1}{2}\left(x + y + \dfrac{4}{x+y}\right)^2$

$\Rightarrow M \ge \dfrac{1}{2}\left[\left(x + y + \dfrac{1}{x+y}\right) + \dfrac{3}{x+y}\right]^2$

$\Rightarrow M \ge \dfrac{1}{2}\left[2 + \dfrac{3}{x+y}\right]^2$ (Áp dụng bđt thức Cauchy cho cặp số $\left\{(x+y); \dfrac{1}{x+y}\right\}$

$\Rightarrow M \ge \dfrac{1}{2}.(2+3)^2 = \dfrac{25}{2}$ (Vì $x + y \le 1$)

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = y = \dfrac{1}{2}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của M là $\dfrac{25}{2}$

Câu 3. Cho đường tròn $(O;R)$, điểm M cố định nằm ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) (A, B là tiếp điểm). Qua M kẻ cát tuyến MCD bất kì không đi qua (O) (C nằm giữa M và D). Gọi K là trung điểm của CD.

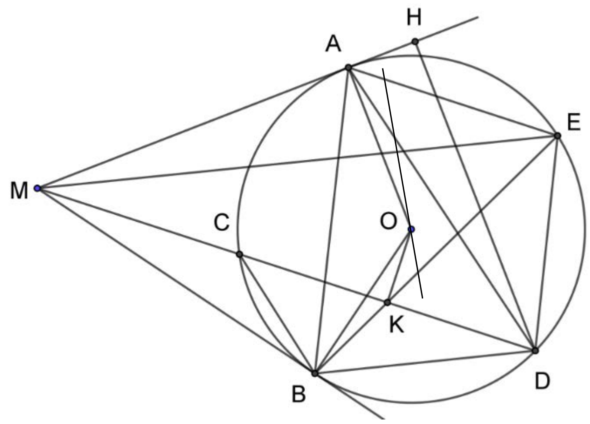
a) Chứng minh 5 điểm: M, A, O, K, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $MC.MD$ không phụ thuộc vào vị trí của cát tuyến MCD.

c) Gọi E là giao điểm của tia BK với đường tròn (O). Chứng minh AE song song với MK.

d) Tìm vị trí của cát tuyến MCD để diện tích tam giác MDE đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải



a) Xét tứ giác $MAOB$ có: $\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90°$ (gt) $\Rightarrow \widehat{MAO} + \widehat{MBO} = 180°$ và hai góc đó ở vị trí đối nhau

$\Rightarrow$ Tứ giác $MAOB$ nội tiếp (1).

Xét (O) có OK là đường kính đi qua trung điểm K của dây CD không đi qua tâm O

$\Rightarrow \widehat{OKM} = 90°$ (Định lý đường kính và dây cung)

Xét tứ giác $MAOK$ có: $\widehat{MAO} + \widehat{OKM} = 180°$

$\Rightarrow$ Tứ giác $MAOK$ nội tiếp (2).

Từ (1) và $(2) \Rightarrow$ 5 điểm M, A, O, K, B cùng thuộc 1 đường tròn.

b) Xét (O) có $\widehat{CBM} = \widehat{MDB}$ (góc nt và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn $\overset{\frown}{CB}$)

Xét ΔMBC và ΔMDB có:

$\widehat{M}$ chung và $\widehat{CBM} = \widehat{MDB}$ (cmt)

$\Rightarrow \Delta MBC \sim \Delta MDB(g.g) \Rightarrow \dfrac{MC}{MB} = \dfrac{MB}{MD} \Rightarrow MC.MD = MB^2$

Lập luận: do M cố định, đường tròn (O) cố định nên MB không đổi

$\Rightarrow MC.MD = MB^2$ không đổi.

c) Vì 5 điểm $A, \mathrm{B}, \mathrm{M}, \mathrm{O}, \mathrm{K}$ cùng thuộc 1 đường tròn $\Rightarrow$ Tứ giác $MAKB$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{BKM} = \widehat{BAM}$.

Mà: $\widehat{BAM} = \widehat{BEA}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung chắn $\overset{\frown}{AB}$).

Do đó: $\widehat{BKM} = \widehat{BEA}$, hai góc này ở vị trí đồng vị $\Rightarrow \mathrm{A}E // MK$.

d) Do $AE // MD \Rightarrow S_{\Delta MDE} = S_{\Delta MAD}$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của D lên tia MA. $S_{\Delta MAD} = \dfrac{1}{2}.DH.MA$.

Do MA không đổi nên $S_{\Delta MAD}$ lớn nhất $\Leftrightarrow DH$ lớn nhất.

Mà: $DH \le DA$ (Quan hệ giữa đường xiên và đường vuông góc), lại có DA là dây cung của đường tròn $(O) \Rightarrow DA \le 2\mathrm{R}$. Suy ra $DH \le 2\mathrm{R}$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow DA$ là đường kính của (O) hay D là điểm đối xứng với A qua O.

Vậy để $S_{\Delta MDE}$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ Cát tuyến MCD đi qua điểm đối xứng với A qua tâm O.

ଓ HẾT ରू

PHÒNG GD VÀ ĐT CẦU GIẤY
TRƯỜNG THCS TRUNG HÒA
(Đề thi gồm 01 trang)
Đề số 5

ĐỀ THI THỬ VÀO 10
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN
(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề)

Câu 1. *(2,0 điểm)*

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ và $B=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{4}{x-9}\right).(\sqrt{x}-3)$ với $x\ge 0$ và $x\ne 9.$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=4.$
2) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}.$
3) Cho $P=A:B$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P.

Câu 2. *(2,0 điểm)*

1) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn không có nước thì sau 4 giờ đầy bể. Nếu chảy riêng thì vòi thứ nhất sẽ chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai là 6 giờ. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi mất bao lâu mới chảy đầy bể?

2) Một hình trụ có chiều cao bằng hai lần đường kính đáy. Biết đường kính đáy dài 4 cm. Tính thể tích của hình trụ đó.

Câu 3. *(2,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}\dfrac{2}{x-2}+\dfrac{1}{y+1}=2\\ \dfrac{4}{x-2}-\dfrac{3}{y+1}=1\end{cases}.$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P): $y=x^2$ và đường thẳng (d): $y=x-m+3.$

a. Tìm m để (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b. Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $M(x_1;y_1)$, $N(x_2;y_2)$ sao cho $y_1+y_2=3(x_1+x_2).$

Câu 4. *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn $(O;R)$ có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Một điểm M di động trên cung nhỏ BC, AM cắt CD tại N và tia CM cắt AB tại S.

1) Chứng minh $SM.SC=SA.SB$.

2) Kẻ CH vuông góc với AM tại H. Chứng minh tứ giác $AOHC$ nội tiếp đường tròn.
3) Gọi E là hình chiếu của M trên CD. Chứng minh $OH//DM$ và H là tâm đường tròn nội tiếp ΔMOE.
4) Gọi giao điểm của DM và AB là F. Chứng minh diện tích tứ giác $ANFD$ không đổi, từ đó suy ra vị trí của điểm M để diện tích ΔMNF lớn nhất.

Câu 5. *(0,5 điểm)*

Một công ty du lịch dự định tổ chức một tour du lịch xuyên Việt nhân kỉ niệm ngày giải phóng hoàn toàn miền Nam $30/4$. Công ty dự định nếu giá tour là 2 triệu đồng thì sẽ có khoảng 150 người tham gia. Để kích thích mọi người tham gia, công ty sẽ quyết định giảm giá và cứ mỗi lần giảm giá tour 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm 20 người tham gia. Hỏi công ty phải giảm giá tour là bao nhiêu để doanh thu từ tour xuyên Việt là lớn nhất.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ VÀO 10

TRƯỜNG THCS TRUNG HÒA – CẦU GIẤY

Năm học: 2020 - 2021

Bài 1. *(2,0 điểm)*

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ và $B=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{4}{x-9}\right).(\sqrt{x}-3)$ với $x\ge 0$ và $x\ne 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=4$.
2) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$.
3) Cho $P=A:B$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P.

Lời giải

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=4$.

Thay $x=4$ (thỏa mãn) vào A ta được

$$A=\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{4}+3}=\frac{2}{2+3}=\frac{2}{5}$$

Vậy $A=\dfrac{2}{5}$ tại $x=4$

2) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$ *với* $x\ge 0$ *và* $x\ne 9$

$$B=\left(\frac{1}{\sqrt{x}+3}+\frac{4}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}\right).(\sqrt{x}-3)$$

$$B=\left(\frac{\sqrt{x}-3+4}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}\right).\left(\sqrt{x}-3\right)$$

$$B=\frac{\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}.\left(\sqrt{x}-3\right)$$

$$B=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} \text{ (đpcm)}$$

3) Cho $P = A : B$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P.

Ta có:

$P = A : B$

$$P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}:\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}.\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$$

$$P=\frac{\sqrt{x}+1-1}{\sqrt{x}+1}=1-\frac{1}{\sqrt{x}+1}$$

Với $x\ge 0$ thì $\sqrt{x}\ge 0$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}+1\ge 1\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}+1}\le 1$$

$$\Leftrightarrow 1-\frac{1}{\sqrt{x}+1}\ge 0$$

$$\Rightarrow P\ge 0$$

Dấu $=$ xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{x}=0$

$\Leftrightarrow x=0$ (thỏa mãn)

Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0 khi $x=0$.

Cách 2:

Ta có: $P=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\ge 0\ \forall x\ge 0$

Do đó P đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0 khi $x=0$.

Bài 2. *(2,0 điểm)*

1) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn không có nước thì sau 4 giờ đầy bể. Nếu chảy riêng thì vòi thứ nhất sẽ chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai là 6 giờ. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi mất bao lâu mới chảy đầy bể?

2) Một hình trụ có chiều cao bằng hai lần đường kính đáy. Biết đường kính đáy dài $4\,\text{cm}$. Tính thể tích của hình trụ đó.

Lời giải

1) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

<u>* Cách 1: Giải bài toán bằng cách lập phương trình:</u>

Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể là x (giờ; $x > 4$)

Thời gian vòi thứ hai chảy riêng đầy bể là $x + 6$ (giờ)

Mỗi giờ vòi thứ nhất chảy được là : $\frac{1}{x}$ (bể)

Mỗi giờ vòi thứ hai chảy được là : $\frac{1}{x+6}$ (bể)

Mỗi giờ cả hai chảy được là : $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+6}$ (bể)

Vì hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn không có nước thì sau 4 giờ đầy bể nên ta có phương trình :

$$\frac{4}{x}+\frac{4}{x+6}=1$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 24 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=6\ (n) \Rightarrow y=12 \\ x=-4\ (l) \end{array}\right. .$$

Kết luận: Vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể trong 6 giờ, vòi thứ hai chảy riêng đầy bể trong 12 giờ.

<u>* Cách 2: Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:</u>

Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể là x (giờ; $x > 4$)

Thời gian vòi thứ hai chảy riêng đầy bể là y (giờ; $y > 6$)

Mỗi giờ vòi thứ nhất chảy được là : $\frac{1}{x}$ (bể)

Mỗi giờ vòi thứ hai chảy được là : $\frac{1}{y}$ (bể)

Nếu chảy riêng thì vòi thứ nhất sẽ chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai là 6 giờ nên $y - x = 6 \Leftrightarrow y = x + 6$

Mỗi giờ cả hai chảy được là : $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ (bể)

Vì hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn không có nước thì sau 4 giờ đầy bể nên ta có phương trình :

$$\frac{4}{x}+\frac{4}{y}=1$$

Theo đề bài ta có hệ phương trình: $\begin{cases} y=x+6 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=6 \\ y=12 \end{cases} (n) \\ \begin{cases} x=-4 \\ y=2 \end{cases} (l) \end{array}\right.$.

Kết luận: Vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể trong 6 giờ, vòi thứ hai chảy riêng đầy bể trong 12 giờ.

2) Một hình trụ có chiều cao bằng hai lần đường kính đáy. Biết đường kính đáy dài 4 cm. Tính thể tích của hình trụ đó.

Bán kính đáy của hình trụ là $r=4:2=2\ (\text{cm})$.

Chiều cao của hình trụ là $h=4.2=8\ (\text{cm})$.

Do đó thể tích hình trụ là $V=\pi r^2 h=\pi.2^2.8=32\pi\ (\text{cm}^3)$.

Bài 3. *(2,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} \frac{2}{x-2}+\frac{1}{y+1}=2 \\ \frac{4}{x-2}-\frac{3}{y+1}=1 \end{cases}$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P): $y=x^2$ và đường thẳng (d): $y=x-m+3$.

a. Tìm m để (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b. Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $M(x_1;y_1)$, $N(x_2;y_2)$ sao cho $y_1+y_2=3(x_1+x_2)$.

Lời giải

1) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} \frac{2}{x-2}+\frac{1}{y+1}=2 \\ \frac{4}{x-2}-\frac{3}{y+1}=1 \end{cases}$

Đk: $x\neq 2;\ y\neq -1$

Đặt $\frac{1}{x-2} = a$; $\frac{1}{y+1} = b$

Hệ phương trình trở thành $\begin{cases} 2a+b=2 \\ 4a-3b=1 \end{cases}$

Giải HPT được $\begin{cases} a = \frac{7}{10} \\ b = \frac{3}{5} \end{cases}$

Thay $\frac{1}{x-2} = a$; $\frac{1}{y+1} = b$, ta được : $\begin{cases} \frac{1}{x-2} = \frac{7}{10} \\ \frac{1}{y+1} = \frac{3}{5} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = \frac{10}{7} \\ y+1 = \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{24}{7} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases} \text{(thỏa mãn)}$$

Kết luận hệ pt có nghiệm là $\left(\frac{24}{7}; \frac{2}{3}\right)$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = x - m + 3$.

a. Tìm m để (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

$$x^2 = x - m + 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x + m - 3 = 0 \ (1)$$

Ta có

$\Delta = 13 - 4m$

Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow 13 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{13}{4}$

b. Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1)$, $N(x_2; y_2)$ sao cho $y_1 + y_2 = 3(x_1 + x_2)$.

Vì $x_1,\ x_2$ là tọa độ giao điểm của (d) và (P) nên $x_1,\ x_2$ là nghiệm phương trình (1)

Theo hệ thức Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1.x_2 = m - 3 \end{cases}$

Ta có $y_1 = x_1^2;\ \ y_2 = x_2^2$

$y_1 + y_2 = 3(x_1 + x_2)$
$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = 3(x_1 + x_2)$
$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3(x_1 + x_2)$

$\Leftrightarrow 1 - 2(m - 3) = 3$

$\Leftrightarrow m = 2(tm)$

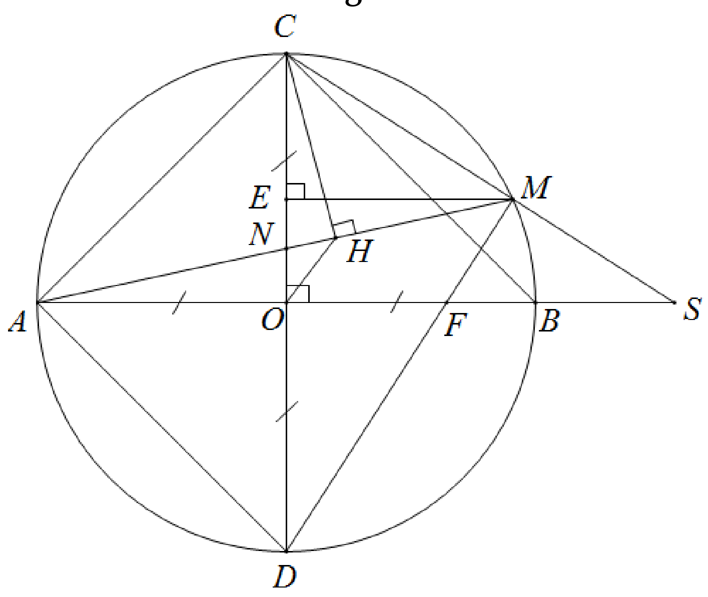
Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm.

Bài 4. *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn $(O;R)$ có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Một điểm M di động trên cung nhỏ BC, AM cắt CD tại N và tia CM cắt AB tại S.

1) Chứng minh $SM.SC = SA.SB$.
2) Kẻ CH vuông góc với AM tại H. Chứng minh tứ giác $AOHC$ nội tiếp đường tròn.
3) Gọi E là hình chiếu của M trên CD. Chứng minh $OH//DM$ và H là tâm đường tròn nội tiếp ΔMOE.
4) Gọi giao điểm của DM và AB là F. Chứng minh diện tích tứ giác $ANFD$ không đổi, từ đó suy ra vị trí của điểm M để diện tích ΔMNF lớn nhất.

Lời giải



1) Chứng minh $SM.SC = SA.SB$

Xét ΔSCB và ΔSAM, ta có:

$\hat{S}$ là góc chung.

$\widehat{SCB} = \widehat{SAM}$ (Cùng chắn $\overset{\frown}{MB}$)

Vậy $\Delta SCB \backsim \Delta SAM$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{SC}{SA} = \dfrac{SB}{SM}$

$\Leftrightarrow SM.SC = SA.SB$ (đpcm)

2) Kẻ CH vuông góc với AM tại H. Chứng minh tứ giác $AOHC$ nội tiếp đường tròn.

$\left.\begin{array}{l} \text{Vì } CH \perp AM \text{ tại } H \Rightarrow \widehat{CHA} = 90^\circ \\ \quad AB \perp CD \text{ tại } O \end{array}\right\}$

$\Rightarrow$ Tứ giác $AOHC$ nội tiếp đường tròn. (Tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh chứa hai đỉnh còn lại dưới một góc bằng nhau)

3) Gọi E là hình chiếu của M trên CD. Chứng minh $OH // DM$ và H là tâm đường tròn nội tiếp ΔMOE.

<u>* Chứng minh $OH // DM$</u>

Xét (O), có $\widehat{CAM} = \widehat{CDM}$ (Cùng chắn $\overset{\frown}{CM}$)

Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AOHC$, có $\widehat{CAH} = \widehat{COH}$ (Cùng chắn $\overset{\frown}{CH}$)

$\Rightarrow \widehat{COH} = \widehat{CDM}$ $\left(= \widehat{CAH}\right)$

$\Rightarrow OH // DM$ (Cặp góc đồng vị bằng nhau)

<u>* Chứng minh</u> H là tâm đường tròn nội tiếp ΔMOE.

Ta có: $\widehat{COH} = \widehat{CDM}$

Mà $\widehat{CDM} = \widehat{OMD}$ (ΔODM cân tại O)

$\widehat{OMD} = \widehat{HOM}$ (Cặp góc so le trong bằng nhau)

$\Rightarrow \widehat{COH} = \widehat{HOM}$ $\Rightarrow OH$ là đường phân giác của tam giác ΔMOE (1)

Mặt khác: $ME \perp CD$ tại E

$AB \perp CD$ tại O

$\Rightarrow ME // AB$

$\Rightarrow \widehat{OAM} = \widehat{EMH}$

Ta lại có $\widehat{OAM} = \widehat{OMH}$ (ΔOAM cân tại O)

$\Rightarrow \widehat{EMH} = \widehat{OMH}$ $\Rightarrow MH$ là đường phân giác của tam giác ΔMOE (2)

Từ (1) và (2) suy ra Chứng minh H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MOE.

4) Gọi giao điểm của DM và AB là F. Chứng minh diện tích tứ giác $ANFD$ không đổi, từ đó suy ra vị trí của điểm M để diện tích ΔMNF lớn nhất.

Xét ΔAND và ΔFDA, ta có:

$\widehat{FAD} = \widehat{ADN} \left(= 45°\right)$ (ΔOAD vuông cân tại O)

$\widehat{NAD} = \widehat{AFD}\left(\widehat{NAD} = \widehat{DCM} = \widehat{MFB} = \widehat{AFD}\right)$

Vậy $\Delta AND \backsim \Delta FDA$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{AD}{FA} = \dfrac{ND}{AD}$

$\Leftrightarrow ND.AF = AD^2 = 2R^2$

$\Rightarrow S_{ANFD} = R^2$ không đổi

Mà $S_{AMD} = S_{ANFD} + S_{MNF}$

Do đó S_{MNF} lớn nhất $\Leftrightarrow$ S_{AMD} lớn nhất $\Leftrightarrow$ điểm M nằm chính giữa cung nhỏ $\overset{\frown}{BC}$.

Bài 5. *(0,5 điểm)*

Một công ty du lịch dự định tổ chức một tour du lịch xuyên Việt nhân kỉ niệm ngày giải phóng hoàn toàn miền Nam $30-4$. Công ty dự định nếu giá tour là 2 triệu đồng thì sẽ có khoảng 150 người tham gia. Để kích thích mọi người tham gia, công ty sẽ quyết định giảm giá và cứ mỗi lần giảm giá tour 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm 20 người tham gia. Hỏi công ty phải giảm giá tour là bao nhiêu để doanh thu từ tour xuyên Việt là lớn nhất.

Lời giải

Gọi x là giá tour (triệu đồng; $0 < x < 2$)

Giá đã giảm so với ban đầu là $2-x$ (triệu đồng)

Vì mỗi lần giảm giá tour 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm 20 người tham gia nên số người tham gia tăng thêm khi giảm $2-x$ triệu đồng là $(2-x):0{,}1.20 = 400-200x$ (người)

Tổng số người tham gia là: $150+400-200x = 550-200x$ (người)

Tổng doanh thu là :

$L = x(550 - 200x)$ (triệu đồng)

Tìm x để doanh thu L lớn nhất với $0 < x < 2$

Sử dụng bất đẳng thức Côsi, chúng ta có:

$$L = x(550 - 200x) = \frac{1}{200}\left[200x(550 - 200x)\right] \le \frac{1}{200}\left(\frac{200x + 550 - 200x}{2}\right)^2 = \frac{1}{200}\left(\frac{550}{2}\right)^2 = \frac{3025}{8}$$

Dấu $"="$xảy ra $\Leftrightarrow$ $200x = 550 - 200x \Leftrightarrow 400x = 550$ $\Leftrightarrow x = 1,375$

Vậy giá tour là 1,375000 triệu đồng.

Cách 2

Ta có: $L = x(550 - 200x) = -200\left(x - \frac{11}{8}\right)^2 + \frac{3025}{8} \le \frac{3025}{8}$

Doanh thu từ tour xuyên Việt là lớn nhất là $L = \frac{3025}{8} = 378,125$ (triệu đồng) khi $x = \frac{11}{8} = 1,375$ (triệu đồng). Vậy giá tour là 1 375 000 triệu đồng.

ꕥ HẾT ꕥ

PHÒNG GD VÀ ĐT LONG BIÊN

TRƯỜNG THCS THƯỢNG THANH

(Đề thi gồm 01 trang)

ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2020-2021

(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề)

Đề số 6

Bài 1 (2 điểm)**:** 1) Tính: $\left(2\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\sqrt{3}-\sqrt{60}$

2) Chứng minh đẳng thức $\left(1+\dfrac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right)\left(1-\dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)=1-x$ với $x\ge 0;\ x\ne 1$

3) Cho biểu thức $M=\dfrac{2-5\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}$, so sánh M và $\sqrt{M}$

Bài 2 (2,5 điểm)**:** 1) ***Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:***

Một ô tô đi từ A đến B và dự định đi đến B lúc 13 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến B chậm hơn 2 giờ so với dự định. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì đến B sớm hơn 1 giờ so với dự định. Tính độ dài quãng đường AB và thời gian xe xuất phát từ A.

2) Một tháp nước có bể chứa là một hình cầu, đường kính bên trong của bể đo được là 6 mét. Người ta dự tính lượng nước đựng đầy trong bể đủ dùng cho một khu dân cư trong 5 ngày. Cho biết khu dân cư đó có 1304 người. Hỏi người ta đã dự tính mức bình quân mỗi người dùng bao nhiêu lít nước trong một ngày?

(Lấy $\pi\approx 3{,}14$, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Bài 3 (2 điểm): 1) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}|x|+\dfrac{1}{y-1}=3\\ 2|x|-\dfrac{1}{y-1}=0\end{cases}$

2) Giải phương trình: $\dfrac{x^2-3}{x^2-1}+\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x-1}=0$

3) Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng (d): $y=\dfrac{3}{2}x+2m-1$ cắt parabol (P) $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ tại điểm khác gốc tọa độ và có hoành độ gấp đôi tung độ.

Bài 4 (3 điểm): Cho tam giác ABC (AB > AC) nhọn nội tiếp đường tròn (O; R), hai đường cao BE và CF của tam giác cắt nhau tại H.

1) Chứng minh tứ giác BCEF nội tiếp được đường tròn.

2) Tia AH cắt BC tại I và cắt đường tròn (O) ở K, kẻ đường kính AD. Gọi M là giao điểm của BC và HD, L là hình chiếu của B trên AD. Chứng minh $\widehat{LMB} = 2\widehat{CBE}$ và ba điểm E, M, L thẳng hàng.

3) Tiếp tuyến tại D của đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại N, tia NO cắt AB, AC theo thứ tự tại P và Q. Chứng minh O là trung điểm của PQ.

Bài 5 (0,5 điểm): Sau dịp Tết Nguyên đán, hai anh em bạn Hoàng có được số tiền mừng tuổi là 3,5 triệu đồng; hai anh em nhờ mẹ gửi số tiền đó vào ngân hàng. Mẹ nói với Hoàng: "Sau hai năm nữa, các con sẽ được nhận về số tiền cả gốc và lãi là 4,235 triệu đồng". Hỏi thời điểm Hoàng gửi tiền, lãi suất ngân hàng là bao nhiêu % trong một năm, biết rằng số tiền lãi sau năm thứ nhất sẽ được tính vào tiền gốc của năm thứ hai.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10

TRƯỜNG THCS THƯỢNG THANH- LONG BIÊN- HÀ NỘI

Năm học: 2020-2021

Bài 1: **1)** Tính $\left(2\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\sqrt{3}-\sqrt{60}=6+\sqrt{15}-2\sqrt{15}=6-\sqrt{15}$

2) Chứng minh đẳng thức $\left(1+\dfrac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right)\left(1-\dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)=1-x$

Với $x \ge 0;\ x \ne 1$, biến đổi vế trái, ta có:

$$VT=\left(1+\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right)\left(1-\frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)$$

$$VT=\frac{\sqrt{x}+1+x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}.\frac{\sqrt{x}-1-x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$$

$$VT=\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}{\sqrt{x}+1}.\frac{-\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}-1}$$

$$VT=1-x$$

$$\Rightarrow VT=VP$$

Vậy đẳng thức được chứng minh

3) Cho biểu thức $M=\dfrac{2-5\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}$, so sánh M

ĐKXĐ của $\sqrt{M}$: $M \geq 0$ và M xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ 2-5\sqrt{a} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ a \leq \dfrac{4}{25} \end{cases}$

$\Leftrightarrow 0 \leq a \leq \dfrac{4}{25}$

Xét hiệu $M-1$ ta có:

$$M-1=\frac{2-5\sqrt{a}}{\sqrt{a}+3}-1$$

$$M-1=\frac{2-5\sqrt{a}-\sqrt{a}-3}{\sqrt{a}+3}$$

$$M-1=\frac{-6\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+3}$$

Nhận xét $M-1<0$ với mọi giá trị của a thuộc ĐKXĐ

Suy ra $M<1$ mà $M \geq 0$ $\forall 0 \leq a \leq \dfrac{4}{25}$. Vậy $0 \leq M < 1$.

Vậy $M \leq \sqrt{M}$ với $0 \leq a \leq \dfrac{4}{25}$.

Bài 2: (2,5 điểm): 1) ***Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:***

Một ô tô đi từ A đến B và dự định đi đến B lúc 13 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến B chậm hơn 2 giờ so với dự định. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì đến B sớm hơn1 giờ so với dự định. Tính độ dài quãng đường AB và thời gian xe xuất phát từ A.

2) Một tháp nước có bể chứa là một hình cầu, đường kính bên trong của bể đo được là 6 mét. Người ta dự tính lượng nước đựng đầy trong bể đủ dùng cho một khu dân cư trong 5 ngày. Cho biết khu dân cư đó có 1304 người. Hỏi người ta đã dự tính mức bình quân mỗi người dùng bao nhiêu lít nước trong một ngày?

(Lấy $\pi \approx 3{,}14$, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

1) **Cách 1:**

Gọi chiều dài quãng đường AB là x (km), $x>0$

Thời gian xe ô tô dự định đi hết quãng đường AB là y (h), $y>1$

Nếu ô tô đi với vận tốc 35km/h thì thời gian để ô tô đi hết quãng đường AB là: $y+2$ (h), quãng đường AB dài là $35(y+2)$ (km)

Do quãng đường AB không đổi ta có phương trình: $35(y+2)=x$ (1)

Nếu ô tô đi với vận tốc 50 km/h thì thời gian để ô tô đi hết quãng đường AB là $y-1$ (h), quãng đường AB dài là $50(y-1)$ (km)

Do quãng đường AB không đổi ta có phương trình: $50(y-1)=x$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}35(y+2)=x\\50(y-1)=x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}35(y+2)=50(y-1)\\35(y+2)=x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}15y=120\\35(y+2)=x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=8\\x=350\end{cases}\text{ (TMĐK)}$$

Vậy chiều dài quãng đường là $350\,km$

Thời điểm xe xuất phát từ A là $13-8=5$ giờ

Cách 2:

Gọi chiều dài quãng đường AB là x (km), $x>0$

Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì thời gian đi của ô tô là $\frac{x}{35}(h)$

Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì thời gian đi của ô tô là $\frac{x}{50}(h)$

Do nếu chạy vận tốc 35 km/h thì chậm 2 giờ so với dự định, còn chạy với vận tốc 50 km/h thì đến sớm B so với dự định 1 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{35}-2=\frac{x}{50}+1$$

$$\Leftrightarrow\frac{3x}{350}=3\Leftrightarrow x=350\text{ (TMĐK)}$$

Vậy quãng đường AB dài 350 km.

Thời gian đi là $\frac{350}{35}-2=8$ (giờ) nên thời gian xe xuất phát là $11-8=5$ (giờ).

2) Bán kính hình cầu cuả bể nước là: $R=6:2=3(m)$

Thể tích của bể nước hình cầu là: $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}.3,14.3^3=113,04\left(m^3\right)=113040$ (lít)

Lượng nước chứa đầy bể xấp xỉ 113040 lít nước

Lượng nước trung bình mỗi người dùng trong một ngày là: $113040 : 1304 \approx 86,9$ (lít).

Bài 3:

1) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}|x|+\dfrac{1}{y-1}=3\\2|x|-\dfrac{1}{y-1}=0\end{cases}$

ĐKXĐ: $y \neq 1$

Hệ phương trình tương đương $\begin{cases} 3|x| = 3 \\ |x| + \dfrac{1}{y-1} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x| = 1 \\ \dfrac{1}{y-1} = 2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 1 \\ \dfrac{1}{y-1} = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -1 \\ \dfrac{1}{y-1} = 2 \end{cases} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 1 \\ y = \dfrac{3}{2} (TM) \end{cases} \\ \begin{cases} x = -1 \\ y = \dfrac{3}{2} (TM) \end{cases} \end{array} \right.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ y = \dfrac{3}{2} \end{cases}$; $\begin{cases} x = -1 \\ y = \dfrac{3}{2} \end{cases}$

2) Giải phương trình: $\dfrac{x^2 - 3}{x^2 - 1} + \dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{x-1} = 0$

ĐKXĐ: $x \neq \pm 1$

Suy ra: $x^2 - 3 + x - 1 + x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x+3) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1\ (KTM) \\ x = -3 (TM) \end{array} \right.$

Vậy phương trình có nghiệm $x = -3$

3) (d): $y = \dfrac{3}{2}x + 2m - 1$ (P) $y = -\dfrac{1}{2}x^2$.

Gọi điểm $M(2x_0, x_0)$ là điểm khác gốc tọa độ mà đường thẳng d cắt (P).

+ Vì $M \in (P)$ nên ta có:

$x_0 = -\dfrac{1}{2}.4{x_0}^2 \Leftrightarrow 2{x_0}^2 + x_0 = 0 \Leftrightarrow x_0(2x_0 + 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 0 (KTM) \\ x_0 = -\dfrac{1}{2} \end{array} \right.$

$\Rightarrow M\left(-1; -\dfrac{1}{2}\right)$

Vì $M \in$ (d) nên ta có: $-\dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{2}.(-1) + 2m - 1 \Leftrightarrow m = 1$

Thử lại với $m = 1$ mãn đề bài

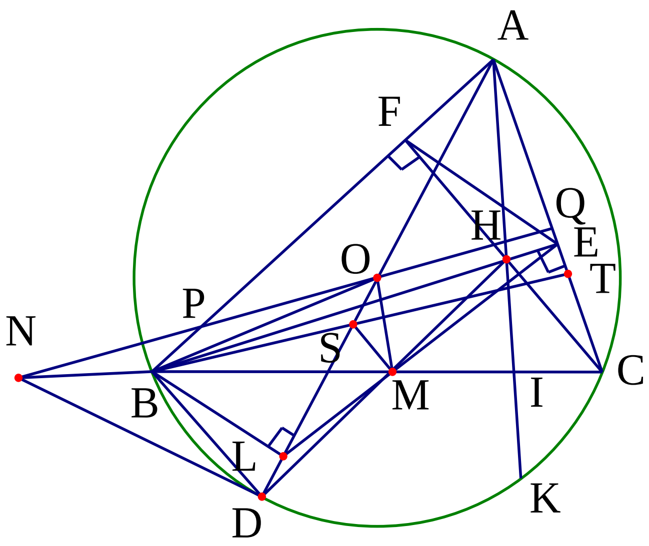
Vậy $m=1$ thỏa mãn đề bài.

Bài 4: (3 điểm): Cho tam giác $ABC\left(AB>AC\right)$ nhọn nội tiếp đường tròn $\left(O;\ R\right)$, hai đường cao BE và CF của tam giác cắt nhau tại H.

1) Chứng minh tứ giác $BCEF$ nội tiếp được đường tròn.

2) Tia AH cắt BC tại I và cắt đường tròn $\left(O\right)$ ở K, kẻ đường kính AD. Gọi M là giao điểm của BC và HD, L là hình chiếu của B trên AD. Chứng minh $\widehat{LMB}=2\widehat{CBE}$ và ba điểm $E,\ M,\ L$ thẳng hàng.

3) Tiếp tuyến tại D của đường tròn $\left(O\right)$ cắt đường thẳng BC tại N, tia NO cắt $AB,\ AC$ theo thứ tự tại P và Q. Chứng minh O là trung điểm của PQ.



1) Xét tứ giác $BCEF$ có: $\widehat{BFC}=\widehat{BEC}=90^0$

Mà E,F là hai đỉnh kề cùng nhìn cạnh BC nên tứ giác $BCEF$ nội tiếp.

2) Chứng minh $\widehat{LMB}=2\widehat{CBE}$ và ba điểm $E,\ M,\ L$ thẳng hàng.

Ta có:

$$\begin{matrix} BH\perp AC, CD\perp AC\Rightarrow BH//CD \\ CH\perp AB, BD\perp AB\Rightarrow CH//BD \end{matrix}$$ nên tứ giác $BHCD$ là hình bình hành

Suy ra M là trung điểm của HD mà O là trung điểm của AD nên OM là đường trung bình của tam giác AHD. Do đó OM //AH mà $AH\perp BC\Rightarrow OM\perp BC$.

Xét tứ giác $BMOL$ có $\widehat{BLO}+\widehat{BMO}=90^0+90^0=180^0$.

nên tứ giác $BMOL$ nội tiếp. (LÀM SAI)

Sửa: Xét tứ giác $BMOL$ có $\widehat{BLO}=\widehat{BMO}=90^0$ mà 2 góc ở 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh BO

nên tứ giác $BMOL$ nội tiếp.

$\Rightarrow \widehat{LMB}=\widehat{LOB}$ (cùng chắn cung LB).

Mà $\widehat{LOB}=2\widehat{BCD}$, mà $\widehat{BCD}=\widehat{CBE}$ (do $BDCH$ là hình bình hành).

$\Rightarrow \widehat{LMB}=2\widehat{CBE}$

Ta có tứ giác $BCEF$ là tứ giác nội tiếp của đường tròn tâm M đường kính BC .

$\widehat{CME}=2\widehat{CBE}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{LMB}=\widehat{CME}$. Do đó $L,\ M,\ E$ thẳng hàng. (THIẾU LẬP LUẬN)

SỬA: Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{LMB}=\widehat{CME}$ mà $\widehat{LMB}+\widehat{LMC}=180^0$ $\Rightarrow \widehat{CME}+\widehat{LMC}=180^0 \Leftrightarrow \widehat{LME}=180^0$. Do đó $L,\ M,\ E$ thẳng hàng.

3)

Qua B kẻ đường thẳng song song với PQ cắt AD tại S, AC tại T.

$\Rightarrow \widehat{CNQ}=\widehat{SBM}$ (đồng vị)

Ta có $\widehat{NDO}=\widehat{NMO}=90^0$ nên tứ giác $OMDN$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{CNQ}=\widehat{MDS}$

$\Rightarrow \widehat{MDS}=\widehat{SBM}$ suy ra tứ giác $SMDB$ nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{SDB}=\widehat{SMB}$ $\Rightarrow \widehat{SMB}=\widehat{TCB}\Rightarrow MS//CT$

Xét tam giác BCT có $SM\ //\ CT$, M là trung điểm của BC.

Suy ra S là trung điểm của BT .

Xét tam giác ABT có $PQ//BT$.

Theo hệ quả Ta-let: $\dfrac{PO}{BS}=\dfrac{AO}{SA}=\dfrac{OQ}{ST}$ mà $SB=ST\Rightarrow OP=OQ$

Từ đó O là trung điểm của PQ .

Bài 5. (0,5 điểm): Sau dịp Tết Nguyên đán, hai anh em bạn Hoàng có được số tiền mừng tuổi là $3,5$ triệu đồng; hai anh em nhờ mẹ gửi số tiền đó vào ngân hàng. Mẹ nói với Hoàng: “Sau hai năm nữa, các con sẽ được nhận về số tiền cả gốc và lãi là $4,235$ triệu đồng”. Hỏi thời điểm Hoàng gửi tiền, lãi suất ngân hàng là bao nhiêu $\%$ trong một năm, biết rằng số tiền lãi sau năm thứ nhất sẽ được tính vào tiền gốc của năm thứ hai.

Lời giải

Gọi lãi suất của ngân hàng a (phần trăm), $a > 0$

Số tiền lãi sau năm thứ nhất gửi là: $3,5a$ (triệu đồng)

Tổng số tiền đem gửi năm thứ hai là: $3,5 + 3,5a$ (triệu đồng)

Số tiền lãi sau năm thứ hai gửi là: $(3,5 + 3,5a)a$ (triệu đồng)

Theo đề bài sau hai năm gửi tổng số tiền cả gốc và lãi mà anh em Hoàng có được là $4,235$ triệu đồng, nên ta có phương trình:

$$(3,5 + 3,5a)a + 3,5a + 3,5 = 4,235$$

Giải phương trình tìm được $a_1 = 0,1$ (TM); $a_2 = -2,1$ (KTM)

Vậy lãi suất của ngân hàng là 10% .

ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 NĂM HỌC 2020 – 2021

TRƯỜNG THCS THANH AM – QUẬN LONG BIÊN – HÀ NỘI

Thời gian: 120 phút

Đề số 7

Bài 1. (2,0 điểm)

1) Tính $A=3\sqrt{8}+\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{72}$

2) Cho biểu thức $P=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{7\sqrt{x}+3}{x-9}+\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ (với $x\ge 0$, $x\ne 9$).

a) Chứng minh $P=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$.

b) Tìm $x\in\mathbb{Z}$ để P có giá trị nguyên.

Bài 2. (2,5 điểm) *Giải các bài toán sau ứng dụng kiến thức Toán học và thực tế:*

1) Hai người cùng làm chung một công việc thì sau 18 giờ thì xong. Nếu một mình người thứ nhất làm trong 6 giờ, sau đó một mình người thứ hai làm trong 8 giờ thì cả hai người làm được $\dfrac{2}{5}$ công việc. Hỏi nếu mỗi người làm một mình thì sau bao nhiêu giờ xong công việc?

2) Bạn Toán đi mua giúp bố cây lăn sơn ở cửa hàng nhà bác Học. Một cây lăn sơn tường có dạng một khối trụ với bán kính đáy là 5 cm và chiều cao là 23 cm (hình vẽ bên). Nhà sản xuất cho biết sau khi lăn 1000 vòng thì cây sơn tường có thể bị hỏng. Hỏi bạn Toán cần mua ít nhất mấy cây lăn sơn tường biết diện tích tường mà bố bạn Toán cần sơn là $100\ \text{m}^2$. (Cho $\pi=3,14$)

Bài 3. (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình sau $\begin{cases} 5(x+2y)=3x-8 \\ 2x+4=3x-15y-12 \end{cases}$

2) Cho hàm số $y=mx-2m+2$ có đồ thị là đường thẳng d.

a) Vẽ đồ thị hàm số với $m=2$.

b) Tìm m để đường thẳng d cắt (P): $y=\frac{1}{2}x^2$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1=8x_2$.

Bài 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A, biết $(AB<AC)$. Lấy điểm M thuộc cạnh AC. Vẽ đường tròn (O) đường kính MC cắt BC tại E, BM cắt (O) tại N, AN cắt (O) tại D, ED cắt AC tại H.

1) Chứng minh tứ giác $BANC$ nội tiếp.

2) Chứng minh $MH.HC=EH^2$ và M cách đều ba cạnh của tam giác ANE.

3) Lấy I đối xứng với M qua A, lấy điểm K đối xứng với M qua E. Tìm vị trí của M để đường tròn ngoại tiếp tam giác BIK có bán kính nhỏ nhất.

Bài 5. (0,5 điểm) *Học sinh chọn một trong hai câu sau:*

1) Cho $x+y=1$. Chứng minh $x^4+y^4\geq\frac{1}{8}$.

2) Công ty đồ chơi Bingbon vừa cho ra đời một đồ chơi tàu điện điều khiển từ xa. Trong điều kiện phòng thí nghiệm, quãng đường s (xăng – ti – mét) đi được của đoàn tàu đồ chơi là một hàm số của thời gian t (giây), hàm số đó là $s=6t+9$. Trong điều kiện thực tế người ta thấy rằng nếu đoàn tàu đồ chơi di chuyển quãng đường 12 cm thì mất 2 giây và cứ trong mỗi 10 giây thì nó đi được 52 cm. Mẹ bé An mua đồ chơi này về cho bé chơi, bé ngồi cách mẹ 2 m. Hỏi cần bao nhiêu giây để đoàn tàu đồ chơi đi từ chỗ mẹ tới chỗ bé?

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 NĂM HỌC 2020 – 2021

TRƯỜNG THCS THANH AM – QUẬN LONG BIÊN – HÀ NỘI

Bài 1. (2,0 điểm)

1) Tính $A=3\sqrt{8}+\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{72}$

2) Cho biểu thức $P=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{7\sqrt{x}+3}{x-9}+\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ (với $x\ge 0$, $x\ne 9$).

a) Chứng minh $P=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$.

b) Tìm $x\in\mathbb{Z}$ để P có giá trị nguyên.

Lời giải

1) $A=3\sqrt{8}+\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{72}=3\sqrt{4.2}+\left|1-\sqrt{2}\right|-\sqrt{36.2}=6\sqrt{2}+\sqrt{2}-1-6\sqrt{.2}=\sqrt{2}-1$

.

2) $P=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{7\sqrt{x}+3}{x-9}+\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ (với $x\ge 0$, $x\ne 9$).

a) Chứng minh $P=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$.

Ta có:

$$P=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}-\frac{7\sqrt{x}+3}{x-9}+\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}{x-9}-\frac{7\sqrt{x}+3}{x-9}+\frac{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}{x-9}$$

$$=\frac{x+4\sqrt{x}+3-7\sqrt{x}-3+2x-6\sqrt{x}}{x-9}$$

$$=\frac{3x-9\sqrt{x}}{x-9}$$

$$=\frac{3\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$=\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}.$$

b) Tìm $x\in\mathbb{Z}$ để P có giá trị nguyên.

Ta có $P=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}=3-\dfrac{9}{\sqrt{x}+3}$

P nguyên khi $\sqrt{x}+3$ là ước của 9.

Suy ra $\sqrt{x}+3\in\{-9;-3;-1;1;3;9\}$

vì $\sqrt{x}+3\ge 3$ với mọi x thỏa mãn điều kiện

1.

$\Rightarrow \sqrt{x}+3\in\{3;9\}$

$\sqrt{x}+3=3\Rightarrow x=0\ (tmdk)$

$\sqrt{x}+3=9\Rightarrow x=36\ (tmdk)$

Vậy, $x\in\{0;36\}$ là giá trị cần tìm

Bài 2. (2,5 điểm) *Giải các bài toán sau ứng dụng kiến thức Toán học và thực tế:*

1) Hai người cùng làm chung một công việc thì sau 18 giờ thì xong. Nếu một mình người thứ nhất làm trong 6 giờ, sau đó một mình người thứ hai làm trong 8 giờ thì cả hai người làm được $\dfrac{2}{5}$ công việc. Hỏi nếu mỗi người làm một mình thì sau bao nhiêu giờ xong công việc?

2) Bạn Toán đi mua giúp bố cây lăn sơn ở cửa hàng nhà bác Học. Một cây lăn sơn tường có dạng một khối trụ với bán kính đáy là 5 cm và chiều cao là 23 cm (hình vẽ bên). Nhà sản xuất cho biết sau khi lăn 1000 vòng thì cây sơn tường có thể bị hỏng. Hỏi bạn Toán cần mua ít nhất mấy cây lăn sơn tường biết diện tích tường mà bố bạn Toán cần sơn là $100\ \text{m}^2$. (Cho $\pi=3,14$)

Lời giải

1) Gọi thời gian mà người thứ nhất và người thứ hai nếu làm một mình sẽ xong công việc lần lượt là x, y (ĐK: $x,y>18$) (giờ)

Mỗi giờ người thứ nhất làm được $\dfrac{1}{x}$ (công việc)

Mỗi giờ, người thứ hai làm được $\dfrac{1}{y}$ (công việc)

Mỗi giờ, cả hai người làm được $\frac{1}{18}$ (công việc)

Ta có phương trình : $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{18}$

Nếu một mình người thứ nhất làm trong 6 giờ, sau đó một mình người thứ hai làm trong 8 giờ thì cả hai người làm được $\frac{2}{5}$ công việc nên ta có phương trình : $\frac{6}{x}+\frac{8}{y}=\frac{2}{5}$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{18}\\ \frac{6}{x}+\frac{8}{y}=\frac{2}{5}\end{cases}$

Đặt $a=\frac{1}{x}$ và $b=\frac{1}{y}$ hệ phương trình trở thành $\begin{cases}a+b=\frac{1}{18}\\ 6a+8b=\frac{2}{5}\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{45}\\ b=\frac{1}{30}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{1}{x}=\frac{1}{45}\\ \frac{1}{y}=\frac{1}{30}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=45\\ y=30\end{cases}(tmdk)$.

Vậy, thời gian mà người thứ nhất và người thứ hai nếu làm một mình sẽ xong công việc lần lượt là $45;30$ (giờ)

2) Đổi $5\text{ cm } = 0,05\text{ m}$, $23\text{ cm } = 0,23\text{ m}$.

Diện tích tường được sơn khi lăn cây lăn sơn 1 vòng bằng diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính $0,05\text{ m}$ và chiều cao $0,23\text{ m}$.

Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

$$S_{xq}=2\pi rh=2\times 3,14\times 0,05\times 0,23=0,023\pi\ \left(\text{m}^2\right)$$

Diện tích mỗi cây sơn có thể sơn được là $1000\times S_{xq}=23\pi\ \left(\text{m}^2\right)$.

Vì $\frac{100}{23\pi}\approx 1,38$ nên số cây lăn sơn tối thiểu cần phải mua là 2 cây.

Bài 3. (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình sau $\begin{cases}5(x+2y)=3x-8\\ 2x+4=3x-15y-12\end{cases}$

2) Cho hàm số $y=mx-2m+2$ có đồ thị là đường thẳng d.

a) Vẽ đồ thị hàm số với $m=2$.

b) Tìm m để đường thẳng d cắt (P): $y=\frac{1}{2}x^2$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1=8x_2$.

Lời giải

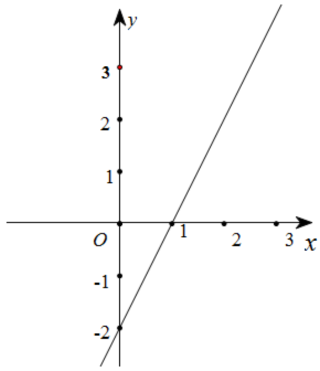
1) $\begin{cases}5(x+2y)=3x-8\\2x+4=3x-15y-12\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+5y=-4\\-x+15y=-16\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+5y=-4\\20y=-20\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(1;-1)$.

2) Cho hàm số $y=mx-2m+2$ có đồ thị là đường thẳng d.

a) Với $m=2$ ta có hàm số $y=2x-2$

Đường thẳng cắt trục Ox tại điểm $A(1;0)$ và cắt trục Oy tại điểm $B(0;-2)$.



b)

Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và (P):

$\frac{1}{2}x^2=mx-2m+2$

$\Leftrightarrow x^2-2mx+4m-4=0$ (1)

Để đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow \Delta'=m^2-4m+4>0$

$\Leftrightarrow (m-2)^2>0$

$\Leftrightarrow m\neq 2$

Áp dụng định lý Vi-ét và điều kiện đầu bài ta có hệ phương trình sau

$$\begin{cases} x_1+x_2=2m \\ x_1x_2=4m-4 \\ x_1=8x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x_2=2m \\ 8x_2^2=4m-4 \\ x_1=8x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2=\dfrac{2m}{9} \\ x_1=\dfrac{16m}{9} \\ x_1x_2=4m-4 \end{cases}.$$

Ta có phương trình sau $\frac{2m}{9}.\frac{16m}{9}=4m-4 \Leftrightarrow 8m^2-81m+81=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=9(tmdk) \\ m=\dfrac{9}{8}(tmdk) \end{array}\right..$$

Vậy, $m\in\{9;\frac{9}{8}\}$ là giá trị cần tìm.

Bài 4. (3,0 điểm)

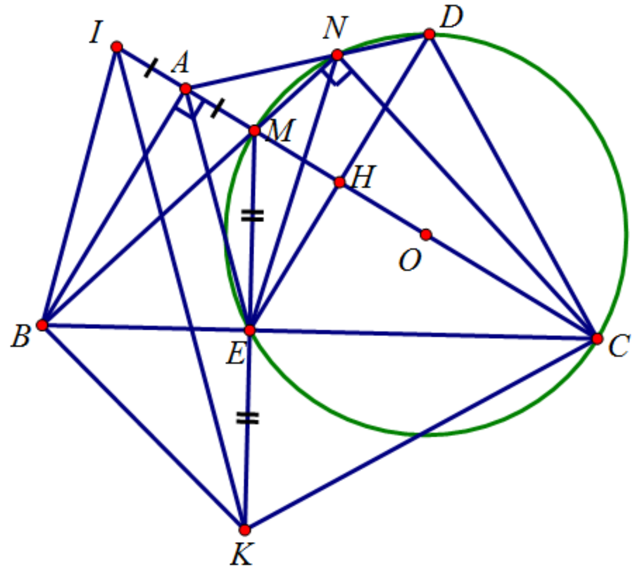
Cho tam giác ABC vuông tại A, biết $(AB<AC)$. Lấy điểm M thuộc cạnh AC. Vẽ đường tròn (O) đường kính MC cắt BC tại E, BM cắt (O) tại N, AN cắt (O) tại D, ED cắt AC tại H.

1) Chứng minh tứ giác $BANC$ nội tiếp.

2) Chứng minh $MH.HC=EH^2$ và M cách đều ba cạnh của tam giác ANE.

3) Lấy I đối xứng với M qua A, lấy điểm K đối xứng với M qua E. Tìm vị trí của M để đường tròn ngoại tiếp tam giác BIK có bán kính nhỏ nhất.

Lời giải



1) Tứ giác $BANC$ có :

$\widehat{BAC}=90^\circ$ (do tam giác ABC vuông ở A)

$\widehat{BNC}=90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)).

Do đó $BANC$ là tứ giác nội tiếp.

2) Ta có $\widehat{MEC}=90^\circ$ nên $BAME$ là tứ giác nội tiếp, suy ra $\widehat{ABE}=\widehat{EMC}$.

Mặt khác $BANC$ là tứ giác nội tiếp, suy ra $\widehat{ABC}=\widehat{DNC}$.

Suy ra $\widehat{EMC}=\widehat{DNC}$, nên $\widehat{ECM}=\widehat{DCM}$, hay M là điểm chính giữa cung ED.

Do đó $ED\perp CM$.

Tam giác MEC vuông ở E và có EH là đường cao.

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có $EH^2=HC.HM$.

+ Ta chứng minh M là giao của các đường phân giác trong của tam giác ANE.

Vì $BANC$ nội tiếp nên $\widehat{ANB}=\widehat{ACB}$; mà $MNCE$ nội tiếp nên $\widehat{MNE}=\widehat{MCE}$.

Suy ra $\widehat{ANB}=\widehat{BNE}$, hay BN là phân giác của góc ANB.

Vì $BAME$ nội tiếp nên $\widehat{ABM}=\widehat{AEM}$, mà $\widehat{ABN}=\widehat{ACN}$ và $\widehat{MEN}=\widehat{MCN}$

Suy ra $\widehat{AEM}=\widehat{NEM}$ hay EM là phân giác trong góc AEN.

Vậy M là giao điểm của các đường phân giác trong của tam giác ANE, tức là M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ANE nên cách đều các cạnh của tam giác này.

3) Từ giả thiết ta suy ra tam giác IBM cân ở B nên $\widehat{BIM}=\widehat{BMI}$ và $\Delta BMC=\Delta BKC$.

Suy ra $\widehat{BIC}+\widehat{BKC}=\widehat{BMI}+\widehat{BMC}=180^\circ$, hay $BICK$ là tứ giác nội tiếp.

Đường tròn ngoại tiếp tam giác BIK là đường tròn luôn đi qua hai điểm B, C cố định.

Do đó, bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BIK nhỏ nhất khi và chỉ khi BC là đường kính.

Khi đó $\widehat{BIM}=\widehat{BKC}=90^\circ$. Suy ra $I\equiv M\equiv A$.

Bài 5. (0,5 điểm) *Học sinh chọn một trong hai câu sau:*

1) Cho $x+y=1$. Chứng minh $x^4+y^4\geq\dfrac{1}{8}$.

2) Công ty đồ chơi Bingbon vừa cho ra đời một đồ chơi tàu điện điều khiển từ xa. Trong điều kiện phòng thí nghiệm, quãng đường s (xăng – ti – mét) đi được của đoàn tàu đồ chơi là một hàm số của thời gian t (giây), hàm số đó là $s=6t+9$. Trong điều kiện thực tế người ta thấy rằng nếu đoàn tàu đồ chơi di chuyển quãng đường 12 cm thì mất 2 giây và cứ trong mỗi 10 giây thì nó đi

được 52 cm. Mẹ bé An mua đồ chơi này về cho bé chơi, bé ngồi cách mẹ 2 m. Hỏi cần bao nhiêu giây để đoàn tàu đồ chơi đi từ chỗ mẹ tới chỗ bé?

Lời giải

1) Ta có $x^2+y^2\ge\dfrac{(x+y)^2}{2}$ (1) với mọi x, y.

Thật vậy, $(1)\Leftrightarrow 2x^2+2y^2\ge x^2+2xy+y^2\Leftrightarrow x^2-2xy+y^2\ge 0\Leftrightarrow (x-y)^2\ge 0$ luôn đúng với mọi giá trị của x, y.

Áp dụng (1) ta có:

$x^4+y^4=(x^2)^2+(y^2)^2\ge\dfrac{(x^2+y^2)^2}{2}$ và $x^2+y^2\ge\dfrac{(x+y)^2}{2}$.

Theo giả thiết ta có $x+y=1$ nên $x^2+y^2\ge\dfrac{1}{2}$.

Suy ra $x^4+y^4\ge\dfrac{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2}{2}=\dfrac{1}{8}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x=y=\dfrac{1}{2}$.

2) Giả sử quãng đường xe đi được trong điều kiện thực tế được biểu diễn qua hàm số $y=at+b$ theo biến thời gian t.

Từ bài ra ta có hệ phương trình $\begin{cases}2a+b=12\\10a+b=52\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=5\\b=2\end{cases}$.

Vậy hàm số biểu thị quãng đường xe đi được trong điều kiện thực tế là $y=5a+2$.

Đổi $2\text{ m }=200\text{ cm}$.

Để xe đi được từ vị trí của mẹ đến vị trí của bé thì :

$200=5t+2$

$\Rightarrow t=39,6$ (giây).

Vậy, cần 39,6 giây để đoàn tàu đồ chơi đi từ chỗ mẹ tới chỗ bé.

TRƯỜNG THCS THẠCH BÀN

(Đề thi gồm 01 trang)

Đề số 8

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2019-2020. MÔN: TOÁN

(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (2,0 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $M = 2\sqrt{8} - \sqrt{50} + 3\sqrt{18}$.

2) Cho biểu thức: $B = \left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \dfrac{1}{x-\sqrt{x}}\right) : \left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+1} + \dfrac{2}{x-1}\right)$ với $x > 0$; $x \neq 1$.

a) Chứng minh rằng $B = \dfrac{x-1}{\sqrt{x}}$.

b) Tìm x nguyên để $P = A : B$ đạt giá trị lớn nhất biết $A = \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$.

Câu 2. (2,5 điểm)

1) *Giải toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình.*

Lúc 5 giờ 15 phút, một người đi xe máy từ A đến B dài 75 km với vận tốc dự định. Đến B, người đó nghỉ 20 phút rồi quay về A và đi nhanh hơn lúc đi mỗi giờ 5 km. Người đó về đến A lúc 12 giờ 20 phút. Tính vận tốc lúc đi của người đó.

2) Một chiếc xô bằng tôn dạng hình nón cụt. Các bán kính đáy là 12 cm và 8 cm, chiều cao là 24 cm. Tính diện tích tôn để làm xô (không kể diện tích các chỗ ghép và xô không có nắp).

Câu 3. (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{8}{\sqrt{x}-3} + \dfrac{1}{2y-1} = 5 \\ \dfrac{4}{\sqrt{x}-3} + \dfrac{1}{2y-1} = 3 \end{cases}$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx + 1 - m$.

a) Xác định tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $m = -1$.

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn: $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 3$.

Câu 4. (3,0 điểm) Cho đường tròn tâm (O) và dây BC cố định không đi qua O. Trên cung lớn BC lấy điểm A sao cho $AB < AC$. Kẻ đường kính AK, E là hình chiếu của C trên AK. M là trung điểm của BC.

1) Chứng minh rằng C, E, O, M cùng thuộc một đường tròn.

2) $AD \perp BC$ tại D. Chứng minh rằng $AD.AK = AB.AC$.

3) Chứng minh rằng $DE // BK$ và ΔMDE cân.

4) F là hình chiếu của B trên AK. Chứng minh khi A di chuyển trên cung lớn BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp ΔDEF là 1 điểm cố định.

Câu 5. (0,5 điểm) Với a, b, c là các số dương thoả mãn có $ab + bc = 2ac$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{a+b}{2a-b} + \dfrac{c+b}{2c-b}$.

ଓ HẾT ଔ

ĐÁP ÁN

Câu 1. 1) Rút gọn biểu thức $M = 2\sqrt{8} - \sqrt{50} + 3\sqrt{18}$.

2) Cho biểu thức: $B = \left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \dfrac{1}{x-\sqrt{x}}\right) : \left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+1} + \dfrac{2}{x-1}\right)$ với $x > 0$; $x \neq 1$.

a) Chứng minh rằng $B = \dfrac{x-1}{\sqrt{x}}$.

b) Tìm x nguyên để $P = A : B$ đạt giá trị lớn nhất biết $A = \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$.

Lời giải

1) $M = 2\sqrt{8} - \sqrt{50} + 3\sqrt{18} = 2.2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 3.3\sqrt{2} = 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 9\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$.

2) Với $x > 0$; $x \neq 1$ ta có:

$$B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}}\right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1}\right)$$

$$= \left(\frac{\sqrt{x}.\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)} - \frac{1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} + \frac{2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}\right)$$

$$= \frac{x-1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)} : \frac{\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$= \frac{x-1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}.\left(\sqrt{x}-1\right)$$

$$= \frac{x-1}{\sqrt{x}}.$$

Vậy $B = \dfrac{x-1}{\sqrt{x}}$.

b) Với $x > 0$; $x \neq 1$ ta có:

$P=A:B=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}:\dfrac{x-1}{\sqrt{x}}=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}\cdot\dfrac{\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right).\left(\sqrt{x}+1\right)}=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$.

Vì $x>0$; $x\neq 1$ và x nguyên nên $x\geq 2$. Suy ra $\sqrt{x}-1\geq\sqrt{2}-1$.

Do đó $P=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}\leq\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}=\sqrt{2}+1$.

Vậy P đạt giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{2}+1$ tại $x=2$.

Câu 2. 1) *Giải toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình.*

Lúc 5 giờ 15 phút, một người đi xe máy từ A đến B dài 75 km với vận tốc dự định. Đến B, người đó nghỉ 20 phút rồi quay về A và đi nhanh hơn lúc đi mỗi giờ 5 km. Người đó về đến A lúc 12 giờ 20 phút. Tính vận tốc lúc đi của người đó.

2) Một chiếc xô bằng tôn dạng hình nón cụt. Các bán kính đáy là 12 cm và 8 cm, chiều cao là 24 cm. Tính diện tích tôn để làm xô (không kể diện tích các chỗ ghép và xô không có nắp).

Lời giải

1) Gọi vận tốc lúc đi của người đi xe máy là x (km/h) $(x>0)$.

Thời gian người đó đi từ A đến B là $\dfrac{75}{x}$ (h).

Vận tốc của người đó khi đi từ B về A là $x+5$ (km/h).

Thời gian người đó đi từ B về A là $\dfrac{75}{x+5}$ (h).

Ta có : 12 giờ 20 phút -5 giờ 15 phút -20 phút $=6$ giờ 45 phút $=\dfrac{27}{4}$ (h).

Theo bài ra ta có phương trình:

$\dfrac{75}{x}+\dfrac{75}{x+5}=\dfrac{27}{4}$

$\Leftrightarrow 75.4.(x+5)+75.4.x=27.x.(x+5)$

$\Leftrightarrow 300x+1500+300x=27x^2+135x$

$\Leftrightarrow 27x^2-465x-1500=0$

$\Leftrightarrow x=20\,(\text{tm})$ hoặc $x=\dfrac{-25}{9}$ (loại).

Vậy vận tốc lúc đi của người đi xe máy là 20 (km/h).

2) Độ dài đường sinh của xô là : $l=\sqrt{24^2+(12-8)^2}=4\sqrt{37}\,(\text{cm})$.

Diện tích xung quanh của xô là : $S_{xq}=\pi(r_1+r_2)l=\pi.(12+8).4.\sqrt{37}=80\sqrt{37}\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Diện tích đáy xô là : $S_d=\pi r_1^2=64\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Diện tích tôn để làm xô là : $S=S_{xq}+S_d=80\sqrt{37}\pi+64\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 3. 1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{8}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{1}{2y-1}=5\\ \dfrac{4}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{1}{2y-1}=3\end{cases}$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P): $y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=mx+1-m$.

a) Xác định tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $m=-1$.

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn: $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=3$.

Lời giải

1) Điều kiện $x\ge 0$; $x\ne 9$; $y\ne\dfrac{1}{2}$.

Đặt $a=\dfrac{1}{\sqrt{x}-3}$, $(a\ne 0)$; $b=\dfrac{1}{2y-1}$, $(b\ne 0)$, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}8a+b=5\\4a+b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4a=2\\4a+b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{2}\\b=1\end{cases}.$$

Từ đó: $\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{x}-3}=\dfrac{1}{2}\\ \dfrac{1}{2y-1}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x}-3=2\\2y-1=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=25\\y=1\end{cases}(\text{tm})$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(25;1)$.

2) a) Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là:

$x^2=mx+1-m\Leftrightarrow x^2-mx-1+m=0$.

Thay $m=-1$ ta được phương trình: $x^2+x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}y=1\\y=4\end{array}\right.$.

Vậy với $m=-1$ thì d cắt (P) tại hai giao điểm là $(1;1)$ và $(-2;4)$.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là: $x^2-mx-1+m=0$.

$\Delta=m^2-4.(-1+m)=m^2-4m+4=(m-2)^2$.

d cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow\ \Delta > 0\ \Leftrightarrow (m-2)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 2$.

Khi $m \neq 2$, d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2.

Theo định lý Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1x_2 = m-1 \end{cases}$.

Điều kiện $\begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 \geq 0 \\ x_1.x_2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1$.

Theo bài ra: $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 3\ \Rightarrow x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1x_2} = 9$

Suy ra $m + 2\sqrt{m-1} = 9$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{m-1} = 9 - m$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 9 \\ 4(m-1) = 81 - 18m + m^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 9 \\ m^2 - 22m + 85 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 9 \\ \left[\begin{array}{l} m = 5 \\ m = 17 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m = 5$.

Vậy $m = 5$ thì d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thoả mãn $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 3$.

Câu 4. Cho đường tròn tâm (O) và dây BC cố định không đi qua O. Trên cung lớn BC lấy điểm A sao cho $AB < AC$. Kẻ đường kính AK, E là hình chiếu của C trên AK. M là trung điểm của BC.

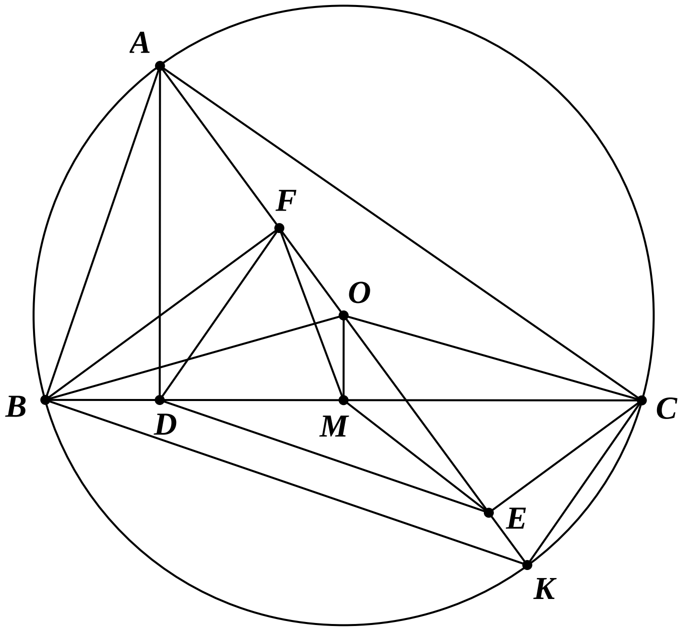
1) Chứng minh rằng C, E, O, M cùng thuộc một đường tròn.

2) $AD \perp BC$ tại D. Chứng minh rằng $AD.AK = AB.AC$.

3) Chứng minh rằng $DE // BK$ và ΔMDE cân.

4) F là hình chiếu của B trên AK. Chứng minh khi A di chuyển trên cung lớn BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp ΔDEF là 1 điểm cố định.

Lời giải



1) ΔOBC cân tại O, M là trung điểm của BC nên OM vừa là đường trung tuyến vừa là đường cao. Suy ra $OM \perp BC \Rightarrow \widehat{OMC} = 90^o$

Theo bài ra, E là hình chiếu của C trên AK nên $CE \perp AK$

$\Rightarrow CE \perp EO \Rightarrow \widehat{OEC} = 90^o$.

Tứ giác $CEMO$ có: $\widehat{OMC} = \widehat{OEC} = 90^o$ $\Rightarrow CEMO$ nội tiếp.

Do đó C, E, M, O cùng thuộc một đường tròn.

2) Xét ΔDBA và ΔCKA có

+) $\widehat{ADB} = \widehat{ACK} = 90°$

+) $\widehat{ABD} = \widehat{AKC}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

Nên $\Delta DBA \sim \Delta CKA$.

Do đó ta có: $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AC}{AK}$.

Hay $AD.AK = AB.AC$ (đpcm).

3) Theo bài ra $\begin{cases} AD \perp BC \\ AE \perp EC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{ADC} = 90^o \\ \widehat{AEC} = 90^o \end{cases}$ nên tứ giác $ADEC$ nội tiếp.

Suy ra $\widehat{CAE} = \widehat{CDE}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung CE) (1)

Ta lại có, $\widehat{CBK} = \widehat{CAE}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung CK) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{CBK} = \widehat{CDE}$.

(3)

Suy ra $DE // BK$ (hai góc đồng vị bằng nhau).

Tứ giác $CEMO$ nội tiếp nên $\widehat{EMC} = \widehat{EOC}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{EC}$).

(4)

Có: $\widehat{KBC}=\frac{1}{2}\widehat{KOC}$ (Góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung $\overset{\frown}{KC}$ của (O)).

(5)

Từ (3); (4) và (5) suy ra: $\widehat{EMC}=2.\widehat{CDE}$.

ΔMDE có $\widehat{EMC}=\widehat{MDE}+\widehat{MED}$ (góc ngoài của tam giác) mà $\widehat{EMC}=2.\widehat{MDE}$

Nên: $\widehat{MDE}=\widehat{MED}$. Do đó, ΔMDE cân tại M.

4) Dễ thấy tứ giác $OMBF$ nội tiếp nên $\widehat{OBM}=\widehat{MFO}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{MO}$).

Lại có: Tứ giác $OMEC$ nội tiếp nên $\widehat{MEO}=\widehat{MCO}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{MO}$).

Mà $\widehat{OBM}=\widehat{OCM}$ (ΔOCB cân tại O).

Do đó $\widehat{MFO}=\widehat{MEO}$ $\Rightarrow \Delta EMF$ cân tại $M \Rightarrow ME=MF$.

Mà $ME=MD$ (Tam giác MDE cân tại M).

Suy ra: $MD=ME=MF$.

Suy ra M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF.

Mà M là trung điểm của BC nên M là điểm cố định. Vậy Khi A di chuyển trên cung lớn BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF là một điểm cố định.

Câu 5. Với a, b, c là các số dương thoả mãn có $ab+bc=2ac$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{a+b}{2a-b}+\frac{c+b}{2c-b}$.

Lời giải

Với a, b, c là các số dương ta có:

$ab+bc=2ac\Rightarrow b=\frac{2ac}{a+c}$, thay vào P ta được

$$P=\frac{a+\frac{2ac}{a+c}}{2a-\frac{2ac}{a+c}}+\frac{c+\frac{2ac}{a+c}}{2c-\frac{2ac}{a+c}}$$

$$=\frac{a\left(a+c\right)+2ac}{2a\left(a+c\right)-2ac}+\frac{c\left(a+c\right)+2ac}{2c\left(a+c\right)-2ac}$$

$$=\frac{a+3c}{2a}+\frac{c+3a}{2c}$$

$$=1+\frac{3}{2}\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)\ge 1+\frac{3}{2}\cdot 2=4.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 4 khi $a=b=c$.

HẾT

PHÒNG GD VÀ ĐT LONG BIÊN

TRƯỜNG THCS SÀI ĐỒNG

(Đề thi gồm 01 trang)

Đề số 9

ĐỀ KIỂM TRA

NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN 9

(Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian giao đề)

I. TRẮC NGHIỆM

Ghi vào bài làm chữ cái đứng trước câu trả lời đúng

Câu 1. Nếu đường thẳng $y = ax + 5$ đi qua điểm $M(-1;3)$ thì hệ số góc của đường thẳng đó là

A. -1 . **B.** -2. **C.** 1 . **D.** 2 .

Câu 2. Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình $3x - 2y = 5$?

A. $(1;-1)$. **B.** $(5;-5)$. **C.** $(1;1)$. **D.** $(-5;5)$.

Câu 3. Đường thẳng $y = x - 2$ song song với đường thẳng nào sau đây?

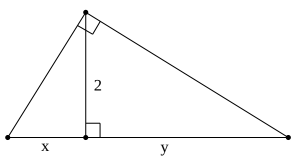
A. $2x - y = 2$. **B.** $2x + y = 2$. **C.** $2x - 2y = 4$. **D.** $x - y = 1$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{2}{3}x^2$. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. Giá trị lớn nhất của hàm số là 0 . **B.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\frac{2}{3}$

C. Giá trị nhỏ nhất của hàm số là 0 . **D.** Hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

Câu 5. Cho tam giác vuông như hình bên. Kết quả nào sau đây là đúng?



A. $x = 1$ và $y = 2$. **B.** $x = 4$ và $y = 4$.

C. $x = 2$ và $y = 8$. **D.** $x = \sqrt{2}$ và $y = 2\sqrt{2}$.

Câu 6. Cho tam giác vuông có hai cạnh góc vuông là a, b và đường cao ứng với cạnh huyền là h. Khi đó h bằng

A. $\sqrt{a^2 + b^2}$. **B.** $\frac{a+b}{ab}$. **C.** $\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{ab}$. **D.** $\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

Câu 7. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\sin^2 60^0 + \cos^2 30^0 = 1$. **B.** $\sin 60^0 = \sin 30^0 + \sin 30^0$.

C. $\cos 60^0 = \sin 30^0$. **D.** $\tan 30^0 = \dfrac{1}{2}\cot 30^0$.

Câu 8. Cho ΔMNP có $\widehat{M} = 90^0$, $ME \perp NP$ tại E. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $ME.NE = MN^2$. **B.** $\sin N = \dfrac{ME}{NE}$. **C.** $\sin P = \dfrac{ME}{MP}$. **D.** $MN^2 = NE.EP$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình.*

Một miếng hợp kim đồng và thiếc có khối lượng 12kg chứa 45% đồng nguyên chất. Hỏi phải thêm vào đó bao nhiêu thiếc nguyên chất để được hợp kim mới có chứa 40% đồng nguyên chất?

Câu 2. Tính diện tích tôn cần thiết để làm một cái thùng hình trụ có chiều cao là 80 (cm) và đáy có diện tích là $5024\left(cm^2\right)$ (không tính diện tích các chỗ mối ghép và nắp thùng). Lấy $\pi = 3{,}14$.

Câu 3. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} \dfrac{2}{x-y} + \sqrt{x-1} = 5 \\ \dfrac{3}{x-y} - 2\sqrt{x-1} = 4 \end{cases}$

Câu 4. Cho parabol $(P): y = \dfrac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $kx + y = 2$

a) Chứng minh rằng với mọi k thì đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A và B.

b) Gọi $x_1; x_2$ lần lượt là hoành độ tương ứng của A và B. Chứng minh $|x_1 - x_2| = 4$.

Câu 5. Cho đường tròn tâm O, đường kính AB. Lấy điểm D trên đường tròn (O) $(D \neq A; B)$. Lấy điểm C trên đường kính AB, kẻ $CH \perp AD$ tại H. Đường phân giác trong của góc $\widehat{DAB}$ cắt CH tại F, cắt BD tại I và cắt đường tròn tại E. Đường thẳng DF cắt đường tròn (O) tại điểm N. Chứng minh:

1) $ED^2 = EI.EA$.

2) Tứ giác AFCN nội tiếp được đường tròn.

3) Ba điểm C, N, E thẳng hàng.

☙ HẾT ❧

ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA

Năm học: 2019-2020

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8
D	A	D	C	D	D	C	C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Nếu đường thẳng $y = ax + 5$ đi qua điểm $M(-1;3)$ thì hệ số góc của đường thẳng đó là

A. -1. **B.** -2. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $y = ax + 5$ đi qua điểm $M(-1;3)$ $\Leftrightarrow 3 = a.(-1) + 5 \Leftrightarrow 3 = -a + 5$ $\Leftrightarrow a = 2$

Vậy hệ số góc của đường thẳng đó là 2.

Câu 2. Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình $3x - 2y = 5$?

A. $(1;-1)$. **B.** $(5;-5)$. **C.** $(1;1)$. **D.** $(-5;5)$.

Lời giải

Chọn A

Vì thay $x = 1; y = -1$ vào phương trình $3x - 2y = 5$ ta có: $3.1 - 2.(-1) = 3 + 2 = 5$.

Câu 3. Đường thẳng $y = x - 2$ song song với đường thẳng nào sau đây?

A. $2x - y = 2$. **B.** $2x + y = 2$. **C.** $2x - 2y = 4$. **D.** $x - y = 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2x-y=2 \Leftrightarrow y=2x-2$

$2x+y=2 \Leftrightarrow y=-2x+2$

$2x-2y=4 \Leftrightarrow y=x-2$

$x-y=1 \Leftrightarrow y=x-1$

Nên đường thẳng $y=x-2$ song song với đường thẳng $x-y=1$

Câu 4. Cho hàm số $y=\frac{2}{3}x^2$. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. Giá trị lớn nhất của hàm số là 0.

B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\frac{2}{3}$.

C. Giá trị nhỏ nhất của hàm số là 0.

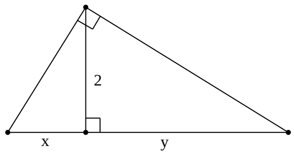
D. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

Chọn C

Vì $y=\frac{2}{3}x^2 \geq 0 \forall x \in R$ nên giá trị nhỏ nhất của hàm số là 0.

Câu 5. Cho tam giác vuông như hình bên. Kết quả nào sau đây là đúng?



A. $x=1$ và $y=2$.

B. $x=4$ và $y=4$.

C. $x=2$ và $y=8$.

D. $x=\sqrt{2}$ và $y=2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có: $2^2=x.y \Leftrightarrow x.y=4$

Vậy chỉ có $x=\sqrt{2}$ và $y=2\sqrt{2}$ thỏa mãn $x.y=4$.

Câu 6. Cho tam giác vuông có hai cạnh góc vuông là a,b và đường cao ứng với cạnh huyền là h. Khi đó h bằng

A. $\sqrt{a^2+b^2}$.

B. $\frac{a+b}{ab}$.

C. $\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{ab}$.

D. $\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

Lời giải

Chọn D

Cạnh huyền của tam giác vuông có hai cạnh góc vuông là a,b là: $c=\sqrt{a^2+b^2}$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có: $a.b=h.c\Rightarrow h=\dfrac{ab}{c}$

$\Rightarrow h=\dfrac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

Câu 7. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\sin^2 60^0+\cos^2 30^0=1$.

B. $\sin 60^0=\sin 30^0+\sin 30^0$.

C. $\cos 60^0=\sin 30^0$.

D. $\tan 30^0=\dfrac{1}{2}\cot 30^0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\cos 60^0=\sin 30^0=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 8. Cho ΔMNP có $\widehat{M}=90^0$, $ME\perp NP$ tại E. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $ME.NE=MN^2$.

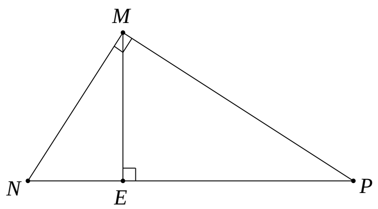
B. $\sin N=\dfrac{ME}{NE}$.

C. $\sin P=\dfrac{ME}{MP}$.

D. $MN^2=NE.EP$.

Lời giải

Chọn C



Xét ΔMEP vuông tại E có: $\sin P=\dfrac{ME}{MP}$

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình.*

Một miếng hợp kim đồng và thiếc có khối lượng 12 (kg) chứa 45% đồng nguyên chất. Hỏi phải thêm vào đó bao nhiêu thiếc nguyên chất để được hợp kim mới có chứa 40% đồng nguyên chất?

Lời giải

Gọi khối lượng thiếc nguyên chất cần thêm vào là x (kg) $(x>0)$.

Khối lượng của miếng hợp kim sau khi thêm x kg thiếc nguyên chất là $12+x$ (kg).

Vì trong 12 (kg) hợp kim chứa 45% đồng nguyên chất nên lượng đồng có trong đó là: $12.45\% = 5,4$ (kg).

Vì sau khi thêm vào lượng đồng không đổi và chiếm 40% nên ta có phương trình :

$$40\%.(x+12) = 5,4$$

$$\Leftrightarrow 0,4x + 4,8 = 5,4$$

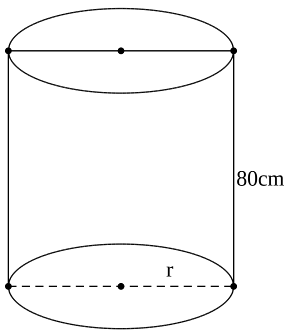
$$\Leftrightarrow 0,4x = 0,6$$

$\Leftrightarrow x = 1,5$ (thỏa mãn điều kiện của ẩn).

Vậy cần thêm vào $1,5$ (kg) thiếc nguyên chất để được hợp kim mới có chứa 40% đồng nguyên chất.

Câu 2. Tính diện tích tôn cần thiết để làm một cái thùng hình trụ có chiều cao là 80 (cm) và đáy có diện tích là $5024\left(cm^2\right)$ (không tính diện tích các chỗ mối ghép và nắp thùng). Lấy $\pi = 3,14$.

Lời giải



Gọi bán kính đáy, chiều cao, diện tích xung quanh và diện tích đáy của thùng hình trụ lần lượt là r (cm), h (cm), S_{xq} (cm²), S_d (cm²).

Vì $S_d = \pi r^2$ nên bán kính đáy là : $r = \sqrt{\dfrac{S_d}{\pi}} \approx \sqrt{\dfrac{5024}{3,14}} = \sqrt{1600} = 40$ (cm).

Diện tích xung quanh của hình trụ là : $S_{xq} = 2\pi R.h \approx 2.3,14.40.80 = 20096$ (cm²).

Vậy diện tích tôn cần thiết để làm thùng là : $S_{xq} + S_d \approx 20096 + 5024 = 25120$ (cm²).

Câu 3. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} \dfrac{2}{x-y} + \sqrt{x-1} = 5 \\ \dfrac{3}{x-y} - 2\sqrt{x-1} = 4 \end{cases}$

Lời giải

ĐKXĐ : $\begin{cases} x \neq y \\ x \geq 1 \end{cases}$

Đặt $\dfrac{1}{x-y} = a; \sqrt{x-1} = b \ (a \neq 0; b \geq 0)$

Hệ đã cho trở thành $\begin{cases} 2a+b=5 \\ 3a-2b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+2b=10 \\ 3a-2b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7a=14 \\ 2a+b=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2(TM) \\ b=1(TM) \end{cases}$

Thay $\dfrac{1}{x-y} = a; \sqrt{x-1} = b$

Ta có:

$\begin{cases} \dfrac{1}{x-y} = 2 \\ \sqrt{x-1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x-y} = 2 \\ x-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{2-y} = 2 \\ x=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-y = \dfrac{1}{2} \\ x=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=\dfrac{3}{2} \end{cases}$ (thỏa mãn ĐKXĐ).

Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là: $\left(2; \dfrac{3}{2}\right)$

Câu 4. Cho parabol $(P): y = \dfrac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): \ kx + y = 2$

a) Chứng minh rằng với mọi k thì đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A và B.

b) Gọi $x_1; x_2$ lần lượt là hoành độ tương ứng của A và B. Chứng minh $|x_1 - x_2| \geq 4$.

Lời giải

a) Đường thẳng (d) có dạng: $y = -kx + 2$.

Hoành độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) là nghiệm của phương trình:

$\dfrac{1}{2}x^2 = -kx + 2 \Leftrightarrow x^2 + 2kx - 4 = 0$

Có $\Delta' = k^2 + 4 > 0$ với $\forall k \in R$.Nên phương trình trên luôn có hai nghiệm phân biệt.

Hay đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A và B.

b) Vì $x_1; x_2$ lần lượt là hoành độ tương ứng của A và B

Nên $x_1; x_2$ là hai nghiệm phân biệt của phương trình $x^2 + 2kx - 4 = 0$

Theo định lý Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2k \\ x_1 x_2 = -4 \end{cases}$

Xét $|x_1 - x_2|$

Không mất tính tổng quát giả sử $x_1 > x_2$ ta có:

$|x_1 - x_2| = x_1 - x_2 = x_1 + \frac{4}{x_1}$ (vì $x_1x_2 = -4 \Rightarrow x_2 = \frac{-4}{x_1}$)

Mà $x_1x_2 = -4 < 0 \Rightarrow x_1; x_2$ trái dấu $\Rightarrow x_1 > 0$.

Áp dụng bất đẳng thức côsi cho hai số dương $x_1; \frac{4}{x_1}$ ta được:

$x_1 + \frac{4}{x_1} \geq 2\sqrt{x_1.\frac{4}{x_1}} = 4$ hay $|x_1 - x_2| \geq 4$.

Vậy khi $x_1; x_2$ lần lượt là hoành độ tương ứng của A và B thì $|x_1 - x_2| \geq 4$.

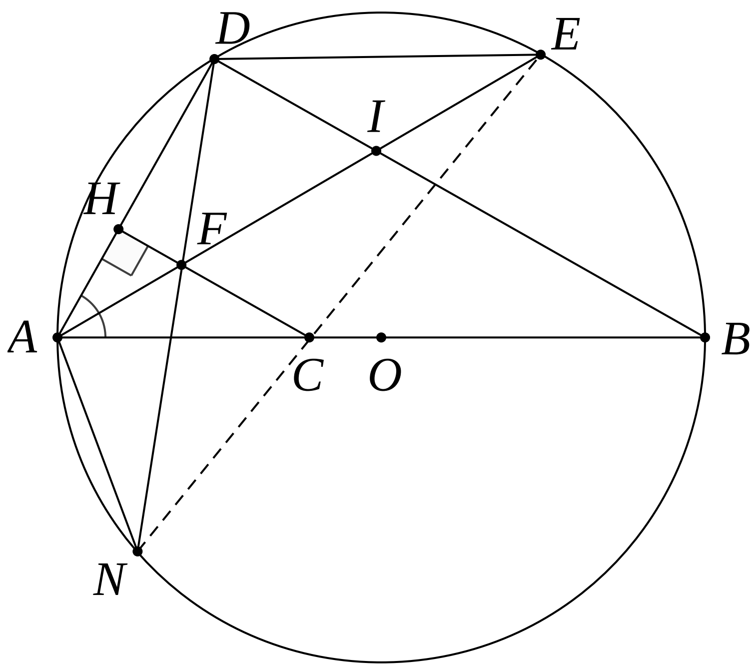
Câu 5. Cho đường tròn tâm O, đường kính AB. Lấy điểm D trên đường tròn (O) $(D \neq A; B)$. Lấy điểm C trên đường kính AB, kẻ $CH \perp AD$ tại H. Đường phân giác trong của $\widehat{DAB}$ cắt CH tại F, cắt BD tại I và cắt đường tròn tại E. Đường thẳng DF cắt đường tròn (O) tại điểm N. Chứng minh:

1) $ED^2 = EI.EA$.

2) Tứ giác AFCN nội tiếp được đường tròn.

3) Ba điểm C, N, E thẳng hàng.

Lời giải



1). $ED^2 = EI.EA$

Vì AE là phân giác của $\widehat{DAB} \Rightarrow \widehat{DAE} = \widehat{EAB}$

Xét (O) có: $\widehat{BDE} = \widehat{EAB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{EB}$)

$\Rightarrow \widehat{BDE} = \widehat{DAE}$ (cùng bằng $\widehat{BAE}$) hay $\widehat{IDE} = \widehat{DAE}$

Xét ΔADE và ΔDIE có:

$\widehat{DEA}$ chung

$\widehat{DAE} = \widehat{IDE}$ (cmt)

$\Rightarrow \Delta ADE \backsim \Delta DIE$ $(g-g)$.

$\Rightarrow \dfrac{DE}{EI} = \dfrac{EA}{DE} \Rightarrow ED^2 = EI.EA$.

2). Tứ giác AFCN nội tiếp được đường tròn.

Xét (O) có $\widehat{ADB} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

$\Rightarrow BD \perp AD$ mà $CH \perp AD$ (gt)

Suy ra CH // $BD \Rightarrow \widehat{HCA} = \widehat{DBA}$ (hai góc đồng vị)

Xét (O) có $\widehat{DBA} = \widehat{AND}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{AD}$)

Do đó: $\widehat{HCA} = \widehat{AND}$ (cùng bằng $\widehat{DBA}$) hay $\widehat{ACF} = \widehat{ANF}$

Xét tứ giác AFCN có $\widehat{FCA} = \widehat{FNA}$ mà hai góc có hai đỉnh kề cùng nhìn đoạn thẳng AF

Suy ra tứ giác AFCN nội tiếp được đường tròn.

3). Ba điểm C, N, E thẳng hàng.

Xét (O) có $\widehat{DAE} = \widehat{DNE}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{DE}$)

Tứ giác AFCN nội tiếp $\Rightarrow \widehat{FAC} = \widehat{FNC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{FC}$)

Mà $\widehat{DAE} = \widehat{FAC}$ (AE là phân giác của $\widehat{DAB}$)

Suy ra $\widehat{DNE} = \widehat{FNC}$ hay $\widehat{DNE} = \widehat{DNC}$

Hay $NE; NC$ trùng nhau hay ba điểm C, N, E thẳng hàng.

PHÒNG GD VÀ ĐT QUẬN LONG BIÊN
TRƯỜNG THCS PHÚC LỢI
(Đề thi gồm 01 trang)
Đề số 10

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
NĂM HỌC 2019-2020. MÔN: TOÁN
(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Biểu thức $P=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$ xác định với mọi giá trị của x thoả mãn:

A. $x\neq 1$. **B.** $x\geq 0$. **C.** $x\geq 0$ và $x\neq 1$. **D.** $x<1$.

Câu 2. Kết quả của biểu thức: $M=\sqrt{\left(\sqrt{7}-5\right)^2}+\sqrt{\left(2-\sqrt{7}\right)^2}$ là:

A. 3. **B.** 7. **C.** $2\sqrt{7}$. **D.** 10.

Câu 3. Phương trình $\sqrt{x-2}+1=4$ có nghiệm x bằng:

A. 5. **B.** 11. **C.** 121. **D.** 25.

Câu 4. Cho hàm số bậc nhất: $y=\dfrac{-2}{m+1}x+1$. Tất cả các giá trị của m để hàm số đồng biến là:

A. $m\geq -1$. **B.** $m\neq -1$. **C.** $m<-1$. **D.** $m>-1$.

Câu 5. Với giá trị nào của a, b thì đường thẳng $y=ax+b$ đi qua điểm $A(-1;3)$ và song song với đường thẳng $y=-\dfrac{x}{2}+2$.

A. $a=-\dfrac{1}{2};b=3$. **B.** $a=\dfrac{1}{2};b=\dfrac{5}{2}$. **C.** $a=-\dfrac{1}{2};b=\dfrac{5}{2}$. **D.** $a=-\dfrac{1}{2};b=-\dfrac{5}{2}$.

Câu 6. Số nghiệm của phương trình: $x^4+5x^2+4=0$.

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 7. ΔABC vuông tại A có $AB=12cm$ và $\tan B=\dfrac{1}{3}$. Độ dài cạnh BC là:

A. 16 cm. **B.** 18 cm. **C.** $5\sqrt{10}$ cm. **D.** $4\sqrt{10}$ cm.

Câu 8. Cho đường tròn $(O;5cm)$, dây AB không đi qua O. Từ O kẻ OM vuông góc với $AB\,(M\in AB)$, biết $OM=3cm$. Khi đó độ dài dây AB bằng:

A. $4\,\text{cm}$. **B.** $8\,\text{cm}$. **C.** $6\,\text{cm}$. **D.** $5\,\text{cm}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1.

1) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Theo kế hoạch hai tổ sản xuất phải làm 330 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng khi thực hiện do tổ I đã sản xuất vượt mức kế hoạch là 10%, tổ II làm giảm 15% so với kế hoạch nên cả hai tổ làm được 318 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao theo kế hoạch của mỗi tổ là bao nhiêu.

2) Một bồn nước inox có dạng một hình trụ với chiều cao là $1,65\,\text{m}$ và diện tích đáy là $0,42\ m^2$. Hỏi bồn nước này đựng đầy được bao nhiêu mét khối nước? (Bỏ qua bề dày của bồn nước).

Câu 2.

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{2}{\sqrt{x-1}} + |3y-2| = 3 \\ -3|3y-2| + \dfrac{1}{\sqrt{x-1}} = -2 \end{cases}$

2) Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$ với m là tham số.

a)Tìm m để phương trình có một nghiệm bằng 2. Tìm nghiệm còn lại.

b)Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2} = 2$.

3) Cho a, b là các số không âm thỏa mãn $a^2 + b^2 \le 2$. Chứng minh rằng: $a\sqrt{3a(a+2b)} + b\sqrt{3b(b+2a)} \le 6$.

Câu 3. Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính AB. Gọi M thuộc đoạn OA sao cho $AM = \dfrac{2}{3}AO$. Kẻ dây CD vuông góc với AB tại M. Gọi K là điểm bất kì trên cung lớn $CD\,(K \ne B; K \ne C; K \ne D)$. Gọi giao điểm của AK với CD là E.

a) Chứng minh tứ giác $KEMB$ nội tiếp một đường tròn.

b) Chứng minh $\widehat{ACM} = \widehat{AKC}$ và $AC^2 AE.AK$.

c) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác KEC. Chứng minh 3 điểm $C; I; B$ thẳng hàng.

d) Tìm vị trí của K trên cung lớn $CD\,(K \ne B; K \ne C; K \ne D)$ để độ dài đoạn thẳng DI nhỏ nhất.

ꕥ HẾT ꕥ

TRƯỜNG THCS HÀ NỘI

Năm học: 2019-2020

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8
C	A	B	C	C	D	D	B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Biểu thức $P=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$ xác định với mọi giá trị của x thoả mãn:

A. $x\neq 1$. **B.** $x\geq 0$. **C.** $x\geq 0$ và $x\neq 1$. **D.** $x<1$.

Lời giải

Chọn C

Biểu thức $P=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$ xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ \sqrt{x}-1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ x\neq 1 \end{cases}$.

Câu 2. Kết quả của biểu thức: $M=\sqrt{\left(\sqrt{7}-5\right)^2}+\sqrt{\left(2-\sqrt{7}\right)^2}$ là:

A. 3. **B.** 7. **C.** $2\sqrt{7}$. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Ta có $M=\sqrt{\left(\sqrt{7}-5\right)^2}+\sqrt{\left(2-\sqrt{7}\right)^2}=\left|\sqrt{7}-5\right|+\left|2-\sqrt{7}\right|=5-\sqrt{7}+\sqrt{7}-2=3$.

Câu 3. Phương trình $\sqrt{x-2}+1=4$ có nghiệm x bằng:

A. 5. **B.** 11. **C.** 121. **D.** 25.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sqrt{x-2}+1=4 \Leftrightarrow \sqrt{x-2}=3 \Leftrightarrow x-2=9 \Leftrightarrow x=11$.

Câu 4. Cho hàm số bậc nhất: $y = \frac{-2}{m+1}x + 1$. Tất cả các giá trị của m để hàm số đồng biến là:

A. $m \geq -1$. **B.** $m \neq -1$. **C.** $m < -1$. **D.** $m > -1$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số bậc nhất: $y = \frac{-2}{m+1}x + 1$ đồng biến trong $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \frac{-2}{m+1} > 0 \Leftrightarrow m + 1 < 0 \Leftrightarrow m < -1$.

Câu 5. Với giá trị nào của a, b thì đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $A(-1;3)$ và song song với đường thẳng $y = -\frac{x}{2} + 2$.

A. $a = -\frac{1}{2}; b = 3$. **B.** $a = \frac{1}{2}; b = \frac{5}{2}$. **C.** $a = -\frac{1}{2}; b = \frac{5}{2}$. **D.** $a = -\frac{1}{2}; b = -\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $A(-1;3)$ khi $3 = -a + b\,(1)$.

Đường thẳng $y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = -\frac{x}{2} + 2 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}; b \neq 2$.

Kết hợp với (1) suy ra $a = \frac{-1}{2}; b = \frac{5}{2}$

Câu 6. Số nghiệm của phương trình: $x^4 + 5x^2 + 4 = 0$.

A. 4 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 0

Lời giải

Chọn D

Đặt $x^2 = t\,(t \geq 0)$.

Phương trình thành $t^2 + 5t + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1\,(L) \\ t = -4\,(L) \end{array}\right.$.

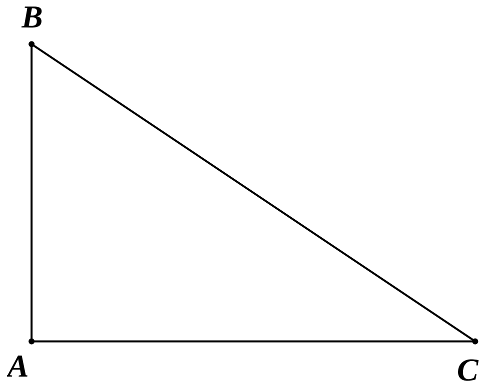
Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 7. ΔABC vuông tại A có $AB = 12cm$ và $\tan B = \frac{1}{3}$. Độ dài cạnh BC là:

A. 16 cm. **B.** 18 cm. **C.** $5\sqrt{10}$ cm. **D.** $4\sqrt{10}$ cm.

Lời giải

Chọn D



Ta có $\tan B = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{AC}{12} \Leftrightarrow AC = 4$.

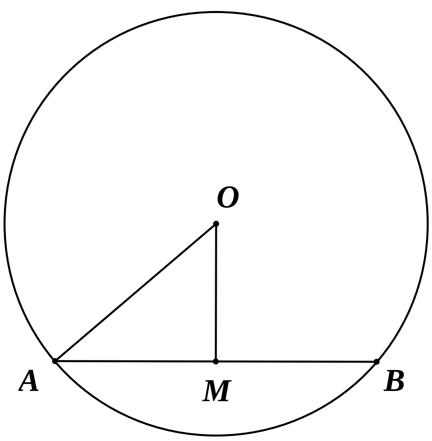
Theo Pytagore ta có $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{12^2 + 4^2} = 4\sqrt{10}$.

Câu 8. Cho $(O;5cm)$, dây AB không đi qua O. Từ O kẻ OM vuông góc với $AB(M \in AB)$, biết $OM = 3cm$. Khi đó độ dài dây AB bằng:

A. 4 cm. **B.** 8 cm. **C.** 6 cm. **D.** 5 cm.

Lời giải

Chọn B



Ta có $AB = 2AM$.

Mặt khác tam giác OAM vuông tại M suy ra $AM = \sqrt{OA^2 - OM^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.

Vậy $AB = 2AM = 8$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1.

1) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Theo kế hoạch hai tổ sản xuất phải làm 330 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng khi thực hiện do tổ I đã sản xuất vượt mức kế hoạch là 10%, tổ II làm giảm 15% so với kế hoạch nên cả hai tổ làm được 318 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao theo kế hoạch của mỗi tổ là bao nhiêu?.

2) Một bồn nước inox có dạng một hình trụ với chiều cao là $1,65$m và diện tích đáy là $0,42\ m^2$. Hỏi bồn nước này đựng đầy được bao nhiêu mét khối nước? (Bỏ qua bề dày của bồn nước).

Lời giải

1) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Gọi số sản phẩm tổ I phải hoàn thành theo kế hoạch là x (sản phẩm, $x \in \mathbb{N}, 0 < x < 330$)

Số sản phẩm tổ II hoàn thành theo kế hoạch là y (sản phẩm, $y \in \mathbb{N}, 0 < y < 330$)

Theo kế hoạch hai tổ phải làm được 330 sản phẩm nên ta có phương trình: $x + y = 330(1)$.

Số sản phẩm thực tế của tổ I làm đuọc là: $x + 10\%x = 1,1x$ (sản phẩm).

Số sản phẩm thực tế của tổ II làm đuọc là: $y - 15\%y = 0,85y$ (sản phẩm).

Vì thực tế của hai tổ làm được 318 sản phẩm ta có phương trình $1,1x + 0,85y = 318(2)$.

Từ $(1);(2)$ ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 330 \\ 1,1x + 0,85y = 318 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,1x + 1,1y = 363 \\ 1,1x + 0,85y = 318 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 330 \\ 0,25\text{y} = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 150(TM) \\ y = 180(TM) \end{cases}$$

Vậy số sản phẩm theo kế hoạch của tổ I là 150 (sản phẩm).

Vậy số sản phẩm theo kế hoạch của tổ II là 180 (sản phẩm).

2) Bồn nước đựng được số mét khối nước là : $1,65.0,42 = 0,693\left(m^3\right)$.

Câu 2.

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{2}{\sqrt{x-1}} + |3y-2| = 3 \\ -3|3y-2| + \dfrac{1}{\sqrt{x-1}} = -2 \end{cases}$

2) Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$ với m là tham số.

a)Tìm m để phương trình có một nghiệm bằng 2. Tìm nghiệm còn lại.

b)Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2} = 2$.

3) Cho a,b là các số không âm thỏa mãn $a^2 + b^2 \le 2$. Chứng minh rằng:

$a\sqrt{3a(a+2b)} + b\sqrt{3b(b+2a)} \le 6$.

Lời giải

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{2}{\sqrt{x-1}} + |3y-2| = 3 \\ -3|3y-2| + \dfrac{1}{\sqrt{x-1}} = -2 \end{cases}$.

Điều kiện xác định: $x > 1$.

Đặt $\dfrac{1}{\sqrt{x-1}} = a;\ |3y-2| = b;\ (ĐK: a > 0; b \ge 0)$.

Hệ trở thành: $\begin{cases} 2a + b = 3 \\ a - 3b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 3 \\ 2a - 6b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 3 \\ 7b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1(TM) \\ b = 1(TM) \end{cases}$.

Với $a = 1 \Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{x-1}} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 1 \Leftrightarrow x = 2(TM)$.

Với $b = 1 \Rightarrow |3y-2| = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3y - 2 = 1 \\ 3y - 2 = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 1(TM) \\ y = \dfrac{1}{3}(TM) \end{array}\right.$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y) \in \left\{(2;1);\left(2;\dfrac{1}{3}\right)\right\}$.

2) Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$ với m là tham số.

a)Tìm m để phương trình có một nghiệm bằng 2. Tìm nghiệm còn lại.

Phương trình có một nghiệm bằng 2

$\Leftrightarrow 2^2 - 2(m-1)2 + 2m - 5 = 0$

$\Leftrightarrow 4 - 4m + 4 + 2m - 5 = 0$

$\Leftrightarrow -2m + 3 = 0$

$\Leftrightarrow m = \dfrac{3}{2}$

Thay $m = \dfrac{3}{2}$ vào phương trình ban đầu ta có : $x^2 - x - 2 = 0$

Ta có $a - b + c = 1 - (-1) - 2 = 0$

Nên nghiệm còn lại là $x = -1$.

b) Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2} = 2$.

Ta có $\Delta' = (m-1)^2 - (2m-5) = m^2 - 4m + 6 = (m-2)^2 + 2 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ với mọi $m \in \mathbb{R}$.

Theo định lí Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_1 = 2m - 5 \end{cases}$

Để $\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2} = 2$.

Điều kiện: $\begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 \geq 0 \\ x_1 x_2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(m-1) \geq 0 \\ 2m - 5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m > \dfrac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \dfrac{5}{2}$.

Theo đề bài $\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2} = 2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 - 2\sqrt{x_1 x_2} = 4$

$\Leftrightarrow 2(m-1) - 2\sqrt{2m-5} = 4$

$\Leftrightarrow \sqrt{2m-5} = m - 3$ (đk: $m \geq 3$)

$\Leftrightarrow 2m - 5 = (m-3)^2$

$\Leftrightarrow m^2 - 8m + 14 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m_1 = 4 + \sqrt{2} (TM) \\ m_2 = 4 - \sqrt{2} (\text{L}) \end{array} \right.$

Vậy $m = 4 + \sqrt{2}$.

3) Cho a, b là các số không âm thỏa mãn $a^2 + b^2 \leq 2$. Chứng minh rằng:

$a\sqrt{3a(a+2b)} + b\sqrt{3b(b+2a)} \leq 6$.

Dự đoán dấu bằng xảy ra khi $a = b = 1$. Khi đó $3a = a + 2b,\ 3b = b + 2a$ nên ta có thể áp dụng bất đẳng thức Cauchy trực tiếp cho biểu thức trong dấu căn.

Sử dụng bất đẳng thức Cauchy dạng $\sqrt{xy} \le \frac{x+y}{2}$, dễ thấy

$a\sqrt{3a(a+2b)} \le a\frac{3a+a+2b}{2} = 2a^2 + ab$, $b\sqrt{3b(b+2a)} \le b\frac{3b+b+2a}{2} = 2b^2 + ab$.

Cộng hai bất đẳng thức này lại vế theo vế, ta được:

$M = a\sqrt{3a(a+2b)} + b\sqrt{3b(b+2a)} \le 2(a^2+b^2) + 2ab = 4 + 2ab$.

Tiếp tục sử dụng bất đẳng thức Cauchy kết hợp với giả thiết, ta có:
$4 + 2ab \le 4 + a^2 + b^2 = 6$. Từ đó ta có ngay $M \le 6$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a = b = 1$.

Câu 3.

Cho $(O;R)$ đường kính AB. Gọi M thuộc đoạn OA sao cho $AM = \frac{2}{3}AO$. Kẻ dây CD vuông góc với AB tại M. Gọi K là điểm bất kì trên cung lớn $CD(K \ne B; K \ne C; K \ne D)$. Gọi giao điểm của AK với CD là E.

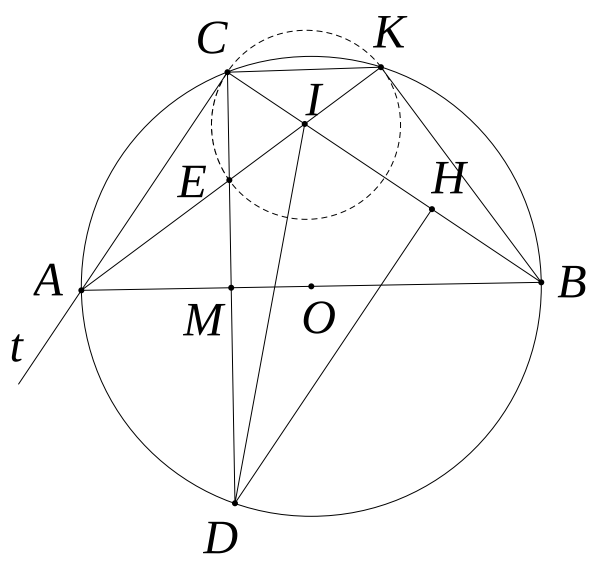
a) Chứng minh tứ giác $KEMB$ nội tiếp một đường tròn.

b) Chứng minh $\widehat{ACM} = \widehat{AKC}$ và $AC^2 = AE.AK$.

c) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác KEC. Chứng minh 3 điểm $C; I; B$ thẳng hàng.

d) Tìm vị trí của K trên cung lớn $CD(K \ne B; K \ne C; K \ne D)$ để độ dài đoạn thẳng DI nhỏ nhất.

Lời giải



a) Chứng minh tứ giác $KEMB$ nội tiếp một đường tròn.

Vì $CD \perp AB$ nên $\widehat{EMB} = 90^O$

Vì K nằm trên đường tròn đường kính AB nên $\widehat{AKB}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn

$\Rightarrow \widehat{EKB} = 90^O$

Xét tứ giác $KEMB$ có

$\widehat{EMB} + \widehat{EKB} = 180^O$

Mà hai góc ở vị trí đối nhau

Nên tứ giác $KEMB$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $\widehat{ACM} = \widehat{AKC}$ và $AC^2 = AE.AK$.

Do tam giác ABC vuông tại C, CM là đường cao nên $\widehat{ACM} = \widehat{ABC}$. (Do cùng bù góc $\widehat{BCM}$).

Xét đường tròn (O) có

$\widehat{AKC}$; $\widehat{ABC}$ là hai góc nội tiếp chắn cung AC

Nên $\widehat{AKC} = \widehat{ABC}$

Suy ra $\widehat{ACM} = \widehat{AKC}$.(Cùng bằng $\widehat{ABC}$).

Xét ΔACE và ΔAKC có

Góc $\widehat{CAE}$ chung.

$\widehat{ACM} = \widehat{AKC}$

Suy ra $\Delta ACE \backsim \Delta AKC\,(g.g)$, suy ra $\dfrac{AC}{AK} = \dfrac{AE}{AC} \Rightarrow AC^2 = AE.AK$.

c) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác KEC. Chứng minh 3 điểm $C;I;B$ thẳng hàng.

Trên nửa mặt phẳng bờ CD chứa A, kẻ Ct là tiếp tuyến của (I).

Xét (I) có $\widehat{tCM} = \widehat{AKC}$.(Cùng bằng $\dfrac{1}{2}sd\overset{\frown}{CE}$)

Xét (O) có $\widehat{ACM} = \widehat{AKC}$ (Câu b)

Suy ra $\widehat{tCM} = \widehat{ACM}$. Tức $Ct \equiv CA$.

Vậy CA là tiếp tuyến của $(I) \Rightarrow CA \perp CI$.

Mà $CA \perp CB$ suy ra $CI \equiv CB$ hay $C;I;B$ thẳng hàng.

d) Tìm vị trí của K trên cung lớn $CD\left(K \neq B; K \neq C; K \neq D\right)$để độ dài đoạn thẳng DI nhỏ nhất.

Kẻ $DH \perp CB$. Do $B;C;D$ cố định khi K di chuyển nên H cố định.

Suy ra DH không đổi

Xét đường xiên DI và đường vuông góc DH ta có $DI \geq DH$.

Vậy độ dài đoạn thẳng DI nhỏ nhất bằng DH khi $I \equiv H$.

Lúc này H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác KEC.

Mà K thuộc $\left(O\right)$. Suy ra K là giao điểm của $\left(O\right)$ với $\left(H;HC\right)$.

UBND QUẬN LONG BIÊN

TRƯỜNG THCS PHÚC ĐỒNG

MA TRẬN ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10

MÔN TOÁN - Năm học 2019-2020

Ngày kiểm tra:…./…./2020

Đề số 11

(Thời gian làm bài 120 phút không kể thời gian giao đề)

Bài 1. Cho hai biểu thức $P=\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{3x+3}{x-9}$ và $Q=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ với $x\ge 0, x\ne 9$

1) Tính giá trị của Q tại $x=36$.

2) Rút gọn P và tính $M=\dfrac{P}{Q}$.

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của M .

Bài 2.

1) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Hai người thợ cùng làm chung một công việc sau 3 giờ 36 phút thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì người thứ nhất hoàn thành công việc chậm hơn người thứ hai là 3 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu giờ để xong việc?

2) Có hai lọ thủy tinh hình trụ, lọ thứ nhất phía bên trong có đường kính đáy là 30 cm, chiều cao 20 cm, đựng đầy nước. Lọ thứ hai bên trong có đường kính đáy là 40 cm, chiều cao 12 cm. Hỏi nếu đổ hết nước từ trong lọ thứ nhất sang lọ thứ hai nước có bị tràn ra ngoài không? Tại sao? (Lấy $\pi\approx 3{,}14$)

Bài 3.

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+y=\dfrac{4x-3}{5} \\ x+3y=\dfrac{15-9y}{14} \end{cases}$

2) Cho đường thẳng $(d): y=-mx+m+1$ và Parabol $(P): y=x^2$.

a) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $m=2$.

b) Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1^2+x_2^2<2$.

Bài 4. Cho đường tròn tâm O và một dây cung AB. Từ điểm chính giữa P của cung lớn AB kẻ đường kính PQ, cắt dây AB tại D. Gọi M là một điểm bất kì trên cung lớn AB, QM cắt AB tại I, PM cắt AB tại C.

1) Chứng minh tứ giác $DIMP$ là tứ giác nội tiếp

2) Chứng minh $CM.CP = CI.CD$.

3) Gọi N là giao điểm của đường tròn tâm O và đoạn thẳng CQ. Chứng minh PN, QI, AB đồng qui.

4) Xác định vị trí của điểm M trên cung lớn AB để tích $IM.IQ$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 5. Cho hai số dương a và b thỏa mãn $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P=\frac{1}{a^4+b^2+2ab^2}+\frac{1}{b^4+a^2+2ba^2}.$$

…………………………*Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm*……………………

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ VÀO 10

Bài 1. Cho hai biểu thức $P=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\frac{3x+3}{x-9}$ và $Q=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ với $x\ge 0, x\ne 9$

1) Tính giá trị của Q tại $x=36$.

2) Rút gọn P và tính $M=\frac{P}{Q}$.

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của M.

Lời giải

1) Tính giá trị của Q tại $x=36$.

Thay $x=36$ (tmđk) vào biểu thức Q, ta có: $Q=\frac{\sqrt{36}+1}{\sqrt{36}-3}=\frac{6+1}{6-3}=\frac{7}{3}$

Vậy giá trị của biểu thức Q tại $x=36$ là $\frac{7}{3}$.

2) Rút gọn P và tính $M=\frac{P}{Q}$.

Với $x \geq 0; x \neq 9$ ta có:

$$P = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+3}{x-9}$$

$$P = \frac{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)} + \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)} - \frac{3x+3}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$P = \frac{2x-6\sqrt{x}+x+3\sqrt{x}-3x-3}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$P = \frac{-3\sqrt{x}-3}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$P = \frac{-3\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

Ta có: $M = \dfrac{P}{Q} = \dfrac{-3\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)} : \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} = \dfrac{-3}{\sqrt{x}+3}$

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của M .

Với $x \geq 0; x \neq 9$ ta có:

Vì $x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}+3 \geq 3 \Leftrightarrow \dfrac{3}{\sqrt{x}+3} \leq 1 \Leftrightarrow \dfrac{-3}{\sqrt{x}+3} \geq -1 \Leftrightarrow M \geq -1$

Dấu $"="$xảy ra $\Leftrightarrow x = 0$ (tmđk).

Vậy giá trị nhỏ nhất của M là -1 khi $x = 0$.

Bài 2.

1) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Hai người thợ cùng làm chung một công việc sau 3 giờ 36 phút thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì người thứ nhất hoàn thành công việc chậm hơn người thứ hai là 3 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu giờ để xong việc?

Lời giải

Đổi 3 giờ 36 phút $= \dfrac{18}{5}$ giờ.

Gọi thời gian người 1 làm một mình để xong việc là x (giờ, $x > \dfrac{18}{5}$).

Thời gian người 2 làm một mình để xong việc là $x-3\,(\text{h})$.

Trong 1 giờ, người 1 làm được $\frac{1}{x}$ (công việc).

Trong 1 giờ, người 2 làm được $\frac{1}{x-3}$ (công việc).

Trong 1 giờ, 2 người làm được $\frac{5}{18}$ (công việc) nên ta có phương trình.

$\frac{1}{x}+\frac{1}{x-3}=\frac{5}{18}$

$\Leftrightarrow \frac{x-3+x}{x(x-3)}=\frac{5}{18}$

$\Rightarrow 18(2x-3)=5x(x-3)$

$\Leftrightarrow 36x-54=5x^2-15x$

$\Leftrightarrow 5x^2-51x+54=0$

$\Delta=51^2-4.5.54=1521>0$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt:

$x_1=\frac{51-39}{10}=\frac{6}{5}$ (loại), $x_2=\frac{51+39}{10}=9$ (tm).

Vậy thời gian người 1 làm một mình xong công việc là 9 giờ.

Thời gian người 2 làm một mình xong công việc là 6 giờ.

2) Có hai lọ thủy tinh hình trụ, lọ thứ nhất phía bên trong có đường kính đáy là 30 cm, chiều cao 20 cm, đựng đầy nước. Lọ thứ hai bên trong có đường kính đáy là 40 cm, chiều cao 12 cm. Hỏi nếu đổ hết nước từ trong lọ thứ nhất sang lọ thứ hai nước có bị tràn ra ngoài không? Tại sao? (Lấy $\pi\approx 3{,}14$).

Lời giải

$V_{\text{hình trụ 1}}=\pi {r_1}^2h_1=3{,}14.15^2.20\approx 14130\ \left(\text{cm}^3\right)$

$V_{\text{hình trụ 2}}=\pi {r_2}^2h_2=3{,}14.20^2.12\approx 15072\ \left(\text{cm}^3\right)$

Vậy khi đổ nước từ lọ thứ nhất sang lọ thứ hai thì nước không bị tràn vì thể tích của lọ thứ hai lớn hơn thể tích của lọ thứ nhất.

Bài 3.

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+y=\dfrac{4x-3}{5} \\ x+3y=\dfrac{15-9y}{14} \end{cases}$

Lời giải

$\begin{cases} x+y=\dfrac{4x-3}{5} \\ x+3y=\dfrac{15-9y}{14} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5(x+y)=4x-3 \\ 14(x+3y)=15-9y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+5y=4x-3 \\ 14x+42y=15-9y \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-3-5y \\ 14(-3-5y)+51y=15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3-5y \\ -19y=57 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=12 \\ y=-3 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;\ y)=(12;-3)$

2) Cho đường thẳng $(d): y=-mx+m+1$ và Parabol $(P): y=x^2$.

a) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $m=2$.

b) Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1^2+x_2^2<2$.

Lời giải

a) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $m=2$.

Với $m=2$ hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình:

$x^2=-2x+3 \Leftrightarrow x^2+2x-3=0 \Leftrightarrow (x-1)(x+3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right.$.

+) Với $x=1 \Rightarrow y=1^2=1$.

+) Với $x=-3 \Rightarrow y=(-3)^2=9$.

Khi $m=2$ thì tọa độ giao điểm là $(1;1)$ và $(-3;9)$.

b) Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1^2+x_2^2<2$.

Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình:

$x^2=-mx+m+1 \Leftrightarrow x^2+mx-m-1=0.$ (1).

Ta có: $a+b+c=1+m-m+1=0$. Phương trình (1) luôn có hai nghiệm:

$x=1; x=-m-1$.

Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2

$\Leftrightarrow 1\neq -m-1 \Leftrightarrow m\neq -2$.

Ta có: $x_1^2+x_2^2<2 \Leftrightarrow 1^2+(-m-1)^2<2 \Leftrightarrow (m+1)^2<1$

$\Leftrightarrow -1<m+1<1 \Leftrightarrow -2<m<0$ (tm).

Vậy $-2<m<0$ thì đồ thị hai hàm số cắt nhau tại hai điểm phân biệt thỏa mãn $x_1^2+x_2^2<2$.

Bài 4. Cho đường tròn tâm O và một dây cung AB không đi qua tâm. Từ điểm chính giữa P của cung lớn AB kẻ đường kính PQ, cắt dây AB tại D. Gọi M là một điểm bất kì trên cung lớn AB, QM cắt AB tại I, PM cắt AB tại C.

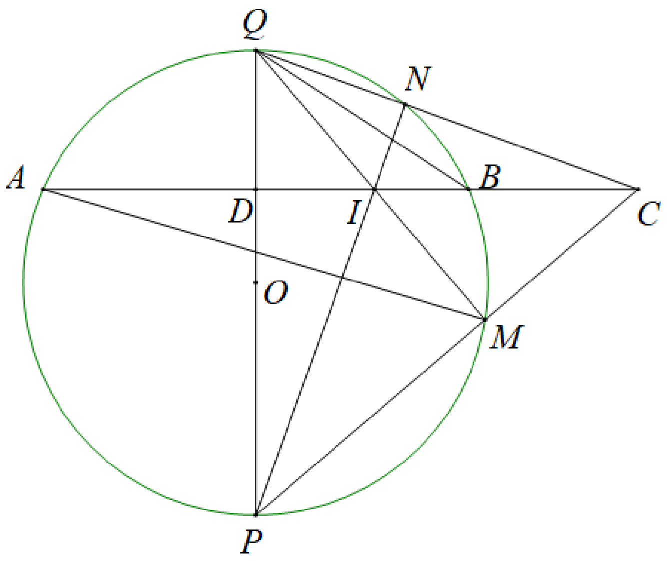
1) Chứng minh tứ giác $DIMP$ là tứ giác nội tiếp

2) Chứng minh $CM.CP=CI.CD$.

3) Gọi N là giao điểm của đường tròn tâm O và đoạn thẳng CQ. Chứng minh PN, QI, AB đồng qui.

4) Xác định vị trí của điểm M trên cung lớn AB để tích $IM.IQ$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải



1) Chứng minh tứ giác $DIMP$ là tứ giác nội tiếp

+ Xét (O); ta có:

P là điểm chính giữa $\overset{\frown}{AB} \Rightarrow OP \perp AB$ hay $PD \perp AB \Rightarrow \widehat{PDI} = 90^\circ$

PQ là đường kính và $M \in (O) \Rightarrow \widehat{PMI} = 90^\circ$

+ Xét tứ giác $DIMP$ có:

$\widehat{PDI} + \widehat{PMI} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ tứ giác $DIMP$ nội tiếp.

2) Chứng minh $CM.CP = CI.CD$.

Xét ΔCIM và ΔCPD có:

$\widehat{MCI}$ chung

$\widehat{CMI} = \widehat{CDP} = 90^\circ$

$\Rightarrow \Delta CIM \backsim \Delta CPD(g.g)$

$\Rightarrow \dfrac{CM}{CD} = \dfrac{CI}{CP} \Rightarrow CM.CP = CD.CI$ (đpcm).

3) Gọi N là giao điểm của đường tròn tâm O và đoạn thẳng CQ. Chứng minh PN, QI, AB đồng qui.

+ Xét ΔCPQ có QM, CD là các đường cao và $QM \cap CD = \{I\}$

$\Rightarrow I$ là trực tâm của $\Delta CPQ \Rightarrow PI \perp QC$ (1)

+ Xét (O); ta có:

PQ là đường kính và $N \in (O) \Rightarrow \widehat{PNQ} = 90^\circ \Rightarrow PN \perp QC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: P, I, N thẳng hàng hay PN, QI, AB đồng qui

4) Xác định vị trí của điểm M trên cung lớn AB để tích $IM.IQ$ đạt giá trị lớn nhất.

+ Xét ΔQBI và ΔAMI có:

$\widehat{QBI} = \widehat{IMA}$ (cùng chắn $\overset{\frown}{QA}$)

$\widehat{BQI} = \widehat{IAM}$ (cùng chắn $\overset{\frown}{BM}$)

$\Rightarrow \Delta QBI \sim \Delta AMI(g.g)$

$\Rightarrow \dfrac{IQ}{IA} = \dfrac{IB}{IM} \Rightarrow IQ.IM = IA.IB$

+ Áp dụng định lí Cô – si; ta có:

$2IA.IB \le IA^2 + IB^2 \Rightarrow 4IA.IB \le (IA+IB)^2 \Rightarrow IA.IB \le \dfrac{(IA+IB)^2}{4} = \dfrac{AB^2}{4}$ không đổi

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $IA = IB \Rightarrow I \equiv D \Rightarrow M \equiv P$

Vậy $M \equiv P$ thì tích $IM.IQ$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 5. Cho hai số dương a và b thỏa mãn $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \dfrac{1}{a^4 + b^2 + 2ab^2} + \dfrac{1}{b^4 + a^2 + 2ba^2}$.

Lời giải

Từ giả thiết $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = 2 => \dfrac{a+b}{ab} = 2 \Rightarrow 2ab = a + b \ge 2\sqrt{ab} \Rightarrow \begin{cases} ab \ge 1 \\ a + b \ge 2 \end{cases}$

Áp dụng BĐT cô si với 2 số dương ta có

$a^4 + b^2 \ge 2\sqrt{a^4b^2} \Rightarrow a^4 + b^2 + 2ab^2 \ge 2a^2b + 2ab^2$

$b^4 + a^2 \ge 2\sqrt{b^4a^2} \Rightarrow b^4 + a^2 + 2a^2b \ge 2ab^2 + 2a^2b$

$\Rightarrow P = \dfrac{1}{a^4 + b^2 + 2ab^2} + \dfrac{1}{b^4 + a^2 + 2ba^2} \le \dfrac{1}{2a^2b + 2ab^2} + \dfrac{1}{2ab^2 + 2a^2b} \le \dfrac{1}{2}$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b = \dfrac{1}{2}$.

Vậy giá trị lớn nhất của P là $\dfrac{1}{2}$ khi $a = b = \dfrac{1}{2}$.

PHÒNG GD VÀ ĐT QUẬN CẦU GIẤY

TRƯỜNG THCS NGUYỄN SIÊU

(Đề thi gồm 01 trang)

Đề số 12

ĐỀ TUYỂN SINH VÀO 10

NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN

(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề)

Câu 10. *(2,0 điểm)*

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{2}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+3}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ với $x\ge 0, x\ne 9$

1) Tính giá trị của biểu thức B khi $x=16$.

2) Biết $P=A:B$, chứng minh rằng $P=\dfrac{3}{\sqrt{x}+3}$.

3) Tìm các giá trị của x để biểu thức P có giá trị là số nguyên.

Câu 11. *(2,0 điểm)*

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Hai tổ của một nhà máy sản xuất khẩu trang trong một ngày sản xuất được 1500 chiếc khẩu trang. Để đáp ứng nhu cầu khẩu trang trong dịch cúm do chủng mới virut Corona gây ra nên mỗi ngày tổ một vượt mức 75%, tổ hai vượt mức 68%, cả hai tổ sản xuất được 2583 chiếc khẩu trang. Hỏi ban đầu trong một ngày mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chiếc khẩu trang?

2) Một hình nón có bán kính đáy bằng $5cm$ và diện tích xung quanh là 65π cm^2. Tính thể tích của hình nón đó.

Câu 12. *(2,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3\sqrt{x-1}+2\sqrt{y}=13 \\ 2\sqrt{x-1}-\sqrt{y}=4 \end{cases}$.

2) Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=2mx-2m+1$.

a) Khi $m=2$. Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P).

b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1-x_2|=4$.

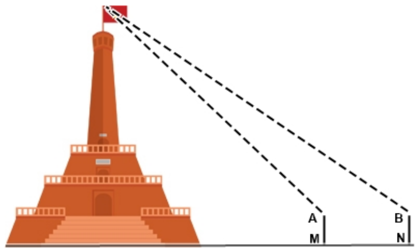
Câu 13. *(3,5 điểm)* Cho đường tròn $(O;R)$, dây MN $(MN < 2R)$. Trên tia đối của tia MN lấy điểm A. Từ A kẻ tiếp tuyến AB, AC tới đường tròn (O) (B,C là tiếp điểm).

1) Chứng minh bốn điểm A,B,O,C cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh $AB^2 = AC^2 = AM.AN$

3) Gọi I là trung điểm của MN. Kẻ BI cắt đường tròn (O) tại E. Chứng minh $EC // AN$.

4) Gọi H là giao điểm OA và BC. Chứng minh HB là tia phân giác của góc MHN.



Câu 14. *(0,5 điểm)* Đo chiều cao từ mặt đất đến đỉnh cột cờ của cột cờ Hà Nội (Kỳ đài Hà Nội), người ta cắm hai cọc bằng nhau MA và NB cao 1 m so với mặt đất. Hai cọc này song song, cách nhau 10 m và thẳng hàng so với tim cột cờ (như hình vẽ). Đặt giác kế đứng tại A và B để ngắm đến đỉnh cột cờ, người ta đo được các góc lần lượt là $50^0 19'12''$ và $43^0 16'$ so với đường song song mặt đất. Hãy tính chiều cao của cột cờ *(làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)*.

☙ HẾT ❧

ĐÁP ÁN ĐỀ TUYỂN SINH VÀO 10. MÔN: TOÁN

TRƯỜNG THCS NGUYỄN SIÊU – QUẬN CẦU GIẤY

Năm học: 2020-2021

Câu 1. *(2,0 điểm)*

Cho hai biểu thức $A = \dfrac{2}{\sqrt{x}-3} + \dfrac{1}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ với $x \ge 0, x \ne 9$

1) Tính giá trị của biểu thức B khi $x = 16$.

2) Biết $P = A:B$, chứng minh rằng $P = \dfrac{3}{\sqrt{x}+3}$.

3) Tìm các giá trị của x để biểu thức P có giá trị là số nguyên.

Lời giải

1) Tính giá trị của biểu thức B khi $x = 16$.

Thay $x = 16$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức B ta có

$B=\dfrac{\sqrt{16}+1}{\sqrt{16}-3}=\dfrac{4+1}{4-3}=5$

Vậy biểu thức $B=5$ khi $x=16$

2) Biết $P=A:B$, chứng minh rằng $P=\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}$.

Với $x\ge 0, x\ne 9$, ta có:

$$A=\frac{2}{\sqrt{x}-3}+\frac{1}{\sqrt{x}+3}=\frac{2\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}+\frac{1.\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$=\frac{2\sqrt{x}+6+\sqrt{x}-3}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}=\frac{3\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$P=A:B=\frac{3\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}:\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}=\frac{3\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}.\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$$

$$=\frac{3}{\sqrt{x}+3}$$

Vậy với $x\ge 0, x\ne 9$, thì $P=\dfrac{3}{\sqrt{x}+3}$

3) Tìm các giá trị của x để biểu thức P có giá trị là số nguyên.

Với mọi $x\ge 0, x\ne 9$, ta có:

+) $\dfrac{3}{\sqrt{x}+3}>0\Leftrightarrow P>0$

+) $\sqrt{x}\ge 0$, $\forall x\ge 0\Rightarrow \sqrt{x}+3\ge 3$, $\forall x\ge 0$ $\Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{x}+3}\le \dfrac{1}{3}, \forall x\ge 0\Rightarrow \dfrac{3}{\sqrt{x}+1}\le 1, \forall x\ge 0$

$\Rightarrow P\le 1, \forall x\ge 0$

$\Rightarrow 0<P\le 1, \forall x\ge 0$

Mà $P\in \mathbb{Z}\Rightarrow P=1$.

Với $P=1\Rightarrow \dfrac{3}{\sqrt{x}+3}=1\Rightarrow \sqrt{x}+3=3\Rightarrow \sqrt{x}=0\Leftrightarrow x=0$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $x=0$ thì biểu thức P có giá trị là số nguyên

Câu 2. *(2,0 điểm)*

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Hai tổ của một nhà máy sản xuất khẩu trang trong một ngày sản xuất được 1500 chiếc khẩu trang. Để đáp ứng nhu cầu khẩu trang trong dịch cúm do chủng mới virut Corona gây ra nên mỗi ngày tổ một vượt mức 75%, tổ hai vượt mức 68%, cả hai tổ sản xuất được 2583 chiếc khẩu trang. Hỏi ban đầu trong một ngày mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chiếc khẩu trang?

2) Một hình nón có bán kính đáy bằng $5cm$ và diện tích xung quanh là 65π cm^2. Tính thể tích của hình nón đó.

Lời giải

1) Tính chiếc khẩu trang ban đầu trong một ngày mỗi tổ sản xuất được

Gọi số khẩu trang ban đầu trong một ngày tổ I sản xuất được là x (chiếc)

Số khẩu trang ban đầu trong một ngày tổ II sản xuất là y (chiếc)

(ĐK: $x, y \in \mathbb{N}^*; x, y < 1500$)

Hai tổ của một nhà máy sản xuất khẩu trang trong một ngày sản xuất được 1500 chiếc khẩu trang nên ta có phương trình: $x + y = 1500$ (1)

Mỗi ngày tổ một vượt mức 75% nên mỗi ngày tổ một sản xuất được số khẩu trang là $(100\% + 75\%)x = 1,75x$ (chiếc)

Mỗi ngày tổ hai vượt mức 68% nên mỗi ngày tổ hai sản xuất được số khẩu trang là $(100\% + 68\%)y = 1,68y$ (chiếc)

Cả hai tổ sản xuất được 2583 chiếc khẩu trang nên ta có phương trình: $1,75x + 1,68y = 2583$ (2)

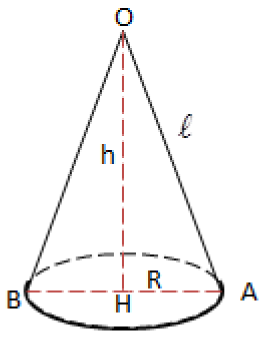
Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 1500 \\ 1,75x + 1,68y = 2583 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 1,68x + 1,68y = 2520 \\ 1,75x + 1,68y = 2583 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,07x = 63 \\ x + y = 1500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 900 \\ x + y = 1500 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 900 \\ 900 + y = 1500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 900 \\ y = 600 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy ban đầu mỗi ngày tổ I sản xuất được 900 chiếc khẩu trang; tổ II sản xuất được 600 chiếc khẩu trang.

2) Tính thể tích của hình nón đó.



$S_{xq}=\pi Rl\Rightarrow 65\pi=\pi.5.l\Leftrightarrow l=13\left(cm\right)$

$l^2=h^2+R^2\Rightarrow h^2=13^2-5^2=144\Rightarrow h=12\left(cm\right)$

$V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h=\dfrac{1}{3}\pi.5^2.12=100\pi\ \left(cm^3\right)$

Làm lại chi tiết.

Diện tích xung quang của hình nón là: $S_{xq}=\pi Rl=\pi 5l$

Theo đề bài, ta có $S_{xq}=65\pi\Rightarrow 65\pi=\pi.5.l\Leftrightarrow l=13\,cm$

Gọi H là tâm của đường tròn đáy, AB là đường kính của (H), O là đỉnh của hình nón.

Xét ΔOHA vuông tại H, có:

$OA^2=OH^2+AH^2\Rightarrow OH^2=OA^2-AH^2=13^2-5^2=169-25=144\Rightarrow OH=12\,cm$

Thể tích của hình nón là: $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h=\dfrac{1}{3}\pi.5^2.12=100\pi\,(cm^3)$

Câu 3. *(2,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}3\sqrt{x-1}+2\sqrt{y}=13\\ 2\sqrt{x-1}-\sqrt{y}=4\end{cases}$.

2) Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol $\left(P\right):y=x^2$ và đường thẳng $\left(d\right):y=2mx-2m+1$.

a) Khi $m=2$. Tìm tọa độ giao điểm của $\left(d\right)$ và $\left(P\right)$.

b) Tìm tất cả giá trị của m để $\left(d\right)$ cắt $\left(P\right)$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2 thỏa mãn $\left|x_1-x_2\right|=4$.

Lời giải

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3\sqrt{x-1}+2\sqrt{y}=13 \\ 2\sqrt{x-1}-\sqrt{y}=4 \end{cases}$

ĐKXĐ: $x\ge 1; y\ge 0$

Đặt $\begin{cases} \sqrt{x-1}=a \\ \sqrt{y}=b \end{cases}$ (*) (ĐK: $a,b\ge 0$).

Hệ phương trình trở thành $\begin{cases} 3a+2b=13 \\ 2a-b=4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a+2b=13 \\ 4a-2b=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7a=21 \\ 2a-b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=2 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

Thay vào (*), ta được:

$\begin{cases} \sqrt{x-1}=3 \\ \sqrt{y}=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-1=9 \\ y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=4 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(10;4)$

2) a) Khi $m=2$. Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P)

Khi $m=2 \Rightarrow (d): y=4x-3$

Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình: (Xét phương trình Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là:)

$x^2=4x-3$

$\Leftrightarrow x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow (x-1)(x-3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ x-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\Rightarrow y=1 \\ x=3\Rightarrow y=9 \end{array}\right.$

Vậy (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $(1;1)$ và $(3;9)$ khi $m=2$.

b) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1-x_2|=4$.

Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình: (Xét phương trình Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là:)

$x^2=2mx-2m+1$

$\Leftrightarrow x^2-2mx+2m-1=0$; (1)

$\Delta'=m^2-1.(2m-1)=m^2-2m+1=(m-1)^2$

Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.

Xét $m \neq 1$, phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 (Do x_1, x_2 là hoành độ giao điểm của (d) và (P) nên x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (1))

Theo hệ thức Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1.x_2 = 2m-1 \end{cases}$

Ta có $|x_1 - x_2| = 4 \Rightarrow (|x_1 - x_2|)^2 = 4^2 \Leftrightarrow x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 = 16$

$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 - 16 = 0 \Rightarrow (2m)^2 - 4(2m-1) - 16 = 0$

$\Leftrightarrow 4m^2 - 8m - 12 = 0 \Leftrightarrow 4(m+1)(m-3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = 3 \end{array}\right.$ (thỏa mãn điều kiện)

$\Leftrightarrow 4m^2 - 8m - 12 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0\,(*)$, có: $a - b + c = 1 - (-2) + (-3) = 0 \Rightarrow$
Phương trình (*) có hai nghiệm: $m_1 = -1(t/m); m_2 = 3(t/m)$

Vậy $m \in \{-1; 3\}$ thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 4$.

Câu 4. *(2,0 điểm)* Cho đường tròn $(O;R)$, dây MN $(MN < 2R)$. Trên tia đối của tia MN lấy điểm A. Từ A kẻ tiếp tuyến AB, AC tới đường tròn (O) (B, C là tiếp điểm).

1) Chứng minh bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn.

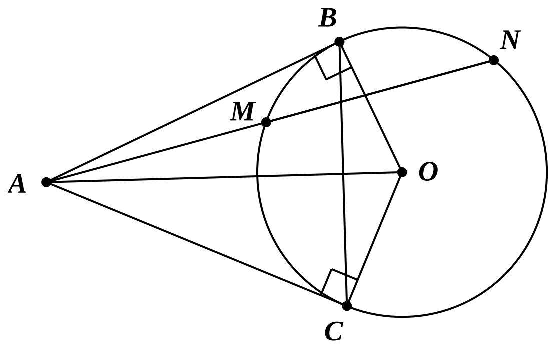
2) Chứng minh $AB^2 = AC^2 = AM.AN$

3) Gọi I là trung điểm của MN. Kẻ BI cắt đường tròn (O) tại E. Chứng minh $EC // AN$.

4) Gọi H là giao điểm OA và BC. Chứng minh HB là tia phân giác của góc MHN.

Lời giải

1) Chứng minh bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn.



AB, AC lần lượt là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C (GT)

$\Rightarrow AB \perp BO$ tại B; $AC \perp CO$ tại C (t/c của tiếp tuyến)

$\Rightarrow \widehat{ABO} = \widehat{ACO} = 90^0$

$\Rightarrow \widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 180^0$

Xét tứ giác $ABOC$ có

$\widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 180^0$ (chứng minh trên)

Mà $\widehat{ABO}, \widehat{ACO}$ là hai góc đối nhau

$\Rightarrow$ Tứ giác $ABOC$ nội tiếp (dấu hiệu nhận biết)

$\Rightarrow$ Bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn (định nghĩa).

2) Chứng minh $AB^2 = AM.AN$

AB, AC lần lượt là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C (GT)

$\Rightarrow AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow AB^2 = AC^2$; (1)

Xét (O): $\widehat{ABM}$ là góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung chắn cung $\overset{\frown}{BM}$

$\widehat{ANB}$ là góc nội tiếp chắn cung $\overset{\frown}{BM}$

$\Rightarrow \widehat{ABM} = \widehat{ANB}$ (tính chất)

Xét ΔABM và ΔANB có :

$\hat{A}$ chung $\widehat{BAN}$ chung

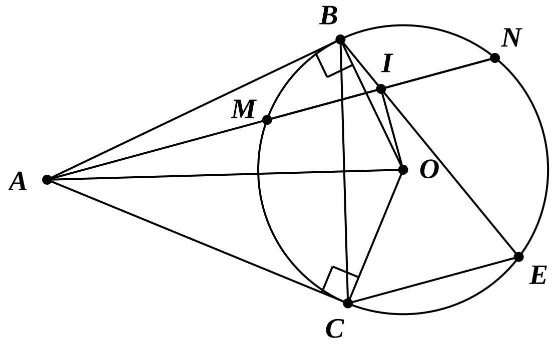
$\widehat{ABM} = \widehat{ANB}$ (chứng minh trên)

$\Rightarrow \Delta ABM \backsim \Delta ANB\ (g.g)$

$\Rightarrow \dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AN}{AB} \Rightarrow AB^2 = AM.AN$; (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AB^2 = AC^2 = AM.AN$

3) Chứng minh $EC // AN$.



Xét (O): I là trung điểm của dây MN không đi qua tâm O(GT)

$\Rightarrow OI \perp MN$ tại I (Quan hệ giữa đường kính và dây cung) $\widehat{AIO} = 90^0$

Xét tứ giác $AIOC$ có: $\widehat{AIO} + \widehat{ACO} = 180$ $\widehat{AIO} + \widehat{ACO} = 90^0 + 90^0 = 180^0$ (cmt)

Mà $\widehat{AIO}, \widehat{ACO}$ là hai góc đối nhau

$\Rightarrow$Tứ giác $AIOC$ nội tiếp (dấu hiệu nhận biết)

$\Rightarrow$ Bốn điểm A, I, O, C cùng thuộc một đường tròn.

Mà bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn (chứng minh trên)

$\Rightarrow$Năm điểm A, B, I, O, C cùng thuộc một đường tròn.

Xét đường tròn đi qua 5 điểm A, B, I, O, C có

$\widehat{BIA}$ là góc nội tiếp chắn cung $\overset{\frown}{AB}$

$\widehat{BCA}$ là góc nội tiếp chắn cung $\overset{\frown}{AB}$

$\Rightarrow \widehat{BIA} = \widehat{BCA}$ (tính chất); (3)

Xét (O): $\widehat{BCA}$ là góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung chắn cung $\overset{\frown}{BC}$

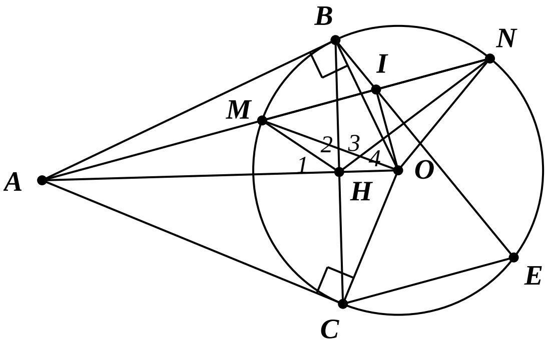
$\widehat{BEC}$ là góc nội tiếp chắn cung $\overset{\frown}{BC}$

$\Rightarrow \widehat{BCA} = \widehat{BEC}$ (tính chất) ; (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \widehat{BEC} = \widehat{BIA}$ (tính chất bắc cầu)

Mà hai góc $\widehat{BEC}$ và $\widehat{BIA}$ nằm ở vị trí đồng vị $\Rightarrow EC // AN$.

4) Chứng minh HB là tia phân giác của góc MHN.



$AB = AC$ (cmt), $OB = OC = R \Rightarrow$ AO là đường trung trực của BC

$\Rightarrow AO \perp BC$ tại H.

Xét ΔABO vuông tại B, có BH là đường cao

$AB^2 = AH.AO$ (hệ thức lượng)

Mà $AB^2 = AM.AN$ (chứng minh trên) $\Rightarrow AM.AN = AH.AO \Rightarrow \dfrac{AM}{AH} = \dfrac{AO}{AN}$

Xét ΔAMH và ΔAON có

$\dfrac{AM}{AH} = \dfrac{AO}{AN}$ (cmt); $\widehat{A}$ chung $\widehat{MAH}$ chung $\Rightarrow \Delta AMH \backsim \Delta AON$ $(g.g)$

$\Rightarrow \widehat{H_1} = \widehat{ANO}$ (hai góc tương ứng)

Xét tứ giác $MHON$, có: $\widehat{H_1} = \widehat{ANO}\,(cmt)$. Mà $\widehat{H_1}$ và $\widehat{ANO}$ nằm ở vị trí đối nhau của tứ giác $MHON$

$\Rightarrow$ Tứ giác $MHON$ nội tiếp

$\widehat{H_4} = \widehat{OMN}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{ON}$ của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $MHON$) (5)

$OM = ON = R \Rightarrow \Delta MON$ cân tại O (dấu hiệu nhận biết) $\Rightarrow \widehat{OMN} = \widehat{ANO}$ (tính chất) ; (6)

Mà $\widehat{ANO} = \widehat{H_1}$ (chứng minh trên) ; (7)

Từ (5), (6) và (7) $\Rightarrow \widehat{H_1} = \widehat{H_4}$

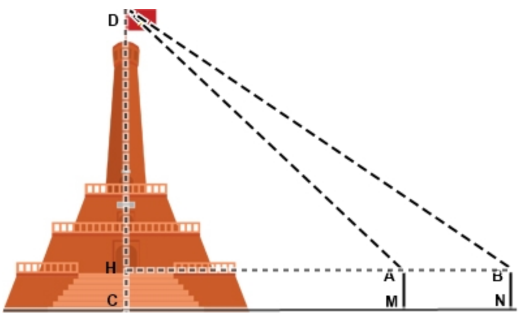
Mà $\widehat{H_1}+\widehat{H_2}=90^0;\widehat{H_3}+\widehat{H_4}=90^0$

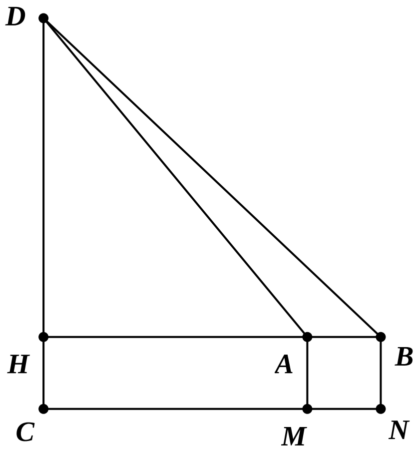
$\Rightarrow \widehat{H_2}=\widehat{H_3} \Rightarrow HB$ là tia phân giác của $\widehat{MHN}$

Câu 5. *(2,0 điểm)* Đo chiều cao từ mặt đất đến đỉnh cột cờ của cột cờ Hà Nội (Kỳ đài Hà Nội), người ta cắm hai cọc bằng nhau MA và NB cao 1 m so với mặt đất. Hai cọc này song song, cách nhau 10 m và thẳng hàng so với tim cột cờ (như hình vẽ). Đặt giác kế đứng tại A và B để ngắm đến đỉnh cột cờ, người ta đo được các góc lần lượt là $50^0 19'12''$ và $43^0 16'$ so với đường song song mặt đất. Hãy tính chiều cao của cột cờ *(làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).*

Lời giải

Tính chiều cao của cột cờ Hà Nội





Gọi chiều cao của cột cờ là CD (m)

Theo đầu bài ta có: $CH = AM = BN = 1m$; $AB = 10m$; $\widehat{DAH} = 50^0 19'12''$ và $\widehat{DBH} = 43^0 16'$

Xét ΔAHD vuông tại H, có

$AH = DH.\cot \widehat{DAH}$ (Hệ thức về cạnh và góc)

Xét ΔBHD vuông tại H, có

$BH = DH.\cot \widehat{DBH}$ (Hệ thức về cạnh và góc)

Mà $AB = BH - AH \Rightarrow AB = DH.\cot \widehat{DBH} - DH.\cot \widehat{DAH}$

$\Leftrightarrow AB = DH.\left(\cot \widehat{DBH} - \cot \widehat{DAH}\right) \Leftrightarrow DH = \dfrac{AB}{\cot \widehat{DBH} - \cot \widehat{DAH}}$

$\Rightarrow DH = \dfrac{10}{\cot 43^0 16' - \cot 50^0 19'12''} \approx 42,96\,(\text{m})$

$\Rightarrow CD = CH + HD \approx 1 + 42,96 = 43,96$ (m)

Vậy chiều cao của cột cờ Hà Nội xấp xỉ $43,96$ m.

HẾT

PHÒNG GD VÀ ĐT QUẬN LONG BIÊN

TRƯỜNG THCS NGỌC THỤY

(Đề thi gồm 01 trang)

ĐỀ THI THỬ VÀO 10

MÔN: TOÁN 9

(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề)

Đề số 13

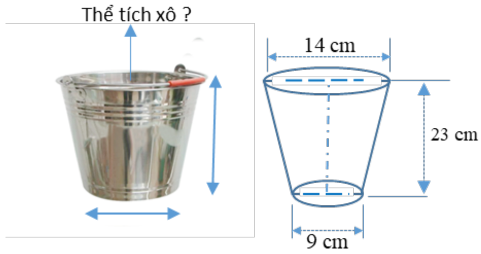
Câu 1. *(2 điểm)*

1. Tính: $\sqrt{125}+\left(20\sqrt{300}-15\sqrt{675}+5\sqrt{75}\right):\sqrt{15}$.

2. Cho biểu thức: $Q=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$ với $x\ge 0; x\ne 9$. Chứng minh $Q=\dfrac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$.

3. Cho biểu thức: $P=\dfrac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+8}$. Tìm x nguyên để biểu thức $M=P.Q$ có giá trị là số nguyên.

Câu 2. *(2,5 điểm)*



1. *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc lập hệ phương trình:*

Một đoàn xe vận tải dự định điều một số xe cùng loại để vận chuyển 40 tấn hàng. Lúc sắp khởi hành đoàn xe được giao thêm 14 tấn nữa. Do đó phải điều thêm 2 xe cùng loại trên và mỗi xe phải chở thêm 0,5 tấn. Tìm số lượng xe phải điều theo dự định, biết mỗi xe đều chở số lượng hàng như nhau và mỗi xe chở không quá 3 tấn hàng.

2. Một chiếc xô hình nón cụt làm bằng tôn để đựng nước. Các bán kính đáy là $14\ (\text{cm})$ và $9\ (\text{cm})$, chiều cao là $23\ (\text{cm})$. Tính dung tích của xô.

Câu 3. *(2 điểm)*

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(3x+2)(2y-3)=6xy\\(4x+5)(y-5)=4xy\end{cases}$

2. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=(m+1)x-m+4$.

a) Khi $m=1$, tìm tọa độ các giao điểm của (d) và (P).

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm có hoành độ $x_1;x_2$ là các kích thước của một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng 6.

Câu 4. *(3 điểm)*. Cho ΔABC nhọn, nội tiếp đường tròn (O,R). Vẽ các đường cao $AD,\ BE,\ CF$ của ΔABC.

a) Chứng minh: Tứ giác $BFEC$ nội tiếp.

b) Kẻ đường kính AK của đường tròn (O). Chứng minh: ΔABD đồng dạng với ΔAKC và $AB.AC = 2.AD.R$.

c) Gọi M là hình chiếu vuông góc của C trên AK. Chứng minh: $MD\ //\ BK$.

Câu 5. *(0,5 điểm)*. Với x, y là các số dương thỏa mãn điều kiện $x \geq 2y$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = \dfrac{x^2+y^2}{xy}$.

ꕥ HẾT ꕥ

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ VÀO 10 - TOÁN 9

TRƯỜNG THCS NGỌC THỤY

Năm học: 2019-2020

Câu 1. *(2 điểm)*

1. Tính: $\sqrt{125}+\left(20\sqrt{300}-15\sqrt{675}+5\sqrt{75}\right):\sqrt{15}$.

2. Cho biểu thức: $Q=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$ với $x \geq 0; x \neq 9$. Chứng minh $Q=\dfrac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$.

3. Cho biểu thức: $P=\dfrac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+8}$. Tìm x nguyên để biểu thức $M = P.Q$ có giá trị là số nguyên.

Lời giải

1. $\sqrt{125}+\left(20\sqrt{300}-15\sqrt{675}+5\sqrt{75}\right):\sqrt{15}$

$=5\sqrt{5}+\left(200\sqrt{3}-225\sqrt{3}+25\sqrt{3}\right):\sqrt{15}$

$=5\sqrt{5}+0:\sqrt{15}=5\sqrt{5}$.

2. Với $x \geq 0; x \neq 9$ ta có:

$$Q=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\frac{2\sqrt{x}-24}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$Q=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}+\frac{2\sqrt{x}-24}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$Q=\frac{x+3\sqrt{x}+2\sqrt{x}-24}{\left(\sqrt{x}-3\right).\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$Q=\frac{x+5\sqrt{x}-24}{\left(\sqrt{x}-3\right).\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$Q=\frac{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+8\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}=\frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$$

Vậy khi $x\ge 0; x\ne 9$ thì $Q=\dfrac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$

3. Với $x\in\mathbb{Z}; x\ge 0; x\ne 9$ ta có:

$$M=P.Q=\frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+8}.\frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}=\frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+3}=1-\frac{8}{\sqrt{x}+3}$$

M có giá trị nguyên khi và chỉ khi $\dfrac{8}{\sqrt{x}+3}$ có giá trị nguyên.

$\Leftrightarrow 8\,\vdots\left(\sqrt{x}+3\right)\Leftrightarrow\sqrt{x}+3\in\{\pm1;\pm2;\pm4;\pm8\}$.

Vì $\sqrt{x}+3\ge 3$ nên $\sqrt{x}+3\in\{4;8\}$.

1) $\sqrt{x}+3=4\Leftrightarrow\sqrt{x}=1\Leftrightarrow x=1\ (tm)$.

2) $\sqrt{x}+3=8\Leftrightarrow\sqrt{x}=5\Leftrightarrow x=25\ (tm)$.

Vậy $x\in\{1;25\}$ là các giá trị cần tìm.

Câu 2. *(2,5 điểm)*

1. *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc lập hệ phương trình:*
Một đoàn xe vận tải dự định điều một số xe cùng loại để vận chuyển 40 tấn hàng. Lúc sắp khởi hành đoàn xe được giao thêm 14 tấn nữa. Do đó phải điều thêm 2 xe cùng loại trên và mỗi xe phải chở thêm 0,5 tấn. Tìm số lượng xe phải điều theo dự định, biết mỗi xe đều chở số lượng hàng như nhau và mỗi xe chở không quá 3 tấn hàng.

2. Một chiếc xô hình nón cụt làm bằng tôn để đựng nước. Các bán kính đáy là $14\ (\text{cm})$ và $9\ (\text{cm})$, chiều cao là $23\ (\text{cm})$. Tính dung tích của xô.

Lời giải

1. *Giải bài toán bằng cách lập phương trình.*

Gọi số tấn hàng mà mỗi xe phải chở theo dự định là: x (tấn, $0<x\le 3$).

Trong thực tế, mỗi xe phải chở số tấn hàng là: $x+0,5$ (tấn).

Số xe phải điều theo dự định là: $\frac{40}{x}$ (xe).

Số xe được sử dụng theo thực tế là: $\frac{54}{x+0,5}$ (xe).

Vì thực tế phải điều thêm 2 xe so với dự định nên ta có phương trình:

$$\frac{54}{x+0,5}-\frac{40}{x}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{54x}{x\left(x+0,5\right)}-\frac{40\left(x+0,5\right)}{x\left(x+0,5\right)}=\frac{2x\left(x+0,5\right)}{x\left(x+0,5\right)}$$

$$\Rightarrow 54x-40\left(x+0,5\right)=2x\left(x+0,5\right)$$

$$\Leftrightarrow 14x-20=2x^2+x$$

$$\Leftrightarrow 2x^2-13x+20=0$$

$$\Leftrightarrow \left(2x-5\right)\left(x-4\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{5}{2}\left(tm\right) \\ x=4\left(ktm\right) \end{array}\right.$$

Vậy số xe phải điều theo dự định là: $\frac{40}{2,5}=16$ (xe).

2. Dung tích của xô là: $V=\frac{\pi.23}{3}\left(14^2+9^2+14.9\right)=\frac{9269\pi}{3}\left(cm^3\right)$.

Câu 3. *(2 điểm)*

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\left(3x+2\right)\left(2y-3\right)=6xy \\ \left(4x+5\right)\left(y-5\right)=4xy\end{cases}$

2. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol $\left(P\right): y=x^2$ và đường thẳng $\left(d\right): y=\left(m+1\right)x-m+4$.

a) Khi $m=1$, tìm tọa độ các giao điểm của $\left(d\right)$ và $\left(P\right)$.

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm có hoành độ $x_1;x_2$ là các kích thước của một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng 6.

Lời giải

1. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases}(3x+2)(2y-3)=6xy\\(4x+5)(y-5)=4xy\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6xy-9x+4y-6=6xy\\4xy-20x+5y-25=4xy\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-9x+4y=6\\-20x+5y=25\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-45x+30y=30\\-80x+20y=100\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}35x=-70\\-20x+5y=25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\40+5y=25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=-3\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm: $(x;y)=(-2;-3)$.

2. Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

$$x^2=(m+1)x-m+4\Leftrightarrow x^2-(m+1)x+m-4=0\quad(1)$$

a) Với $m=1$, phương trình (1) trở thành:

$$x^2-2x-3=0\Leftrightarrow(x+1)(x-3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$$

- Với $x=-1\Rightarrow y=(-1)^2=1$.
- Với $x=3\Rightarrow y=(3)^2=9$

Vậy với $m=1$, (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(-1;1)$ và $B(3;9)$.

b) Xét phương trình (1): $x^2-(m+1)x+m-4=0$

Ta có: $\Delta=(m+1)^2-4(m-4)=m^2-2m+17=(m-1)^2+16>0$ với $\forall m$.

Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ với $\forall m$. Do đó (d) luôn cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt $x_1;x_2$ với mọi m.

Theo định lý Vi-et ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=m+1\\x_1x_2=m-4\end{cases}$.

Vì hoành độ $x_1;x_2$ là các kích thước của một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng 6 nên

$$\begin{cases}x_1x_2>0\\x_1+x_2>0\\x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}=36\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m-4>0\\m+1>0\\(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=36\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>4\\m>-1\\(m+1)^2-2(m-4)=36\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m>4\\m^2=27\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>4\\m=\pm3\sqrt{3}\end{cases}\Leftrightarrow m=3\sqrt{3}$$

Vậy $m=3\sqrt{3}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

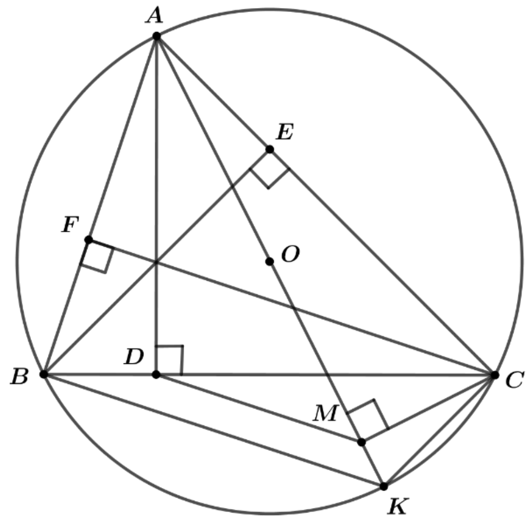
Câu 4. *(3 điểm).* Cho ΔABC nhọn, nội tiếp đường tròn (O,R). Vẽ các đường cao AD, BE, CF của ΔABC.

a) Chứng minh: Tứ giác $BFEC$ nội tiếp.

b) Kẻ đường kính AK của đường tròn (O). Chứng minh: ΔABD đồng dạng với ΔAKC và $AB.AC = 2.AD.R$.

c) Gọi M là hình chiếu vuông góc của C trên AK. Chứng minh: MD // BK.

Lời giải



a) Vì BE là đường cao của $\Delta ABC \Rightarrow BE \perp AC \Rightarrow \widehat{BEC} = 90^\circ$.

Vì CF là đường cao của $\Delta ABC \Rightarrow CF \perp AB \Rightarrow \widehat{CFB} = 90^\circ$.

Xét tứ giác $BFEC$ có: $\widehat{BEC} = \widehat{CFB} = 90^\circ (cmt)$.

Mà $E;F$ là hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh BC.

Suy ra tứ giác $BFEC$ nội tiếp.

b) Vì AK là đường kính của đường tròn $(O) \Rightarrow \widehat{ACK} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Có AD là đường cao của $\Delta ABC \Rightarrow AD \perp BC \Rightarrow \widehat{ADB} = 90^\circ$.

Xét đường tròn (O) có: $\widehat{ABC} = \widehat{AKC}$ hay $\widehat{ABD} = \widehat{AKC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{AC}$).

Xét ΔABD và ΔAKC có:

$$\begin{cases} \widehat{ADB} = \widehat{ACK} = 90^\circ (cmt) \\ \widehat{ABD} = \widehat{AKC} (cmt) \end{cases} \Rightarrow \Delta ABD \backsim \Delta AKC (g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AK} = \frac{AD}{AC} \Leftrightarrow AB.AC = AD.AK.$$

Mà AK là đường kính của (O) nên $AK = 2R$

Suy ra, $AB.AC = 2.AD.R$ (đpcm).

c) Vì AD là đường cao của $\Delta ABC \Rightarrow AD \perp BC \Rightarrow \widehat{ADC} = 90°$.

M là hình chiếu của C lên $AK \Rightarrow CM \perp AK \Rightarrow \widehat{AMC} = 90°$.

Xét tứ giác $ADMC$ có: $\widehat{ADC} = \widehat{AMC} = 90°(cmt)$

Mà $D; M$ là hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh AC.

Suy ra, tứ giác $ADMC$ nội tiếp.

$\Rightarrow \widehat{MDC} = \widehat{MAC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AC).

(1)

Xét (O) có: $\widehat{KBC} = \widehat{KAC}$ hay $\widehat{KBC} = \widehat{MAC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung KC)

(2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{MDC} = \widehat{KBC}$, mà hai góc này ở vị trí đồng vị

Suy ra, $DM \,//\, BK$ (đpcm).

Câu 5. *(0,5 điểm).* Với x, y là các số dương thỏa mãn điều kiện $x \ge 2y$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = \dfrac{x^2 + y^2}{xy}$.

Lời giải

Ta có : $M = \dfrac{x^2+y^2}{xy} = \dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x} = \left(\dfrac{x}{y} + \dfrac{4y}{x}\right) - \dfrac{3y}{x}$.

Vì $x, y > 0$, áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương $\dfrac{x}{y}; \dfrac{4y}{x}$

Ta có: $\dfrac{x}{y} + \dfrac{4y}{x} \ge 2\sqrt{\dfrac{x}{y}.\dfrac{4y}{x}} = 4$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \dfrac{x}{y} = \dfrac{4y}{x} \Leftrightarrow x^2 = 4y^2 \Rightarrow x = 2y$.

Vì $x \ge 2y \Rightarrow \dfrac{y}{x} \le \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{-3y}{x} \ge \dfrac{-3}{2}$, dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 2y$

Suy ra, $M \ge 4 - \dfrac{3}{2} = \dfrac{5}{2}$, dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 2y$

Vậy GTNN của M là $\dfrac{5}{2}$ khi $x = 2y$.

HẾT

PHÒNG GD VÀ ĐT LONG BIÊN
TRƯỜNG THCS NGỌC LÂM
(Đề thi gồm 01 trang)
Đề số 14

ĐỀ DỰ KIẾN THI VÀO 10 – TOÁN 9
Năm học : 2019 – 2020
(Thời gian làm bài : 90 phút)

Câu 1. (2 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $A = 5\sqrt{2} - \sqrt{18} + \sqrt{200} - \sqrt{162}$.

2) Cho biểu thức $B = \dfrac{3x-4}{x-2\sqrt{x}} - \dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} + \dfrac{\sqrt{x}-1}{2-\sqrt{x}}$ và $C = \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ với $x > 0$; $x \neq 4$
.

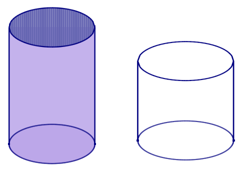
a) Chứng minh $B = C$

b) Tìm giá trị nguyên nhỏ nhất của x để $C > \dfrac{1}{2}$.

Câu 2. (2,5 điểm) ***Bài toán liên quan đến ứng dụng toán học vào thực tế.***

1. Một đoàn xe vận tải dự định điều một số xe cùng loại để vận chuyển 40 tấn hàng. Lúc sắp khởi hành đoàn xe được giao thêm 14 tấn nữa. Do đó phải điều thêm 2 xe cùng loại trên và mỗi xe chở thêm 0,5 tấn. Tìm số lượng xe phải điều theo dự định, biết mỗi xe đều chở số lượng hàng như nhau và mỗi xe không chở quá 3 tấn hàng.

2. Có hai lọ thủy tinh hình trụ, lọ thứ nhất phía bên trong có đường kính đáy là $30cm$, chiều cao $20cm$, đựng đầy nước. Lọ thứ hai bên trong có đường kính đáy là $40cm$, chiều cao $12cm$. Hỏi nếu đổ hết nước từ trong lọ thứ nhất sang lọ thứ hai nước có bị tràn ra ngoài không ? Tại sao ? (Lấy $\pi \approx 3{,}14$)



Câu 3. (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}(x-3)(y+2) = xy-5 \\ (x+2)(y-3) = xy\end{cases}$.

2) Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 4x - m + 1$ (m là tham số)
.

a) Tìm m để d tiếp xúc với (P)

b) Gọi hoành độ giao điểm của d và (P) là x_1 ; x_2. Tìm m để $\sqrt{x_1} = \sqrt{2x_2}$

Câu 4. (3 điểm) Từ điểm A cố định nằm ngoài đường tròn $(O;R)$, dựng các tiếp tuyến AB , AC và cát tuyến ADE với đường tròn (D nằm giữa A và E). Gọi I là trung điểm của DE, H là giao điểm của AO và BC .

a) Chứng minh rằng bốn điểm A ; B ; I ; O cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh rằng $AC^2 = AD.AE = AH.AO$

c) Qua I kẻ đường thẳng song song với BE , cắt BC tại M . Chứng minh rằng $DM \perp BO$.

Câu 5. (0,5 điểm) Cho x ; y ; $z > 0$ và $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=4$. Chứng minh rằng :

$$\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}\le 1$$

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ DỰ KIẾN THI VÀO 10 – TOÁN 9

TRƯỜNG THCS THCS NGỌC LÂM

Năm học: 2019-2020

Câu 1. (2 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $A=5\sqrt{2}-\sqrt{18}+\sqrt{200}-\sqrt{162}$.

2) Cho biểu thức $B=\frac{3x-4}{x-2\sqrt{x}}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}-1}{2-\sqrt{x}}$ và $C=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ với $x>0$; $x\ne 4$

a) Chứng minh $B=C$

b) Tìm giá trị nguyên nhỏ nhất của x để $C>\frac{1}{2}$.

Lời giải

1) $A=5\sqrt{2}-\sqrt{18}+\sqrt{200}-\sqrt{162}$ $=5\sqrt{2}-3\sqrt{2}+10\sqrt{2}-9\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

2) $B=\frac{3x-4}{x-2\sqrt{x}}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}-1}{2-\sqrt{x}}$ với $x>0$; $x\ne 4$.

$B=\frac{3x-4}{\left(\sqrt{x}-2\right)\sqrt{x}}-\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}-\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$ (thừa dòng này và sai chỗ vàng)

$B=\frac{3x-4}{\left(\sqrt{x}-2\right)\sqrt{x}}-\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}-\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)\sqrt{x}}$

$$=\frac{3x-4-(x-4)-\left(x-\sqrt{x}\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\sqrt{x}}$$

$$=\frac{x+\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)\sqrt{x}}=\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$$

a) Có $C=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ mà $B=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ (cmt) $\Rightarrow B=C$

b) Xét $C-\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}-\frac{1}{2}=\frac{2\left(\sqrt{x}+1\right)-\left(\sqrt{x}-2\right)}{2\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{2\sqrt{x}+2-\sqrt{x}+2}{2\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{\sqrt{x}+4}{2\left(\sqrt{x}-2\right)}$

$\forall x$ thỏa mãn ĐKXĐ có $\sqrt{x}\ge 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}+4\ge 4>0$ $\forall x$ thỏa mãn ĐKXĐ (thừa)

Ta có $C>\frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow C-\frac{1}{2}>0$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{x}+4}{2\left(\sqrt{x}-2\right)}>0$, mà $\sqrt{x}+4>0$ $\forall x$ thỏa mãn ĐKXĐ

$\Rightarrow \sqrt{x}-2>0 \Leftrightarrow \sqrt{x}>2 \Leftrightarrow x>4$.

Vì $x\in Z$ và x nhỏ nhất $\Rightarrow x=5$ (thỏa mãn ĐKXĐ)

NX : Trình bày dài dòng

Làm gọn như sau

Ta có $C>\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}-\frac{1}{2}>0$

$\Leftrightarrow \frac{2\left(\sqrt{x}+1\right)-\left(\sqrt{x}-2\right)}{2\left(\sqrt{x}-2\right)}>0$

$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+4}{2\left(\sqrt{x}-2\right)}>0$

Vì $\sqrt{x}+4>0$ $\forall x$ thỏa mãn ĐKXĐ

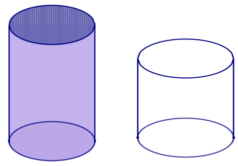
Nên $\sqrt{x}-2>0 \Leftrightarrow \sqrt{x}>2 \Leftrightarrow x>4$.

Do $x\in Z$ và x nhỏ nhất $\Rightarrow x=5$ (thỏa mãn ĐKXĐ)

Câu 2. (2,5 điểm) ***Bài toán liên quan đến ứng dụng toán học vào thực tế.***

1. Một đoàn xe vận tải dự định điều một số xe cùng loại để vận chuyển 40 tấn hàng. Lúc sắp khởi hành đoàn xe được giao thêm 14 tấn nữa. Do đó phải điều thêm 2 xe cùng loại trên và mỗi xe chở thêm 0,5 tấn. Tìm số lượng xe phải điều theo dự định, biết mỗi xe đều chở số lượng hàng như nhau và mỗi xe không chở quá 3 tấn hàng.

2. Có hai lọ thủy tinh hình trụ, lọ thứ nhất phía bên trong có đường kính đáy là $30cm$, chiều cao $20cm$, đựng đầy nước. Lọ thứ hai bên trong có đường kính đáy là $40cm$, chiều cao $12cm$. Hỏi nếu đổ hết nước từ trong lọ thứ nhất sang lọ thứ hai nước có bị tràn ra ngoài không ? Tại sao ? (Lấy $\pi \approx 3{,}14$)



Lời giải

1. Gọi số tấn hàng mà mỗi xe phải chở theo dự định là x (tấn) $(0 < x \le 3)$

Trong thực tế mỗi xe phải chở số tấn hàng là $x + 0,5$ (tấn)

Số xe phải điều theo dự định là $\dfrac{40}{x}$ (xe)

Số xe được sử dụng theo thực tế là $\dfrac{54}{x+0,5}$ (xe)

Thực tế phải điều thêm 2 xe so với dự định nên ta có phương trình :

$$\frac{54}{x+0,5} - \frac{40}{x} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{54x}{x^2+0,5x} - \frac{40(x+0,5)}{x^2+0,5x} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{54x - 40x - 20}{x^2+0,5x} = 2$$

$$\Rightarrow 14x - 20 = 2x^2 + x$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 13x + 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 8x - 5x + 20 = 0$$

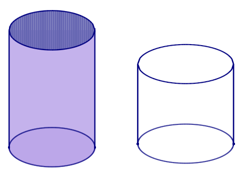
$$\Leftrightarrow 2x(x-4) - 5(x-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-4)(2x-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-4=0 \\ 2x-5=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \quad (ktm) \\ x=\dfrac{5}{2} \quad (tm) \end{array}\right.$$

Vậy mỗi xe phải chở 2,5 tấn hàng.

2. Gọi thể tích lọ thủy tinh có đường kính đáy là $30cm$, chiều cao $20cm$ là V_1 $\Rightarrow V_1 = \pi.\left(\dfrac{30}{2}\right)^2.20 \approx 3{,}14.4500$



Gọi thể tích lọ thứ hai bên trong có đường kính đáy là $40cm$, chiều cao $12cm$ là V_2

$\Rightarrow V_2 = \pi.\left(\dfrac{40}{2}\right)^2.12 \approx 3{,}14.4800$

Vậy $V_1 < V_2$, do đó nếu đổ hết nước từ lọ thứ nhất sang lọ thứ 2 sẽ không bị tràn.

Câu 3. (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}(x-3)(y+2)=xy-5\\(x+2)(y-3)=xy\end{cases}$.

2) Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 4x - m + 1$ (m là tham số)

.

a) Tìm m để d tiếp xúc với (P)

b) Gọi hoành độ giao điểm của d và (P) là x_1 ; x_2. Tìm m để $\sqrt{x_1} = \sqrt{2x_2}$

Lời giải

1) $\begin{cases}(x-3)(y+2)=xy-5\\(x+2)(y-3)=xy\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}xy-3y+2x-6=xy-5\\xy+2y-3x-6=xy\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x-3y=1\\-3x+2y=6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}6x-9y=3\\-6x+4y=12\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}6x-9y=3\\-6x+4y=12\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}2x-3y=1\\-5y=15\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x+9=1\\y=-3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-4\\y=-3\end{cases}$

Vậy $(x;y)=(-4;-3)$ là nghiệm của hệ phương trình .

2) Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 4x - m + 1$ (m là tham số)

Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) : $x^2 - 4x + m - 1 = 0$

Có $\Delta' = (-2)^2 - 1.(m-1) = 5 - m$

a) Để m để d tiếp xúc với (P) thì phương trình hoành độ giao điểm có nghiệm kép :

$\Rightarrow \Delta' = 5 - m = 0 \Leftrightarrow m = 5$

b) d giao (P) $\Rightarrow \Delta' \geq 0$

$\Leftrightarrow 5 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 5$ (1)

Gọi hoành độ giao điểm của d và (P) là x_1 ; x_2.

Theo hệ thức Viet có : $\begin{cases}x_1+x_2=4\\x_1.x_2=m-1\end{cases}$

x_1 và x_2 cùng có giá trị không âm $\Rightarrow \begin{cases}x_1+x_2\geq 0\\x_1.x_2\geq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4\geq 0\\m-1\geq 0\end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1$

(2)

Để $\sqrt{x_1}=\sqrt{2x_2}\Leftrightarrow x_1=2x_2$

Xét hệ phương trình sau : $\begin{cases} x_1+x_2=4 \\ x_1=2x_2 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x_1=\dfrac{8}{3} \\ x_2=\dfrac{4}{3} \end{cases}$

Thay vào $x_1.x_2=m-1$ có $\dfrac{8}{3}.\dfrac{4}{3}=m-1\Leftrightarrow m=\dfrac{41}{9}$ (3)

Từ (1) ; (2) và (3) $\Rightarrow m=\dfrac{41}{9}$ thì hoành độ giao điểm của d và (P) là x_1 ; x_2 thỏa mãn : $\sqrt{x_1}=\sqrt{2x_2}$

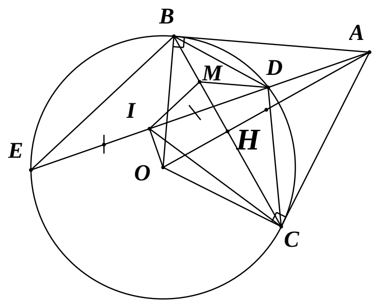
Câu 4. (3 điểm) Từ điểm A cố định nằm ngoài đường tròn $(O;R)$, dựng các tiếp tuyến AB , AC và cát tuyến ADE với đường tròn (D nằm giữa A và E). Gọi I là trung điểm của DE, H là giao điểm của AO và BC .

a) Chứng minh rằng bốn điểm A ; B ; I ; O cùng thuộc một đường tròn.

c) Chứng minh rằng $AC^2=AD.AE=AH.AO$

d) Qua I kẻ đường thẳng song song với BE , cắt BC tại M . Chứng minh rằng $DM\perp BO$.

Lời giải



a) Có AB ; AC lần lượt là tia tiếp tuyến tại B và C của (O) (gt)

$\Rightarrow\begin{cases} AB\perp OB \\ AC\perp OC \end{cases}$ (t.c tiếp tuyến) $\Rightarrow\begin{cases} \widehat{ABO}=90^0 \\ \widehat{ACO}=90^0 \end{cases}$

Xét (O) có I là trung điểm của dây DE $(O\notin DE)\Rightarrow OI\perp DE$ tại I

$\Rightarrow\widehat{DIO}=90^0\Rightarrow\widehat{AIO}=90^0$

Có $\widehat{AIO}=\widehat{ABO}=90^0$ (cmt)

$\Rightarrow$ $I;B$ cùng thuộc đường tròn đường kính OA (cung chứa góc 90^0)

$\Rightarrow$ $I;B$; O ; A cùng thuộc đường tròn (sự xác định đường tròn)

b) Có AB ; AC lần lượt là tia tiếp tuyến tại B và C của (O) (gt)

$\Rightarrow$ $AB = AC$ (t.c 2 tiếp tuyến giao nhau)

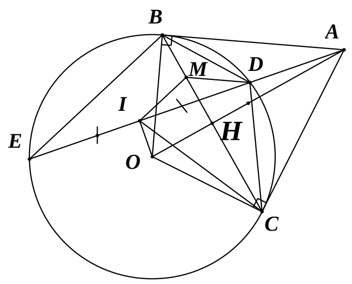
Có $B;C \in (O)$ (gt) $\Rightarrow OB = OC$ (t.c điểm thuộc đường tròn)

$\left.\begin{matrix} AB = AC(cmt) \\ OB = OC(cmt) \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ AO là trung trực đoạn BC (tập hợp điểm cách đều 2 mút đoạn)

Mà $\{H\} = AO \cap BC$ $(gt) \Rightarrow AO \perp BC$ tại H (t.c trung trực)

Xét $\triangle ABO\left(\hat{B} = 90^0\right)$ có $BH \perp OA$ tại H (cmt) $\Rightarrow AB^2 = AH.AO$ (Hệ thức lượng)

Có AB là tia tiếp tuyến tại B của (O) (gt)



$\Rightarrow$ $\widehat{ABD} = \widehat{BED}$ (góc giữa tt với dây và gnt cùng chắn $\overset{\frown}{BD}$)

c) Có $\widehat{ACO} = 90^0$ (cmt)

$\Rightarrow$ $C \in$ đường tròn đ.kính AO (cung chứa góc 90^0)

Xét đường tròn đkính AO có : $\widehat{ABC} = \widehat{AIC}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{AC}$)

Có $MI // BE$ $(gt) \Rightarrow$ $\widehat{BED} = \widehat{MID}$ (t.c 2 đg thẳng song song)

Xét (O) có $\widehat{BED} = \widehat{BCD}$ (cùng chắn $\overset{\frown}{BD}$), mà $\widehat{BED} = \widehat{MID}$ (cmt)

$\Rightarrow$ $\widehat{MID} = \widehat{BCD}$ $\Rightarrow$ $\widehat{MID} = \widehat{MCD}$

Xét tứ giác $IMDC$ có : $\widehat{MID} = \widehat{MCD}$, mà hai đỉnh $M;I$ kề nhau cùng nhìn DC

$\Rightarrow$ $MDCI$ là tứ giác nội tiếp (dhnb)

Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác $MDCI$ có : $\widehat{DIC} = \widehat{MDC}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{DC}$) $\Rightarrow$ $\widehat{AIC} = \widehat{MDC}$, mà $\widehat{ABC} = \widehat{AIC}$ (cmt)

$\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{MDC}$ (bắc cầu)

$\Rightarrow AB // MD$ (dhnb) , mà $AB \perp OB$ (cmt)

$\Rightarrow$ $MD \perp OB$ (q.hệ vuông góc và song song)

Câu 5. (0,5 điểm) Cho x ; y ; $z > 0$ và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$. Chứng minh rằng :

$$\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}\le 1$$

Lời giải

Áp dụng BĐT $\frac{1}{A}+\frac{1}{B}\ge\frac{4}{A+B}$ (với $(A;B>0)$) Có $x\ ;\ y\ ;\ z>0\Rightarrow\begin{cases}2x>0\\ y+z>0\end{cases}$

Có $\frac{1}{2x}+\frac{1}{y+z}\ge\frac{4}{2x+y+z}\Leftrightarrow\frac{1}{2x+y+z}\le\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2x}+\frac{1}{y+z}\right)$

Có $\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\ge\frac{4}{y+z}\Leftrightarrow\frac{1}{y+z}\le\frac{1}{4}\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)\Leftrightarrow\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2x}+\frac{1}{y+z}\right)\le\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2x}+\frac{1}{4y}+\frac{1}{4z}\right)$

$\Rightarrow\frac{1}{2x+y+z}\le\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2x}+\frac{1}{4y}+\frac{1}{4z}\right)$ (1)

Tương tự cm : $\frac{1}{2y+x+z}\le\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2y}+\frac{1}{4x}+\frac{1}{4z}\right)$ (2) ; $\frac{1}{2z+x+y}\le\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2z}+\frac{1}{4x}+\frac{1}{4y}\right)$ (3)

Từ (1) (2) và (3) $\Rightarrow\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}\le 1.$

Dấu « = » xảy ra $\Leftrightarrow\ x=y=z=\frac{3}{4}$

PHÒNG GD&ĐT QUẬN LONG BIÊN	**ĐỀ THI DỰ KIẾN VÀO THPT MÔN TOÁN**
TRƯỜNG THCS LONG BIÊN	**NĂM HỌC: 2019 – 2020**
Đề số 15	**Thời gian làm bài: 90 phút**

Bài 1: (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức: $A=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}-\frac{\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}-\frac{3-11\sqrt{x}}{x-9}$; $B=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$ với $0\le x\ne 9$.

1. Tính giá trị B tại $x=25$;

2. Rút gọn A;

3. Tìm số nguyên x để $P=A.B$ là số nguyên.

Bài 2(2,5 điểm)

1. Hai tổ sản xuất phải hoàn thành 90 sản phẩm theo kế hoạch. Khi thực hiện, tổ I làm vượt mức 15% kế hoạch, tổ II làm vượt mức 12% kế hoạch của tổ. Do đó cả hai tổ làm được 102 sản phẩm. Hỏi thực tế, mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm.

2. Một quả bóng hình cầu có đường kính $24\,\text{cm}$. Tính diện tích da phải dùng để khâu thành quả bóng nếu tỉ lệ hao hụt là 2%.

Bài 3: (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2\sqrt{x}-\dfrac{1}{y-1}=1 \\ 3\sqrt{x}+\dfrac{2}{y-1}=12 \end{cases}$$

2. Cho phương trình $x^2-mx+m-2=0$ (1) (x là ẩn số)

a) Chứng minh với mọi m, phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt.

b) Tìm m để cả hai nghiệm của phương trình đều là số nguyên.

Bài 4 (3,0 điểm)**:**Cho đường tròn $(O;R)$ (điểm O cố định, giá trị R không đổi) và điểm M nằm bên ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến MB, MC. (B,C là các tiếp điểm) của (O). và tia Mx nằm giữa hai tia MO và MC. Qua B kẻ đường thẳng song song với Mx, đường thẳng này cắt (O). tại điểm thứ hai là A. Vẽ đường kính BB' của (O). Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với BB', đường thẳng này cắt MC và $B'C$ lần lượt tại K và E. Chứng minh rằng:

1. Bốn điểm M, B, O, C cùng nằm trên một đường tròn.

2. Đoạn thẳng $ME = R$.

3. Khi điểm M di động mà $OM = 2R$ thì điểm K di động trên một đường tròn cố định, chỉ rõ tâm và bán kính của đường tròn đó.

Bài 5 (0,5 điểm):Cho x, y, z là các số dương thoả mãn xy + yz + xz = 4xyz.

Chứng minh: $P = \dfrac{1}{2x+y+z} + \dfrac{1}{x+2y+z} + \dfrac{1}{x+y+2z} \le 1$

ĐÁP ÁN ĐỀ THI DỰ KIẾN VÀO THPT MÔN TOÁN

TRƯỜNG THCS LONG BIÊN

Năm học: 2019-2020

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1: (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức: $A = \dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \dfrac{\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}} - \dfrac{3-11\sqrt{x}}{x-9}$; $B = \dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$ với $0 \le x \ne 9$.

1. Tính giá trị B tại $x = 25$;

2. Rút gọn A;

3. Tìm số nguyên x để $P = A.B$ là số nguyên.

Lời giải

a) Với $x = 25$ TMĐK, ta có $\sqrt{x} = 5$, thay được vào biểu thức B ta được: $B = \dfrac{5-3}{5+2} = \dfrac{2}{7}$

Vậy khi $x = 25$ thì $B = \dfrac{2}{7}$

b) Với $0 \le x \ne 9$. Ta có:

$$A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}} - \frac{3-11\sqrt{x}}{x-9}$$

$$= \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} - \frac{3-11\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$$

$$= \frac{2x-6\sqrt{x}+x+3\sqrt{x}+\sqrt{x}+3-3+11\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$$

$$= \frac{3x+9\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$$

Vậy $A=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ với $0\le x\ne 9$.

c) Với $0\le x\ne 9$. Ta có: $P=A.B=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}=3+\dfrac{-6}{\sqrt{x}+2}$

vì $3\in Z$ nên để $P\in Z$ $\Rightarrow \dfrac{-6}{\sqrt{x}+2}\in Z$ và do $x\in Z$ $\Rightarrow \sqrt{x}+2\in U(-6)=\{-6;-3;-2;-1;1;2;3;6\}$

do $\sqrt{x}+2\ge 2$ $\forall$x thỏa mãn ĐKXĐ

nên $\sqrt{x}+2\in\{2;3;6\}$

(chỗ này file gốc đã thiếu lập luận x nguyên và ghi x thuộc ĐKXĐ là không chuẩn – đã sửa lại)

Ta có bảng sau:

$\sqrt{x}+2$	2	3	6
x	0	1	16

đối chiếu với điều kiện $0\le x\ne 9$ ta được $x\in\{0;1;16\}$ thì $P\in Z$

Bài 2 (2,5 điểm)

1. Hai tổ sản xuất phải hoàn thành 90 sản phẩm theo kế hoạch. Khi thực hiện, tổ I làm vượt mức 15% kế hoạch, tổ II làm vượt mức 12% kế hoạch của tổ. Do đó cả hai tổ làm được 102 sản phẩm. Hỏi thực tế, mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm.

Lời giải:

1) Gọi số sản phẩm tổ I sản xuất được theo kế hoạch là x (đk: $x\in N^*, x<90$) thì số sản phẩm tổ II sản xuất được theo kế hoạch là $90-x$ (sản phẩm)

Khi thực hiện: tổ I làm vượt mức 15% kế hoạch nên số sản phẩm tổ I làm được là $x+15\%x=1,15x$ (sản phẩm)

tổ II làm vượt mức 12% kế hoạch nên số sản phẩm tổ II làm được là $(90-x)+12\%(90-x)=1,12(90-x)$ (sản phẩm)

do cả 2 tổ sản xuất được 102 sản phẩm nên ta có phương trình:

$1,15x+1,12(90-x)=102$

$\Leftrightarrow 1,15x+100,8-1,12x=102$

$\Leftrightarrow 0,03x=1,2$

$\Leftrightarrow x=1,2:0,03=40$

Giá trị $x=40$ thỏa mãn điều kiện của ẩn

Vậy thực tế: Tổ I làm được 46 sản phẩm, Tổ II làm được 56 sản phẩm

2. Một quả bóng hình cầu có đường kính 24 cm. Tính diện tích da phải dùng để khâu thành quả bóng nếu tỉ lệ hao hụt là 2%.

Lời giải:

Diện tích mặt cầu là: $S = 4\pi R^2 = \pi d^2 = 576\pi\,(cm^2)$

khi đó diện tích da phải dùng để khâu thành quả bóng nếu tỉ lệ hao hụt là 2% là:

$$576\pi + 2\%.576\pi = 587{,}52\pi(cm^2)$$

Bài 3:(2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2\sqrt{x} - \dfrac{1}{y-1} = 1 \\ 3\sqrt{x} + \dfrac{2}{y-1} = 12 \end{cases}$

Lời giải:

đk: $x \geq 0;\ y \neq 1$

$$\begin{cases} 2\sqrt{x} - \dfrac{1}{y-1} = 1 \\ 3\sqrt{x} + \dfrac{2}{y-1} = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4\sqrt{x} - \dfrac{2}{y-1} = 2 \\ 3\sqrt{x} + \dfrac{2}{y-1} = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x} - \dfrac{1}{y-1} = 1 \\ 7\sqrt{x} = 14 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x} - \dfrac{1}{y-1} = 1 \\ \sqrt{x} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - \dfrac{1}{y-1} = 1 \\ x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = \dfrac{4}{3} \end{cases} \text{ (tmđk)}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y) = \left(4;\dfrac{4}{3}\right)$

2. Cho phương trình $x^2 - mx + m - 2 = 0$ (1) (x là ẩn số)

a) Chứng minh với mọi m, phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt.

b) Tìm m để cả hai nghiệm của phương trình đều là số nguyên.

Lời giải:

a) Xét phương trình: $x^2 - mx + m - 2 = 0$ (1)

ta có: $\Delta' = m^2 - 4(m-2) = m^2 - 4m + 4 + 4 = (m-2)^2 + 4$

Vì $(m-2)^2 \geq 0\ \ \forall m \in R$

$\Rightarrow (m-2)^2 + 4 > 0\ \ \forall m \in R$

hay $\Delta' > 0\ \forall\ m \in R$

chứng tỏ phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m

b) Gọi $x_1;x_2$ là 2 nghiệm của phương trình (1). Theo hệ thức Vi- ét ta có:

$$\begin{cases} x_1+x_2=m & (2) \\ x_1x_2=m-2 & (3) \end{cases}$$

Từ (2) và (3) suy ra $x_1+x_2=x_1x_2+2 \Leftrightarrow (1-x_2)(x_1-1)=1$

Để $x_1;x_2$ đều là số nguyên thì $1-x_2;x_1-1$ đều là ước của 1. Mà $U(1)=\{-1;1\}$

Ta xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1: $\begin{cases} 1-x_2=1 \\ x_1-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2=0 \\ x_1=2 \end{cases} \Rightarrow m=2$

Trường hợp 2: : $\begin{cases} 1-x_2=-1 \\ x_1-1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2=2 \\ x_1=0 \end{cases} \Rightarrow m=2$

Vậy $m=2$ là giá trị cần tìm.

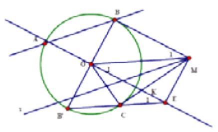
Bài 4 (3,0 điểm)**:** Cho đường tròn $(O;R)$ (điểm O cố định, giá trị R không đổi) và điểm M nằm bên ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến MB, MC của (O) (B,C là các tiếp điểm) và tia Mx nằm giữa hai tia MO và MC. Qua B kẻ đường thẳng song song với Mx, đường thẳng này cắt (O) tại điểm thứ hai là A. Vẽ đường kính BB' của (O). Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với BB', đường thẳng này cắt MC và $B'C$ lần lượt tại K và E. Chứng minh rằng:

1) Bốn điểm M, B, O, C cùng nằm trên một đường tròn.

2) Đoạn thẳng $ME = R$.

3) Khi điểm M di động mà $OM=2R$ thì điểm K di động trên một đường tròn cố định, chỉ rõ tâm và bán kính của đường tròn đó.

Lời giải:



1) Xét đường tròn (O) có $MB,\ MC$ là 2 tiếp tuyến của đường tròn (B,C là các tiếp điểm)

$\Rightarrow \widehat{MBO} = \widehat{MCO} = 90^0$

Xét tứ giác $MBOC$ có: $\widehat{MBO} + \widehat{MCO} = 90^0 + 90^0 = 180^0$

mà 2 góc này ở vị trí đối nhau

Nên tứ giác $MBOC$ nội tiếp (dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp)

hay bốn điểm $M,\ B,\ O,\ C$ cùng nằm trên một đường tròn.

2) Ta có $MB//EO$ (vì cùng vuông góc với BB')

$\Rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{M_1}$ (2 góc so le trong)

mà $\widehat{OMC} = \widehat{M_1}$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

do đó $\widehat{O_1} = \widehat{OMC}$ (1)

lại có: $MB = MC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) hay M thuộc đường trung trực của BC

$OB = OC = R$ nên O thuộc đường trung trực của BC

do đó MO là đường trung trực của $BC \Rightarrow OM \perp BC$

mà $EB' \perp BC$ (gt)

nên $MO//EB'$ (vì cùng vuông góc với BC)

$\Rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{E_1}$ (2 góc so le trong) (2)

Từ (1), (2) suy ra $\widehat{E_1} = \widehat{OMC}$.

Xét tứ giác $MOCE$ có: $\widehat{E_1} = \widehat{OMC}$ như vậy 2 đỉnh E, M kề nhau cùng nhìn cạnh OC dưới 2 góc bằng nhau nên tứ giác $MOCE$ nội tiếp (dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp)

$\Rightarrow \widehat{MEO} = \widehat{MCO}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung OM)

mà $\widehat{MCO} = 90^0$

nên $\widehat{MEO} = 90^0$

xét tứ giác $MBOE$ có: $\widehat{MEO} = \widehat{MBO} = \widehat{BOE} = 90^0$ nên tứ giác $MBOE$ là hình chữ nhật (dấu hiệu nhận biết hình chữ nhật)

$\Rightarrow OB = ME$ (tính chất của hình chữ nhật)

mà $OB = R \Rightarrow ME = R$ (đpcm)

3) Áp dụng tỉ số lượng giác vào ΔMBO vuông tại B ta có:

$\sin MBO = \dfrac{OB}{OM} = \dfrac{R}{2R} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{MBO} = \sin 30^0$

mà $\widehat{BMO} = \widehat{OMC}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

do đó $\widehat{BMC} = 60^0$

mặt khác ΔBMC cân tại M (do $MB = MC$)

nên ΔBMC là tam giác đều

do tứ giác $MBOC$ nội tiếp nên $\widehat{BMC} + \widehat{BOC} = 180^0 \Rightarrow \widehat{BOC} = 120^0$ (thiếu chữ nt)

$\Rightarrow \widehat{MOC} = \dfrac{1}{2}\widehat{BOC} = \dfrac{1}{2}.120^0 = 60^0 \Rightarrow \widehat{KOC} = \widehat{MOC} - \widehat{O_1} = \widehat{MOC} - \widehat{M_1} = 60^0 - 30^0 = 30^0$

xét ΔKOC vuông tại C nên $\cos KOC = \dfrac{OC}{OK} \Rightarrow OK = \dfrac{OC}{\cos 30^0} = R : \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{2\sqrt{3}R}{3}$

(viết tỉ số lượng giác không được viế HOA chữ s hay c – đã sửa)

Mà O cố định, R không đổi

Nên K di động trên đường tròn tâm O, bán kính bằng $\dfrac{2\sqrt{3}R}{3}$

Bài 5 (0,5 điểm): Cho x, y, z là các số dương thoả mãn xy + yz + xz = 4xyz.

Chứng minh: $P = \dfrac{1}{2x+y+z} + \dfrac{1}{x+2y+z} + \dfrac{1}{x+y+2z} \le 1$

Lời giải:

- Ta có $xy + yz + xz = 4xyz \Rightarrow \dfrac{xy+yz+xz}{xyz} = 4 \Rightarrow \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} = 4$

- Áp dụng $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} \ge \dfrac{4}{a+b} \Leftrightarrow (\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b})\dfrac{1}{4} \ge \dfrac{1}{a+b} \Leftrightarrow \dfrac{1}{a+b} \le (\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b})\dfrac{1}{4}$

Ta có $\dfrac{1}{2x+(y+z)} \le \dfrac{1}{4}(\dfrac{1}{2x} + \dfrac{1}{y+z}) \le \dfrac{1}{4}\left[\dfrac{1}{2x} + \dfrac{1}{4}(\dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z})\right] \le \dfrac{1}{8}(\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{2y} + \dfrac{1}{2z})$ (1)

- Chứng minh tương tự có: $\dfrac{1}{x+2y+z} \le \dfrac{1}{8}(\dfrac{1}{2x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{2z})$ (2) và $\dfrac{1}{x+y+2z} \le \dfrac{1}{8}(\dfrac{1}{2x} + \dfrac{1}{2y} + \dfrac{1}{z})$ (3)

Từ (1), (2), (3) ta có $P = \dfrac{1}{2x+y+z} + \dfrac{1}{x+2y+z} + \dfrac{1}{x+y+2z} \le \dfrac{1}{4}(\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z}) = 1$ (đpcm)

HẾT

PHÒNG GD VÀ ĐT QUẬN CẦU GIẤY

TRƯỜNG THCS NAM TRUNG YÊN

(Đề thi gồm 01 trang)

Đề số 16

ĐỀ XUẤT ĐỀ THI VÀO 10 THPT

NĂM HỌC 2020-2021

(Thời gian làm bài 45 phút, không kể thời gian giao đề)

Câu 1. *(2 điểm)*

Cho hai biểu thức $A=\left(\dfrac{x+\sqrt{x}+10}{x-9}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-3}\right):\dfrac{1}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\sqrt{x}+1$với $x\ge 0,\ x\ne 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức B khi $x=\dfrac{49}{81}$.

2) Chứng minh $A=\dfrac{x+7}{\sqrt{x}+3}$.

3) Tìm x để $A>B$.

Câu 2. *(2 điểm)*

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Hai đội xe chở cát để san lấp một khu đất. Nếu hai đội cùng làm thì trong 18 ngày xong công việc. Nếu đội I làm trong 6 ngày, đội II làm trong 8 ngày thì xong được 40% công việc. Hỏi mỗi đội làm một mình thì sau bao lâu xong công việc đó?

2) Một chiếc nón lá có đường sinh bằng $30\,\text{cm}$, đường kính đáy bằng $40\,\text{cm}$. Người ta dùng hai lớp lá để phủ lên bề mặt xung quanh của nón. Tính diện tích lá cần dùng cho một chiếc nón đó.

Câu 3. *(2 điểm)*

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}3\sqrt{x-1}+y=18\\2\sqrt{x-1}-3y=1\end{cases}$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y=(-m-2)x+m+4$ parabol (P): $y=x^2$

a. Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1,\ x_2$ với mọi giá trị của m.

b. Tìm tất cả các giá trị của m để $x_1\le 0<x_2$.

Câu 4. *(3,5 điểm)*

Cho nửa đường tròn $(O;R)$ đường kính BC. Kẻ tiếp tuyến Bx với nửa đường tròn đó (Bx nằm trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa nửa đường tròn (O)). Trên tia đối của tia CB lấy điểm A, kẻ tiếp tuyến AE với nửa đường tròn (O) (E là tiếp điểm), tia AE cắt Bx tại D. Gọi H là giao điểm của BE với DO, K là giao điểm thứ hai của DC với nửa đường tròn (O).

1) Chứng minh 4 điểm B, D, E, O thuộc một đường tròn. Xác định tâm của đường tròn đó.

2) Chứng minh $AO.AB = AE.AD$

3) Chứng minh $DB^2 = DH.DO$ và $\widehat{DHK} = \widehat{DCO}$

4) Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với BC, đường thẳng này cắt AD và CE lần lượt tại M và N. Gọi I là giao điểm của BN và OD, J là giao điểm của DN và OE. Chứng minh I, M, J thẳng hàng.

Câu 5. *(0,5 điểm)*

Giải phương trình $\sqrt{x^2+\sqrt{x^2+x+\frac{1}{4}}-\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}\left(2x^3+x^2+2x+1\right)$.

ᏈᏈ HẾT ᏈᏈ

TRƯỜNG THCS NAM TRUNG YÊN

Năm học: 2020-2021

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. *(2 điểm)*

Cho hai biểu thức $A=\left(\frac{x+\sqrt{x}+10}{x-9}-\frac{1}{\sqrt{x}-3}\right):\frac{1}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\sqrt{x}+1$ với $x \ge 0,\ x \ne 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức B khi $x=\frac{49}{81}$.

2) Chứng minh $A=\frac{x+7}{\sqrt{x}+3}$.

3) Tìm x để $A > B$.

Lời giải

1) Ta có $x=\frac{49}{81}$ thỏa mãn điều kiện $x \ge 0,\ x \ne 9$. Thay $x=\frac{49}{81}$ vào biểu thức B ta được:

$$B=\sqrt{\frac{49}{81}}+1=\frac{7}{9}+1=\frac{16}{9}.$$

2) $A=\left(\frac{x+\sqrt{x}+10}{x-9}-\frac{1}{\sqrt{x}-3}\right):\frac{1}{\sqrt{x}-3}\quad (x \ge 0,\ x \ne 9)$

$$=\frac{x+\sqrt{x}+10-\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}:\frac{1}{\sqrt{x}-3}$$

$$=\frac{x+7}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}:\frac{1}{\sqrt{x}-3}$$

$$=\frac{x+7}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}\cdot\frac{\sqrt{x}-3}{1}$$

$$=\frac{x+7}{\sqrt{x}+3}.$$

3) $A>B\Leftrightarrow\dfrac{x+7}{\sqrt{x}+3}>\sqrt{x}+1\ \left(x\geq 0,\ x\neq 9\right)$

$$\Leftrightarrow\frac{-4\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+3}>0$$

Ta có: $x\geq 0\Leftrightarrow\sqrt{x}\geq 0\Leftrightarrow\sqrt{x}+3\geq 3>0$

Từ đó suy ra $-4\sqrt{x}+4>0\Leftrightarrow\sqrt{x}<1\Leftrightarrow x<1$

Kết hợp điều kiện $x\geq 0,\ x\neq 9$ suy ra $0\leq x<1$.

Câu 2. *(2 điểm)*

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Hai đội xe chở cát để san lấp một khu đất. Nếu hai đội cùng làm thì trong 18 ngày xong công việc. Nếu đội I làm trong 6 ngày, đội II làm trong 8 ngày thì xong được 40% công việc. Hỏi mỗi đội làm một mình thì sau bao lâu xong công việc đó?

2) Một chiếc nón lá có đường sinh bằng $30\,\text{cm}$, đường kính đáy bằng $40\,\text{cm}$. Người ta dùng hai lớp lá để phủ lên bề mặt xung quanh của nón. Tính diện tích lá cần dùng cho một chiếc nón đó.

Lời giải

1) Gọi thời gian đội I và đội II làm một mình xong công việc lần lượt là $x,\ y$ (ngày)

(Điều kiện: $x>0,\ y>0$).

Trong 1 ngày đội I làm được $\dfrac{1}{x}$ công việc.

Trong 1 ngày đội II làm được $\dfrac{1}{y}$ công việc.

Hai đội cùng làm thì trong 18 ngày xong công việc

$\Rightarrow$ Trong 1 ngày hai đội làm được $\dfrac{1}{18}$ công việc.

Khi đó, ta có phương trình: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{18}$ (1).

Trong 6 ngày đội I làm được $\frac{6}{x}$ công việc

Trong 8 ngày đội II làm được $\frac{8}{y}$ công việc

Nếu đội I làm trong 6 ngày, đội II làm trong 8 ngày thì xong được 40% công việc

$\Rightarrow \frac{6}{x}+\frac{8}{y}=40\%=\frac{2}{5}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{18}\\ \frac{6}{x}+\frac{8}{y}=\frac{2}{5}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{1}{x}=\frac{1}{45}\\ \frac{1}{y}=\frac{1}{30}\end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x=45\\ y=30\end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy thời gian đội I và đội II làm một mình xong công việc lần lượt là 45 ngày và 30 ngày.

2) Bán kính đáy của hình tròn là: $r=40:2=20\,\text{cm}$.

Diện tích xung quanh của hình nón là

$S=\pi rl=\pi.20.30=600\pi\,(\text{cm}^2)$

Vì người ta dùng hai lớp lá để phủ lên bề mặt xung quanh của nón nên diện tích lá cần dùng cho một chiếc nón đó là:

$600\pi.2=1200\pi\,(\text{cm}^2)$.

Câu 3. *(2 điểm)*

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}3\sqrt{x-1}+y=18\\ 2\sqrt{x-1}-3y=1\end{cases}$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y=(-m-2)x+m+4$ và parabol $(P): y=x^2$.

a. Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1,\ x_2$ với mọi giá trị của m.

b. Tìm tất cả các giá trị của m để $x_1 \le 0 < x_2$.

Lời giải

1) Điều kiện xác định: $x \ge 1$

$\begin{cases} 3\sqrt{x-1}+y=18 \\ 2\sqrt{x-1}-3y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9\sqrt{x-1}+3y=54 \\ 2\sqrt{x-1}-3y=1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 11\sqrt{x-1}=55 \\ 3\sqrt{x-1}+y=18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1}=5 \\ 3\sqrt{x-1}+y=18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=25 \\ 3.5+y=18 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=26 \\ y=3 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy hệ phương trình có nghiệm: $\begin{cases} x=26 \\ y=3 \end{cases}$.

2)

a) Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2+(m+2)x-m-4=0 \ (*)$

Ta có: $\Delta=(m+2)^2-4(-m-4)=m^2+8m+16+4=(m+4)^2+4>0\,\forall m$

Do đó phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt

Suy ra (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 với mọi giá trị của m.

b) Ta có: $x_1 \le 0 < x_2$

Trường hợp 1: Phương trình có 2 nghiệm x_1; x_2 thỏa mãn $x_1<0<x_2$

$\Leftrightarrow$ Phương trình $(*)$ có 2 nghiệm trái dấu

$\Leftrightarrow 1.(-m-4)<0$

$\Leftrightarrow m>-4$; (1)

Trường hợp 2: Phương trình $(*)$ có nghiệm $x_1=0$.

Thay $x_1=0$ vào phương trình $(*)$ ta được: $-m-4=0 \Leftrightarrow m=-4$

Khi $m=-4$ phương trình (*) có 2 nghiệm 0 và 2 (thỏa mãn) (2)

Kết hợp (1) với (2) ta được: $m \ge -4$.

Vậy để phương trình có 2 nghiệm x_1; x_2 thỏa mãn $x_1 \le 0 < x_2$ thì $m \ge -4$.

Câu 4. *(3,5 điểm)*

Cho nửa đường tròn $(O;R)$ đường kính BC. Kẻ tiếp tuyến Bx với nửa đường tròn đó (Bx nằm trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa nửa đường tròn (O)). Trên tia đối của tia CB lấy điểm A, kẻ tiếp tuyến AE với nửa đường tròn (O) (E là tiếp điểm), tia AE cắt Bx tại D. Gọi H là giao điểm của BE với DO, K là giao điểm thứ hai của DC với nửa đường tròn (O).

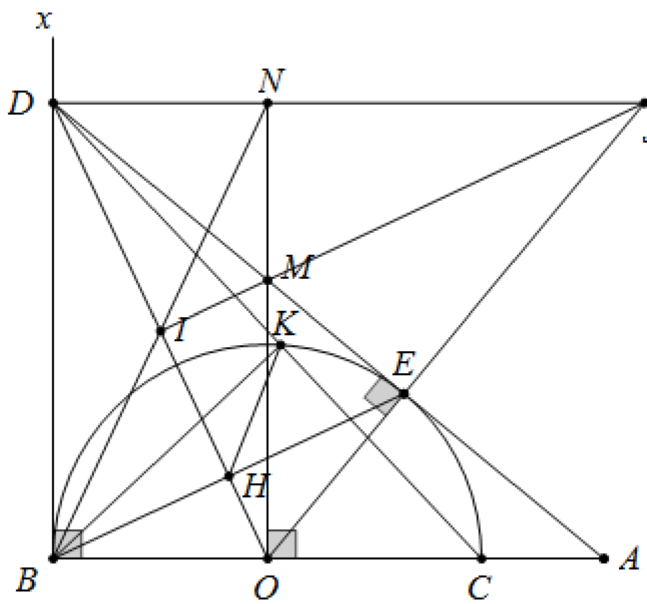
1) Chứng minh 4 điểm B, D, E, O thuộc một đường tròn. Xác định tâm của đường tròn đó.

2) Chứng minh $AO.AB=AE.AD$.

3) Chứng minh $DB^2=DH.DO$ và $\widehat{DHK}=\widehat{DCO}$.

4) Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với BC, đường thẳng này cắt AD và CE lần lượt tại M và N. Gọi I là giao điểm của BN và OD, J là giao điểm của DN và OE. Chứng minh I, M, J thẳng hàng.

Lời giải



1) Do Bx là tiếp tuyến của (O) tại B nên $Bx \perp BC$ tại B nên $\widehat{DBO} = 90°$

AE là tiếp tuyến của (O) tại E nên $AD \perp OE$ tại E nên $\widehat{DEO} = 90°$

Xét tứ giác $BDEO$ có: $\widehat{DBO} + \widehat{DEO} = 90° + 90° = 180°$

$\Rightarrow$ Tứ giác $BDEO$ nội tiếp đường tròn (Tứ giác có tổng số đo hai góc đối diện bằng $180°$ thì tứ giác đó nội tiếp đường tròn).

$\Rightarrow$ 4 điểm B, D, E, O thuộc một đường tròn đường kính OD

$\Rightarrow$ Tâm đường tròn đó là trung điểm của OD.

2) Do AE là tiếp tuyến của đường tròn $(O) \Rightarrow OE \perp EA \Rightarrow \widehat{OEA} = 90°$.

Xét ΔOEA và ΔDBO có:

$\widehat{DBO} = \widehat{OEA} = 90°$

$\widehat{BAD}$ chung

$\Rightarrow \Delta OEA \sim \Delta DBO$ (g – g) $\Rightarrow \dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AO}{AD} \Rightarrow AO.AB = AE.AD$.

3) +) Ta có BD và DE lần lượt là hai tiếp tuyến của đường tròn tại B và E.

$BD \cap DE = \{D\}$

Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau ta có: $DB = DE$ và DO là tia phân giác của $\widehat{BDE}$.

ΔBDE có $DB = DE \Rightarrow \Delta BDE$ cân tại D có DO là tia phân giác của $\widehat{BDE}$ $\Rightarrow DO$ đồng thời là đường cao của ΔBDE $\Rightarrow DO \perp BE$ tại $H \Rightarrow BH \perp DO$ tại H.

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔDOB vuông tại B có $BH \perp DO$ tại H ta có:
$DB^2 = DH.DO$; (1).

+) Ta có $\widehat{BKC}$ chắn nửa đường tròn đường kính BC $\Rightarrow BK \perp KC$ tại K.
Áp dụng hệ thức lượng trong ΔBDC vuông tại B có $BK \perp KC$ tại K
ta có: $DB^2 = DK.DC$; (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow DH.DO = DK.DC \Rightarrow \dfrac{DH}{DC} = \dfrac{DK}{DO}$

Xét ΔDHK và ΔDCO có:
$\dfrac{DH}{DC} = \dfrac{DK}{DO}$ (chứng minh trên)
$\widehat{ODC}$ chung
$\Rightarrow \Delta DHK \sim \Delta DCO$ (c – g – c) $\Rightarrow \widehat{DHK} = \widehat{DCO}$.

4) +) Ta có $ON \perp BC$ và $BD \perp BC \Rightarrow BD//ON$
Xét ΔIDB và ΔION có:
$\widehat{DIB} = \widehat{OIN}$ (hai góc đối đỉnh)
$\widehat{IDB} = \widehat{ION}$ (hai góc so le trong, $BD//ON$)
$\Rightarrow \Delta IDN \sim \Delta ION$ (g – g)
$\Rightarrow \dfrac{ID}{IO} = \dfrac{IB}{IN}$

Xét ΔIDN và ΔIOB có:
$\widehat{DIN} = \widehat{OIB}$ (hai góc đối đỉnh)
$\dfrac{ID}{IO} = \dfrac{IB}{IN}$ (chứng minh trên)
$\Rightarrow \Delta IDN \sim \Delta IOB$ (c – g – c)
$\Rightarrow \widehat{IDN} = \widehat{IOB} \Rightarrow DN//BO$ (Có cặp góc ở vị trí so le trong bằng nhau)
$\Rightarrow \widehat{DNO} = \widehat{NOB} = 90°$.

Xét tứ giác $BDNO$ có: $\widehat{OBD} = \widehat{DNO} = \widehat{NOB} = 90°$
$\Rightarrow BDNO$ là hình chữ nhật. Mà $OD \cap BN = \{I\} \Rightarrow I$ là trung điểm của OD (Tính chất hình chữ nhật).

+) ΔBOE cân tại O (Do $OB = OE = R$)
$\Rightarrow OH$ vừa là đường cao vừa là phân giác của $\widehat{BOE}$
$\Rightarrow \widehat{BOH} = \widehat{HOE}$
Mà $\widehat{BOH} = \widehat{ODJ}$ (hai góc so le trong) $\Rightarrow \widehat{EOH} = \widehat{ODJ}$ hay $\widehat{JOD} = \widehat{ODJ}$ $\Rightarrow \Delta JDO$ cân tại .

Xét ΔJDO cân tại J có $ON \perp DJ$; $DE \perp JO \Rightarrow M$ là trực tâm của ΔJDO
Và có I là trung điểm của DO (chứng minh trên) $\Rightarrow JI$ vừa là trung tuyến vừa là đường cao của $\Delta JDO \Rightarrow JI$ đi qua trực tâm M của $\Delta JDO \Rightarrow J, M, I$ thẳng hàng.

Câu 15. *(0,5 điểm)*

Giải phương trình $\sqrt{x^2+\sqrt{x^2+x+\frac{1}{4}}-\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}\left(2x^3+x^2+2x+1\right)$.

Lời giải

Ta có: $\frac{1}{2}\left(2x^3+x^2+2x+1\right)=\frac{1}{2}(2x+1)\left(x^2+1\right)$

$$\sqrt{x^2+\sqrt{x^2+x+\frac{1}{4}}-\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}\left(2x^3+x^2+2x+1\right)$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{2}(2x+1)\left(x^2+1\right)\geq 0\\ \sqrt{x^2+\sqrt{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2}-\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}(2x+1)\left(x^2+1\right)\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2x+1\geq 0\\ \sqrt{x^2+\sqrt{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2}-\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}(2x+1)\left(x^2+1\right)\end{cases} \text{(Vì } x^2+1>0\ \forall x\text{)}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq\frac{-1}{2}\\ \sqrt{x^2+x+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}(2x+1)\left(x^2+1\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq\frac{-1}{2}\\ \sqrt{x^2+x+\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}(2x+1)\left(x^2+1\right)\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq\frac{-1}{2}\\ \sqrt{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{1}{2}(2x+1)\left(x^2+1\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq\frac{-1}{2}\\ x+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}(2x+1)\left(x^2+1\right)\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq\frac{-1}{2}\\ 2x^3+x^2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq\frac{-1}{2}\\ x^2(2x+1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq\frac{-1}{2}\\ \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\frac{-1}{2}\end{array}\right.\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\frac{-1}{2}\end{array}\right.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x\in\left\{0;\frac{-1}{2}\right\}$.

☙ HẾT ❧

PHÒNG GD VÀ ĐT QUẬN CẦU GIẤY

TRƯỜNG THCS LÝ THÁI TỔ

(Đề thi gồm 01 trang)

Đề số 17

ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT

MÔN THI: TOÁN

(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề)

Câu 9. *(2 điểm).* Cho biểu thức: $P=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$ và $Q=\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}$ với $x\ge 0;\, x\ne 1$.

1) Chứng minh $P=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$.

2) Tính giá trị của biểu thức Q khi $x=6-2\sqrt{5}$.

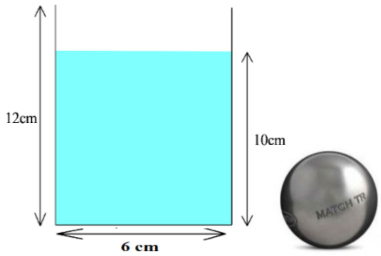
3) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức $A=Q\sqrt{x}$ có giá trị nguyên.

Câu 10. *(2 điểm).*

1) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :*

Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 800 sản phẩm. Sang tháng thứ hai tổ 1 vượt 15%, tổ 2 vượt 20% sản phẩm so vớitháng thứ nhất do đó cuối tháng cả hai tổ xản xuất được 945 sản phẩm. Tính xem trong tháng thứ nhất mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm.

2) Một cố nước có dạng hình trụ có đường kính đáy bằng 6 cm chiều cao $12\,$cm và chứa một lượng nước cao $10\,$cm. Người ta thả từ từ 1 viên bi làm bằng thép đặc (không thấm nước) có thể tích là $V=4\pi\left(cm^3\right)$ vào cốc nước. Hỏi mực nước trong cốc lúc này cao bao nhiêu ?



Câu 11. *(2 điểm)*

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\dfrac{1}{|x|}-2y=4\\[2mm] \dfrac{2}{|x|}+y=3\end{cases}$.

2) Cho phương trình $x^2-2x+m+3=0$ (m là tham số).

a) Tìm m để phương trình có nghiệm $x=-1$. Tìm nghiệm còn lại.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1{}^3+x_2{}^3=8$.

Câu 12. *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn $(O;R)$, đường kính AC cố định. Kẻ tia tiếp tuyến Ax với đường tròn tại A. Trên tia Ax lấy điểm M, qua M kẻ tiếp tuyến MB với đường tròn $(B\ne A)$. Tiếp tuyến của đường tròn tại C cắt AB tại D. Nối OM cắt AB tại I, cắt cung nhỏ AB tại E.

1) Chứng minh tứ giác $AOBM$ nội tiếp và $OM \,//\, BC$.

2) Chứng minh tích $AB.AD$ không đổi khi M chuyển động trên Ax.

3) Tìm vị trí điểm M trên Ax để $AOBE$ là hình thoi.

4) Chứng minh $OD \perp MC$.

Câu 13. *(0,5 điểm).* Cho biểu thức : $B=(1+x)\left(1+\dfrac{1}{y}\right)+(1+y)\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Với $x>0$, $y>0$ và $x^2+y^2=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của B.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho biểu thức: $P=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$ và $Q=\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}$ với $x\ge 0;\ x\ne 1$.

1) Chứng minh $P=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$.

2) Tính giá trị của biểu thức Q khi $x=6-2\sqrt{5}$.

3) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức $A=Q\sqrt{x}$ có giá trị nguyên.

Lời giải

1) Chứng minh $P=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ với $x\ge 0;\ x\ne 1$.

Ta có: $P=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$

$$=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)+3(\sqrt{x}-1)-6\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\frac{x-2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$=\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$$

Vậy $P=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ với $x\ge 0;\ x\ne 1$.

2) Tính giá trị của biểu thức Q khi $x=6-2\sqrt{5}$.

ĐKXĐ: $x\ge 0;\ x\ne 1$666

Ta có $x=6-2\sqrt{5}=5-2\sqrt{5}+1=\left(\sqrt{5}-1\right)^2$ (thỏa mãn ĐKXĐ)

$\Rightarrow \sqrt{x}=\sqrt{5}-1$.

Thay $\sqrt{x}=\sqrt{5}-1$ vào biểu thức Q ta có:

$$Q=\frac{3}{\sqrt{5}-1+2}=\frac{3}{\sqrt{5}+1}=\frac{3\left(\sqrt{5}-1\right)}{\left(\sqrt{5}+1\right)\left(\sqrt{5}-1\right)}=\frac{3\sqrt{5}-3}{4}$$

Vậy với $x=6-2\sqrt{5}$ thì $Q=\dfrac{3\sqrt{5}-3}{4}$.

3) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức $A = Q\sqrt{x}$ có giá trị nguyên.

ĐKXĐ: $x \ge 0; x \ne 1; x \in Z$

Ta có: $A = Q\sqrt{x} = \dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} = \dfrac{3\sqrt{x}+6-6}{\sqrt{x}+2} = \dfrac{3\left(\sqrt{x}+2\right)-6}{\sqrt{x}+2}$

$= 3 - \dfrac{6}{\sqrt{x}+2}$

Vì $3 \in \mathbb{Z}$, $x \in \mathbb{Z}$ nên để $A = Q\sqrt{x}$ nhận giá trị nguyên cần $\dfrac{6}{\sqrt{x}+2} \in Z$

$\Rightarrow 6 \vdots \left(\sqrt{x}+2\right)$ hay $\sqrt{x}+2 \in U(6) = \{-6; -3; -2; -1; 1; 2; 3; 6\}$

Do $\sqrt{x} \ge 0$ nên $\sqrt{x}+2 \ge 2 \Rightarrow \sqrt{x}+2 \in \{2; 3; 6\}$

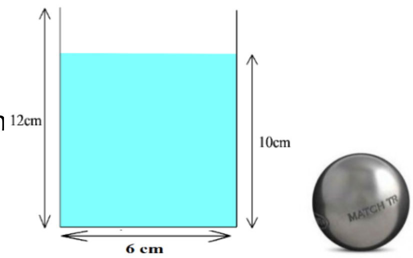
$\sqrt{x}+2$	2	3	6
x	0	1	16

Vì $x \ge 0; x \ne 1; x \in Z$ nên $x \in \{0; 16\}$ thì $A = Q\sqrt{x}$ nhận giá trị nguyên.

Câu 2. 1) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :*

Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 800 sản phẩm. Sang tháng thứ hai tổ 1 vượt 15%, Tổ 2 vượt 20% sản phẩm so với tháng thứ nhất do đó cuối tháng cả hai tổ xản xuất được 945 sản phẩm. Tính xem trong tháng thứ nhất mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm.

2) Một cốc nước có dạng hình trụ có đường kính đáy bằng 6 cm,chiều cao 12 cm và chứa một lượng nước cao 10 cm. Người ta thả từ từ 1 viên bi làm bằng thép đặc (không thấm nước) có thểtích là $V = 4\pi\left(cm^3\right)$ vào cốc nước. Hỏi mực nước trong cốc lúcnày cao bao nhiêu ?



Lời giải

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Gọi số sản phẩm tổ 1 làm được trong tháng thứ nhất là x (sản phẩm), số sản phẩm mà tổ 2 làm được trong tháng thứ nhất là y (sản phẩm) $\left(x, y \in \mathbb{N};\ x, y < 800\right)$

Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 800 sản phẩm, nên ta có phương trình:

$x + y = 800$ (1)

Số sản phẩm tổ 1 làm được trong tháng thứ hai là $115\%x = 1{,}15x$ (sản phẩm)

Số sản phẩm tổ 2 làm được trong tháng thứ hai là $120\%y = 1{,}2y$ (sản phẩm)

Do cuối tháng hai cả hai tổ sản xuất được 945 sản phẩm nên ta có phương trình :

$$1{,}15x + 1{,}2y = 945 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=800 \\ 1,15x+1,2y=945 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=800-y \\ 1,15(800-y)+1,2y=945 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=800-y \\ 0,05y=25 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=300 \\ y=500 \end{cases} \text{(thỏa mãn)}$$

Vậy trong tháng 1 tổ 1 sản xuất được 300 sản phẩm, tổ 2 sản xuất được 500 sản phẩm.

2) Bán kính đáy của cốc nước là: $6:2=3$ (cm).

Chiều cao của phần cốc không chứa nước:

$h=12-10=2$ (cm)

Thể tích phần không chứa nước:

$V^{'}=S.h=\pi r^2 h=9\pi.2=18\pi\ (cm^3)$

Thể tích viên bi là: $V=4\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Vì $V^{'}>V$ nên khi ta thả viên bi vào cốc nước thì nước không tràn ra ngoài.

Thể tích nước ban đầu là: $\pi.3^2.10=90\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Thể tích khối nước và viên bi là: $90\pi+4\pi=94\pi\ \left(\text{cm}^3\right)$.

Chiều cao của mực nước sau khi thả viên bi là: $\dfrac{94\pi}{3^2.\pi}=\dfrac{94}{9}$ (cm).

Vậy chiều cao của mực nước sau khi thả viên bi là $\dfrac{94}{9}$ cm.

Câu 3. *(2 điểm)*

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{1}{|x|}-2y=4 \\ \dfrac{2}{|x|}+y=3 \end{cases}$

2) Cho phương trình $x^2-2x+m+3=0$ (m là tham số).

a) Tìm m để phương trình có nghiệm $x=-1$. Tìm nghiệm còn lại.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1^3+x_2^3=8$.

Lời giải

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{1}{|x|} - 2y = 4 \\ \dfrac{2}{|x|} + y = 3 \end{cases}$

Điều kiện: $x \neq 0$.

Ta có: $\begin{cases} \dfrac{1}{|x|} - 2y = 4 \\ \dfrac{2}{|x|} + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{|x|} - 2y = 4 \\ \dfrac{4}{|x|} + 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{|x|} - 2y = 4 \\ \dfrac{5}{|x|} = 10 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{|x|} - 2y = 4 \\ |x| = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1}{2} \\ x = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = \dfrac{1}{2} \\ y = -1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -\dfrac{1}{2} \\ y = -1 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = \dfrac{1}{2} (t/m) \\ y = -1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -\dfrac{1}{2} (t/m) \\ y = -1 \end{cases} \end{array}\right.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x_1; y_1) = \left(\dfrac{1}{2}; -1\right)$ và $(x_2; y_2) = \left(-\dfrac{1}{2}; -1\right)$.

2) Cho phương trình $x^2 - 2x + m + 3 = 0$ (m là tham số).

a) Tìm m để phương trình có nghiệm $x = -1$. Tìm nghiệm còn lại.

$\Delta' = 1^2 - (m+3) = -m - 2$.

Để phương trình (1) có nghiệm x_1, x_2 cần $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow -m - 2 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq -2$

Vì phương trình có nghiệm $x = -1$ nên ta có: $(-1)^2 - 2.(-1) + m + 3 = 0 \Leftrightarrow m = -6$ (thỏa mãn).

Áp dụng định lí Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = \dfrac{-(-2)}{1} = 2 \Leftrightarrow -1 + x_2 = 2 \Leftrightarrow x_2 = 3$.

Vậy $m = -6$ thì phương trình $x^2 - 2x + m + 3 = 0$ có một nghiệm là $x = -1$ và nghiệm còn lại là $x = 3$.

Cách 2. Thay $x = -1$ vào phương trình để tìm m sau đó xử dụng Vi –ét để tìm nghiệm còn lại.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1^3 + x_2^3 = 8$.

Phương trình: $x^2 - 2x + m + 3 = 0$ (1).

Để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 cần $m \le -2$.

Áp dụng định lí Vi – ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{-(-2)}{1} = 2 \\ x_1.x_2 = \dfrac{m+3}{1} = m+3 \end{cases}$.

Theo bài ra: $x_1^3 + x_2^3 = 8 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^3 - 3x_1^2x_2 - 3x_1x_2^2 = 8$

$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2) = 8$

$\Leftrightarrow 2^3 - 3.2(m+3) = 8$

$\Leftrightarrow 6(m+3) = 0$

$\Leftrightarrow m + 3 = 0$

$\Leftrightarrow m = -3$ (thỏa mãn).

Vậy $m = -3$ thì phương trình $x^2 - 2x + m + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 8$

Câu 3. Cho đường tròn $(O;R)$, đường kính AC cố định. Kẻ tia tiếp tuyến Ax với đường tròn tại A. Trên tia Ax lấy điểm M, qua M kẻ tiếp tuyến MB với đường tròn $(B \ne A)$. Tiếp tuyến của đường tròn tại C cắt AB tại D. Nối OM cắt AB tại I, cắt cung nhỏ AB tại E.

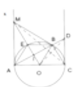
1) Chứng minh tứ giác $AOBM$ nội tiếp và $OM \,//\, BC$.

2) Chứng minh tích $AB.AD$ không đổi khi M chuyển động trên Ax.

3) Tìm vị trí điểm M trên Ax để $AOBE$ là hình thoi.

4) Chứng minh $OD \perp MC$.

Lời giải



K

1) Chứng minh tứ giác $AOBM$ nội tiếp và $OM \,//\, BC$.

Vì AM và BM là hai đường tiếp tuyến của $(O;R)$ nên $\widehat{OAM}=\widehat{OBM}=90^0$

$\Rightarrow \widehat{OAM}+\widehat{OBM}=180^0$. Mà $\widehat{OAM};\widehat{OBM}$ là hai góc đối của tứ giác $AOBM$

Vậy tứ giác $AOBM$ nội tiếp.

Vì AM và BM là hai đường tiếp tuyến của $(O;R)$ nên $AM=BM$ (t/c của hai tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow M$ thuộc đường trung trực của đoạn AB

$AO=BO\Rightarrow O$ thuộc đường trung trực của đoạn AB.

$\Rightarrow OM$ là đường trung trực của đoạn AB.

$\Rightarrow AB\perp OM$. (1)

Mặt khác, góc $\widehat{ABC}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính AC nên $\widehat{ABC}=90^\circ\Rightarrow AB\perp BC$. (2)

Từ (1), (2) suy ra $OM\,//\,BC$.

2) Chứng minh tích $AB.AD$ không đổi khi M chuyển động trên Ax.

Cách 1:

Vì CD là tiếp tuyến của đường tròn$(O;R)$ nên $CD\perp AC$.

Xét ΔACD vuông tại C ,có đường cao BC: $AC^2=AB.AD$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$\Leftrightarrow (AO+OC)^2=AB.AD$

$\Leftrightarrow (2R)^2=AB.AD$

$\Leftrightarrow AB.AD=4R^2$

Vì R không đổi nên $AB.AD$ không đổi khi M chuyển động trên Ax.

Cách 2:

Xét ΔACD và ΔABC có:

$\widehat{A}$ $\widehat{BAC}$ chung

$\widehat{ABC}=\widehat{ACD}=90^\circ$

$\Rightarrow \Delta ACD\backsim\Delta ABC\ (g.g)\ \Rightarrow \dfrac{AB}{AC}=\dfrac{AC}{AD}\Leftrightarrow AC^2=AB.AD\Leftrightarrow AB.AD=4R^2$

Vì R không đổi nên $AB.AD$ không đổi khi M chuyển động trên Ax.

Cách 3:

Vì DC là tiếp tuyến của đường tròn nên $\widehat{OCD}=90^\circ$.

$OM\perp AB\Rightarrow \widehat{OID}=90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{OCD}+\widehat{OID}=180^\circ$

$\Rightarrow OIDC$ nội tiếp.

Vì tứ giác $OIDC$ nội tiếp nên $AI.AD=AO.AC$ (cái này phải chứng minh k được sử dụng ngay) $\Leftrightarrow 2AI.AD=2AO.AC$

$\Leftrightarrow AB.AD = AC.AC$

$\Leftrightarrow AB.AD = 4R^2$.

Vì AC không đổi nên $AB.AD$ không đổi khi M chuyển động trên Ax.

3) Tìm vị trí điểm M trên Ax để $AOBE$ là hình thoi.

Để $AOBE$ là hình thoi thì cần $AO = OB = BE = AE$ mà $AO = OE$ nên cần có:

$AO = OE = AE$ $\quad AO = OE = OB = BE = AE \Rightarrow AO = OE = AE$ hay ΔAOE là tam giác đều $\Rightarrow \widehat{AOE} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{AOE} = 60^0$.

Tam giác vuông OAM Xét ΔOAM vuông tại A, có: $AM = OA.\tan 60^\circ$

$AM = OA.\tan 60^0 = R\sqrt{3}$ (Tỉ số lượng giác của góc nhọn).

Vậy để tứ giác $AOBE$ là hình thoi thì M nằm trên đường tiếp tuyến của đường tròn tại A mà $AM = R\sqrt{3}$ hay M là giao điểm của tia Ax và đường tròn $\left(A; R\sqrt{3}\right)$.

4) Chứng minh $OD \perp MC$.

Xét ΔAMO và ΔCAD có: $\widehat{AMO} = \widehat{BAC}$ (cùng phụ với góc $\widehat{MAB}$)

$$\widehat{MAO} = \widehat{ACD} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \Delta AMO \backsim \Delta CAD\ (g.g) \Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{AO}{CD} \Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{CO}{CD} (3)$$

Bổ sung:

Xét ΔMAC, vuông tại A, có: $\tan \widehat{ACM} = \dfrac{AM}{AC} (4)$

Xét ΔOCD, vuông tại C, có: $\tan \widehat{ODC} = \dfrac{OC}{CD} (5)$

Từ (3), (4) và (5), suy ra: $\tan \widehat{ACM} = \tan \widehat{ODC} \Rightarrow \widehat{ACM} = \widehat{ODC}$

$\Rightarrow \tan \widehat{ACM} = \tan \widehat{ODC} \Rightarrow \widehat{ACM} = \widehat{ODC}$

Mà $\widehat{ACM} + \widehat{MCD} = 90^\circ$ $\widehat{ACM} + \widehat{MCD} = 90^0 \Rightarrow \widehat{ODC} + \widehat{MCD} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ODC} + \widehat{MCD} = 90^0$

Gọi K là giao điểm của OD và MC.

Xét ΔKCD có $\widehat{KDC} + \widehat{KCD} = 90^\circ$ $\widehat{KDC} + \widehat{KCD} = 90^0 \Rightarrow \widehat{CKD} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{CKD} = 90^0$

$\Rightarrow OD \perp MC$.

Câu 4. *(0,5 điểm)*. Cho biểu thức : $B = (1+x)\left(1+\dfrac{1}{y}\right) + (1+y)\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Với $x > 0$, $y > 0$ và $x^2 + y^2 = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của B.

Lời giải

$$B=(1+x)\left(1+\frac{1}{y}\right)+(1+y)\left(1+\frac{1}{x}\right)=2+x+y+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$$

$$=2+x+y+\frac{1}{2x}+\frac{1}{2x}+\frac{1}{2y}+\frac{1}{2y}+\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$$

$$=2+\left(x+\frac{1}{2x}\right)+\left(y+\frac{1}{2y}\right)+\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right).$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô – si ta có:

$x+\frac{1}{2x}\geq 2.\sqrt{x.\frac{1}{2x}}=\sqrt{2}$ (1)

$y+\frac{1}{2y}\geq 2.\sqrt{y.\frac{1}{2y}}=\sqrt{2}$ (2)

$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geq 2.\sqrt{\frac{x}{y}.\frac{y}{x}}=2$ (3)

$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\geq \frac{1}{\sqrt{x.y}}$

Áp dụng bất đẳng thức Cô – si ta có:

$$xy\leq \frac{1}{2}\left(x^2+y^2\right)\Rightarrow \sqrt{xy}\leq \sqrt{\frac{1}{2}\left(x^2+y^2\right)}\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{xy}}\geq \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\left(x^2+y^2\right)}}=\sqrt{2}$$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\geq \sqrt{2}$ (4)

Từ (1), (2), (3), (4) ta được:

$$2+\left(x+\frac{1}{2x}\right)+\left(y+\frac{1}{2y}\right)+\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\geq 4+3\sqrt{2}.$$

Vậy $MinB=4+3\sqrt{2}$.

Dấu đẳng thức đồng thời xảy ra khi và chỉ khi: $\begin{cases} x=y \\ x=\frac{1}{2x} \\ y=\frac{1}{2y} \\ x^2+y^2=1; x>0, y>0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x=y=\frac{\sqrt{2}}{2}.$

PHÒNG GD VÀ ĐT QUẬN CẦU GIẤY

TRƯỜNG THCS LƯƠNG THẾ VINH

(Đề thi gồm 01 trang)

Đề số 18

KÌ THI VÀO LỚP 10

NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN

(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề)

Câu I. Cho hai biểu thức

$$A=\frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \quad \text{và} \quad B=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}+\frac{2}{\sqrt{x}+3}-\frac{9\sqrt{x}-3}{x+\sqrt{x}-6} \quad (\text{với } x\ge 0\ ;x\ne 1\ ;x\ne 4\ )$$

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x=25$

2. Chứng minh biểu thức $B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$

3. Cho $B>0$ hãy so sánh A với 3.

Câu II.

1. *Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình*

Một ô tô đi từ A và dự tính đến B lúc 12 giờ trưa. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến B chậm 2 giờ so với dự định. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì đến B sớm 1 giờ so với dự định. Tính độ dài quãng đường AB và thời gian xuất phát của ô tô đi từ A.

2. Một chiếc bình hình trụ có diện tích toàn phần bằng 48π (cm^2). Tính thể tích của chiếc bình đó biết chiều cao bằng đường kính đáy.

Câu III.

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{3x+1}-\dfrac{4}{2x-y}=2\\ 2\sqrt{3x+1}+\dfrac{6}{y-2x}=5\end{cases}$

2) Cho parabol $(P): y=mx^2$ và đường thẳng $(d): y=-3x+5$

a) Tìm m để (P) đi qua $A(-1;2)$

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt nằm khác phía của trục tung.

Câu IV. Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm M nằm ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến MA và MB với đường tròn (O) (A,B là tiếp điểm). Một đường thẳng d đi qua M cắt (O) ở C và D (C nằm giữa M và D, C và B nằm khác phía đối với MO), AB giao với MO ở H.

1. Chứng minh rằng tứ giác $MAOB$ nội tiếp.
2. Chứng minh rằng tứ giác $MC.MD = MH.MO$ nội tiếp
3. Chứng minh rằng $\widehat{CHD} = 2\widehat{CBD}$.
4. Từ C và D kẻ hai tiếp tuyến với (O) chúng cắt nhau tại S. Chứng minh rằng S thuộc một đường thẳng cố định khi d quay quanh M.

Câu V. Cho hai số dương x và y. Chứng minh rằng $\left(x+\frac{2}{y}\right).\left(\frac{y}{x}+2\right) \ge 8$

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO 10 –MÔN TOÁN

TRƯỜNG LƯƠNG THẾ VINH – CẦU GIẤY

Năm học: 2020-2021

Câu I. $A = \frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{9\sqrt{x}-3}{x+\sqrt{x}-6}$ (với $x \ge 0$; $x \ne 1$; $x \ne 4$)

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$

2. Chứng minh biểu thức $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$

3. Cho $B > 0$ hãy so sánh A với 3.

Lời giải:

1. ĐKXĐ: $x \ge 0$; $x \ne 1$; $x \ne 4$

   Thay $x = 25$ (thỏa ĐKXĐ) vào biểu thức A ta được: $A = \frac{25-\sqrt{25}+1}{\sqrt{25}-1} = \frac{25-5+1}{5-1}$

   $= \frac{21}{4}$

   Vậy $A = \frac{21}{4}$ khi $x = 25$

2. Ta có: $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{9\sqrt{x}-3}{x+\sqrt{x}-6}$ (với $x \ge 0$; $x \ne 1$; $x \ne 4$)

$$B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{9\sqrt{x}-3}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$B = \frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)} + \frac{2\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)} - \frac{9\sqrt{x}-3}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$B=\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)+2\left(\sqrt{x}-2\right)-9\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$B=\frac{x+3\sqrt{x}+\sqrt{x}+3+2\sqrt{x}-4-9\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$B=\frac{x-3\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$B=\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}\qquad \text{(đpcm)}$$

3. ĐKXĐ: $x\ge 0\ ; x\ne 1\ ; x\ne 4$

<u>Cách 1</u>: Theo bài ra ta có: $B>0 \ \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}>0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}-1>0$ với mọi x thuộc tập xác định (vì $\sqrt{x}+3>0$)

Xét hiệu: $A-3\ =\dfrac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}-3$

$$=\frac{x-\sqrt{x}+1-3\left(\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}-1}$$

$$=\frac{x-\sqrt{x}+1-3\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}$$

$$=\frac{x-4\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}{\sqrt{x}-1}$$

Vì $\left(\sqrt{x}-2\right)^2>0$ với mọi x thỏa mãn điều kiện xác định và $\sqrt{x}-1>0$ (chứng minh trên)

$\Rightarrow \dfrac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}{\sqrt{x}-1}>0$ với mọi x thuộc tập xác định

$\Rightarrow A-3>0$

$\Rightarrow A>3$

Vậy $A>0$ khi $B>0$

Câu II.

1. *Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:*

   Một ô tô đi từ A và dự tính đến B lúc 12 giờ trưa. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến B chậm 2 giờ so với dự định. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì đến B sớm 1 giờ so với dự định. Tính độ dài quãng đường AB và thời điểm xuất phát của ô tô đi từ A.

2. Một chiếc bình hình trụ có diện tích toàn phần bằng 48π (cm²). Tính thể tích của chiếc bình đó biết chiều cao bằng đường kính đáy.

Lời giải:

1. Gọi chiều dài quãng đường AB là x ($x>0$; đơn vị: km)

   Gọi thời gian dự định xe đi hết quãng đường AB là y ($y>1$; đơn vị: km)

Thời gian xe chạy từ A đến B với vận tốc 35 km/h là: $\frac{x}{35}\ (h)$

Do xe đến B chậm hơn 2 giờ so với dự định nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{35}=y+2\ (1)$$

Thời gian xe chạy từ A đến B với vận tốc 50 km/h là: $\frac{x}{50}\ (h)$

Do xe đến B sớm hơn 1 giờ so với dự định nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{50}=y-1\ (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases}\frac{x}{35}=y+2\\ \frac{x}{50}=y-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=35(y+2)\\ x=50(y-1)\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}35(y+2)=50(y-1)\\ x=35(y+2)\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}35y+70=50y-50\\ x=35(y+2)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}15y=120\\ x=35(y+2)\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}y=8\\ x=35(8+2)\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}y=8\\ x=350\end{cases}\text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy quãng đường AB dài 350 km

Thời điểm xuất phát của ô tô đi từ A là: $12-8=4\ (h)$ sáng

2. Diện tích toàn phần hình trụ: $S=2\pi rh+2\pi r^2\ (3)$

   Ta có chiều cao bằng đường kính đáy nên $h=2r$

Thay $S=48\pi$ và $h=2r$ vào (3) ta có: $48\pi=2\pi r.2r+2\pi r^2$

$$\Leftrightarrow 48\pi=4\pi r^2+2\pi r^2$$
$$\Leftrightarrow 48\pi=6\pi r^2$$
$$\Leftrightarrow r^2=8$$
$$\Rightarrow r=2\sqrt{2}\ (cm)\Rightarrow h=2.2\sqrt{2}=4\sqrt{2}\ (cm)$$

Thể tích hình trụ là: $V=\pi r^2h=\pi.8.4\sqrt{2}=32\sqrt{2}\pi\ \left(cm^3\right)$

Câu III.

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{3x+1}-\dfrac{4}{2x-y}=2\\ 2\sqrt{3x+1}+\dfrac{6}{y-2x}=5\end{cases}$
2. Cho Parabol $(P): y=mx^2$ và đường thẳng $(d): y=-3x+5$
   a) Tìm m để (P) đi qua $A(-1;2)$
   b) Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt nằm khác phía của trục tung.

Lời giải:

1. Điều kiện $\begin{cases}3x+1\ge 0\\ 2x-y\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\dfrac{-1}{3}\\ 2x-y\ne 0\end{cases}$

Đặt $\begin{cases}A=\sqrt{3x+1} & (A\ge 0)\\ B=\dfrac{1}{2x-y} & (B\ne 0)\end{cases}\ (1)$

Ta có $\begin{cases}\sqrt{3x+1}-\dfrac{4}{2x-y}=2\\ 2\sqrt{3x+1}+\dfrac{6}{y-2x}=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{3x+1}-4.\dfrac{1}{2x-y}=2\\ 2\sqrt{3x+1}-6.\dfrac{1}{2x-y}=5\end{cases}$

Thay (1) vào hệ phương trình:

$$\Leftrightarrow\begin{cases}A-4B=2\\ 2A-6B=5\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2A-8B=4\\ 2A-6B=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2B=-1\\ 2A-6B=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}B=\dfrac{1}{2}\\ 2A-6.\dfrac{1}{2}=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}B=\dfrac{1}{2}\\ 2A-3=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}B=\dfrac{1}{2}\\ 2A=8\end{cases}$$

$\Leftrightarrow\begin{cases}B=\dfrac{1}{2}\\ A=4\end{cases}$ Thay vào (1) ta được: $\begin{cases}\sqrt{3x+1}=4\\ \dfrac{1}{2x-y}=\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x+1=16\\ 2x-y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x=15\\ 2x-y=2\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ 2.5 - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 8 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $x = 5$; $y = 8$

2. Cho Parabol $(P): y = mx^2$ và đường thẳng $(d): y = -3x + 5$

a, Tìm m để (P) đi qua $A(-1;2)$

Để (P) đi qua $A(-1;2)$ ta cần: $2 = m.(-1)^2 \Rightarrow m = 2$

Vậy $m = 2$ để (P) đi qua $A(-1;2)$

b, Tìm m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt nằm khác phía của trục tung.

Ta có phương trình hoành độ: $mx^2 = -3x + 5 \Leftrightarrow mx^2 + 3x - 5 = 0$ (1)

$\Delta = 3^2 - 20m = 9 - 20m$

Để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt nằm khác phía với trục tung cần phương trình hoành độ (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1; x_2 khác dấu.

$\Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow -5m < 0 \Leftrightarrow m > 0$

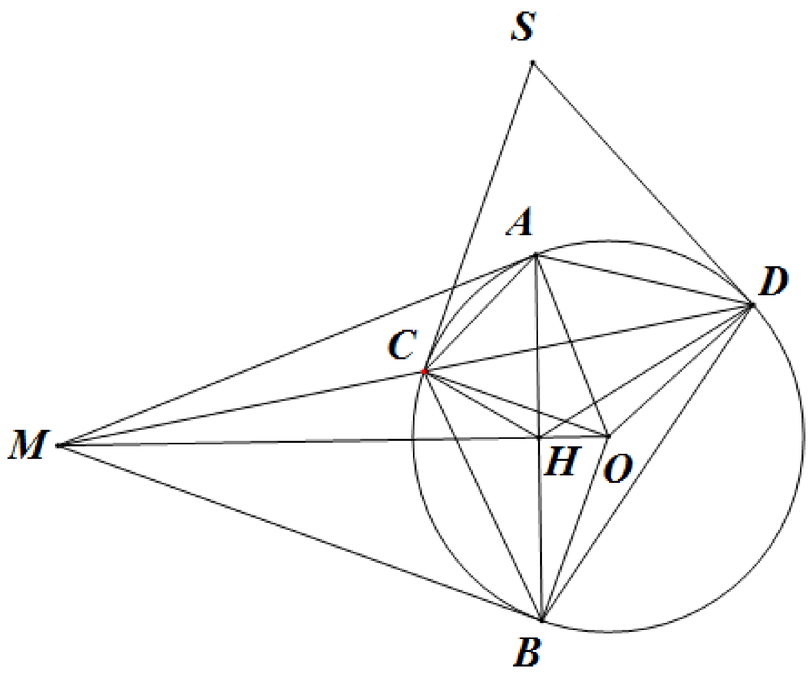
Vậy với $m > 0$ thì (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt nằm khác phía với trục tung.

Câu IV. Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm M nằm ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến MA và MB với đường tròn (O) (A, B là tiếp điểm). Một đường thẳng d đi qua M cắt (O) ở C và D (C nằm giữa M và D, C và B nằm khác phía đối với MO), AB giao với MO ở H.

1. Chứng minh rằng tứ giác $MAOB$ nội tiếp.
2. Chứng minh rằng $MC.MD = MH.MO$.
3. Chứng minh rằng $\widehat{CHD} = 2\widehat{CBD}$
4. Từ C và D kẻ hai tiếp tuyến với (O) chúng cắt nhau tại S. Chứng minh rằng S thuộc một đường thẳng cố định khi d quay quanh M.

Lời giải:

GT	$(O;R)$, M nằm ngoài (O); MA, MB là tiếp tuyến của (O) ($A, B \in (O)$) d đi qua M cắt (O) ở C và D sao cho C nằm giữa M và D, C và B nằm khác phía đối với MO $AB \cap MO$ tại H Từ C và D kẻ hai tiếp tuyến với (O) cắt nhau tại S
KL	1. Tứ giác $MAOB$ nội tiếp 2. $MC.MD = MH.MO$ 3. $\widehat{CHD} = 2\widehat{CBD}$ 4. S thuộc một đường thẳng cố định khi d quay quanh M



1. Xét tứ giác $MAOB$ có:

   MA là tiếp tuyến của (O) tại $A \Rightarrow \widehat{MAO} = 90^0$ (tính chất của tiếp tuyến)

   MB là tiếp tuyến của (O) tại $B \Rightarrow \widehat{MBO} = 90^0$ (tính chất của tiếp tuyến)

   $\Rightarrow \widehat{MAO} + \widehat{MBO} = 90^0 + 90^0 = 180^0$

   Mà hai góc này ở vị trí đối nhau

   $\Rightarrow$ Tứ giác $MAOB$ nội tiếp (dấu hiệu nhận biết).

2. Ta có: MA, MB là tiếp tuyến của (O) $\Rightarrow MA = MB$ (định lí về hai tiếp tuyến cắt nhau)

   $\Rightarrow M$ thuộc trung trực của AB (1)

   $OA = OB = R$

   $\Rightarrow O$ thuộc trung trực của AB (2)

   Từ (1) và $(2) \Rightarrow MO$ là trung trực của AB

   $\Rightarrow MO \perp AB$ (tính chất đường trung trực)

   Mà $MO \cap AB \equiv H$ $\Rightarrow MO \perp AB$ tại H hay $AH \perp MO$ tại H

   Xét ΔMAO vuông tại H có AH là đường cao:

   $\Rightarrow MA^2 = MH.MO$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông) (3)

   Xét (O) có:

$\widehat{MAC} = \widehat{MDA}$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung AC)

Xét ΔMAC và ΔMCA có:

$\widehat{AMD}$ chung

$\widehat{MAC} = \widehat{MDA}$ (cmt)

$\Rightarrow \Delta MAC \backsim \Delta MDA$ (g-g)

$\Rightarrow \dfrac{MA}{MD} = \dfrac{MC}{MA} \Rightarrow MA^2 = MC.MD$ (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow MC.MD = MH.MO$ (đpcm).

3. Ta có: $MC.MD = MH.MO$ (cmt)

$\Rightarrow \dfrac{MH}{MD} = \dfrac{MC}{MO}$

Xét ΔMHC và ΔMDO có:

$\widehat{CMH}$ chung

$\dfrac{MH}{MD} = \dfrac{MC}{MO}$ (cmt)

$\Rightarrow \Delta MHC \backsim \Delta MDO$ (c-g-c)

$\Rightarrow \widehat{CHM} = \widehat{MDO}$ (góc tương ứng) (5)

Mà $\widehat{CHM} + \widehat{CHO} = 180^0$ (kề bù) (6)

Từ (5) và (6) $\Rightarrow \widehat{MDO} + \widehat{CHO} = 180^0$

Xét tứ giác $CHOD$ CÓ: $\widehat{MDO} + \widehat{CHO} = 180^0$ (cmt)

Mà hai góc này ở vị trí đối nhau

$\Rightarrow$ Tứ giác $CHOD$ nội tiếp (dấu hiệu nhận biết)

$\Rightarrow \widehat{CHD} = \widehat{COD}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung CD)

Xét (O) có: $\widehat{COD} = 2\widehat{CBD}$ (hệ quả góc nội tiếp)

$\Rightarrow \widehat{CHD} = 2\widehat{CBD}$ (đpcm).

4. Xét tứ giác $SCOD$ có:

SC là tiếp tuyến của (O) tại C $\Rightarrow \widehat{SCO} = 90^0$ (tính chất của tiếp tuyến)

SD là tiếp tuyến của (O) tại D $\Rightarrow \widehat{SDO} = 90^0$ (tính chất của tiếp tuyến)

$\Rightarrow \widehat{SCO} + \widehat{SDO} = 90^0 + 90^0 = 180^0$

Mà hai góc này ở vị trí đối nhau

$\Rightarrow$ Tứ giác $SCOD$ nội tiếp (dấu hiệu nhận biết)

Lại có tứ giác $CHOD$ nội tiếp (cmt)

$\Rightarrow$ C, H, O, D, S cùng thuộc một đường tròn

$\Rightarrow \widehat{SCO} = \widehat{SHO}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung SO)

$\Rightarrow \widehat{SHO} = 90^0 \Rightarrow SH \perp HO$ hay $SH \perp MO$

Mà $AH \perp MO$ (chứng minh ở câu 2) $\Rightarrow$ $SH \equiv AH$ hay $SH \equiv AB$

$\Rightarrow$ ba điểm S, A, B thẳng hàng

$\Rightarrow$ S thuộc đường thẳng cố định AB khi d quay quanh M.

Câu V. Cho hai số dương x và y. Chứng minh rằng $\left(x+\frac{2}{y}\right).\left(\frac{y}{x}+2\right) \ge 8$

Lời giải:

Có $x, y > 0$

$$\left(x+\frac{2}{y}\right).\left(\frac{y}{x}+2\right) \ge 8 \Leftrightarrow \left(\frac{xy+2}{y}\right)\left(\frac{y+2x}{x}\right) \ge 8$$

$$\Leftrightarrow \frac{(xy+2)(y+2x)}{xy} \ge 8$$

$$\Leftrightarrow (xy+2)(y+2x) \ge 8xy \quad (\text{ vì } x, y > 0\ )$$

$$\Leftrightarrow xy^2 + 2x^2y + 2y + 4x \ge 8xy$$

$$\Leftrightarrow xy^2 + 2x^2y + 2y + 4x - 8xy \ge 0$$

$$\Leftrightarrow xy^2 + 2x^2y + 2y + 4x - 4xy - 4xy \ge 0$$

$$\Leftrightarrow \left(xy^2 - 4xy + 4x\right) + \left(2x^2y - 4xy + 2y\right) \ge 0$$

$$\Leftrightarrow x\left(y^2 - 4y + 4\right) + 2y\left(x^2 - 2x + 1\right) \ge 0$$

$$\Leftrightarrow x(y-2)^2 + 2y(x-1)^2 \ge 0 \ (\text{ luôn đúng với } x, y > 0\ )$$

Vậy $\left(x+\frac{2}{y}\right).\left(\frac{y}{x}+2\right) \ge 8$ với $x, y > 0$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} y-2=0 \\ x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ x=1 \end{cases}$

☙ HẾT ❧

PHÒNG GD VÀ ĐT QUẬN LONG BIÊN
TRƯỜNG THCS LONG BIÊN

Đề số 19

ĐỀ THI DỰ KIẾN VÀO THPT MÔN TOÁN
NĂM HỌC: 2019-2020

(Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian giao đề)

Câu 16. (2.0 điểm)

Cho hai biểu thức: $A=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}-\frac{\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}-\frac{3-11\sqrt{x}}{x-9}$; $B=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$ với $0\le x$; $x\ne 9$.

1. Tính giá trị B tại $x=25$.

2. Rút gọn A.

3. Tìm số nguyên x để $P=A.B$ là số nguyên.

Câu 17. (2.5 điểm).

1. Hai tổ sản xuất phải hoàn thành 90 sản phẩm theo kế hoạch. Khi thực hiện, tổ I làm vượt mức 15% kế hoạch, tổ II làm vượt mức 12% kế hoạch của tổ. Do đó cả hai tổ làm được 102 sản phẩm. Hỏi thực tế, mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm.

2. Một quả bóng hình cầu có đường kính $24\,cm$. Tính diện tích da phải dùng để khâu thành quả bóng nếu tỉ lệ hao hụt là 2%.

Câu 18. (2 điểm).

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2\sqrt{x}-\frac{1}{y-1}=1\\3\sqrt{x}+\frac{2}{y-1}=12\end{cases}$

2. Cho phương trình $x^2-mx+m-2=0$ (1) (x là ẩn số)

a) Chứng minh với mọi m, phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt.

b) Tìm m để cả hai nghiệm của phương trình đều là số nguyên.

Câu 19. (3 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$ (điểm O cố định, giá trị R không đổi) và điểm M nằm bên ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến MB, MC (B,C là các tiếp điểm) của (O) và tia Mx nằm giữa hai tia MO và MC. Qua B kẻ đường thẳng song song với Mx, đường thẳng này cắt (O) tại điểm thứ hai là A. Vẽ đường kính BB' của (O). Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với BB',đường thẳng này cắt MC và $B'C$ lần lượt tại K và E. Chứng minh rằng:

1) Bốn điểm M, B, O, C cùng nằm trên một đường tròn.

2) Đoạn thẳng $ME=R$.

3) Khi điểm M di động mà $OM=2R$ thì điểm K di động trên một đường tròn cố định, chỉ rõ tâm và bán kính của đường tròn đó.

Câu 20. (0.5 điểm)

Cho x, y, z là các số dương thoả mãn: $xy + yz + xz = 4xyz$.

Chứng minh: $P = \dfrac{1}{2x+y+z} + \dfrac{1}{x+2y+z} + \dfrac{1}{x+y+2z} \le 1$

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ THI DỰ KIẾN VÀO THPT MÔN TOÁN

TRƯỜNG THCS LONG BIÊN

Năm học: 2019-2020

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. (2.0 điểm)

Cho hai biểu thức: $A = \dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \dfrac{\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}} - \dfrac{3-11\sqrt{x}}{x-9}$; $B = \dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$ với $0 \le x$; $x \ne 9$.

1. Tính giá trị B tại $x = 25$.

2. Rút gọn A.

3. Tìm số nguyên x để $P = A.B$ là số nguyên.

Lời giải

1. Thay $x = 25$ (TMĐK), vào biểu thức B, ta được:

$$B = \frac{\sqrt{25}-3}{\sqrt{25}+2} = \frac{5-3}{5+2} = \frac{2}{7}$$

Vậy với $x = 25$ thì $B = \dfrac{2}{7}$

2. $A = \dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \dfrac{\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}} - \dfrac{3-11\sqrt{x}}{x-9}$ với $0 \le x$; $x \ne 9$.

Ta có

$$A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} - \frac{3-11\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)} + \frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)} - \frac{3-11\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{2x-6\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)} + \frac{x+4\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)} - \frac{3-11\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{2x-6\sqrt{x}+x+4\sqrt{x}+3-3+11\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{3x+9\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$\Leftrightarrow A=\frac{3\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$$

Vậy với $0\le x;\ x\ne 9$ thì $A=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$

3. Ta có: $P=A.B=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}.\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}=3-\dfrac{6}{\sqrt{x}+2}$

Để P nguyên thì $\sqrt{x}+2$ là ước của $6\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}+2\right)\in\{\pm1;\pm2;\pm3;\pm6\}$

$\sqrt{x}+2$	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
x	VN	VN	VN	VN	VN	0	1	16

Vậy với $x\in\{0;1;16\}$ thì P nguyên.

Chú ý: Để P nguyên thì $\sqrt{x}+2$ là ước của $6\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}+2\right)\in\{\pm1;\pm2;\pm3;\pm6\}$

$x\ge 0\Rightarrow\sqrt{x}+2\ge 2\Rightarrow\sqrt{x}+2\in\{2;3;6\}$

Câu 2. (2.5 điểm).

1. Hai tổ sản xuất phải hoàn thành 90 sản phẩm theo kế hoạch. Khi thực hiện, tổ I làm vượt mức 15% kế hoạch, tổ II làm vượt mức 12% kế hoạch của tổ. Do đó cả hai tổ làm được 102 sản phẩm. Hỏi thực tế, mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm.

2. Một quả bóng hình cầu có đường kính $24\,cm$. Tính diện tích da phải dùng để khâu thành quả bóng nếu tỉ lệ hao hụt là 2%.

Lời giải

1. Gọi số sản phẩm các tổ I, II lần lượt phải làm theo kế hoạch là $x,\ y$ (sản phẩm) $\left(x,\ y<90;\ x,\ y\in\mathbb{N}^*\right)$

Vì theo kế hoạch hai tổ sản xuất phải hoàn thành 90 sản phẩm nên ta có pt:

$$x+y=90\ (1)$$

Thực tế tổ I làm được $\dfrac{115}{100}x$ (sản phẩm)

Thực tế tổ II làm được $\dfrac{112}{100}y$ (sản phẩm)

Vì thực tế hai tổ sản xuất làm được 102 sản phẩm nên ta có pt:

$$\frac{115}{100}x+\frac{112}{100}y=102\ (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ pt: $\begin{cases}x+y=90\\ \dfrac{115}{100}x+\dfrac{112}{100}y=102\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 115x + 115y = 10350 \\ 115x + 112y = 10200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 150 \\ x + y = 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 50\ (tm) \\ x = 40\ (tm) \end{cases}$

Vậy thực tế tổ I sản xuất được 46 sản phẩm.

Vậy thực tế tổ II sản xuất được 56 sản phẩm.

2. Đường kính quả bóng là $24\,cm \Rightarrow R = 12\,cm$.

Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 576\pi\ (cm^2)$.

Diện tích da hao hụt là $\dfrac{2}{100}.576\pi = \dfrac{288}{25}\pi\ \left(cm^2\right)$.

Vậy diện tích da phải dùng là: $576\pi + \dfrac{288}{25}\pi = 587{,}52\pi\ \left(cm^2\right)$.

Câu 3. (2 điểm).

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2\sqrt{x} - \dfrac{1}{y-1} = 1 \\ 3\sqrt{x} + \dfrac{2}{y-1} = 12 \end{cases}$

2. Cho phương trình $x^2 - mx + m - 2 = 0$ (1) (x là ẩn số)

a) Chứng minh với mọi m, phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt.

b) Tìm m để cả hai nghiệm của phương trình đều là số nguyên.

Lời giải

1. ĐKXĐ $x \ge 0; y \ne 1$

Ta có:

$$\begin{cases} 2\sqrt{x} - \dfrac{1}{y-1} = 1 \\ 3\sqrt{x} + \dfrac{2}{y-1} = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4\sqrt{x} - \dfrac{2}{y-1} = 2 \\ 3\sqrt{x} + \dfrac{2}{y-1} = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7\sqrt{x} = 14 \\ 2\sqrt{x} - \dfrac{1}{y-1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 2 \\ 4 - \dfrac{1}{y-1} = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4\,(tm) \\ y = \dfrac{4}{3}(tm) \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x;y) = \left(4;\dfrac{4}{3}\right)$

2. $x^2 - mx + m - 2 = 0$ (1) (x là ẩn số)

a) Ta có: $\Delta = m^2 - 4(m-2) = m^2 - 4m + 8 = (m-2)^2 + 4$

Vì $(m-2)^2 \ge 0, \forall m \Rightarrow (m-2)^2 + 4 > 0, \forall m \Rightarrow \Delta > 0, \forall m$

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Vì phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m (câu a,). Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình, theo Vi ét, ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}$$

$\Rightarrow x_1 x_2 = x_1 + x_2 - 2$

$\Leftrightarrow x_1 x_2 - x_1 = x_2 - 1 - 1$

$\Leftrightarrow x_1(x_2 - 1) - (x_2 - 1) = -1$

$\Leftrightarrow (x_1 - 1)(x_2 - 1) = -1$

Để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ là số nguyên $\Rightarrow x_1 - 1; x_2 - 1$ là ước của -1

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x_1 - 1 = 1 \\ x_2 - 1 = -1 \end{cases} \\ \begin{cases} x_1 - 1 = -1 \\ x_2 - 1 = 1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 2 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow x_1 + x_2 = 2$$

Vì $x_1 + x_2 = m \Rightarrow m = 2$

Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm.

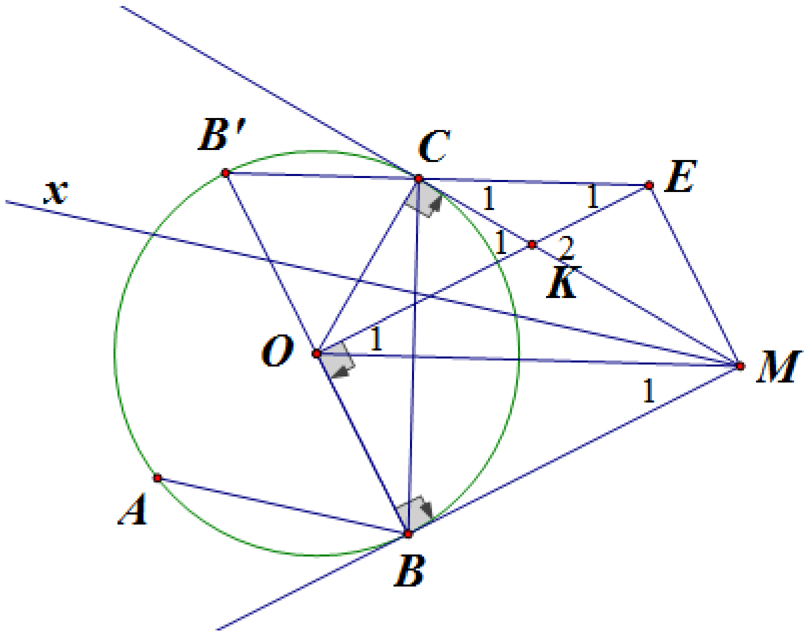
Câu 4. (3 điểm)Cho đường tròn $(O;R)$ (điểm O cố định, giá trị R không đổi) và điểm M nằm bên ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến MB, MC (B,C là các tiếp điểm) của (O) và tia Mx nằm giữa hai tia MO và MC. Qua B kẻ đường thẳng song song với Mx, đường thẳng này cắt (O) tại điểm thứ hai là A. Vẽ đường kính BB' của (O). Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với BB',đường thẳng này cắt MC và $B'C$ lần lượt tại K và E. Chứng minh rằng:

1) Bốn điểm M, B, O, C cùng nằm trên một đường tròn.

2) Đoạn thẳng $ME = R$.

3) Khi điểm M di động mà $OM = 2R$ thì điểm K di động trên một đường tròn cố định, chỉ rõ tâm và bán kính của đường tròn đó.

Lời giải



1) Vì MB, MC là tiếp tuyến của (O) $\Rightarrow \widehat{MCO} = \widehat{MBO} = 90^0$

Xét tứ giác $MBOC$ có:

$\widehat{MCO} + \widehat{MBO} = 90^0 + 90^0 = 180^0$

Mà $\widehat{MCO}; \widehat{MBO}$ là hai góc đối.

Suy ra tứ giác $MBOC$ nội tiếp được một đường tròn.

Vậy M, B, O, C cùng nằm trên một đường tròn.

2) Vì $OE \perp OB, MB \perp OB \Rightarrow OE // MB \Rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{M_1}$

Vì MB, MC là tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow \widehat{M_1} = \widehat{OMC} \Rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{OMC}$

$\Rightarrow \Delta OKM$ cân tại $K \Rightarrow KM = KO$

Vì MB, MC là tiếp tuyến của (O) $\Rightarrow OM$ là tia phân giác $\widehat{BOC}$

Mà $OB = OC = R \Rightarrow \Delta BOC$ cân tại O suy ra OM là tia phân giác đồng thời là đường cao $\Rightarrow OM \perp BC$

Xét (O) có $\widehat{B'CB} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow B'C \perp BC \Rightarrow B'E \perp BC \\ OM \perp BC \end{array}\right\} \Rightarrow B'E // OM$$

$\Rightarrow \widehat{E_1} = \widehat{O_1}; \widehat{C_1} = \widehat{CMO}$ mà $\widehat{O_1} = \widehat{OMC} \Rightarrow \widehat{E_1} = \widehat{C_1} \Rightarrow \Delta KCE$ cân tại $K \Rightarrow KE = KC$

Xét ΔOKC và ΔMKE có:

$$\left.\begin{array}{l} KM = KO \\ \widehat{K_1} = \widehat{K_2} \\ KE = KC \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta OKC = \Delta MKE \text{ (c-g-c)}$$

$\Rightarrow \widehat{MEO} = \widehat{OCM} = 90^0$ (hai góc tương ứng)

Xét tứ giác $BOEM$ có

$\widehat{MEO} = \widehat{EOB} = \widehat{OBM} = 90^0$

$\Rightarrow BOEM$ là hình chữ nhật $\Rightarrow ME = OB = R$.

Cách khác:

Vì $OE \perp OB, MB \perp OB \Rightarrow OE // MB \Rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{M_1}$

Vì MB, MC là tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow \widehat{M_1} = \widehat{OMC} \Rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{OMC}$

$\Rightarrow \Delta OKM$ cân tại $K \Rightarrow KM = KO$

Vì MB, MC là tiếp tuyến của (O) $\Rightarrow OM$ là tia phân giác $\widehat{BOC}$

Mà $OB = OC = R \Rightarrow \Delta BOC$ cân tại O suy ra OM là tia phân giác đồng thời là đường cao $\Rightarrow OM \perp BC$

Xét (O) có $\widehat{B'CB} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow B'C \perp BC \Rightarrow B'E \perp BC \\ OM \perp BC \end{array}\right\} \Rightarrow B'E // OM$$

$\Rightarrow \widehat{E_1} = \widehat{O_1}; \widehat{C_1} = \widehat{CMO}$ mà $\widehat{O_1} = \widehat{OMC} \Rightarrow \widehat{E_1} = \widehat{C_1} \Rightarrow \Delta KCE$ cân tại $K \Rightarrow KE = KC$

Xét ΔOKC và ΔMKE có:

$$\left.\begin{array}{l} KM = KO \\ \widehat{K_1} = \widehat{K_2} \\ KE = KC \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta OKC = \Delta MKE \text{ (c-g-c)}$$

$\Rightarrow \widehat{MEO} = \widehat{OCM} = 90^0$ (hai góc tương ứng)

Xét tứ giác $BOEM$ có

$\widehat{MEO} = \widehat{EOB} = \widehat{OBM} = 90^0$

$\Rightarrow BOEM$ là hình chữ nhật $\Rightarrow ME = OB = R$.

Chú ý: Chứng minh được tứ giác $OCEM$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{C_1}$

Mà $\widehat{C_1} = \widehat{OMC}$ (Hai góc so le trong của hai đường thẳng //) từ đó chứng minh được hình thang $OCEM$ là hình thang cân vì có $\widehat{COM} = \widehat{EMO}$ thì $OC = EM$.

3) Ta có ΔCOM vuông tại C

$$\sin \widehat{CMO} = \frac{OC}{OM} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{CMO} = 30^0 \Rightarrow \widehat{COM} = 60^0$$

$$\widehat{O_1} = \widehat{CMO} = 30^0 \Rightarrow \widehat{COK} = \widehat{COM} - \widehat{O_1} = 60^0 - 30^0 = 30^0$$

Xét ΔCOK vuông tại C

$$\cos \widehat{COK} = \frac{OC}{OK} \Rightarrow OK = \frac{OC}{\cos \widehat{COK}} = \frac{R}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2R\sqrt{3}}{2}$$

Mà R không đổi $\Rightarrow OK$ không đổi, Ta có O cố định nên K di động trên $\left(O;\frac{2R\sqrt{3}}{2}\right)$.

Câu 5. (0.5 điểm)

Cho x,y,z là các số dương thoả mãn $xy+yz+xz=4xyz$.

Chứng minh: $P=\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}\le 1$

Lời giải

Ta có $xy+yz+xz=4xyz\Rightarrow\frac{xy+yz+xz}{xyz}=4\Rightarrow\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=4$

Áp dụng $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\ge\frac{4}{a+b}\Leftrightarrow\frac{1}{a+b}\le\frac{1}{4}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$

Ta có $\frac{1}{2x+y+z}\le\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2x}+\frac{1}{y+z}\right)\le\frac{1}{4}\left[\frac{1}{2x}+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)\right]\le\frac{1}{8}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{2y}+\frac{1}{2z}\right)$ (1)

Chứng minh tương tự có

$\frac{1}{x+2y+z}\le\frac{1}{8}\left(\frac{1}{2x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{2z}\right)$ (2)

và $\frac{1}{x+y+2z}\le\frac{1}{8}\left(\frac{1}{2x}+\frac{1}{2y}+\frac{1}{z}\right)$ (3)

Từ (1), (2), (3) ta có

$$P=\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}\le\frac{1}{4}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)=1.$$

Chú ý: $P=\sum_{cyc}\frac{1}{(x+y)+(z+x)}\le\frac{1}{16}\sum_{cyc}\left(\frac{2}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)\le\frac{1}{4}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)=1$

ꕥ HẾT ꕥ

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

(Đề thi gồm 01 trang)

Đề số 20

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2020 – 2021

MÔN: TOÁN

(Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian giao đề)

Câu 1. Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+5}{3-\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{x-4\sqrt{x}-9}{x-9}$ với $x\ge 0$, $x\ne 9$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

b) Chứng minh rằng $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$.

c) Tìm x để $\dfrac{B}{A}>-\dfrac{1}{2}$.

Câu 2.

a) Để chở hết 120 tấn khoai lang ủng hộ bà con nông dân huyện Bình Sơn, tỉnh Quảng Ngãi vượt qua khó khăn do ảnh hưởng của đại dịch viêm đường hô hấp cấp nCovid – 19, một đội xe dự định dùng một số xe cùng loại. Lúc sắp khởi hành đội được bổ sung thêm 5 xe cùng loại, vì vậy so với dự định mỗi xe phải chở ít hơn 2 tấn. Hỏi lúc đầu đội có bao nhiêu xe?

b) Tính diện tích da dùng để làm quả bóng hình cầu nếu không tính đến tỉ lệ hao hụt. Biết khi bơm căng thì quả bóng có đường kính là 14 cm.

Câu 3. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases}\dfrac{3}{x-2}+\dfrac{6}{\sqrt{y-2}}=\dfrac{21}{10}\\[2mm] \dfrac{4}{x-2}-\dfrac{9}{\sqrt{y-2}}=\dfrac{-29}{20}\end{cases}.$$

Câu 4. Cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=mx-m+1$

a) Tìm tọa độ các giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) khi $m=3$.

c) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung.

Câu 5. Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm A cố định nằm ngoài đường tròn. Qua A kẻ hai tiếp tuyến AM, AN tới đường tròn (M, N là các tiếp điểm). Một đường thẳng (d) qua A cắt đường tròn $(O;R)$ tại B và C ($AB<AC$). Gọi I là trung điểm của BC. Đường thẳng qua B, song song với AM cắt MN tại E.

a) Chứng minh 5 điểm A, M, O, I, N thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $AB.AC=AM^2$.

c) Chứng minh $IE \,//\, MC$.

d) Chứng minh rằng khi đường thẳng (d) quay quanh điểm A thì trọng tâm G của tam giác MBC thuộc một đường tròn cố định.

Câu 6. Cho $x > 0$, tìm giá trị nhỏ nhất $M = 9x^2 - 5x + \dfrac{1}{9x} + 2021$.

☙ HẾT ❧

ĐÁP ÁN KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

TRƯỜNG THCS HERMANN

Năm học: 2020 – 2021

Câu 1. Cho biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{x}+5}{3-\sqrt{x}}$ và $B = \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} + \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} - \dfrac{x-4\sqrt{x}-9}{x-9}$ với $x \ge 0$, $x \ne 9$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.

b) Chứng minh rằng $B = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$.

c) Tìm x để $\dfrac{B}{A} > -\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

a) ĐKXĐ : $x \ge 0$, $x \ne 9$

Thay $x = 16$ (thỏa mãn điều kiện xác định) vào biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{x}+5}{3-\sqrt{x}}$, ta có:

$$A = \frac{\sqrt{16}+5}{3-\sqrt{16}} = \frac{4+5}{3-4} = -9$$

Vậy giá trị của A khi $x = 16$ là -9.

b) Rút gọn biểu thức $B = \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} + \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} - \dfrac{x-4\sqrt{x}-9}{x-9}$ với $x \ge 0$, $x \ne 9$

$$B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} - \frac{x-4\sqrt{x}-9}{x-9}$$

$$= \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3)+(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+3)-(x-4\sqrt{x}-9)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$=\frac{x-3\sqrt{x}+\sqrt{x}-3+x+3\sqrt{x}-2\sqrt{x}-6-x+4\sqrt{x}+9}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$=\frac{x-2\sqrt{x}-3+x+\sqrt{x}-6-x+4\sqrt{x}+9}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$=\frac{x+3\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}\ .$$

Vậy $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ với $x\ge 0$, $x\ne 9$.

c) $\dfrac{B}{A}>-\dfrac{1}{2}$ (ĐK: $x\ge 0$, $x\ne 9$)

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}:\frac{\sqrt{x}+5}{3-\sqrt{x}}>-\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5}>-\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2\sqrt{x}+\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+5}>0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+5}>0$$

$\Leftrightarrow -\sqrt{x}+5>0$ (vì $\sqrt{x}+5>0$ với mọi giá trị $x\ge 0$, $x\ne 9$)

$\Leftrightarrow \sqrt{x}<5 \Leftrightarrow x<25$

Kết hợp với điều kiện ở trên ta được $0\le x<25$ và $x\ne 9$.

Câu 2.

a) Để chở hết 120 tấn khoai lang ủng hộ bà con nông dân huyện Bình Sơn, tỉnh Quảng Ngãi vượt qua khó khăn do ảnh hưởng của đại dịch viêm đường hô hấp cấp nCovid – 19, một đội xe dự định dùng một số xe cùng loại. Lúc sắp khởi hành đội được bổ sung thêm 5 xe cùng loại, vì vậy so với dự định mỗi xe phải chở ít hơn 2 tấn. Hỏi lúc đầu đội có bao nhiêu xe?

b) Tính diện tích da dùng để làm quả bóng hình cầu nếu không tính đến tỉ lệ hao hụt. Biết khi bơm căng thì quả bóng có đường kính là 14 cm.

Lời giải

a) Gọi số xe lúc đầu của đội là x (chiếc, $x \in N^*$)

Số tấn khoai lang mỗi xe dự định phải chở là $\frac{120}{x}$ (tấn)

Số xe lúc sau của đội là $x+5$ (xe)

Số tấn khoai lang mỗi xe thực tế phải chở là $\frac{120}{x+5}$ (tấn)

Vì so với dự định thực tế mỗi xe phải chở ít hơn 2 tấn nên ta có phương trình

$$\frac{120}{x}-\frac{120}{x+5}=2$$

$$\Leftrightarrow x^2+5x-300=0.$$

Giải phương trình $x^2+5x-300=0$

$$\Delta = 25+4.300=1225$$

Vì $\Delta > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1=\frac{-5+\sqrt{1225}}{2}=15;\ x_2=\frac{-5-\sqrt{1225}}{2}=-20$$

Đối chiếu với điều kiện của ẩn và kết luận số xe lúc đầu của đội là 15 xe.

b) Diện tích da cần dùng để làm quả bóng là $\pi.14^2=196\pi$ (cm²).

Câu 3. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases}\dfrac{3}{x-2}+\dfrac{6}{\sqrt{y-2}}=\dfrac{21}{10}\\ \dfrac{4}{x-2}-\dfrac{9}{\sqrt{y-2}}=\dfrac{-29}{20}\end{cases}.$$

Lời giải

ĐKXĐ: $x \neq 2,\ y > 2$

Đặt $\frac{1}{x-2}=a$, $\frac{1}{\sqrt{y-2}}=b$ ($a \neq 0,\ b > 0$). Khi đó, hệ phương trình trở thành

$$\begin{cases} 3a+6b=\dfrac{21}{10} \\ 4a-9b=\dfrac{-29}{20} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12a+24b=\dfrac{42}{5} \\ 12a-27b=\dfrac{-87}{20} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 51b=\dfrac{51}{4} \\ 3a+6b=\dfrac{21}{10} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b=\dfrac{1}{4} \\ a=\dfrac{1}{5} \end{cases} \text{(thỏa mãn)}$$

Suy ra: $\begin{cases} \dfrac{1}{x-2}=\dfrac{1}{5} \\ \dfrac{1}{\sqrt{y-2}}=\dfrac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=18 \end{cases}$(thỏa mãn).

Vậy hệ phương trình có nghiệm $x=7$, $y=18$.

Câu 4. Cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=mx-m+1$

a) Tìm tọa độ các giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) khi $m=3$.

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung.

Lời giải

a) Thay $m=3$ vào $(d): y=mx-m+1$, ta được $(d): y=3x-2$

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là $x^2=3x-2 \Leftrightarrow x^2-3x+2=0$

Giải phương trình ta được $x_1=1$, $x_2=2$ tương ứng $y_1=1$, $y_2=4$

Vậy (P) cắt (d) tại hai điểm $A(1;1)$, $B(2;4)$.

b) Đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung khi và chỉ khi phương trình $x^2=mx-m+1 \Leftrightarrow x^2-mx+m-1=0$ $(*)$ có hai nghiệm trái dấu.

Phương trình $(*)$ có hai nghiệm trái dấu khi $ac<0 \Leftrightarrow m-1<0 \Leftrightarrow m<1$

Vậy $m<1$ thì đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm nằm về hai phía của trục tung.

Câu 5. Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm A cố định nằm ngoài đường tròn. Qua A kẻ hai tiếp tuyến AM, AN tới đường tròn (M, N là các tiếp điểm). Một đường thẳng (d) qua A cắt đường tròn $(O;R)$ tại B và C ($AB<AC$). Gọi I là trung điểm của BC. Đường thẳng qua B, song song với AM cắt MN tại E.

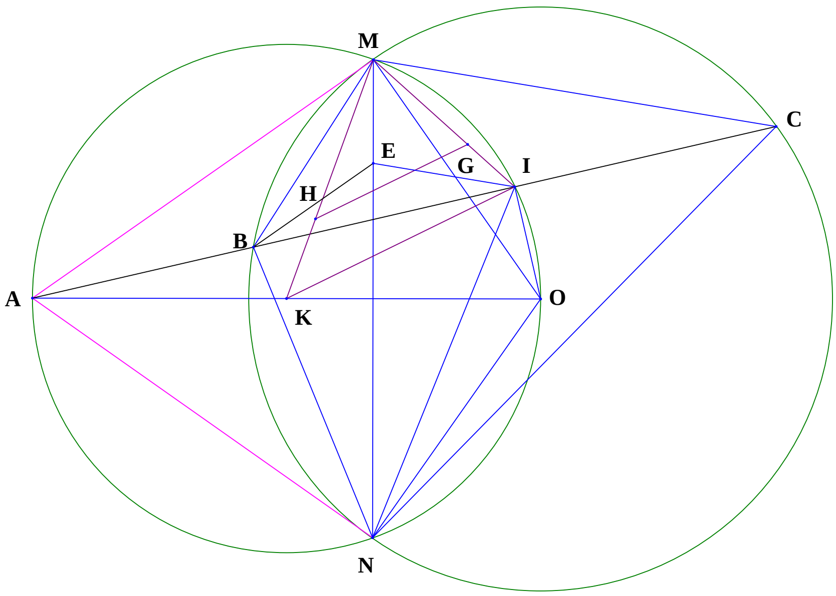
a) Chứng minh 5 điểm A, M, O, I, N thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $AB.AC=AM^2$.

c) Chứng minh $IE\,//\,MC$.

d) Chứng minh rằng khi đường thẳng (d) quay quanh điểm A thì trọng tâm G của tam giác MBC thuộc một đường tròn cố định.

Lời giải



a) Ta có: hai tiếp tuyến AM, AN tới đường tròn $(O;R)$ (M, N là các tiếp điểm).

$\Rightarrow \widehat{AMO}=\widehat{ANO}=90^\circ$

Xét đường tròn $(O;R)$ có: $IB=IC$ và BC là dây không đi qua tâm.

Suy ra $OI\perp BC$ (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung)

Do đó $\widehat{AIO}=90^\circ \Rightarrow \widehat{AIO}=\widehat{AMO}=\widehat{ANO}=90^\circ$.

Vậy A, M, O, I, N thuộc một đường tròn có đường kính OA.

b) Xét ΔABN và ΔANC có:

$\widehat{NAC}$ chung

$\widehat{BNA} = \widehat{ACN}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cùng chắn $\overset{\frown}{BN}$ của đường tròn (O))

Nên ΔABN đồng dạng với ΔANC (g – g).

Suy ra: $\dfrac{AN}{AC} = \dfrac{AB}{AN}$.

$\Rightarrow AB.AC = AN^2$

Ta có: hai tiếp tuyến AM, AN tới đường tròn $(O;R)$ (M , N là các tiếp điểm)

$\Rightarrow AM = AN$ (Tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Do đó: $AB.AC = AM^2$.

Vậy $AB.AC = AM^2$.

c) Ta có: A, M , O, I , N thuộc một đường tròn

$\Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{AIN}$

Mà $\widehat{AMN} = \widehat{BEN}$ (vì BE // AM)

Suy ra $\widehat{AIN} = \widehat{BEN}$

Nên tứ giác $EBNI$ nội tiếp.

$\Rightarrow \widehat{BIE} = \widehat{BNE}$

Hơn nữa $\widehat{BNE} = \widehat{BCM}$ (cùng chắn cung $\overset{\frown}{BM}$ của đường tròn (O))

Do đó $\widehat{BIE} = \widehat{BCM}$.

Vậy IE // MC .

d) Gọi G là trọng tâm của ΔMBC , K là trung điểm của OA.

Vẽ GH // IK ($H \in KM$).

Khi đó: K cố định và $\dfrac{MH}{MK} = \dfrac{GH}{IK} = \dfrac{MG}{MI} = \dfrac{2}{3}$.

Vì K là trung điểm của OA và A, M , O, I , N thuộc một đường tròn có đường kính OA

Nên $IK = OK$.

Suy ra: $MH = \dfrac{2}{3}MK$; $GH = \dfrac{2}{3}IK = \dfrac{2}{3}OK = \dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{2}OA = \dfrac{1}{3}OA$.

Vì $\dfrac{MH}{MK}=\dfrac{2}{3}$ và MK cố định nên H cố định.

Hơn nữa OA không đổi nên $G\in\left(H;\dfrac{1}{3}OA\right)$.

Câu 6. Cho $x>0$, tìm giá trị nhỏ nhất $M=9x^2-5x+\dfrac{1}{9x}+2021$.

Lời giải

$$M=9x^2-5x+\frac{1}{9x}+2021=(9x^2-6x+1)+\left(x+\frac{1}{9x}\right)+2020$$
$$=(3x-1)^2+\left(x+\frac{1}{9x}\right)+2020$$

Ta có: $(3x-1)^2\ge 0$.

Vì $x>0$ nên $\dfrac{1}{9x}\ge 0$. Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số x và $\dfrac{1}{9x}$ ta được

$$x+\frac{1}{9x}\ge 2\sqrt{x.\frac{1}{9x}}=2.\frac{1}{3}=\frac{2}{3}.$$

Do đó $M\ge 0+\dfrac{2}{3}+2020=\dfrac{2}{3}+2020=\dfrac{6062}{3}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}3x-1=0\\ x=\dfrac{1}{9x}\end{cases}\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{3}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất $M=\dfrac{6062}{3}$ khi $x=\dfrac{1}{3}$.

TRƯỜNG THCS GIANG BIÊN

Đề số 21

ĐỀ ÔN TẬP TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 MÔN TOÁN

NĂM HỌC 2019-2020

Thời gian làm bài 120 phút

Câu 1. (2 điểm)

Cho $A=\dfrac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{x-3\sqrt{x}+4}{x-2\sqrt{x}}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x>0;x\neq 4$.

a) Tính giá trị của A khi $x=3-2\sqrt{2}$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Cho $P=\dfrac{B}{A}$ Tìm x để $|P|>P$.

Câu 2. (2,5 điểm)

1) Một hộp sữa hình trụ có đường kính đáy là 12 cm, chiều cao là 10 cm. Tính diện tích vật liệu dùng để tạo nên vỏ hộp như vậy. (Không tính phần mép nối).

2) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 2 giờ 55 phút sẽ đầy bể. Nếu để chảy một mình thì vòi thứ nhất chảy đầy bể nhanh hơn hơn vòi thứ hai là 2 giờ. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Câu 3. (2 điểm).

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\dfrac{2}{\sqrt{x-1}}-\sqrt{y-x}=1\\ \dfrac{3}{\sqrt{x-1}}+\sqrt{y-x}=1\end{cases}$

2) Cho Parabol (P): $y=x^2$ và đường thẳng (d): $y=2(m+1)x-2m$.

a) Chứng tỏ đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại 2 điểm phân biệt với mọi m.

b) Gọi x_1; x_2 là hoành độ giao điểm của (d) và (P). Tìm m để $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=\sqrt{2}$.

Câu 4. (3 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O;R)$, tia phân giác $\widehat{BAC}$ cắt BC tại D, cắt (O) tại E. Vẽ DK vuông góc với AB tại K và DM vuông góc với AC tại M.

1) Chứng minh tứ giác $AKDM$ nội tiếp.

2) Chứng minh $AD.AE = AB.AC$.

3) Chứng minh $MK = AD.sin\widehat{BAC}$.

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho a,b,c là các số dương và $a+b+c\le\sqrt{3}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P=\frac{a}{\sqrt{a^2+1}}+\frac{b}{\sqrt{b^2+1}}+\frac{c}{\sqrt{c^2+1}}$$

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ ĐỀ ÔN TẬP TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 MÔN TOÁN

TRƯỜNG THCS GIANG BIÊN

Năm học: 2019-2020

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

bài I. Cho (2 điểm)

Cho $A=\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ và $B=\frac{x-3\sqrt{x}+4}{x-2\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x>0;x\ne4$.

a) Tính giá trị của A khi $x=3-2\sqrt{2}$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Cho $P=\frac{B}{A}$ Tìm .. để $|P|>P$.

Lời giải

a) Ta có: $x=3-2\sqrt{2}=\left(\sqrt{2}-1\right)^2\Rightarrow\sqrt{x}=\sqrt{2}-1$

Thay $\sqrt{x}=\sqrt{2}-1$ (thỏa mãn điều kiện) vào A, ta được:

$$A=\frac{2\left(\sqrt{2}-1\right)+1}{\sqrt{2}-1}=\frac{2\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}=\frac{\left(2\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)}{\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)}=3+\sqrt{2}$$

Vậy $A=3+\sqrt{2}$ khi $x=3-2\sqrt{2}$.

b) $B=\frac{x-3\sqrt{x}+4}{x-2\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{x}-2}\left(x>0;x\ne4\right)$

$$=\frac{x-3\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}-\frac{1}{\sqrt{x}-2}$$

$$= \frac{x - 3\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x} - 2\right)} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x} - 2\right)}$$

$$= \frac{x - 3\sqrt{x} + 4 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x} - 2\right)}$$

$$= \frac{x - 4\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x} - 2\right)} = \frac{\left(\sqrt{x} - 2\right)^2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x} - 2\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x}}$$

c) Ta có: $P = \frac{B}{A} \Rightarrow P = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x}} : \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x} - 2}{2\sqrt{x} + 1}$

Để $|P| > P \Leftrightarrow P < 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - 2}{2\sqrt{x} + 1} < 0$

Vì $x > 0$ nên $2\sqrt{x} + 1 > 0$

Do đó $\sqrt{x} - 2 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow x < 4$.

Kết hợp điều kiện xác định suy ra: $0 < x < 4$

Vậy để $|P| > P$ khi $0 < x < 4$

Bài II. **(2,5 điểm)**

1) Một hộp sữa hình trụ có đường kính đáy là 12 cm, chiều cao là 10 cm. Tính diện tích vật liệu dùng để tạo nên vỏ hộp như vậy. (Không tính phần mép nối).

2) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 2 giờ 55 phút sẽ đầy bể. Nếu để chảy một mình thì vòi thứ nhất chảy đầy bể nhanh hơn hơn vòi thứ hai là 2 giờ. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Lời giải

Bán kính đáy hộp sữa: $R = \frac{d}{2} = \frac{12}{2} = 6\left(\text{cm}\right)$

Diện tích xung quanh là $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.6.10 = 120\pi\left(\text{cm}^2\right)$

Diện tích hai đáy là $2.S_{day} = 2\pi R^2 = 72\pi\left(cm^2\right)$

Tổng diện tích vật liệu cần dùng là $120\pi + 72\pi = 192\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

2) Gọi thời gian vòi I chảy một mình đầy bể là x (giờ). ĐK: $x > \frac{35}{12}$

Trong một giờ vòi I chảy được $\frac{1}{x}$ (bể),

Trong một giờ vòi II chảy được $\frac{1}{x+2}$ (bể)

Trong một giờ, cả hai vòi chảy được: $1:\frac{35}{12}=\frac{12}{35}$ (bể)

Ta có phương trình: $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+2}=\frac{12}{35}$

$\Leftrightarrow \frac{x+2}{x(x+2)}+\frac{x}{x(x+2)}=\frac{12}{35}$

$\Rightarrow 35(2x+2)=12x(x+2)$

$\Leftrightarrow 12x^2-46x-70=0$

$\Leftrightarrow 6x^2-23x-35=0$

$\Leftrightarrow 6x^2-30x+7x-35=0$

$\Leftrightarrow (x-5)(6x+7)=0$

Phương trình có hai nghiệm:

$$\left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=\frac{-7}{6} \end{array}\right.$$

Kết hợp với điều kiện suy ra $x=5$

Vậy thời gian vòi I chảy một mình đầy bể là 5 giờ.

thời gian vòi II chảy một mình đầy bể là $5+2=7$ giờ.

bài III. (2 điểm).

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{2}{\sqrt{x-1}}-\sqrt{y-x}=1 \\ \frac{3}{\sqrt{x-1}}+\sqrt{y-x}=1 \end{cases}$

2) Cho Parabol (P): $y=x^2$ và đường thẳng (d): $y=2(m+1)x-2m$.

a) Chứng tỏ đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại 2 điểm phân biệt với mọi m.

b) Gọi x_1; x_2 là hoành độ giao điểm của (d) và (P). Tìm m để $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=\sqrt{2}$.

Lời giải

1) Điều kiện xác định $\begin{cases} x > 1 \\ y \ge x \end{cases}$

$$\begin{cases} \dfrac{2}{\sqrt{x-1}} - \sqrt{y-x} = 1 \\ \dfrac{3}{\sqrt{x-1}} + \sqrt{y-x} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2}{\sqrt{x-1}} - \sqrt{y-x} = 1 \\ \dfrac{5}{\sqrt{x-1}} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{4}{5} - \sqrt{y-x} = 1 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x-1}} = \dfrac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y-x} = -\dfrac{1}{5} \\ \sqrt{x-1} = \dfrac{5}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y-x} = -\dfrac{1}{5} \\ x = \dfrac{29}{4} \end{cases}$$

Ta có phương trình $\sqrt{y-x} = -\dfrac{1}{5}$ vô nghiệm vì $\sqrt{y-x} = -\dfrac{1}{5} < 0$

Vậy hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

Đề nghị cách 2

$$\begin{cases} \dfrac{2}{\sqrt{x-1}} - \sqrt{y-x} = 1 \\ \dfrac{3}{\sqrt{x-1}} + \sqrt{y-x} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2}{\sqrt{x-1}} - 1 = \sqrt{y-x} \\ \dfrac{3}{\sqrt{x-1}} + \dfrac{2}{\sqrt{x-1}} - 1 = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{2}{\sqrt{x-1}} - 1 = \sqrt{y-x} \\ \dfrac{1}{\sqrt{x-1}} = \dfrac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{y-x} = -\dfrac{1}{5} \text{ vô lý}$$

Chú ý: Dùng phương pháp đặt ẩn phụ

2)

a) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P), ta có:

$x^2 = 2(m+1)x - 2m \Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + 2m = 0$ (*)

Ta có: $\Delta' = m^2 + 1 \ge 1 > 0, \forall m \in R$.

Suy ra phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị m.

Do đó (d) và (P) cắt nhau tại 2 điểm phân biệt với mọi m.

b) Áp dụng hệ thức Viet, ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1.x_2 = 2m \end{cases}$

Điều kiện $\begin{cases} x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1.x_2 \ge 0 \\ x_1 + x_2 \ge 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \ge 0 \\ m \ge -1 \end{cases} \Rightarrow m \ge 0$

Vì $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{2}$

$\Leftrightarrow x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1.x_2} = 2 \Leftrightarrow 2(m+1) + 2\sqrt{2m} = 2 \Leftrightarrow 2m + 2\sqrt{2m} = 0$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{m}\left(\sqrt{m} + \sqrt{2}\right) = 0 \Leftrightarrow m = 0$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy khi $m=0$ thì (d) và (P) giao nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1;\ x_2$ thỏa mãn $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=\sqrt{2}$.

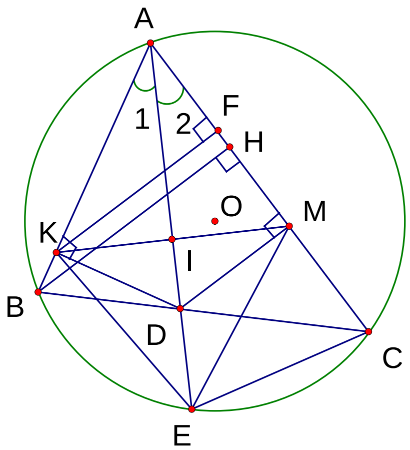
Bài IV

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O;R)$, tia phân giác $\widehat{BAC}$ cắt BC tại D, cắt (O) tại E. Vẽ DK vuông góc với AB tại K và DM vuông góc với AC tại M.

1) Chứng minh tứ giác $AKDM$ nội tiếp.

2) Chứng minh $AD.AE = AB.AC$.

3) Chứng minh $MK = AD.\sin\widehat{BAC}$



Chứng minh:

1) Có $DK \perp AB$ (gt)$\Rightarrow \widehat{AKD}=90^0$

$DM \perp AC$ (gt)$\Rightarrow \widehat{AMD}=90^0$

Xét tứ giác $AKDM$ có:

$\widehat{AKD}+\widehat{AMD}=90^0+90^0=180^0$

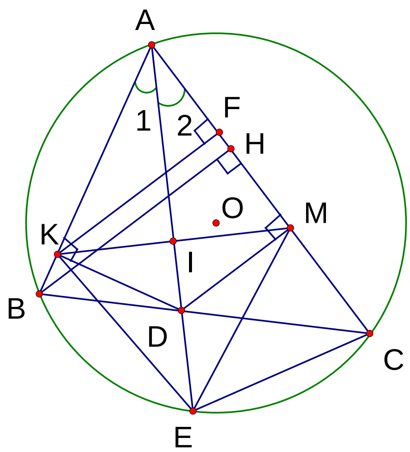
Mà hai góc này ở vị trí đối diện

$\Rightarrow$ tứ giác $AKDM$ nội tiếp (dấu hiệu nhận biết).

b)

Xét (O) có $\widehat{ABC}=\widehat{AEC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{AC}$) $\Rightarrow \widehat{ABD}=\widehat{AEC}$

Xét ΔABD và ΔAEC có



$\widehat{BAD}=\widehat{EAC}$ (vì AD là phân giác của $\widehat{BAC}$)

$\widehat{ABD}=\widehat{AEC}$ (cmt)

$\Rightarrow$ $\Delta ABD \sim \Delta AEC$ (g-g)

$\Rightarrow \dfrac{AB}{AD}=\dfrac{AE}{AC}$ (cạnh tương ứng tỉ lệ)

$\Rightarrow AB.AC = AE.AD$.

c) Kẻ $KF \perp AC$ tại F.

Vì tứ giác $AKDM$ nội tiếp (câu a)$\Rightarrow \widehat{ADK}=\widehat{AMK}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{AK}$)

$\Rightarrow \widehat{ADK}=\widehat{KMF}$

Xét ΔAKD và ΔKFM có

$\widehat{AKD}=\widehat{KFM}=90^0$

$\widehat{ADK}=\widehat{KMF}$ (cmt)

$\Rightarrow \Delta AKD \sim \Delta KFM$ (g-g)

$\Rightarrow \dfrac{AK}{KF} = \dfrac{AD}{KM}$ (cạnh tương ứng tỉ lệ)

$\Rightarrow MK = AD.\dfrac{KF}{AK}$

Xét ΔAKF có $\widehat{AFK} = 90^0$ (cách vẽ): $\sin \widehat{KAF} = \dfrac{KF}{AK}$ (tỉ số lượng giác)

$\Rightarrow MK = AD.\sin \widehat{KAF} = AD.\sin \widehat{BAC}$.

Bài V . Cho a,b,c là các số dương và $a+b+c \le \sqrt{3}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{a}{\sqrt{a^2+1}} + \frac{b}{\sqrt{b^2+1}} + \frac{c}{\sqrt{c^2+1}}$$

Lời giải

Vì $a,b,c > 0$, ta có :

$(a+b+c)^2 - 3(ab+bc+ca)$

$= a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$

$= \dfrac{1}{2}\left[2.\left(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca\right)\right]$

$= \dfrac{1}{2}\left[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right] \ge 0$

$\Rightarrow (a+b+c)^2 \ge 3(ab+bc+ca)$

$\Rightarrow 3 \ge (a+b+c)^2 \ge 3(ab+bc+ca)$

$\Leftrightarrow 1 \ge ab+bc+ca$

$\Leftrightarrow a^2+1 \ge a^2+ab+bc+ca$

$\Leftrightarrow a^2+1 \ge (a+b)(a+c)$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{a^2+1} \le \dfrac{1}{(a+b)(a+c)} \Leftrightarrow \dfrac{1}{\sqrt{a^2+1}} \le \dfrac{1}{\sqrt{(a+b)(a+c)}} \Rightarrow \dfrac{a}{\sqrt{a^2+1}} \le \sqrt{\dfrac{a}{(a+b)}.\dfrac{a}{(a+c)}}$ (1)

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho 2 số dương: $\dfrac{a}{(a+b)};\dfrac{a}{(a+c)}$

$\dfrac{a}{(a+b)} + \dfrac{a}{(a+c)} \ge 2\sqrt{\dfrac{a}{(a+b)}.\dfrac{a}{(a+c)}} \Rightarrow \sqrt{\dfrac{a}{(a+b)}.\dfrac{a}{(a+c)}} \le \dfrac{1}{2}\left[\dfrac{a}{(a+b)} + \dfrac{a}{(a+c)}\right]$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra

$\dfrac{a}{\sqrt{a^2+1}} \le \dfrac{1}{2}\left[\dfrac{a}{a+b} + \dfrac{a}{a+c}\right]$ (*)

Chứng minh tương tự, ta có

$$\Rightarrow \frac{b}{\sqrt{b^2+1}} \le \frac{1}{2}\left[\frac{b}{a+b}+\frac{b}{b+c}\right] \quad (**)$$

$$\Rightarrow \frac{c}{\sqrt{c^2+1}} \le \frac{1}{2}\left[\frac{c}{a+c}+\frac{c}{b+c}\right] \quad (***)$$

Cộng vế với vế của (*), (**),(***), ta có

$$\Rightarrow \frac{a}{\sqrt{a^2+1}}+\frac{b}{\sqrt{b^2+1}}+\frac{c}{\sqrt{c^2+1}} \le \frac{1}{2}\left[\frac{a}{a+b}+\frac{a}{a+c}+\frac{b}{a+b}+\frac{b}{b+c}+\frac{c}{a+c}+\frac{c}{b+c}\right]$$

$$\Rightarrow P \le \frac{3}{2}$$

Dấu bằng xảy ra: $a=b=c=\frac{\sqrt{3}}{3}$

Vậy $\max P = \frac{3}{2} \Leftrightarrow a=b=c=\frac{\sqrt{3}}{3}$

HẾT

PHÒNG GD VÀ ĐT QUẬN LONG BIÊN
TRƯỜNG THCS GIA THỤY
(Đề thi gồm 01 trang)
Đề số 22

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN
(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (2 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $A=\sqrt{27}-2\sqrt{12}+\frac{1}{2}\sqrt{48}$

2. Cho các biểu thức $C=\left(\frac{x+9}{x-9}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}\right):\frac{2\sqrt{x}+2}{x-3\sqrt{x}}$ với $x>0; x\neq 9$

a) Chứng minh rằng $C=\frac{3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+2}$

b) Tìm x nguyên để $C<1$.

Câu 2. (2,5 điểm)

1.*Giải toán bằng lập phương trình hoặc lập hệ phương trình:*

Để chở hết 120 tấn hàng ủng hộ đồng bào vùng cao biên giới, một đội xe dự định dùng một số xe cùng loại. Lúc sắp khởi hành, họ được bổ sung thêm 5 xe cùng loại của đội, nhờ vậy, so với dự định ban đầu, mỗi xe phải chở ít hơn 2 tấn. Hỏi lúc đầu đội có bao nhiêu xe nếu khối lượng hàng mỗi xe phải chở bằng nhau?

2. Một hộp sữa hình trụ có bán kính đáy là 4cm, chiều cao là 10cm. Tính diện tích vật liệu dùng để tạo nên một vỏ hộp hộp sữa đó nếu tỉ lệ hao hụt là 5%?

Câu 3. (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases}5(x+2y)-3x+3y=99\\x-3y=7x-4y-17\end{cases}$

2. Cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=2mx-m^2+4$ (với m là tham số)

a) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Gọi x_1 và x_2 lần lượt là hoành độ giao điểm của (d) và (P). Tìm giá trị của m để x_1 và x_2 thỏa mãn : $\frac{1}{x_1}+\frac{3}{x_2}=1$.

Câu 4. (3,0 điểm) Cho nửa đường tròn $(O;R)$ đường kính AB. Trên nửa đường tròn (O) lấy điểm C bất kì (C khác A và B; $CA>CB$). Kẻ d là tiếp tuyến tại A của nửa đường tròn (O). Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với AC tại E. Tia OE cắt d tại M. Đoạn thẳng MB cắt (O) tại điểm thứ hai là D.

1) Chứng minh tứ giác $AMDE$ nội tiếp.

2) Kẻ CH vuông góc với AB tại H. Gọi I là giao điểm của CH và MB. Đường thẳng BC cắt d tại S. Chứng minh $MA = MS = MC$ và IE vuông góc với AM.
3) Đường thẳng EI cắt CB tại G. Tiếp tuyến tại B của nửa đường tròn (O) cắt đường thẳng CM tại K. Chứng minh khoảng cách từ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MEG đến MK không đổi.

Câu 5. (0,5 điểm) *Thí sinh được chọn làm một trong hai câu V.1 hoặc V.2*

V.1. Cho các sốthực dương a,b,c. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2}{\sqrt{3a^2+8b^2+14ab}}+\frac{b^2}{\sqrt{3b^2+8c^2+14bc}}+\frac{c^2}{\sqrt{3c^2+8a^2+14ca}}\geq\frac{a+b+c}{5}$$

V.2. Trong một buổi tổchức tuyên dương các học sinh có thành tích học tập xuất sắc của mộthuyện, ngoại trừ bạn An, hai người bất kì đều bắt tay nhau, An chỉ bắt tay với những người mình quen. Biết rằng một cặp *(hai người)* chỉ bắt tay nhau không quá một lần và có tổng cộng 420 lần bắt tay. Hỏi bạn An có bao nhiêu người quen trong buổi tổ chức tuyên dương đó?

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
TRƯỜNG THCSGIA THỤY
Năm học: 2020-2021

Câu 1.

1. Rút gọn biểu thức $A=\sqrt{27}-2\sqrt{12}+\frac{1}{2}\sqrt{48}$

2. Cho các biểu thức $C=\left(\frac{x+9}{x-9}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}\right):\frac{2\sqrt{x}+2}{x-3\sqrt{x}}$ với $x>0; x\neq 9$

a) Chứng minh rằng $C=\frac{3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+2}$

b) Tìm x nguyên để $C<1$

Lời giải

1.

$A=\sqrt{27}-2\sqrt{12}+\frac{1}{2}\sqrt{48}$

$A=3\sqrt{3}-2.2\sqrt{3}+\frac{1}{2}.4\sqrt{3}$

$A=3\sqrt{3}-4\sqrt{3}+2\sqrt{3}$

$A=\sqrt{3}(3-4+2)$

$A=\sqrt{3}$

2. a)

$$C=\left(\frac{x+9}{x-9}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}\right):\frac{2\sqrt{x}+2}{x-3\sqrt{x}}$$

$$C=\left(\frac{x+9}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}\right):\frac{2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$C=\frac{x+9-\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}:\frac{2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$C=\frac{x+9-x+3\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}.\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}{2\sqrt{x}+2}$$

$$C=\frac{3\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}.\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}{2\sqrt{x}+2}$$

$$C=\frac{3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+2}$$

Vậy $C=\frac{3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+2}$

b) $C<1 \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+2}<1 \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+2}-1<0 \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+2}-\frac{2\sqrt{x}+2}{2\sqrt{x}+2}<0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}+2}<0\ (1)$

Ta thấy $x>0$ nên $2\sqrt{x}>0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x}+2>2$

Nên $(1) \Leftrightarrow \sqrt{x}-2<0 \Leftrightarrow \sqrt{x}<2 \Leftrightarrow x<4$

Mà $x>0$ và x nguyên nên $x\in\{1;\ 2;3\}$

Vậy $x\in\{1;\ 2;3\}$.

Câu 2.

1. *Giải toán bằng lập phương trình hoặc lập hệ phương trình:*

Để chở hết 120 tấn hàng ủng hộ đồng bào vùng cao biên giới, một đội xe dự định dùng một số xe cùng loại. Lúc sắp khởi hành, họ được bổ sung thêm 5 xe cùng loại của đội, nhờ vậy, so với dự định ban đầu, mỗi xe phải chở ít hơn 2 tấn. Hỏi lúc đầu đội có bao nhiêu xe nếu khối lượng hàng mỗi xe phải chở bằng nhau?

2. Một hộp sữa hình trụ có bán kính đáy là 4 cm, chiều cao là 10 cm. Tính diện tích vật liệu dùng để tạo nên một vỏ hộp hộp sữa đó nếu tỉ lệ hao hụt là 5%?

Lời giải

1. Gọi số xe lúc đầu là x (xe, $x \in N^*$)

Số tấn hàng mỗi xe phải chở theo dự định là $\frac{120}{x}$ (tấn)

Thực tế được bổ sung 5 xe nên số xe là: $x+5$ (xe)

Số tấn hàng mỗi xe phải chở theo thực tế là: $\frac{120}{x+5}$ (tấn)

Vì thực tế thêm 5 xe nên mỗi xe chở ít hơn dự định 2 tấn nên ta có phương trình:

$\frac{120}{x}-\frac{120}{x+5}=2$

$\Leftrightarrow \frac{120(x+5)-120x}{x(x+5)}=\frac{2x(x+5)}{x(x+5)}$

$\Leftrightarrow 120x+600-120x=2x^2+10x$

$\Leftrightarrow 2x^2+10x-600=0\ (1)$ (Nên chia cả 2 vế cho 2)

$\Delta'=5^2-2.(-600)=1225>0$ nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$x_1=\frac{-5+\sqrt{1225}}{2}=15$ (thỏa mãn)

$x_2=\frac{-5-\sqrt{1225}}{2}=-20$ (không thỏa mãn– loại)

Vậy số xe lúc đầu là 15 xe.

2. Diện tích toàn phần của hộp sữa là :

$$S=2\pi rh+2\pi r^2=2\pi.4.10+2\pi.4^2=112\pi\ (\text{cm}^2)$$

Vì tỉ hệ hao hụt là 5% nên diện tích vật liệu dùng để tạo nên vỏ hộp sữa là:

$112\pi.105\%\approx 369,26$ (cm²) (Phải dùng dấu sấp sỉ - Đã sửa)

Câu 3.

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases}5(x+2y)-3x+3y=99\\ x-3y=7x-4y-17\end{cases}$

2. Cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=2mx-m^2+4$ (với m là tham số)

a) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Gọi x_1 và x_2 lần lượt là hoành độ giao điểm của (d) và (P). Tìm giá trị của m để x_1 và x_2 thỏa mãn : $\frac{1}{x_1}+\frac{3}{x_2}=1$.

Lời giải

1.

$$\begin{cases}5(x+2y)-3x+3y=99\\x-3y=7x-4y-17\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x+10y-3x+3y=99\\7x-4y-x+3y=17\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+13y=99\\6x-y=17\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}6x+39y=297\\6x-y=17\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}40y=280\\6x-y=17\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=7\\6x=y+17\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6x=24\\y=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=7\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có một nghiệm là $(x;y)=(4;7)$.

2.

a) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P): $x^2=2mx-m^2+4$

$$\Leftrightarrow x^2-2mx+m^2-4=0\ (1)$$

Ta có $\Delta'=(-m)^2-(m^2-4)=4>0$,nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.

Vậy (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.

b) Từ phần a ta có (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.

Mà x_1 và x_2 lần lượt là hoành độ giao điểm của (d) và (P) nên x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình (1)

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt là: $x_1=m+\sqrt{4}=m+2$;

$x_2=m-\sqrt{4}=m-2$

Hoặc $x_1=m-2$; $x_2=m+2$

Để $\frac{1}{x_1}+\frac{3}{x_2}=1$ thì cần điều kiện $x_1\neq 0$ và $x_2\neq 0$ hay $m\neq\pm 2$

Trường hợp 1: $x_1=m+2; x_2=m-2$

$$\frac{1}{x_1}+\frac{3}{x_2}=1\Leftrightarrow\frac{1}{m+2}+\frac{3}{m-2}=1\Leftrightarrow\frac{m-2+3(m+2)}{(m+2)(m-2)}=\frac{(m+2)(m-2)}{(m+2)(m-2)}$$

$$\Rightarrow m-2+3m+6=m^2-4$$

$$\Leftrightarrow m^2-4m-8=0\ (2)$$

$\Delta'_m=(-2)^2-1.(-8)=12>0$ nên phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt là

$m_1=2+\sqrt{12}=2+2\sqrt{3}$ (thỏa mãn)

$m_2=2-\sqrt{12}=2-2\sqrt{3}$ (thỏa mãn)

Trường hợp 2: $x_1=m-2; x_2=m+2$

$$\frac{1}{x_1}+\frac{3}{x_2}=1\Leftrightarrow\frac{1}{m-2}+\frac{3}{m+2}=1\Leftrightarrow\frac{m+2+3(m-2)}{(m+2)(m-2)}=\frac{(m+2)(m-2)}{(m+2)(m-2)}$$

$$\Rightarrow m+2+3m-6=m^2-4$$

$$\Leftrightarrow m^2-4m=0$$

$\Leftrightarrow m(m-4)=0$

$\Leftrightarrow m=0$ (thỏa mãn) hoặc $m=4$ (thỏa mãn)

Vậy $m\in\left\{2+2\sqrt{3};2-2\sqrt{3};0;4\right\}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

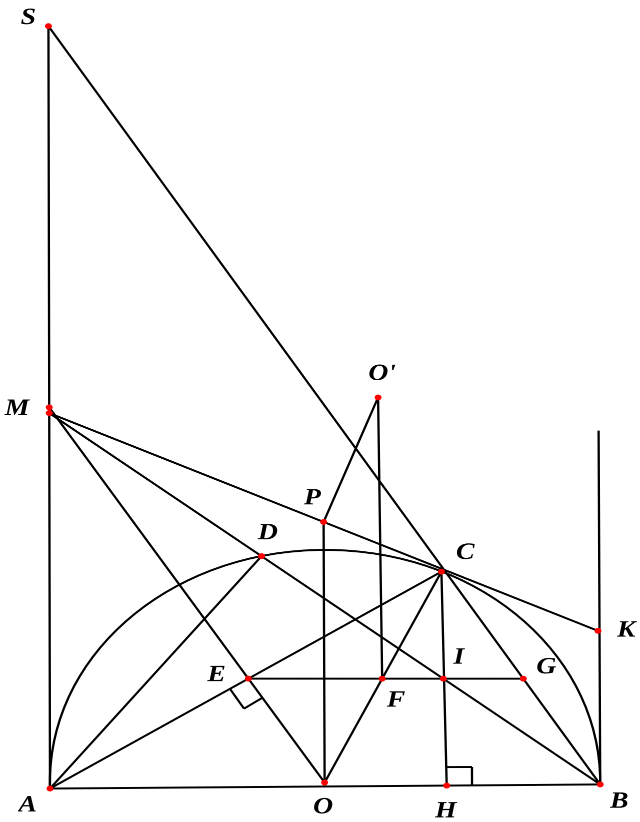
Câu 4. Cho nửa đường tròn $(O;R)$ đường kính AB. Trên nửa đường tròn (O) lấy điểm C bất kì(C khác A và B; $CA>CB$). Kẻ d là tiếp tuyến tại A của nửa đường tròn (O). Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với AC tại E. Tia OE cắt d tại M. Đoạn thẳng MB cắt (O) tại điểm thứ hai là D

1) Chứng minh tứ giác $AMDE$ nội tiếp.

2) Kẻ CH vuông góc với AB tại H. Gọi I là giao điểm của CH và MB. Đường thẳng BC cắt d tại S. Chứng minh $MA=MS=MC$ và IE vuông góc với AM.

3) Đường thẳng EI cắt CB tại G. Tiếp tuyến tại B của nửa đường tròn (O) cắt đường thẳng CM tại K. Chứng minh khoảng cách từ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MEG đến MK không đổi.

Lời giải



1)

Chứng minh tứ giác $AMDE$ nội tiếp.

Ta có $\widehat{ADB}=90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)$\Rightarrow \widehat{ADM}=90^\circ$

Và $OM \perp AC$ tại E nên $\widehat{MEA} = 90°$

$\Rightarrow \widehat{ADM} = \widehat{MEA} = 90°$, suy ra hai đỉnh D và E cùng nhìn cạnh AM dưới một góc $90°$.

Vậy tứ giác $AMDE$ nội tiếp.

2)
* Chứng minh $MA = MS = MC$

Cách 1

Ta có $OE \perp AC$ tại E nên E là trung điểm của AC

Suy ra OE là đường trung trực của AC, hay OM là đường trung trực của AC

$\Rightarrow MA = MC$ $(*)$

$\Rightarrow \Delta MAC$ cân tại M $\Rightarrow \widehat{MAC} = \widehat{MCA}$ (1)

Ta lại có $\widehat{ACB} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{SCA} = 90°$

$\widehat{MCS} + \widehat{MCA} = \widehat{SCA} = 90°$ (2)

$\widehat{MSC} + \widehat{MAC} = 90°$ (ΔSAC vuông tại C)(3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\widehat{MCS} = \widehat{MSC} \Rightarrow \Delta MSC$ cân tại M $\Rightarrow MS = MC$ $(**)$

Từ $(*)$ và $(**)$ suy ra $MA = MS = MC$

Cách 2

Ta có $\widehat{ACB} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)$\Rightarrow AC \perp BS$

Mà $AC \perp OM$ (giả thiết) nên suy ra $OM // BS$

Xét ΔABS có $\begin{cases} OM // BS \\ AO = OB \end{cases} \Rightarrow AM = MS$ (4)

$\widehat{ACB} = 90° \Rightarrow \widehat{SCA} = 90°$

Xét ΔASC vuông tại C có CM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền AS

$\Rightarrow CM = \dfrac{1}{2}AS$ (5)

Từ (4) và (5) suy ra $MA = MS = MC$.

* Chứng minh IE vuông góc với AM.

Ta có : $CH \perp AB$ (giả thiết)

$SA \perp AB$ (do d là tiếp tuyến tại A của nửa (O))

$\Rightarrow CH // SA$

Xét ΔBSM có $CI // SM$ suy ra $\dfrac{CI}{SM} = \dfrac{BI}{BM}$ (6)

Xét ΔBAM có $HI // AM$ suy ra $\dfrac{HI}{AM} = \dfrac{BI}{BM}$ (7)

Từ (6) và (7) suy ra $\dfrac{CI}{SM}=\dfrac{HI}{AM}$

Mà $SM = AM$ (chứng minh trên) nên $CI = HI$

Xét ΔCAH có $\begin{cases} CI = HI \\ CE = EA \end{cases} \Rightarrow IE \,//\, AH$

Mà $AH \perp AM$ nên $IE \perp AM$ (điều phải chứng minh).

3)

Chứng minh khoảng cách từ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MEG đến MK không đổi..

Gọi P là trung điểm của MK.

Xét ΔMAO và ΔMCO có:

$MA = MC$ (chứng minh trên)

MO: cạnh chung

$AO = CO\ (= R)$

$\Rightarrow \Delta MAO = \Delta MCO$ (c – c – c)

$\Rightarrow \widehat{MAO} = \widehat{MCO}$ (hai góc tương ứng)

Mà $\widehat{MAO} = 90^\circ$ nên $\widehat{MCO} = 90^\circ$

$\Rightarrow MC \perp OC$ hay $MK \perp OC$ tại C

$\Rightarrow MK$ là tiếp tuyến của nửa (O) tại C.

Mà BK là tiếp tuyến của nửa (O) tại B nên $\Rightarrow KB = KC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow \Delta KBC$ cân tại K.

Vì $IE \,//\, AB$ (chứng minh trên) nên $EG \,//\, AB$

Xét ΔCAB có $\begin{cases} CE = EA \\ EG \,//\, AB \end{cases} \Rightarrow CG = GB \Rightarrow G$ là trung điểm của CB.

$\Rightarrow \Delta KBC$ cân tại K có KG là đường trung tuyến nên KG cũng là đường cao.

$\Rightarrow KG \perp BC \Rightarrow \widehat{KGC} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{GKC} + \widehat{KCG} = 90^\circ$ hay $\widehat{GKM} + \widehat{KCB} = 90^\circ\ (8)$

Ta lại có: $\widehat{ACB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{CBA} + \widehat{CAB} = 90^\circ$ (9)

Mà $\widehat{KCB} = \widehat{CAB}$ (cùng chắn $\overset\frown{CB}$)(10)

Từ (8), (9) và $(10) \Rightarrow \widehat{GKM} = \widehat{CBA}$ (11)

Mặt khác: $EG \,//\, AB \Rightarrow \widehat{CBA} = \widehat{CGE}$ (hai góc đồng vị)(12)

$OM \,//\, BS$ (chứng minh trên) $\Rightarrow \widehat{CGE} = \widehat{GEO}$ (hai góc so le trong)(13)

Từ (11),(12) và(13) suy ra $\widehat{GKM} = \widehat{GEO} \Rightarrow$ tứ giác $MEGK$ nội tiếp.

Gọi F là giao điểm của CO và EG

Xét ΔCAO có $EF \,//\, AO \Rightarrow \dfrac{EF}{AO} = \dfrac{CF}{CO}$ (14)

Xét ΔCOB có $FG \,//\, OB \Rightarrow \dfrac{CF}{CO} = \dfrac{FG}{OB}$ (15)

Từ (14) và $(15) \Rightarrow \dfrac{EF}{AO} = \dfrac{FG}{OB}$

Mà $AO = OB$ nên $EF = FG \Rightarrow F$ là trung điểm của EG.

Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔMEG.

$\Rightarrow$ tứ giác $MEGK$ nội tiếp (O')

$\Rightarrow O'M = O'E = O'G = O'K$

$\Rightarrow \Delta O'MK$ cân tại $O' \Rightarrow O'P$ là đường trung tuyến cũng là đường cao .

$\Rightarrow O'P \perp MK$ ($O'P$ là khoảng cách từ tâm đường tròn ngoại tiếp ΔMEG đến MK)

Mà $OC \perp MK$ nên $\Rightarrow O'P \,//\, OC \Rightarrow O'P \,//\, OF$ (16)

Và $\Delta O'EG$ cân tại $O' \Rightarrow O'F$ là đường trung tuyến cũng là đường cao
$\Rightarrow O'F \perp EG$ (17)

Ta lại có $\begin{cases} MA \perp AB \\ KB \perp AB \end{cases} \Rightarrow MA \,//\, KB \Rightarrow$ tứ giác $ABKM$ là hình thang.

Xét hình thang $ABKM$ có $\begin{cases} AO = BO \\ MP = PK \end{cases} \Rightarrow OP$ là đường trung bình của hình thang $ABKM$

$\Rightarrow OP // AM$, mà $IE \perp AM$ (chứng minh trên) nên $\Rightarrow OP \perp IE$ hay $OP \perp EG$ (18)

Từ (17) và $(18) \Rightarrow O'F // OP$ (19)

Từ (16) và (19) suy ra tứ giác $O'POF$ là hình bình hành $\Rightarrow O'P = OF$

Xét ΔCAO có $\begin{cases} EF // AO \\ CE = EA \end{cases} \Rightarrow CF = OF \Rightarrow CF = OF = \dfrac{OC}{2} = \dfrac{R}{2}$

Suy ra $O'P = \dfrac{R}{2}$ (không đổi)

Vậy khoảng cách từ tâm đường tròn ngoại tiếp ΔMEG đến MK không đổi.

Câu 5. *Thí sinh được chọn làm một trong hai câu V.1 hoặc V.2:*

V.1. Cho các sốthực dương a,b,c .Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2}{\sqrt{3a^2+8b^2+14ab}}+\frac{b^2}{\sqrt{3b^2+8c^2+14bc}}+\frac{c^2}{\sqrt{3c^2+8a^2+14ca}} \ge \frac{a+b+c}{5}$$

V.2. Trong một buổi tổchức tuyên dương các học sinh có thành tích học tập xuất sắc của mộthuyện, ngoại trừ bạn An, hai người bất kì đều bắt tay nhau, An chỉ bắt tay với những người mình quen. Biết rằng một cặp *(hai người)* chỉ bắt tay nhau không quá một lần và có tổng cộng 420 lần bắt tay. Hỏi bạn An có bao nhiêu người quen trong buổi tổ chức tuyên dương đó?

Lời giải

V.1.

Ta có: $\sqrt{3a^2+8b^2+14ab} = \sqrt{\left(3a^2+12ab\right)+\left(2ab+8b^2\right)} = \sqrt{3a\left(a+4b\right)+2b\left(a+4b\right)}$

$$= \sqrt{\left(a+4b\right)\left(3a+2b\right)}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương $a+4b$ và $3a+2b$ ta có

$$\sqrt{\left(a+4b\right)\left(3a+2b\right)} \le \frac{a+4b+3a+2b}{2} = \frac{4a+6b}{2} = 2a+3b$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{\sqrt{\left(a+4b\right)\left(3a+2b\right)}} \ge \frac{a^2}{2a+3b} \text{ hay } \frac{a^2}{\sqrt{3a^2+8b^2+14ab}} \ge \frac{a^2}{2a+3b}$$

Tương tự ta cũng có :

$$\frac{b^2}{\sqrt{3b^2+8c^2+14bc}} \ge \frac{b^2}{2b+3c}$$

$$\frac{c^2}{\sqrt{3c^2+8a^2+14ca}} \ge \frac{c^2}{2c+3a}$$

Khi đó

$$\frac{a^2}{\sqrt{3a^2+8b^2+14ab}}+\frac{b^2}{\sqrt{3b^2+8c^2+14bc}}+\frac{c^2}{\sqrt{3c^2+8a^2+14ca}} \ge \frac{a^2}{2a+3b}+\frac{b^2}{2b+3c}+\frac{c^2}{2c+3a}\ (1)$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương $\frac{a^2}{2a+3b}$ và $\frac{2a+3b}{25}$ ta có:

$$\frac{a^2}{2a+3b}+\frac{2a+3b}{25} \ge 2\sqrt{\frac{a^2}{2a+3b}.\frac{2a+3b}{25}}=\frac{2a}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{2a+3b} \ge \frac{2a}{5}-\frac{2a+3b}{25}=\frac{8a-3b}{25}$$

Tương tự ta cũng có

$$\frac{b^2}{2b+3c} \ge \frac{8b-3c}{25}$$

$$\frac{c^2}{2c+3a} \ge \frac{8c-3a}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{2a+3b}+\frac{b^2}{2b+3c}+\frac{c^2}{2c+3a} \ge \frac{8a-3b}{25}+\frac{8b-3c}{25}+\frac{8c-3a}{25}=\frac{a+b+c}{5}\ (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$\frac{a^2}{\sqrt{3a^2+8b^2+14ab}}+\frac{b^2}{\sqrt{3b^2+8c^2+14bc}}+\frac{c^2}{\sqrt{3c^2+8a^2+14ca}} \ge \frac{a+b+c}{5}$$

Dấu "=" xảy ra khi $a=b=c$

V.2.

Giả sử ngoài An thì còn n bạn và An quen m bạn $(m;\ n \in N^*;\ m \le n)$.

Tổng cộng số lần bắt tay là $\frac{n(n-1)}{2}+m=420\ (1)$

$$\Leftrightarrow n(n-1)+2m=840$$

Mà $n \ge m$ nên $\Rightarrow n(n-1)+2n \ge n(n-1)+2m=840 \Rightarrow n^2+n \ge 840$

$$\Rightarrow n(n+1) \ge 840 \Rightarrow n \ge 29$$

Nếu $n=29$ thì thay vào (1) ta được

$$\frac{29(29-1)}{2}+m=420 \Leftrightarrow 406+m=420 \Leftrightarrow m=14$$

Nếu $n \geq 30$ thì $\frac{n(n-1)}{2} \geq \frac{30(30-1)}{2}=435$, khi đó $m \leq 420-435=-15$ (vô lí – loại).

Vậy bạn An có 14 người quen trong buổi tổ chức tuyên dương đó.

ꕥHẾTꕥ

PHÒNG GD VÀ ĐT QUẬN CẦU GIẤY
TRƯỜNG THCS QUỐC TẾ GATEWAY
(Đề thi gồm 02 trang)
Đề số 23

ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10
NĂM HỌC 2019-2020. MÔN: TOÁN
(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề)

Câu 1. Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1}-\dfrac{\sqrt{x}-2}{x-1}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ với $x>0; x\neq 1$

a) Tính giá trị của biểu thức B với $x=16$.

b) Chứng minh $P=A.B=\dfrac{2}{x-1}$.

c) Tìm x để $|P+1|>P+1$

Câu 2. Lớp 9A có nhu cầu tổ chức đi học tập trải nghiệm vào dịp cuối năm, do vậy cần thuê một hướng dẫn viên du lịch cho chuyến đi trải nghiệm này. Có hai công ty du lịch A và B được liên hệ để lấy thông tin về giá:

- Công ty A có phí dịch vụ ban đầu là 500 nghìn đồng cộng với 3 nghìn đồng cho mỗi ki lô mét (km) hướng dẫn.

- Công ty B có phí dịch vụ ban đầu là 400 nghìn đồng cộng với 3 nghìn 500 đồng cho mỗi ki lô mét (km) hướng dẫn.

Phí dịch vụ của cả hai công ty chỉ tính cho chiều đi (chiều về không tính phí).

a) Lớp 9A nên chọn công ty nào để thuê hướng dẫn viên biết rằng quãng đường cho chuyến đi theo một chiều là 360km.

b) Khoảng cách giữa điểm đi và điểm đến cần thỏa mãn điều kiện gì để việc chọn công ty B có lợi hơn.

Câu 3. 1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y=x+m-1$ và parabol $(P): y=x^2$

a) Tìm m để (d) đi qua điểm $A(0;1)$

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 thỏa mãn: $4\left(\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}\right)-x_1x_2+3=0$.

2) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{4y-8}=8\\ \sqrt{9x}-\sqrt{y-2}=3\end{cases}$.

Câu 4. Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Điểm M thuộc cung nhỏ BD sao cho $\widehat{BOM}=30°$. Gọi N là giao điểm của CM và OB. Tiếp tuyến tại M của đường tròn (O) cắt OB, OD kéo dài lần lượt tại E và F. Đường thẳng qua N và vuông góc với AB cắt EF tại P.

a) Chứng minh: $OMNP$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh ΔEMN là tam giác đều.

c) Chứng minh $CN=OP$.

d) Gọi H là trực tâm của ΔAEF. Hỏi 3 điểm A, H, P có thẳng hàng không? Vì sao?

Câu 5. Giải phương trình $\sqrt{1-3x}-\sqrt[3]{3x-1}=\left|6x-2\right|$.

ꕥ HẾT ꕥ

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ VÀO 10

TRƯỜNG THCS QUỐC TẾ GATEWAY

Năm học: 2019-2020

Câu 1. Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1}-\dfrac{\sqrt{x}-2}{x-1}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ với $x>0; x\neq 1$

a) Tính giá trị của biểu thức B với $x=16$.

b) Chứng minh $P=A.B=\dfrac{2}{x-1}$.

c) Tìm x để $\left|P+1\right|>P+1$

Lời giải

a) Thay $x=16$ vào B

$$B=\frac{\sqrt{16}+1}{\sqrt{16}}=\frac{4+1}{4}=\frac{5}{4}.$$

b) Ta có $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1}-\dfrac{\sqrt{x}-2}{x-1}$ với $x>0; x\neq 1$.

$$=\frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)-(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)^2(\sqrt{x}-1)}$$

$$=\frac{x+\sqrt{x}-2-\left(x-\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)^2\left(\sqrt{x}-1\right)}=\frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)^2(\sqrt{x}-1)}.$$

$P=A.B$.

$$P=\frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)^2(\sqrt{x}-1)}.\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}=\frac{2}{x-1}.$$

c) $|P+1|>P+1\Leftrightarrow P+1<0\Leftrightarrow \frac{2}{x-1}+1<0\Leftrightarrow \frac{x+1}{x-1}<0$ (1)

Vì $x>0$ nên $x+1>0$. Do đó (1) $\Leftrightarrow$ $x-1<0\Leftrightarrow x<1$.

Kết hợp ĐKXĐ: $x>0; x\neq 1$.

Vậy: $0<x<1$

Câu 2. Lớp 9A có nhu cầu tổ chức đi học tập trải nghiệm vào dịp cuối năm, do vậy cần thuê một hướng dẫn viên du lịch cho chuyến đi trải nghiệm này. Có hai công ty du lịch A và B được liên hệ để lấy thông tin về giá:

- Công ty A có phí dịch vụ ban đầu là 500 nghìn đồng cộng với 3 nghìn đồng cho mỗi ki lô mét (km) hướng dẫn.

- Công ty B có phí dịch vụ ban đầu là 400 nghìn đồng cộng với 3 nghìn 500 đồng cho mỗi ki lô mét (km) hướng dẫn.

Phí dịch vụ của cả hai công ty chỉ tính cho chiều đi (chiều về không tính phí).

a) Lớp 9A nên chọn công ty nào để thuê hướng dẫn viên biết rằng quãng đường cho chuyến đi theo một chiều là 360km.

b) Khoảng cách giữa điểm đi và điểm đến cần thỏa mãn điều kiện gì để việc chọn công ty B có lợi hơn.

Lời giải

a) Để đi quãng đường $360\,\text{km}$ thì

Số tiền phải trả nếu chọn công ty A là: $500000+3000.360=1580000$ (đồng)

Số tiền phải trả nếu chọn công ty B là: $400000+3500.360=1660000$ (đồng)

Như vậy, lớp 9A nên chọn dịch vụ của công ty A.

b) Gọi quãng đường cần đi là x (km) ($x>0$)

Số tiền phải trả nếu chọn công ty A là: $500000+3000.x$ (đồng)

Số tiền phải trả nếu chọn ty B là: $400000+3500.x$ (đồng)

Nếu chọn công ty B có lợi hơn thì số tiền phải trả cho công ty B phải ít hơn công ty A, nghĩa là ta có: $400000 + 3500.x < 500000 + 3000.x$

Giải bất phương trình được: $x < 200$.

Kết hợp với điều kiện ta có: $0 < x < 200$.

Vậy nên chọn công ty B nếu đi quãng đường nhỏ hơn $200\,\text{km}$.

Câu 3. 1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = x + m - 1$ và parabol $(P): y = x^2$

a) Tìm m để (d) đi qua điểm $A(0;1)$

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1 , x_2 thỏa mãn: $4\left(\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2}\right) - x_1x_2 + 3 = 0$.

2) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{4y-8} = 8 \\ \sqrt{9x} - \sqrt{y-2} = 3 \end{cases}$.

Lời giải

1)

a) (d) đi qua điểm $A(0;1)$ tức là điểm $A \in (d)$, ta thay tọa độ điểm A vào (d):

$1 = 0 + m - 1$. Ta được: $m = 2$.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2 - x - (m-1) = 0$ (*)

Để (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (*) phải có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = 4m - 3 > 0 \Leftrightarrow m > \dfrac{3}{4}$

Khi đó theo định lý Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1x_2 = -(m-1) \end{cases}$

Theo đề bài: $4\left(\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2}\right) - x_1x_2 + 3 = 0 \Leftrightarrow 4\left(\dfrac{x_1 + x_2}{x_1.x_2}\right) - x_1x_2 + 3 = 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{4}{-m+1} + m + 2 = 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0$ (Điều kiện: $m \neq 1$)

$\Leftrightarrow m = -3$ (loại) hoặc $m = 2$ (thỏa mãn).

Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm.

2) Điều kiện: $x \geq 0; y \geq 2$.

(I) $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}+2\sqrt{y-2}=8 \\ 3\sqrt{x}-\sqrt{y-2}=3 \end{cases}$

Đặt $a=\sqrt{x};b=\sqrt{y-2}$ $(a\geq 0;b\geq 0)$

Khi đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a+2b=8 \\ 3a-b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b=8 \\ 6a-2b=6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+2b=8 \\ 7a=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Thay $a=2=\sqrt{x} \Rightarrow x=4$ (thỏa mãn).

$b=3=\sqrt{y-2} \Rightarrow y-2=9 \Rightarrow y=11$ (thỏa mãn).

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(4;11)$.

Câu 4. Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Điểm M thuộc cung nhỏ BD sao cho $\widehat{BOM}=30^\circ$. Gọi N là giao điểm của CM và OB. Tiếp tuyến tại M của đường tròn (O) cắt OB, OD kéo dài lần lượt tại E và F. Đường thẳng qua N và vuông góc với AB cắt EF tại P.

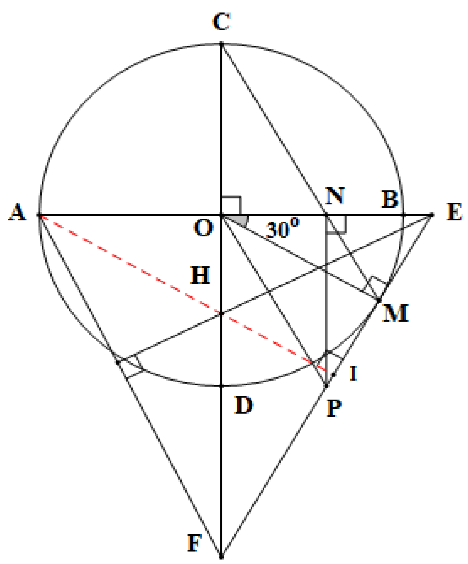
a) Chứng minh: $OMNP$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh ΔEMN là tam giác đều.

c) Chứng minh $CN=OP$.

d) Gọi H là trực tâm của ΔAEF. Hỏi 3 điểm A,H,P có thẳng hàng không? Vì sao?

Lời giải:



a) Ta có: $\widehat{ONP}=90^\circ$ (vì $NP\perp AB$)

$\widehat{OMP}=90^\circ$ (EF là tiếp tuyến của (O))

Xét tứ giác $OPMN$:

$\widehat{ONP}=\widehat{OMP}\left(=90^\circ\right)$

$\Rightarrow$ M, N là hai đỉnh liên tiếp cùng nhìn cạnh OP dưới hai góc bằng nhau

$\Rightarrow$ $OPMN$ là tứ giác nội tiếp (dhnb)

b) Vì ΔOEM vuông tại M nên $\widehat{OEM}+\widehat{EOM}=90^\circ$. Do đó $\widehat{OEM}=60^\circ$

sđ $\overset{\frown}{BM}=\widehat{BOM}=30^\circ$

$\widehat{ENM}$ là góc có đỉnh bên trong đường tròn nên:

$$\widehat{ENM}=\frac{1}{2}\left(sđ\,\overset{\frown}{BM}+sđ\,\overset{\frown}{CO}\right)=\frac{1}{2}\left(60^\circ+90^\circ\right)=60^\circ$$

ΔEMN có $\widehat{ENM}=\widehat{OEM}=60^\circ$ nên ΔEMN là tam giác cân có một góc bằng 60°

$\Rightarrow$ ΔEMN là tam giác đều.

c) Vì $OPMN$ là tứ giác nội tiếp nên ta có:

$\widehat{ENM}=\widehat{OPM}$ (góc ngoài tại đỉnh N bằng góc trong đối diện đỉnh đó).

Mà $\widehat{ENM}=\widehat{EMN}$ (ΔEMN đều)

$\Rightarrow$ $\widehat{EMN}=\widehat{OPM}$.

Hai góc ở vị trí đồng vị

$\Rightarrow CM\,//\,OP$ $\Rightarrow CN\,//\,OP$ (1)

Lại có: $\Rightarrow CO\,//\,NP$ (cùng vuông góc với OB) (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $COPN$ là hình bình hành

$\Rightarrow CN=OP$ (đpcm)

c) Gọi I là chân đường cao kẻ từ A đến EF khi đó $H\in AI$.

Giả sử A, H, P thẳng hàng thì $P\equiv I$ hay $AP\perp EF$.

Suy ra $AP\,//\,OM$.

Có $MN\,//\,OP$ (cmt) nên $\widehat{EOP}=\widehat{ENM}=60^\circ$ (đồng vị)

Do đó ΔOPE là tam giác đều (vì $\widehat{EOP}=\widehat{OEP}=60^\circ$).

OM là đường cao của ΔOPE

Suy ra OM là trung tuyến $\Rightarrow$ M là trung điểm của EP.

Xét ΔAEP có $OM // AP$; M là trung điểm của EP nên O là trung điểm của AE hay $OA = OE$ (vô lí).

Vậy A, H, P không thẳng hàng.

Câu 5. Giải phương trình $\sqrt{1-3x} - \sqrt[3]{3x-1} = |6x-2|$.

Lời giải:

Điều kiện xác định: $1-3x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{3}$.

Khi đó: $|6x-2| = |2(1-3x)| = 2(1-3x)$ và $\sqrt[3]{3x-1} = -\sqrt[3]{1-3x}$

Đặt $\sqrt[3]{1-3x} = t\,(t \geq 0) \Leftrightarrow 1-3x = t^3$, phương trình đã cho trở thành:

$\sqrt{t^3} + t = 2t^3 \Leftrightarrow t\left(\sqrt{t}-1\right)\left[(t+1)\left(\sqrt{t}+1\right) + \sqrt{t}\left(t+\sqrt{t}+1\right)\right] = 0$

$\Leftrightarrow t = 0$ hoặc $t = 1$ (do $t \geq 0$).

+) Với $t = 0 \Leftrightarrow 1-3x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$ (thỏa mãn)

+) Với $t = 1 \Leftrightarrow 1-3x = 1 \Leftrightarrow x = 0$ (thỏa mãn)

Vậy $x = 0$ hoặc $x = \frac{1}{3}$ là nghiệm của phương trình.

☙ HẾT ❧

TRƯỜNG THCS ĐỨC GIANG

(Đề thi gồm 01 trang) (gồm 2 trang)

ĐỀ THI VÀO 10 – MÔN TOÁN

NĂM HỌC 2019-2020

(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề)

Đề số 24

Câu 21. (2 điểm)

1. Tính: $\sqrt{5}-\sqrt{48}+5\sqrt{27}-\sqrt{45}$

2.Cho biểu thức: $A=\left(\frac{1}{a-\sqrt{a}}+\frac{1}{\sqrt{a}-1}\right):\frac{\sqrt{a}+1}{a-2\sqrt{a}+1}$ (với $a>0;\ a\neq 1$)

a. Chứng minh rằng: $A=\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}}$

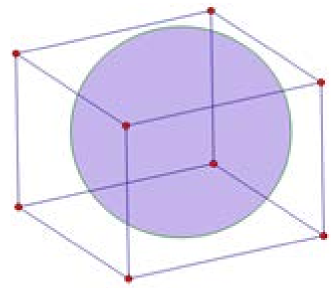
b. Tìm các giá trị của $a>1$ để: $A\le\frac{1}{2}$

Câu 22. (2,5 điểm)

1. Bài toán thực tế:

Khoản 1 Điều 3 Nghị định 100/2019/NĐ-CP quy định tốc độ tối đa của xe đạp điện là 25 km/h. Hai bạn Tuấn và Minh cùng xuất phát một lúc để đến khu bảo tồn thiên nhiên trên quãng đường dài 22 km bằng phương tiện xe đạp điện. Mỗi giờ Tuấn đi nhanh hơn Minh 2 km nên đến nơi sớm hơn 5 phút. Hỏi hai bạn đi như vậy có đúng vận tốc quy định hay không?

2. Đặt quả bóng vào trong một hộp hình lập phương sao cho quả bóng tiếp xúc với các mặt của hình lập phương đó. Hãy tính đường kính d của quả bóng, biết thể tích hình khối lập phương $V=4096\ \text{cm}^3$



Câu 23. (2 điểm)

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}3x-2(y-1)=6\\2(x-1)+y=3\end{cases}$

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P) có phương trình: $y=x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y=2mx-2m+3$ (m là tham số)

a) Chứng minh rằng (P) và (d) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt với mọi m.

b) Gọi $y_1;\ y_2$ là tung độ các giao điểm của (P) và (d), tìm m để $y_1+y_2<14$

Câu 24. **(3điểm)**Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài đường tròn (O).Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B và C là các tiếp điểm).

a) Chứng minh: Tứ giác $ABOC$ nội tiếp đường tròn.

b)Đường thẳng CO cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là D; đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E; đường thẳng BE cắt AO tại F; H là giao điểm của AO và BC.

Chứng minh: $AE.AD = AH.AO = AB^2$ và HE vuông góc với BF.

c) Chứng minh: $\dfrac{HC^2}{AF^2-EF^2}-\dfrac{DE}{AE}=1$

Câu 25. **(0,5 điểm)**Thí sinh ***chỉchọn một trong hai*** bài 5a hoặc 5b

5a) Công ty sữa muốn thiết kế bao bì đựng sữa với thể tích 100 ml . Bao bì được thiết kế bởi một trong hai mô hình là: Hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông hoặc hình trụ. Hỏi thiết kế theo mô hình nào thì tiết kiệm nguyên vật liệu nhất?

5b) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn: $x^2+y^2+z^2\le 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\dfrac{1}{1+xy}+\dfrac{1}{1+yz}+\dfrac{1}{1+zx}$

➳HẾT➴

HƯỚNG DẪN CHẤM

ĐỀ THI VÀO 10 MÔN TOÁN

Năm học: 2019-2020

Câu 1. 1. Tính: $\sqrt{5}-\sqrt{48}+5\sqrt{27}-\sqrt{45}$

2.Cho biểu thức: $A=\left(\dfrac{1}{a-\sqrt{a}}+\dfrac{1}{\sqrt{a}-1}\right):\dfrac{\sqrt{a}+1}{a-2\sqrt{a}+1}$ (với $a>0;\ a\ne 1$)

a. Chứng minh rằng: $A=\dfrac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}}$

b. Tìm các giá trị của $a>1$ để: $A\le\dfrac{1}{2}$

Lời giải

1. Tính:

$\sqrt{5}-\sqrt{48}+5\sqrt{27}-\sqrt{45}$

$=\sqrt{5}-4\sqrt{3}+15\sqrt{3}-3\sqrt{5}$

$=11\sqrt{3}-2\sqrt{5}$

2a. Với $a>0;\ a\ne 1$ ta biến đổi biểu thức A như sau:

$$A=\left(\frac{1}{a-\sqrt{a}}+\frac{1}{\sqrt{a}-1}\right):\frac{\sqrt{a}+1}{a-2\sqrt{a}+1}$$

$$=\left(\frac{1+\sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)}\right).\frac{a-2\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}+1}$$

$$=\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-1\right)}.\frac{\left(\sqrt{a}-1\right)^2}{\sqrt{a}+1}$$

$$=\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}}$$

Vậy $A=\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}}$.

2 b. Theo bài ra, ta có:

$$\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}}\le\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}}-\frac{1}{2}\le 0$$

$$\Leftrightarrow\frac{2\sqrt{a}-2-\sqrt{a}}{2\sqrt{a}}\le 0$$

$$\Leftrightarrow\frac{\sqrt{a}-2}{2\sqrt{a}}\le 0$$

$\Leftrightarrow\sqrt{a}-2\le 0$ ($do\ 2\sqrt{a}>0;\ \forall a>0$).

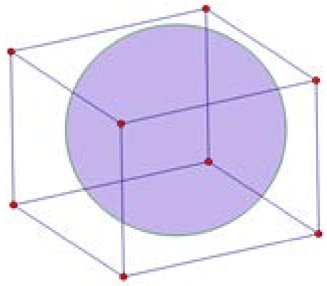
$\Leftrightarrow\sqrt{a}\le 2\ \Leftrightarrow\ a\le 4$.

Kết hợp với điều kiện $a>1$, ta được: $1<a\le 4$.

Câu 2. **1. Bài toán thực tế:**

Khoản 1 Điều 3 Nghị định 100/2019/NĐ-CP quy định tốc độ tối đa của xe đạp điện là 25 km/h. Hai bạn Tuấn và Minh cùng xuất phát một lúc để đến khu bảo tồn thiên nhiên trên quãng đường dài 22 km bằng phương tiện xe đạp điện. Mỗi giờ Tuấn đi nhanh hơn Minh 2 km nên đến nơi sớm hơn 5 phút. Hỏi hai bạn đi như vậy có đúng vận tốc quy định hay không?

2. Đặt quả bóng vào trong một hộp hình lập phương sao cho quả bóng tiếp xúc với các mặt của hình lập phương đó. Hãy tính đường kính d của quả bóng, biết thể tích hình khối lập phương $V=4096\text{ cm}^3$



Lời giải

1. Bài toán thực tế (2,0đ)

Đổi 5 phút = $\frac{1}{12}(\text{h})$

Gọi vận tốc của bạn Minh là $x(\text{km/h})(x>0)$

Khi đó vận tốc của Tuấn là $x+2(\text{km/h})$

Thời gian Minh đi hết quãng đường là $\frac{22}{x}(\text{h})$

Thời gian Tuấn đi hết quãng đường là $\frac{22}{x+2}(\text{h})$

Vì Tuấn đến nơi trước Minh 5 phút nên ta có phương trình:

$\frac{22}{x}-\frac{22}{x+2}=\frac{1}{12}$

$\Rightarrow 22.12.(x+2)-22.12x=x(x+2)$ (Bước này khử mẫu phải dùng dấu => mới đúng đã sửa)

$\Leftrightarrow x^2+2x-528=0$

$\Leftrightarrow (x+24)(x-22)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=22\ (TM) \\ x_2=-24\,(KTM). \end{array}\right.$

Với $x=22$ thì $x+2=24$.

Vậy vận tốc của Minh là 22 km/h và vận tốc của Tuấn là 24 km/h

Do $22<25;\ 24<25$ nên cả hai bạn đều đi đúng vận tốc quy định.

2. Độ dài một cạnh của hình lập phương là:

$\sqrt[3]{4096}=16(\text{cm})$ (chưa cho đơn vị vào ngoặc- đã sửa)

Đường kính của quả bóng chính bằng độ dài cạnh của hình lập phương.

Vậy quả bóng có đường kính là: 16 cm .

Câu 3. 1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3x-2(y-1)=6 \\ 2(x-1)+y=3 \end{cases}$

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P) có phương trình: $y=x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y=2mx-2m+3$ (m là tham số)

a) Chứng minh rằng (P) và (d) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt với mọi m.

b) Gọi $y_1;\ y_2$ là tung độ các giao điểm của (P) và (d), tìm m để $y_1+y_2<14$.

Lời giải

1.Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases}3x-2(y-1)=6\\2(x-1)+y=3\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}3x-2y=4\\2x+y=5\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}3x-2y=4\\4x+2y=10\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}7x=14\\y=5-2x\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$$

2a. Phương trình hoành độ giao điểm của Parabol (P): $y=x^2$ và đường thẳng (d):

$y=2mx-2m+3$ (m là tham số) là nghiệm của phương trình:

$x^2=2mx-2m+3 \Leftrightarrow x^2-2mx+2m-3=0 \quad (*)$

PT $(*)$ có $a=1\neq 0$ nên có dạng bậc 2 đối với biến x.

Ta có: $\Delta'=(-m)^2-1.(2m-3)=m^2-2m+3=(m-1)^2+2$.

Do: $(m-1)^2+2>0;\forall m$ nên $\Delta'>0;\forall m$. Hay PT $(*)$ luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m

Chứng tỏ: (P) và (d) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt với mọi m.

2b. Theo câu 2a, PT $(*)$ luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m.

Nên theo Vi-ét ta có:

$$\begin{cases}x_1+x_2=2m\\x_1.x_2=2m-3\end{cases}$$

Lại có: $y_1=x_1^{\,2};\ y_2=x_1^{\,2}$

Mà: $y_1+y_2<14 \Leftrightarrow x_1^2+x_1^2<14 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2<14$

$\Leftrightarrow (2m)^2-2(2m-3)<14$

$\Leftrightarrow 4m^2-4m+6<14$

$\Leftrightarrow (2m-1)^2<9$

$\Leftrightarrow -3<2m-1<3$

$\Leftrightarrow -1<m<2$

Vậy với $-1<m<2$ thì tung độ các giao điểm của (P) và (d) thỏa mãn: $y_1+y_2<14$.

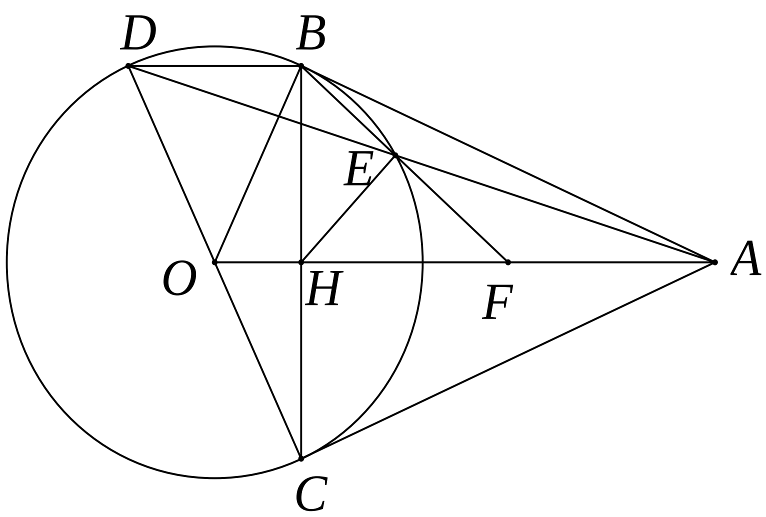
Câu 4. Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài đường tròn (O). Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B và C là các tiếp điểm).

a) Chứng minh: Tứ giác $ABOC$ nội tiếp đường tròn.

b)Đường thẳng CO cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là D; đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E; đường thẳng BE cắt AO tại F; H là giao điểm của AO và BC.

Chứng minh: $AE.AD=AH.AO=AB^2$ và HE vuông góc với BF.

c) Chứng minh: $\dfrac{HC^2}{AF^2-EF^2}-\dfrac{DE}{AE}=1$



a) Chứng minh: Tứ giác $ABOC$ nội tiếp đường tròn

Ta có: $\widehat{AOB}=90°$ (Vì AB là tiếp tuyến tại B của (O))

$\widehat{AOC}=90°$ (Vì AC là tiếp tuyến tại C của (O))

Suy ra: $\widehat{AOB}+\widehat{AOC}=90°+90°=180°$

Lại có: $\widehat{AOB}$ và $\widehat{AOC}$ là hai góc đối nhau trong tứ giác $ABOC$ nên tứ giác $ABOC$ nội tiếp đường tròn đường kính AO.

b)

+) Xét tam giác AOB $\left(\widehat{ABO}=90°\right)$ có:

$BH \perp AO$ (2 tiếp tuyến AB, AC cắt nhau tại A)

$\Rightarrow AB^2 = AH.AO$ (1)

+) Xét ΔAEB và ΔABD có:

$\widehat{BAE}$: góc chung

$\widehat{BDA}=\widehat{ABE}$ ($\widehat{BDA}$ là góc nội tiếp và $\widehat{ABE}$ là góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung, hai góc này cùng chắn cung BE)

Suy ra $\Delta AEB \# \Delta ABD(g-g)$

$\Rightarrow \dfrac{AE}{AB}=\dfrac{AB}{AD}$

$\Rightarrow AB^2 = AE.AD$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AE.AD = AH.AO = AB^2$.

+) Ta có : $AE.AD = AH.AO \Rightarrow \dfrac{AE}{AO}=\dfrac{AH}{AD}$

Xét ΔAEH và ΔAOD có:

$\widehat{EAH}$: góc chung.

$\dfrac{AE}{AO}=\dfrac{AH}{AD}$

Suy ra $\Delta AEH \# \Delta AOD(c-g-c)$

$\Rightarrow \widehat{AEH}=\widehat{AOD}$ (hai góc tương ứng)

Mà $\widehat{AEH}+\widehat{DEH}=180°$ (kề bù)

$\widehat{AOD}+\widehat{AOC}=180°$ (kề bù)

Suy ra $\widehat{DEH}=\widehat{HOC}$ (3)

+) Ta có: $\widehat{BED}=\widehat{DCB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BD) (4)

+) Lại có: $OB = OC; AB = AC$

OA là đường trung trực của BC

$\Rightarrow OH \perp BC$

$\Rightarrow \widehat{HOC}+\widehat{HCO}=90°$ (5)

Từ (3), (4) , (5) suy ra $\widehat{DHE}+\widehat{BED}=90°$ (ở đây viết nhầm không phải góc DHE mà là góc DEH)

$\Rightarrow HE \perp BF$

c) Chứng minh: $\dfrac{HC^2}{AF^2-EF^2}-\dfrac{DE}{AE}=1$

+) Xét ΔBHF vuông tại H có $HE \perp BF$

$\Rightarrow HF^2 = FE.FB$. (6)

+) Ta có $\widehat{BAH}+\widehat{ABH}=90^\circ$ (ΔAHB vuông tại H)

$\widehat{BDC}+\widehat{BCD}=90^\circ$ (ΔDBC vuông tại B)

Mà $\widehat{BDC}=\widehat{ABC}$ (Góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung BC)

$\Rightarrow \widehat{BAH}=\widehat{BCD}$

Lại có $\widehat{BCD}=\widehat{BED}$

$\widehat{BED}=\widehat{AEF}$ (đối đỉnh)

Suy ra $\widehat{AEF}=\widehat{BAF}$

Xét ΔAFB và ΔEFA có:

$\widehat{EFA}$ góc chung

$\widehat{AEF}=\widehat{BAF}$

Suy ra $\Delta AFB\#\ \Delta EFA(g-g)$

$\Rightarrow \dfrac{AF}{FE}=\dfrac{FB}{AF}\Rightarrow AF^2=FE.FB\ (7)$

Từ (6), $(7)\Rightarrow HF=AF$

Chứng minh $HC^2=HB^2=BE.BF$

$\Rightarrow AF^2-EF^2=HF^2-EF^2=HE^2=EB.EF$

$\Rightarrow \dfrac{HC^2}{AF^2-EF^2}=\dfrac{BE.BF}{BE.EF}=\dfrac{BF}{EF}$

+) Ta có: $\left.\begin{array}{l} DB\perp BC \\ AH\perp BC \end{array}\right\}\Rightarrow DB\ //\ AH$

$\Rightarrow \widehat{BDA}=\widehat{DAH}$

Xét ΔDBE và ΔEAF có:

$\widehat{DEB}=\widehat{FEA}$ (đối đỉnh)

$\widehat{BDE}=\widehat{EAF}$ (cmt)

Suy ra $\Delta BDE\#\ \Delta FAE(g-g)$

(Bỏ phần này vì từ DB // AH suy ra được

$\Rightarrow \dfrac{DE}{AE}=\dfrac{BE}{EF}$

theo hệ quả của ĐL Ta- let cho nhanh)

$\Rightarrow \dfrac{HC^2}{AF^2-EF^2}-\dfrac{DE}{AE}=\dfrac{BF}{EF}-\dfrac{BE}{EF}=\dfrac{BF-BE}{EF}=\dfrac{EF}{EF}=1$

Câu 5. Thí sinh ***chỉchọn một trong hai*** bài 5a hoặc 5b

5a) Công ty sữa muốn thiết kế bao bì đựng sữa với thể tích 100 ml. Bao bì được thiết kế bởi một trong hai mô hình là: Hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông hoặc hình trụ. Hỏi thiết kế theo mô hình nào thì tiết kiệm nguyên vật liệu nhất?

5b) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn: $x^2+y^2+z^2\le 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\frac{1}{1+xy}+\frac{1}{1+yz}+\frac{1}{1+zx}$

Lời giải:

Câu 5a.

1. Nếu thiết kế bao bì dạng: Hình trụ

Ta gọi, R: bán kính hình trụ

l: chiều cao hình trụ

Thể tích của hình trụ là: $V=\pi R^2 l=100(\text{ml})$

Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_{tp}=2\pi Rl+2\pi R^2=\pi Rl+\pi Rl+2\pi R^2$

Áp dụng b.đ.t Cô-Si cho ba số không âm: πRl; πRl; $2\pi R^2$ ta được

$$S_{tp}=\pi Rl+\pi Rl+2\pi R^2\ge 3\sqrt[3]{\pi Rl.\pi Rl.2\pi R^2}=3\sqrt[3]{2\pi.(\pi R^2 l)^2}$$

$$S_{tp}\ge 3\sqrt[3]{2\pi.100^2}\approx 119,27\ (1)$$

Dấu "=" xảy ra khi $\pi Rl=\pi Rl=2\pi R^2\Leftrightarrow l=2R$

2. Nếu thiết kế bao bì dạng: Hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông

Ta gọi, a: độ dài cạnh đáy của hình hộp chữ nhật

h: chiều cao của hình hộp chữ nhật

Thể tích của hình hộp chữ nhật là: $V=a^2.h=100$ ml

Diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật là:

$$S_{tp}=2a^2+4ah=2a^2+2ah+2ah$$

Áp dụng b.đ.t Cô-Si cho ba số không âm : $2a^2$; $2ah$; $2ah$ ta được:

$$\begin{aligned}&S_{tp}=2a^2+2ah+2ah\ge 3\sqrt[3]{2a^2.2ah.2ah}=3\sqrt[3]{8a^2h.a^2h}\\&S_{tp}\ge 3.2.\sqrt[3]{100^2}\approx 129,27\end{aligned}\quad(2)$$

Từ (1) và (2) suy ra, thiết kế hộp sữa dạng hình trụ có chiều cao gấp 2 lần bán kính đáy thì tốn ít nguyên vật liệu nhất.

5b. Ta có: $\left[(1+xy)+(1+yz)+(1+zx)\right]\left(\frac{1}{1+xy}+\frac{1}{1+yz}+\frac{1}{1+zx}\right)\ge 9$

(Phần này phải chứng minh BĐT phụ $\left(a+b+c\right)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)\geq 9 \qquad (a,b,c>0)$

trước khi dùng)

$\Leftrightarrow P\geq \frac{9}{3+xy+yz+zx}\geq \frac{9}{3+x^2+y^2+z^2}$

Nên viết là : Mà $x^2+y^2+z^2\leq 3$ nên $P\geq \frac{3}{2}$

Dấu $"="$ xảy ra khi $x=y=z=1$

Vậy $\min P=\frac{3}{2}\Leftrightarrow x=y=z=1.$

PHÒNG GD VÀ ĐT QUẬN LONG BIÊN

TRƯỜNG THCS ĐÔ THỊ VIỆT HƯNG

NĂM HỌC 2019-2020

(Đề thi gồm 02 trang)

Đề số 25

ĐỀ THI THỬ VÀO THPT.

MÔN: TOÁN 9

(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $y=2020x$; $y=x^2+7$; $y=3x-2019$; $y=\dfrac{2}{x}+3$ có bao nhiêu hàm số là hàm số bậc nhất?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 2. Cho hàm số $y=ax^2\left(a\neq 0\right)$. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến khi $a>0$ và $x>0$.

B. .Hàm số nghịch biến khi $a>0$ và $x=0$.

C. Hàm số nghịch biến khi $a>0$ và $x<0$.

D. Hàm số nghịch biến khi $a<0$ và $x<0$.

Câu 3. Cho hàm số $y=\left(3+m\right)x-m$. Xác định m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=-2$?

A. $m=-2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=\dfrac{1}{3}$. **D.** $m=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 4. Cho hàm số $y=\sqrt{3}x^2$ cos đồ thị là $\left(P\right)$. Có bao nhiêu điểm trên $\left(P\right)$ có tung độ gấp đôi oành độ?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 5. Cho hai đường thẳng $\left(d\right):y=\left(2m-3\right)x+7$ và $\left(d'\right):y=-x-m+1$ là đồ thị của hai hàm số bậc nhất. Với giá trị nào của m thì $\left(d\right)//\left(d'\right)$?

A. $m=-1$. **B.** $m=-6$. **C.** $m\neq 1$. **D.** $m=1$.

Câu 6. Cho hệ phương trình $\begin{cases}2x+3y=-2\\-3x+2y=3\end{cases}$. Nghiệm của hệ phương trình là $\left(x,y\right)$. Tính $x+y$?

A. $x+y=-1$. **B.** $x+y=1$. **C.** $x+y=0$. **D.** $x+y=2$.

Câu 7. Một con mèo ở trên cành cây cao $6m$. Để bắt mèo xuống cần phải đặt thang sao cho đầu thang đạt độ cao đó. Khi đó góc của thang so với mặt đất là bao nhiêu, biết chiếc thang dài $6,5m$.

A. $67°$. **B.** $67°22'$. **C.** $67°2'$. **D.** $24°38'$.

Câu 8. Sắp xếp các tỉ số lượng giác $\sin 51°$, $\cos 27°$, $\sin 66°$, $\cos 80°$ theo thứ tự tăng dần:

A. $\sin 51° < \cos 27° < \sin 66° < \cos 80°$. **B.** $\sin 51° < \sin 66° < \cos 27° < \cos 80°$.

C. $\cos 80° < \sin 66° < \cos 27° < \sin 51°$. **D.** $\cos 80° < \sin 51° < \cos 27° < \sin 66°$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. 1) Trong phòng thí nghiệm Hóa , thầy Minh đưa cho hai bạn Dũng và Thảo một lọ $200\,g$ dung dịch muối có nồng độ 15%. Thầy muốn hai bạn tạo ra dung dịch muối có nồng độ 20%. Dũng nói cần pha thêm nước. Thảo nói cần pha thêm muối. Theo em cần pha thêm muối hay nước và pha thêm một lượng bao nhiêu gam? (Chỉ thêm muối hoặc nước)

2) Một hộp phomai con bò cười gồm có 8 miếng, độ dày mỗi miếng là $20\,mm$, nếu xếp chúng lại trên một đĩa thì thành hình trụ có đường kính $100\,mm$.

a) Tính thể tích của miếng phomai.

b) Biết khối lượng của mỗi miếng phomai là $15\,g$, hãy tính trọng lượng riêng của nó? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

(Biết trọng lượng riêng của vật cho bởi công thức $d = \dfrac{P}{V}$. Trong đó trọng lượng của vật là $P = 9{,}8.m$, đơn vị N ,với m là khối lượng vật đơn vị kg; V là thể tích vật, đơn vị m^3; d có đơn vị N/m^3).

Câu 2. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 2m - 1 \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases}$ (1).

1) Giải hệ phương trình đã cho khi $m = 1$.

2) Tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc giá trị của m.

3) Tìm m để hệ (1) có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn: $x^2 + y^2 = 10$.

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Đường tròn đường kính AB cát BC tại D (D khác B). Lấy điểm M bất kì trên AD. Kẻ MH, MI lần lượt vuông góc với AB, AC $(H \in AB, I \in AC)$.

1) Chứng minh tứ giác $MDCI$ là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh $\widehat{MID} = \widehat{MBC}$.

3) Kẻ $HK \perp ID$ $(K \in ID)$. Chứng minh K, M, B thẳng hàng và đường thẳng HK luôn đi qua một điểm cố định khi M di động trên AD.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ VÀO THPT
THCS ĐÔ THỊ VIỆT HƯNG
MÔN: TOÁN 9. NĂM HỌC 2019-2020

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8
B	C	A	C	D	A	B	D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y=2020x$; $y=x^2+7$; $y=3x-2019$; $y=\frac{2}{x}+3$ có bao nhiêu hàm số là hàm số bậc nhất?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Lời giải

Chọn B

Vì hàm số bậc nhất có dạng $y=ax+b\left(a\neq 0\right)$ nên hai hàm số bậc nhất là $y=2020x$ và $y=3x-2019$.

Câu 2. Cho hàm số $y=ax^2\left(a\neq 0\right)$. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến khi $a>0$ và $x>0$. **B.** Hàm số nghịch biến khi $a>0$ và $x=0$.

C. Hàm số nghịch biến khi $a>0$ và $x<0$. **D.** Hàm số nghịch biến khi $a<0$ và $x<0$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=ax^2\left(a\neq 0\right)$ nghịch biến khi $a>0$ và $x<0$.

Câu 3. Cho hàm số $y=\left(3+m\right)x-m$. Xác định m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=-2$?

A. $m=-2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=\frac{1}{3}$. **D.** $m=-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Thay $x=-2,\ y=0$ vào phương trình $y=(3+m)x-m$ ta được:

$0=(3+m).(-2)-m \Leftrightarrow m=-2$.

Câu 4. Cho hàm số $y=\sqrt{3}x^2$ có đồ thị là (P). Có bao nhiêu điểm trên (P) có tung độ gấp đôi hoành độ?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Gọi điểm trên (P) có tung độ gấp đôi hoành độ là $(x;2x)$. Khi đó ta có :

$$2x=\sqrt{3}.x^2 \Leftrightarrow \sqrt{3}.x^2-2x=0 \Leftrightarrow x\left(\sqrt{3}x-2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{2}{\sqrt{3}} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{2\sqrt{3}}{3} \end{array}\right..$$

Vậy có hai điểm trên (P) có tung độ gấp đôi hoành độ là $(0;0)$ và $\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3};\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\right)$.

Câu 5. Cho hai đường thẳng $(d):y=(2m-3)x+7$ và $(d'):y=-x-m+1$ là đồ thị của hai hàm số bậc nhất. Với giá trị nào của m thì $(d)//(d')$?

A. $m=-1$. **B.** $m=-6$. **C.** $m\neq 1$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn D

$$(d)//(d') \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-3=-1 \\ 7\neq -m+1 \end{cases} \Leftrightarrow m=1$$

Câu 6. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x+3y=-2 \\ -3x+2y=3 \end{cases}$. Nghiệm của hệ phương trình là (x,y). Tính $x+y$?

A. $x+y=-1$. **B.** $x+y=1$. **C.** $x+y=0$. **D.** $x+y=2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

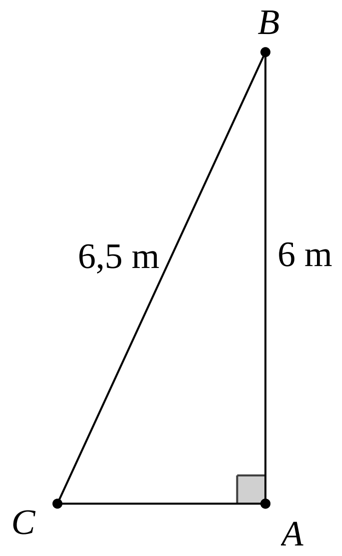
$$\begin{cases} 2x+3y=-2 \\ -3x+2y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow x+y=-1.$$

Câu 7. Một con mèo ở trên cành cây cao $6m$. Để bắt mèo xuống cần phải đặt thang sao cho đầu thang đạt độ cao đó. Khi đó, góc của thang so với mặt đất là bao nhiêu, biết chiếc thang dài $6,5m$.

A. 67°. **B.** $67^\circ 22'$. **C.** $67^\circ 2'$. **D.** $24^\circ 38'$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử AC là mặt đất, con mèo ở vị trí B, thang ở vị trí BC. Khi đó $\widehat{ACB}$ là góc tạo bởi thang với mặt đất.

Xét ΔABC vuông tại A có : $\sin C = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{6}{6,5} \Rightarrow \widehat{C} \approx 67^\circ 22'$.

Câu 14. Sắp xếp các tỉ số lượng giác $\sin 51^\circ$, $\cos 27^\circ$, $\sin 66^\circ$, $\cos 80^\circ$ theo thứ tự tăng dần:

A. $\sin 51^\circ < \cos 27^\circ < \sin 66^\circ < \cos 80^\circ$. **B.** $\sin 51^\circ < \sin 66^\circ < \cos 27^\circ < \cos 80^\circ$.

C. $\cos 80^\circ < \sin 66^\circ < \cos 27^\circ < \sin 51^\circ$. **D.** $\cos 80^\circ < \sin 51^\circ < \cos 27^\circ < \sin 66^\circ$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\cos 27^\circ = \sin 63^\circ$; $\cos 80^\circ = \sin 20^\circ$

Mà $\sin 20^\circ < \sin 51^\circ < \sin 63^\circ < \sin 66^\circ$ suy ra $\cos 80^\circ < \sin 51^\circ < \cos 27^\circ < \sin 66^\circ$.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. 1) Trong phòng thí nghiệm Hóa , thầy Minh đưa cho hai bạn Dũng và Thảo một lọ $200\,g$ dung dịch muối có nồng độ 15%. Thầy muốn hai bạn tạo ra dung dịch muối có nồng độ 20%. Dũng nói cần pha thêm nước. Thảo nói cần pha thêm muối. Theo em cần pha thêm muối hay nước và pha thêm một lượng bao nhiêu gam? (Chỉ thêm muối hoặc nước)

2) Một hộp phomai con bò cười gồm có 8 miếng, độ dày mỗi miếng là $20\,mm$, nếu xếp chúng lại trên một đĩa thì thành hình trụ có đường kính $100\,mm$.

a) Tính thể tích của miếng phomai.

b) Biết khối lượng của mỗi miếng phomai là $15\,g$, hãy tính trọng lượng riêng của nó? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

(Biết trọng lượng riêng của vật cho bởi công thức $d = \dfrac{P}{V}$. Trong đó trọng lượng của vật là $P = 9,8.m$, đơn vị N ,với m là khối lượng vật đơn vị kg; V là thể tích vật, đơn vị m^3; d có đơn vị N/m^3).

Lời giải

1) Cần pha thêm muối.

Gọi lượng muối cần pha thêm là $x\left(g\right)\ \left(x>0\right)$

Lượng muối ban đầu là $200.15\% = 30\left(g\right)$

Sau khi pha thêm muối tạo ra dung dịch muối có nồng độ 20% nên ta có phương trình:

$$\frac{\left(30+x\right).100}{200+x}\% = 20\% \Leftrightarrow \left(30+x\right).5 = 200+x \Leftrightarrow 4x = 50$$
$$\Leftrightarrow x = 12,5\left(\text{thỏa mãn điều kiện}\right)$$

Vậy cần pha thêm $12,5$ gam muối.

2) a) Thể tích của 8 miếng phomai là:

$$V = S.h = \pi R^2 h \approx 3,14.50^2.20 = 157000\left(mm^3\right) = 0,000157\left(m^3\right)$$

b) Đổi $15\,g = 0,015\,kg$

Trọng lượng riêng của miếng phomai là:

$$d = \frac{P}{V} = \frac{9,8.0,015.8}{0,000157} \approx 7490\left(N/m^3\right).$$

Câu 2. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 3x - y = 2m - 1 \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases}$ (1).

1) Giải hệ phương trình đã cho khi $m = 1$.

2) Tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc giá trị của m.

3) Tìm m để hệ (1) có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn: .

Lời giải

1) Thay $m = 1$vào hệ đã cho ta được hệ $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 2y = 2 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 7 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$.

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x, y) = (1; 2)$.

2) $\begin{cases} 3x - y = 2m - 1 \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x - 3y = 6m - 3 \\ 2x + 4y = 6m + 4 \end{cases}$

Trừ vế cho vế hai phương trình của hệ ta được $7x - 7y = -7 \Leftrightarrow x - y = -1$.

Vậy $x - y = -1$.

3) $\begin{cases} 3x - y = 2m - 1 \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x - 3y = 6m - 3 \\ 2x + 4y = 6m + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x - 7y = -7 \\ 2x + 4y = 6m + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = -1 \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 1 \\ y - 1 + 2y = 3m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 1 \\ 3y = 3m + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 1 \\ y = m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ y = m + 1 \end{cases}$.

Ta có $x^2 + y^2 = 10 \Leftrightarrow m^2 + (m+1)^2 = 10 \Leftrightarrow m^2 + m^2 + 2m + 1 = 10 \Leftrightarrow 2m^2 + 2m - 9 = 0$

$\Leftrightarrow m = \dfrac{-1 \pm \sqrt{19}}{2}$.

Vậy $m = \dfrac{-1 \pm \sqrt{19}}{2}$.

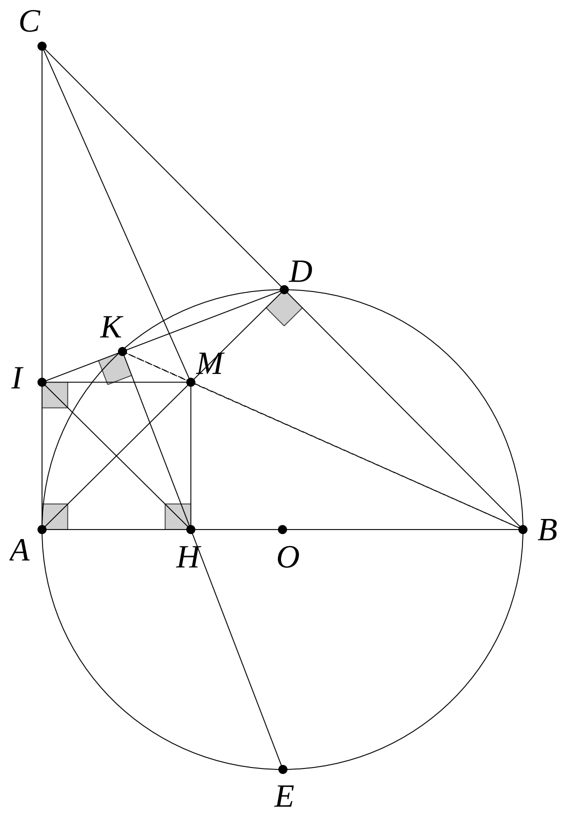
Câu 3. Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Đường tròn đường kính AB cắt BC tại D(D khác B). Lấy điểm M bất kì trên AD. Kẻ MH, MI lần lượt vuông góc với AB, AC $(H \in AB,\ I \in AC)$.

1) Chứng minh tứ giác $MDCI$ là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh $\widehat{MID} = \widehat{MBC}$.

3) Kẻ $HK \perp ID$ $(K \in ID)$. Chứng minh K, M, B thẳng hàng và đường thẳng HK luôn đi qua một điểm cố định khi M di động trên AD.

Lời giải



1) Xét (O) có $\widehat{ADB} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow AD \perp BC$

$\Rightarrow \widehat{MDC} = 90°$.

Lại có $\widehat{MIC} = 90°$ (vì $MI \perp AC$).

Xét tứ giác $MDCI$ có $\widehat{MDI} + \widehat{MIC} = 180°$

$\Rightarrow MDIC$ là tứ giác nội tiếp.

2) ΔABC vuông cân tại A có AD là đường cao

suy ra AD đồng thời là đường trung trực.

$\Rightarrow MB = MC \Rightarrow \Delta MBC$ cân tại M $\Rightarrow \widehat{MBC} = \widehat{MCB}$ (1)

Vì $MDIC$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{MID} = \widehat{MCD}$ (2) (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{MD}$)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{MID} = \widehat{MBC}$.

3) Tứ giác $AIMH$ có $\widehat{AIM} = \widehat{AHM} = \widehat{IAH} = 90° \Rightarrow AIMH$ là hình vuông $\Rightarrow \widehat{IMH} = 90°$
.

Ta có $\widehat{IAH} = \widehat{IKH} = \widehat{IMH} = 90° \Rightarrow$ năm điểm A, I, K, M, H cùng thuộc đường tròn đường kính IH.

$\Rightarrow AIKM$ là tứ giác nội tiếp.

$\Rightarrow \widehat{AIK}+\widehat{AMK}=180^\circ\ (3)$

Ta có $\widehat{AIK}=\widehat{AIM}+\widehat{MID}=90^\circ+\widehat{MID}$

$\widehat{AMB}=\widehat{ADB}+\widehat{MBC}=90^\circ+\widehat{MBC}$ (góc ngoài của ΔMBD)

Mà $\widehat{MID}=\widehat{MBC}\Rightarrow \widehat{AIK}=\widehat{AMB}\ (4)$

Từ (3) và $(4)\Rightarrow \widehat{AMB}+\widehat{AMK}=180^\circ\Rightarrow \widehat{BMK}=180^\circ$

$\Rightarrow K$, M, B thẳng hàng.

Vì $AIKM$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AIM}=\widehat{AKM}=90^\circ$

Vì K, M, B thẳng hàng $\Rightarrow \widehat{AKM}=\widehat{AKB}=90^\circ\Rightarrow K\in(O)$.

Gọi E là giao điểm KH và (O).

Vì $AIMH$ là hình vuông $\Rightarrow \widehat{AIH}=45^\circ$

mà $AIKH$ là tứ giác nội tiếp $\widehat{AIH}=\widehat{AKH}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{AH}$)

$\Rightarrow \widehat{AKE}=45^\circ\Rightarrow$ sđ $\overset{\frown}{AE}=90^\circ\Rightarrow E$ cố định.

Do đó HK luôn đi qua điểm E cố định khi M di động trên AD

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

TRƯỜNG THCS DỊCH VỌNG

(Đề thi gồm 01 trang)

Đề số 26

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2020 – 2021. MÔN: TOÁN 9

(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề)

Câu 1. *(2,0 điểm)*

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{2\left(\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}+2}$ và $B=\left(\dfrac{15-\sqrt{x}}{x-25}+\dfrac{2}{\sqrt{x}+5}\right):\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ với $x\ge 0; x\ne 25$

.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=4$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $B\ge A$.

Câu 2. *(2,0 điểm)*

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một lâm trường dự định trồng $75\,\text{ha}$ rừng trong một số tuần. Do mỗi tuần trồng vượt mức $5\,\text{ha}$ so với kế hoạch nên đã trồng được $80\,\text{ha}$ và hoàn thành sớm hơn 1 tuần. Hỏi mỗi tuần lâm trường dự định trồng bao nhiêu ha rừng?

2) Một chiếc cốc có dạng hình trụ với chiều cao $8\,\text{cm}$, bán kính đáy là $3\,\text{cm}$. Hỏi chiếc cốc này có đựng được $180\,\text{ml}$ sữa không? (Bỏ qua bề dày của chiếc cốc).

Câu 3. *(2,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}\left(x^2-2x\right)+3y=5\\ 2\left(x^2-2x\right)-3y=-8\end{cases}$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\left(d\right): y=mx+m+1$ và parabol $\left(P\right): y=x^2$

a) Tìm m để $\left(d\right)$ cắt $\left(P\right)$ tại hai điểm phân biệt A, B.

b) Gọi x_1, x_2 là hoành độ của điểm A và B. Tìm m sao cho $\left|x_1-x_2\right|=2$.

Câu 4. *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn $\left(O\right)$ có hai đường kính AB và MN vuông góc với nhau. Trên tia đối của tia MA lấy điểm C khác điểm M. Kẻ MH vuông góc với BC (H thuộc BC).

a) Chứng minh $BOMH$ là tứ giác nội tiếp.

b) MB cắt OH tại E. Chứng minh HO là tia phân giác của góc MHB.

c) Chứng minh: $ME.MH = BE.HC$.

d) Gọi giao điểm của đường tròn (O) với đường tròn ngoại tiếp ΔMHC là K.

Chứng minh ba điểm $C;K;E$ thẳng hàng.

Câu 5. *(0,5 điểm)*

Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x+y+z=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=\frac{1}{x^2+y^2+z^2}+\frac{2020}{xy+yz+zx}.$$

☙ HẾT ❧

ĐÁP ÁN ĐỀ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT - TOÁN 9

TRƯỜNG THCS DỊCH VỌNG

Năm học: 2020 – 2021

Câu 1. Cho hai biểu thức $A=\frac{2\left(\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}+2}$ và $B=\left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25}+\frac{2}{\sqrt{x}+5}\right):\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ với $x\ge 0; x\ne 25$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=4$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $B\ge A$.

Lời giải

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=4$.

Thay $x=4$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A có:

$$A=\frac{2\left(\sqrt{4}-1\right)}{\sqrt{4}+2}=\frac{2.1}{4}=\frac{1}{2}$$

b) Rút gọn biểu thức B.

$$B=\left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25}+\frac{2}{\sqrt{x}+5}\right):\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$$

$$B=\left(\frac{15-\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}+\frac{2}{\sqrt{x}+5}\right):\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$$

$$B=\frac{15-\sqrt{x}+2\left(\sqrt{x}-5\right)}{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}.\frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+2}$$

$$B=\frac{15-\sqrt{x}+2\sqrt{x}-10}{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}.\frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+2}$$

$B=\dfrac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+5}.\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$

$B=\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}\ \left(x\ge 0;x\ne 25\right)$

c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $B\ge A$.

$B\ge A$

$\Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{x}+2}\ge \dfrac{2\left(\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}+2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{2\left(\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}+2}\ge 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{3-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}\ge 0$

$\Rightarrow 3-2\sqrt{x}\ge 0$ (vì $\sqrt{x}+2>0$ với mọi x thỏa mãn điều kiện)

$\Leftrightarrow \sqrt{x}\le \dfrac{3}{2}$

$\Leftrightarrow x\le \dfrac{9}{4}$

Kết hợp điều kiện $x\ge 0$; $x\ne 25\Rightarrow 0\le x\le \dfrac{9}{4}$ thì $B\ge A$.

Câu 2. 1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một lâm trường dự định trồng $75\,\text{ha}$ rừng trong một số tuần. Do mỗi tuần trồng vượt mức $5\,\text{ha}$ so với kế hoạch nên đã trồng được $80\,\text{ha}$ và hoàn thành sớm hơn 1 tuần. Hỏi mỗi tuần lâm trường dự định trồng bao nhiêu ha rừng?

2) Một chiếc cốc có dạng hình trụ với chiều cao $8\,\text{cm}$, bán kính đáy là $3\,\text{cm}$. Hỏi chiếc cốc này có đựng được $180\,\text{ml}$ sữa không? (Bỏ qua bề dày của chiếc cốc).

Lời giải

1) Gọi số ha rừng mà lâm trường dự định trồng trong mỗi tuần là x $\left(\text{ha};x>0\right)$

Thời gian trồng rừng theo kế hoạch là $\dfrac{75}{x}$ (tuần)

Thực tế mỗi tuần lâm trường trồng được $x+5$ $\left(\text{ha}\right)$

Thời gian trồng rừng thực tế là $\dfrac{80}{x+5}$ (tuần)

Vì thực tế lâm trường hoàn thành sớm hơn dự định 1 tuần nên ta có phương trình:

$$\dfrac{75}{x}-\dfrac{80}{x+5}=1$$

$$\Rightarrow 75.\left(x+5\right)-80.x=x.\left(x+5\right)$$

$\Leftrightarrow 75x+375-80x=x^2+5x$

$\Leftrightarrow x^2+10x-375=0$

Ta có $\Delta'=b'^2-ac=400>0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'}=20$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$x_1=\dfrac{-5+20}{1}=15$ (nhận); $x_2=\dfrac{-5-20}{1}=-25$ (loại).

Vậy số ha rừng lâm trường dự định trồng mỗi tuần là $15\left(\text{ha}\right)$.

2) Thể tích của chiếc cốc là: $\pi.3^2.8=226\left(\text{cm}^3\right)$

Vì $226\text{ cm}^3=226\text{ ml}>180\text{ ml}$.

Nên chiếc cốc này có thể đựng được 180 ml sữa.

Câu 3. 1) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}\left(x^2-2x\right)+3y=5\\ 2\left(x^2-2x\right)-3y=-8\end{cases}$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\left(d\right): y=mx+m+1$ và parabol $\left(P\right): y=x^2$

a) Tìm m để $\left(d\right)$ cắt $\left(P\right)$ tại hai điểm phân biệt A, B.

b) Gọi x_1, x_2 là hoành độ của điểm A và B. Tìm m sao cho $\left|x_1-x_2\right|=2$.

Lời giải

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}\left(x^2-2x\right)+3y=5\\ 2\left(x^2-2x\right)-3y=-8\end{cases}$

Đặt $x^2-2x=a$, ta có hệ phương trình $\begin{cases}a+3y=5\\ 2a-3y=-8\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}3a=-3\\ a+3y=5\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}a=-1\\ y=2\end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases}x^2-2x=-1\\ y=2\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x^2-2x+1=0\\ y=2\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\left(x-1\right)^2=0\\ y=2\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\ y=2\end{cases}$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = (1; 2)$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y = mx + m + 1$ và parabol $(P): y = x^2$

a) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) có:

$$x^2 = mx + m + 1$$
$$\Leftrightarrow x^2 - mx - m - 1 = 0; \qquad (1)$$

Ta có: $\Delta = b^2 - ac = (-m)^2 - 4(-m-1) = m^2 + 4m + 4 = (m+2)^2$

Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (m+2)^2 > 0 \Leftrightarrow m + 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2$

b) Gọi x_1, x_2 là hoành độ của điểm A và B. Tìm m sao cho $|x_1 - x_2| = 2$.

Áp dụng định lý Vi – et có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{-b}{a} = m \\ x_1.x_2 = \dfrac{c}{a} = -m - 1 \end{cases} \qquad (*)$$

Ta có: $|x_1 - x_2| = 2 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 4 \Leftrightarrow x_1^2 - 2x_1.x_2 + x_2^2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1.x_2 = 4$ $(**)$

Thay $(*)$ vào $(**)$ có: $m^2 - 4(-m-1) = 4 \Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 = 4 \Leftrightarrow m^2 + 4m = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = -4 \end{array}\right. \text{(nhận)}$$

Vậy $m \in \{0; -4\}$ thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 2$.

Câu 4. Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và MN vuông góc với nhau. Trên tia đối của tia MA lấy điểm C khác điểm M. Kẻ MH vuông góc với BC (H thuộc BC).

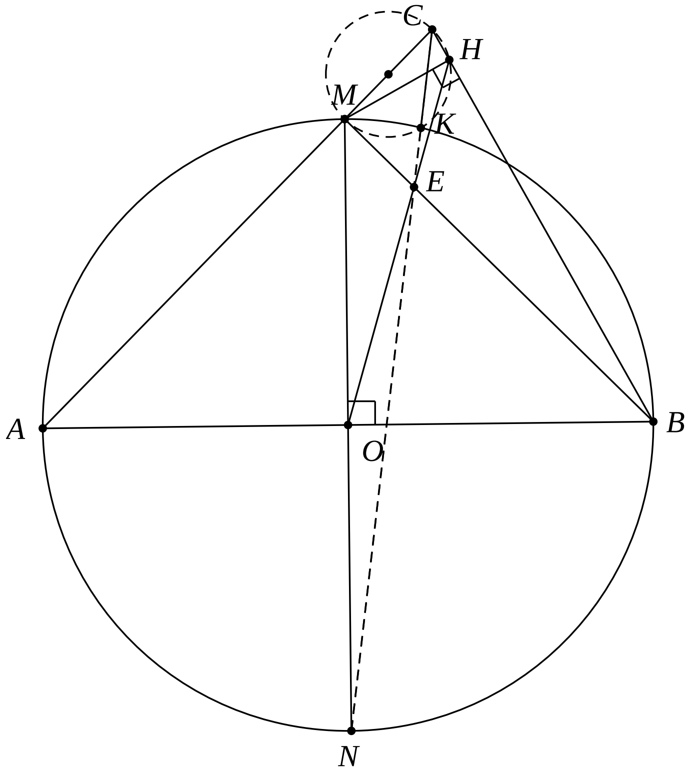
a) Chứng minh $BOMH$ là tứ giác nội tiếp.

b) MB cắt OH tại E. Chứng minh HO là tia phân giác của góc MHB.

c) Chứng minh: $ME.MH = BE.HC$

d) Gọi giao điểm của đường tròn (O) với đường tròn ngoại tiếp ΔMHC là K. Chứng minh ba điểm $C; K; E$ thẳng hàng.

Lời giải



a) Chứng minh $BOMH$ là tứ giác nội tiếp.

Ta có $AB \perp CD$ tại O nên $\widehat{MOA} = \widehat{MOB} = \widehat{NOA} = \widehat{NOB} = 90°$.

Ta có $MH \perp BC$ tại H nên $\widehat{MHC} = \widehat{MHB} = 90°$.

Xét tứ giác $BOMH$ có: $\widehat{MHB} + \widehat{MOB} = 90° + 90° = 180°$.

Mà hai góc ở vị trí đối nhau nên tứ giác $BOMH$ nội tiếp (dấu hiệu nhận biết).

b) MB cắt OH tại E. Chứng minh HO là tia phân giác của góc MHB.

Xét ΔMOB có $OM = OB = R$, $\widehat{MOB} = 90°$ nên ΔMOB vuông cân tại O nên

$\widehat{OBM} = \widehat{OMB}$; (1)

Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BOMH$ có: $\widehat{OBM} = \widehat{OHM}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{OM}$). và $\widehat{OMB} = \widehat{OHB}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{OB}$); (2)

Từ (1) và (2) có: $\widehat{OHM} = \widehat{OHB}$.

$\Rightarrow HO$ là tia phân giác của $\widehat{MHB}$.

c) Chứng minh: $ME.MH = BE.HC$

Xét tam giác ΔMHB có HO là phân giác của $\widehat{MHB}$; HO cắt MB tại E nên ta có:

$\dfrac{ME}{BE} = \dfrac{MH}{HB}$ (3)

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔBMC vuông tại M có MH là đường cao, ta có:

$HM^2 = HC.HB \Rightarrow \dfrac{HM}{HB} = \dfrac{HC}{HM}$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\dfrac{ME}{BE}=\dfrac{HC}{HM}$ $(5)\Rightarrow ME.HM=BE.HC$ (điều phải chứng minh).

d) Gọi giao điểm của đường tròn (O) với đường tròn ngoại tiếp ΔMHC là K. Chứng minh ba điểm $C;K;E$ thẳng hàng.

Vì $\widehat{MHC}=90°$ (chứng minh trên) nên đường tròn ngoại tiếp ΔMHC có đường kính là MC.

$\Rightarrow \widehat{MKC}=90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

MN là đường kính của đường tròn (O) nên $\widehat{MKN}=90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

$\Rightarrow \widehat{MKN}+\widehat{MKC}=180°$.

$\Rightarrow$ Ba điểm C, K, N thẳng hàng $(*)$.

Có $\widehat{BMC}$ kề bù với $\widehat{AMB}$.

Mà $\widehat{AMB}=90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

$\Rightarrow \widehat{BMC}=90°$.

Xét ΔMHC và ΔBMC có:

$\widehat{MCB}$ chung

$\widehat{BMC}=\widehat{MHC}(=90°)$

$\Rightarrow \Delta MHC\sim\Delta BMC$ (g.g).

$\Rightarrow \dfrac{HC}{HM}=\dfrac{MC}{BM}$ mà $MB=BN$ (do ΔMBN cân tại B).

$\Rightarrow \dfrac{HC}{HM}=\dfrac{MC}{BN}$, kết hợp $\dfrac{ME}{BE}=\dfrac{HC}{HM}$ (theo (5)).

$\Rightarrow \dfrac{MC}{BN}=\dfrac{ME}{BE}$.

Mà $\widehat{EBN}=\widehat{EMC}=90°$.

$\Rightarrow \Delta MCE\sim\Delta BNE$ (c.g.c).

$\Rightarrow \widehat{MEC}=\widehat{BEN}$ (hai góc tương ứng) mà $\widehat{MEC}+\widehat{BEC}=180°$ (do ba điểm M, E, B thẳng hàng).

$\Rightarrow \widehat{BEC}+\widehat{BEN}=180°$.

$\Rightarrow$ Ba điểm C, E, N thẳng hàng $(**)$.

Từ $(*)$ và $(**)$ suy ra bốn điểm C, K, E, N thẳng hàng.

$\Rightarrow$ Ba điểm C, K, E thẳng hàng (điều phải chứng minh).

Câu 5. Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x+y+z=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=\frac{1}{x^2+y^2+z^2}+\frac{2020}{xy+yz+zx}.$$

Lời giải

Áp dụng bất đẳng thức $(x+y+z)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)\geq 9$, ta có :

$$\left[\left(x^2+y^2+z^2\right)+\left(xy+yz+zx\right)+\left(xy+yz+zx\right)\right]\left(\frac{1}{x^2+y^2+z^2}+\frac{1}{xy+yz+zx}+\frac{1}{xy+yz+zx}\right)\geq 9$$

.

$$\Leftrightarrow\left(x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx\right)\left(\frac{1}{x^2+y^2+z^2}+\frac{1}{xy+yz+zx}+\frac{1}{xy+yz+zx}\right)\geq 9.$$

Hay $\frac{1}{x^2+y^2+z^2}+\frac{2}{xy+yz+zx}\geq 9$.

Ta có : $(x-y)^2+(y-z)^2+(x-z)^2\geq 0\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2\geq xy+yz+zx$

$$\Rightarrow(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)\geq 3(xy+yz+zx)$$

$$\Rightarrow xy+yz+zx\leq\frac{(x+y+z)^2}{3}=\frac{1}{3}$$

Từ đó suy ra:

$$P=\frac{1}{x^2+y^2+z^2}+\frac{2}{xy+yz+zx}+\frac{2018}{xy+yz+zx}\geq 9+6054=6063$$

$\Leftrightarrow P\geq 6063$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x=y=z=\frac{1}{3}$.

Vậy GTNN của $P=6063\Leftrightarrow x=y=z=\frac{1}{3}$.

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI

TRƯỜNG TH, THCS & THPT

ĐA TRÍ TUỆ

(Đề thi gồm 01 trang)

Đề số 27

ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2019 – 2020. MÔN: TOÁN

(Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian giao đề)

Bài 1. Cho hai biểu thức $P=\dfrac{x}{x-4}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$ và $Q=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$ với $x\geq 0$; $x\neq 4$; $x\neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức Q khi $x=64$.

2) Chứng minh $P=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$.

3) Với $x\in\mathbb{Z}$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $K=Q.(P-1)$.

Bài 2. 1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Hai ca nô cùng khởi hành từ A và B cách nhau 85 km và đi ngược chiều nhau. Sau 1 giờ 40 phút thì gặp nhau. Tính vận tốc của mỗi ca nô khi nước yên lặng, biết rằng vận tốc ca nô đi xuôi dòng lớn hơn vận tốc ca nô đi ngược dòng là 9 km/h và vận tốc dòng nước là 3 km/h.

2) Một hình nón có bán kính đáy bằng 5 cm và diện tích xung quanh là $65\pi\,\text{cm}^2$. Tính thể tích của khối nón đó.

Bài 3. 1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{2x-1}+\dfrac{1}{\sqrt{x-y}}=2\\ 2\sqrt{2x-1}-\dfrac{1}{\sqrt{x-y}}=1\end{cases}$.

2) Cho hàm số bậc nhất $y=(m-1)x+3-m$ với m là tham số và $m\neq 1$ có đồ thị là đường thẳng d.

a) Tìm m để d đi qua điểm $M(-1;4)$.

b) Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng d là lớn nhất.

Bài 4. Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

1) Chứng minh tứ giác $DCEH$ nội tiếp và $AD.AE=AH.AC$.

2) Tia AD và BE cắt đường tròn (O) lần lượt tại M và N. Chứng minh H và M đối xứng với nhau qua BC và ΔCMN cân.

3) Gọi K là trung điểm BC. Chứng minh bốn điểm D, E, F, K cùng thuộc một đường tròn.

Bài 5. Cho ba số a, b, c dương. Chứng minh $\frac{1}{a^2+bc}+\frac{1}{b^2+ac}+\frac{1}{c^2+ab}\le\frac{a+b+c}{2abc}$.

HẾT

ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT

NĂM HỌC 2019 – 2020. MÔN: TOÁN

TRƯỜNG TH, THCS & THPTĐA TRÍ TUỆ

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1. Cho hai biểu thức $P=\frac{x}{x-4}+\frac{1}{\sqrt{x}-2}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}$ và $Q=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$ với $x\ge 0$; $x\ne 4$; $x\ne 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức Q khi $x=64$.

2) Chứng minh $P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$.

3) Với $x\in\mathbb{Z}$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $K=Q.(P-1)$.

Lời giải

1) Tính giá trị của biểu thức Q khi $x=64$.

ĐKXĐ: $x\ge 0$; $x\ne 4$; $x\ne 9$

Thay $x=64$ (thỏa mãn điều kiện xác định) vào biểu thức Q ta được

$Q=\frac{\sqrt{64}-2}{\sqrt{64}-3}=\frac{6}{5}$.

Vậy khi $x=64$ thì $Q=\frac{6}{5}$.

2)Chứng minh $P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$.

Điều kiện: $x\ge 0$; $x\ne 4$; $x\ne 9$.

$$P=\frac{x}{x-4}+\frac{1}{\sqrt{x}-2}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}$$

$$=\frac{x}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}+\frac{1}{\sqrt{x}-2}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}$$

$$=\frac{x+\sqrt{x}+2+\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{x+2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$=\dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$

$=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$.

Vậy $P=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$(điều phải chứng minh).

3) Với $x\in\mathbb{Z}$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $K=Q.\left(P-1\right)$.

ĐKXĐ: $x\geq 0$; $x\neq 4$; $x\neq 9$

Ta có $K=Q.\left(P-1\right)$

$$=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}.\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-1\right)=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}.\frac{\sqrt{x}-\left(\sqrt{x}-2\right)}{\sqrt{x}-2}=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}.\frac{\sqrt{x}-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$$

$=\dfrac{2}{\sqrt{x}-3}$.

+) Trường hợp 1: $\begin{cases}0\leq x<9\\ x\neq 4\end{cases}$ thì $\sqrt{x}-3<0\Rightarrow\dfrac{2}{\sqrt{x}-3}<0\Rightarrow K<0$. $\left(1\right)$

+) Trường hợp 2:

Ta có: $\left.\begin{matrix}x>9\\ x\in\mathbb{Z}\end{matrix}\right\}\Rightarrow x\geq 10$.

$\Rightarrow\sqrt{x}\geq\sqrt{10}\Leftrightarrow\sqrt{x}-3\geq\sqrt{10}-3>0\Rightarrow\dfrac{2}{\sqrt{x}-3}\leq\dfrac{2}{\sqrt{10}-3}\Rightarrow K\leq\dfrac{2}{\sqrt{10}-3}$

$\Rightarrow K\leq 6+2\sqrt{10}$ $\quad\left(2\right)$

Từ $\left(1\right)$ và $\left(2\right)\Rightarrow K\leq 6+2\sqrt{10}$ với mọi $x\geq 0$; $x\neq 4$; $x\neq 9$

Đẳng thức xảy ra khi $x=10$

Vậy với $x=10$ thì giá trị lớn nhất của K là $6+2\sqrt{10}$.

Bài 2. 1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Hai ca nô cùng khởi hành từ A và B cách nhau 85 km và đi ngược chiều nhau. Sau 1 giờ 40 phút thì gặp nhau. Tính vận tốc của mỗi ca nô khi nước yên lặng, biết rằng vận tốc ca nô đi xuôi dòng lớn hơn vận tốc ca nô đi ngược dòng là 9 km/h và vận tốc dòng nước là 3 km/h.

2) Một hình nón có bán kính đáy bằng 5 cm và diện tích xung quanh là $65\pi\,\text{cm}^2$. Tính thể tích của khối nón đó.

Lời giải

1) Gọi vận tốc thực của ca nô đi xuôi dòng từ A là x (km/h) ($x>6$).

$\Rightarrow$ vận tốc ca nô đi xuôi dòng là $x+3$ (km/h).

Gọi vận tốc thực của ca nô đi ngược dòng từ B là y (km/h) ($y>3$).

$\Rightarrow$ vận tốc ca nô đi ngược dòng là $y-3$ (km/h).

Vận tốc ca nô đi xuôi dòng lớn hơn vận tốc ca nô đi ngược dòng là 9 km/h, ta có phương trình:

$$x+3-(y-3)=9 \Leftrightarrow x-y=3 \qquad (1).$$

Đổi 1 giờ 40 phút = $\frac{5}{3}$ giờ.

Quãng đường ca nô đi xuôi dòng $\frac{5}{3}$ giờ dài là $\frac{5}{3}(x+3)$ (km).

Quãng đường ca nô đi ngược dòng $\frac{5}{3}$ giờ dài là $\frac{5}{3}(y-3)$ (km).

Hai ca nô cùng khởi hành ngược chiều nhau từ A; B cách nhau 85 km và gặp nhau sau $\frac{5}{3}$ giờ nên tổng quãng đường hai ca nô đi chính bằng khoảng cách từ A đến B, ta có phương trình:

$$\frac{5}{3}(x+3)+\frac{5}{3}(y-3)=85 \Leftrightarrow x+y=51 \qquad (2).$$

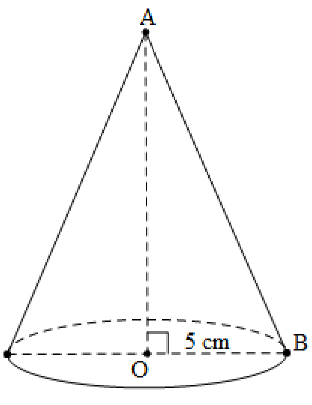
Từ (1) và (2) suy ra x và y là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x-y=3 \\ x+y=51 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=54 \\ x-y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=27 \\ y=24 \end{cases} \text{(thỏa mãn).}$$

Vậy vận tốc thực của ca nô đi xuôi dòng là 27 (km/h).

vận tốc thực của ca nô đi ngược dòng là 24 (km/h).

2) Một hình nón có bán kính đáy bằng 5 cm và diện tích xung quanh là 65π cm^2. Tính thể tích của khối nón đó.



Ta có: $S_{xq}=\pi rl=\pi.5.AB=65\pi \Rightarrow AB=13$ cm.

Áp dụng định lý Pytago cho ΔOAB vuông tại O có:

$AB^2=OA^2+OB^2 \Rightarrow 13^2=OA^2+5^2 \Rightarrow OA^2=144 \Rightarrow OA=12$ cm

Vậy thể tích khối nón là: $V=\frac{1}{3}\pi r^2h \Rightarrow V=\frac{1}{3}\pi.OB^2.OA \Rightarrow V=\frac{1}{3}\pi.5^2.12=100\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Bài 3. 1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{2x-1}+\dfrac{1}{\sqrt{x-y}}=2 \\ 2\sqrt{2x-1}-\dfrac{1}{\sqrt{x-y}}=1 \end{cases}$.

2) Cho hàm số bậc nhất $y=(m-1)x+3-m$ với m là tham số và $m\neq 1$ có đồ thị là đường thẳng d.

a) Tìm m để d đi qua điểm $M(-1;4)$.

b) Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng d là lớn nhất.

Lời giải

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{2x-1}+\dfrac{1}{\sqrt{x-y}}=2 \\ 2\sqrt{2x-1}-\dfrac{1}{\sqrt{x-y}}=1 \end{cases}$.

Điều kiện: $x>y$, $x\geq \dfrac{1}{2}$.

Đặt $\begin{cases} a=\sqrt{2x-1} \\ b=\dfrac{1}{\sqrt{x-y}} \end{cases}$ ($a\geq 0$, $b>0$) ta có hệ phương trình:

$\begin{cases} a+b=2 \\ 2a-b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a=3 \\ a+b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ a+b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$ (thỏa mãn)

$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2x-1}=1 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x-y}}=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-1=1 \\ x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$ (thỏa mãn).

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(1;0)$.

2) Xét hàm số bậc nhất $(d): y=(m-1)x+3-m$ với m là tham số và $m\neq 1$.

a) Tìm m để d đi qua điểm $M(-1;4)$.

Thay $x=-1$; $y=4$ vào hàm số của d ta có: $4=(m-1).(-1)+3-m \Rightarrow m=0$ (thỏa mãn).

Vậy $m=0$ thì d đi qua điểm $M(-1;4)$.

b) Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng d là lớn nhất.

Xét $(d): y=(m-1)x+3-m$ $(m\neq 1)$.

+) Khi $3-m=0 \Leftrightarrow m=3$: $(d): y=2x$ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ O nên khoảng cách từ O đến đường thẳng d bằng 0.

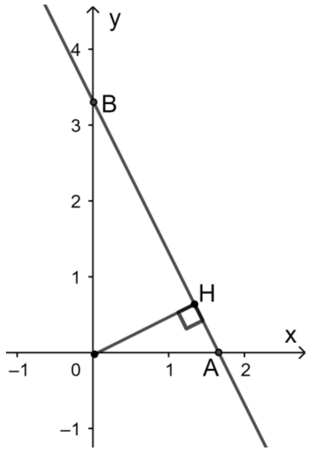
+) Khi $\begin{cases} 3-m\neq 0 \\ m-1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 3 \\ m\neq 1 \end{cases}$

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của d với trục Ox và Oy.

$\Rightarrow A=\left(\dfrac{m-3}{m-1};0\right);\ B\left(0;3-m\right)$

$\Rightarrow OA=\left|\dfrac{m-3}{m-1}\right|;\ OB=\left|3-m\right|=\left|m-3\right|.$

Gọi OH là khoảng cách từ O đến đường thẳng d.



Áp dụng hệ thức lượng cho ΔOAB vuông tại O có:

$\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{OH^2}=\left(\dfrac{m-1}{m-3}\right)^2+\dfrac{1}{\left(m-3\right)^2}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{\left(m-1\right)^2+1}{\left(m-3\right)^2}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{m^2-2m+2}{\left(m-3\right)^2}=\dfrac{m^2-6m+9+4m-12+5}{\left(m-3\right)^2}=\dfrac{\left(m-3\right)^2+4\left(m-3\right)+5}{\left(m-3\right)^2}$

$=\dfrac{5}{\left(m-3\right)^2}+\dfrac{4}{m-3}+1$

Đặt $t=\dfrac{1}{m-3}\left(t\neq 0\right)$

$\Rightarrow \dfrac{1}{OH^2}=5t^2+4t+1\Rightarrow \dfrac{1}{OH^2}=5\left(t+\dfrac{2}{5}\right)^2+\dfrac{1}{5}.$

Vì $\left(t+\dfrac{2}{5}\right)^2\geq 0,\ \forall t\neq 0$

$\Rightarrow 5\left(t+\dfrac{2}{5}\right)^2+\dfrac{1}{5}\geq\dfrac{1}{5}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{OH^2}\geq\dfrac{1}{5}$

$\Rightarrow OH\leq\sqrt{5}$

Suy ra OH lớn nhất bằng $\sqrt{5}$ khi $t=-\dfrac{2}{5}\Rightarrow\dfrac{1}{m-3}=-\dfrac{2}{5}\Rightarrow m=\dfrac{1}{2}$ (thỏa mãn).

Vậy $m = \dfrac{1}{2}$ thì khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng d là lớn nhất.

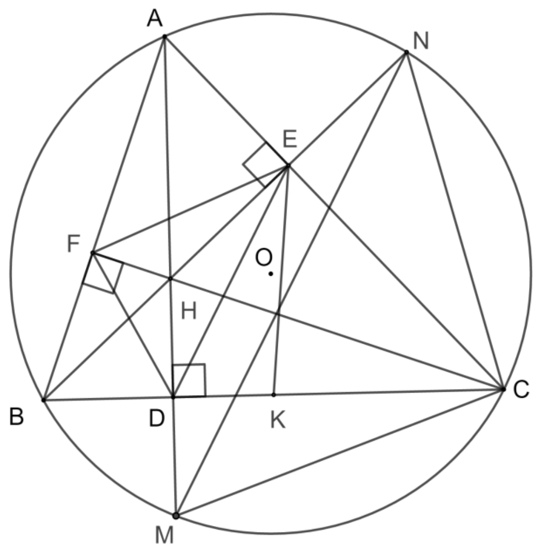
Bài 4. Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

1) Chứng minh tứ giác $DCEH$ nội tiếp và $AD.AH = AE.AC$.

2) Tia AD và BE cắt đường tròn (O) lần lượt tại M và N. Chứng minh H và M đối xứng với nhau qua BC và ΔCMN cân.

3) Gọi K là trung điểm BC. Chứng minh bốn điểm D, E, F, K cùng thuộc một đường tròn.

Lời giải



1) Chứng minh tứ giác $DCEH$ nội tiếp và $AD.AH = AE.AC$

Xét ΔABC có $AD \perp BC \Rightarrow \widehat{ADC} = 90°$ hay $\widehat{HDC} = 90°$.

$BE \perp AC \Rightarrow \widehat{BEC} = 90°$ hay $\widehat{HEC} = 90°$.

$CF \perp AB \Rightarrow \widehat{CFA} = 90°$ hay $\widehat{HFA} = 90°$.

Xét tứ giác $DCEH$ có $\widehat{HDC} + \widehat{HEC} = 90° + 90° = 180°$

$\Rightarrow DCEH$ là tứ giác nội tiếp.

Xét ΔADC vuông tại D và ΔAHE vuông tại E có:

$\widehat{DAC}$ chung

$\Rightarrow \Delta ADC \backsim \Delta AEH$ (g-g).

$\Rightarrow \dfrac{AD}{AE} = \dfrac{AC}{AH}$

$\Rightarrow AD.AH = AE.AC$

2) Tia AD và BE cắt đường tròn (O) lần lượt tại M và N. Chứng minh H và M đối xứng với nhau qua BC và ΔCMN cân.

Xét (O) có $\widehat{BAM} = \widehat{BCM}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn $\overparen{BM}$) $\Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{BCM}$ (1).

Xét ΔABD vuông tại D có $\widehat{BAD}+\widehat{ABD}=90^\circ$ (2).

Xét ΔCBF vuông tại F có $\widehat{BCF}+\widehat{CBF}=90^\circ \Rightarrow \widehat{ABD}+\widehat{BCH}=90^\circ$ (3).

Từ $(1)\,(2)\,(3) \Rightarrow \widehat{BCM}=\widehat{BCH} \Rightarrow CB$ là phân giác của $\widehat{HCM}$.

Xét ΔHCM có CB là phân giác của $\widehat{HCM}$

$HM \perp BC$ tại D

$\Rightarrow \Delta HCM$ cân tại C

$\Rightarrow CB$ đồng thời là trung trực của HM

$\Rightarrow H$ đối xứng với M qua BC.

* Chứng minh tương tự có:

$\widehat{ABN}=\widehat{ACN}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{AN}$)

$\widehat{ABN}=\widehat{ACF}$ (cùng phụ $\widehat{BAE}$)

$\Rightarrow \widehat{ACN}=\widehat{ACF}$

$\Rightarrow CA$ là phân giác của $\widehat{FCN}$

Xét ΔHCN có CA là phân giác của $\widehat{FCN}$

$CA \perp HN$ tại E

$\Rightarrow \Delta HCN$ cân tại C

$\Rightarrow CH=CN$

Mà $CH=CM$ (ΔHCM cân tại C)

$\Rightarrow CM=CN$

$\Rightarrow \Delta CMN$ cân tại C.

3) Gọi K là trung điểm BC. Chứng minh bốn điểm D, E, F, K cùng thuộc một đường tròn.

Xét ΔBEC vuông tại E có:

+) EK là trung tuyến ứng với cạnh BC

$\Rightarrow EK=BK$

$\Rightarrow \Delta KBE$ cân tại K

$\Rightarrow \widehat{KBE}=\widehat{KEB}$.

+) $\widehat{EKC}$ là góc ngoài tam giác tại đỉnh K

$\Rightarrow \widehat{EKC}=\widehat{KBE}+\widehat{KEB}$

$\Rightarrow \widehat{EKC}=2\widehat{KBE}$.

Xét tứ giác $AEHF$ có: $\widehat{AEH}+\widehat{AFH}=90^\circ+90^\circ=180^\circ$

$\Rightarrow AEHF$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{EFH}=\widehat{HAE}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{HE}$) (4).

Xét tứ giác $AEDB$ có: $\widehat{AEB}=\widehat{ADB}=90^\circ$

Mà 2 góc này có đỉnh D, E kề nhau cùng nhìn cạnh AB dưới một góc 90°

$\Rightarrow AEDB$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{DAE} = \widehat{EBD}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{DE}$)hay $\widehat{HAE} = \widehat{HBD}$ (5).

Xét tứ giác $BDHF$ nội tiếp có: $\widehat{BFH} + \widehat{BDH} = 90° + 90° = 180°$

$\Rightarrow BDHF$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{HBD} = \widehat{DFH}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{HD}$) (6).

Từ $(4)(5)(6) \Rightarrow \widehat{EFH} = \widehat{DFH}$

Mà $\widehat{EFH} + \widehat{DFH} = \widehat{DFE}$

$\Rightarrow \widehat{DFE} = 2\widehat{DFH} = 2\widehat{HBD}$ hay $\widehat{DFE} = 2\widehat{KBE}$

Mà $\widehat{EKC} = 2\widehat{KBE}$

$\Rightarrow \widehat{DFE} = \widehat{EKC}$.

Xét tứ giác $DFEK$ có $\widehat{DFE} = \widehat{EKC}$

$\Rightarrow DFEK$ là tứ giác nội tiếp (tứ giác có góc ngoài bằng góc trong đỉnh đối).

$\Rightarrow D, E, F, K$ cùng thuộc một đường tròn.

Bài 5. Cho ba số a, b, c dương. Chứng minh $\dfrac{1}{a^2+bc} + \dfrac{1}{b^2+ac} + \dfrac{1}{c^2+ab} \le \dfrac{a+b+c}{2abc}$.

Lời giải

Áp dụng bất đẳng thức Cosi ta có

$$a^2 + bc \ge 2a\sqrt{bc} \Rightarrow \frac{2}{a^2+bc} \le \frac{1}{a\sqrt{bc}} = \sqrt{\frac{1}{ab}.\frac{1}{ac}} \le \frac{1}{2}\left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{ac}\right) \quad (1).$$

Tương tự có: $\dfrac{2}{b^2+ac} \le \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{ba} + \dfrac{1}{bc}\right)$ (2).

$$\frac{2}{c^2+ab} \le \frac{1}{2}\left(\frac{1}{ca} + \frac{1}{cb}\right) \quad (3).$$

Cộng vế với vế của $(1)(2)(3)$ ta được:

$$\frac{2}{a^2+bc} + \frac{2}{b^2+ac} + \frac{2}{c^2+ab} \le \frac{1}{2}\left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{ac}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{ba} + \frac{1}{bc}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{ca} + \frac{1}{cb}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{a^2+bc} + \frac{2}{b^2+ac} + \frac{2}{c^2+ab} \le \frac{1}{2}\left(\frac{2}{ab} + \frac{2}{bc} + \frac{2}{ca}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a^2+bc} + \frac{1}{b^2+ac} + \frac{1}{c^2+ab} \le \frac{1}{2}\left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a^2+bc} + \frac{1}{b^2+ac} + \frac{1}{c^2+ab} \le \frac{a+b+c}{2abc}$$ (điều phải chứng minh).

Đẳng thức xảy ra khi $a = b = c$

HẾT

UBND QUẬN LONG BIÊN

TRƯỜNG THCS CỰ KHỐI

(Đề thi gồm 01 trang)

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO 10 THPT

NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn thi: Toán

Ngày thi:

Đề số 27

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{5}{1-\sqrt{x}}+\dfrac{4}{x-1}$ (với $x\geq 0$, $x\neq 1$)

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x=4$.

2. Rút gọn biểu thức B và tìm giá trị của x để $B<1$.

3. Tìm $x\in\mathbb{R}$ để biểu thức $P=A.B$ có giá trị là số nguyên.

Bài 2. (2,5 điểm) 1. ***Giải bài toán bằng cách lập phương trình***

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 7 giờ 12 phút đầy bể. Nếu mở vòi 1 chảy trong 5 giờ rồi khóa lại, mở tiếp vòi 2 chảy trong 6 giờ thì cả hai vòi chảy được $\dfrac{3}{4}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

2. Một cây lăn sơn tường có dạng là một khối trụ với bán kính đáy là 5cm và chiều cao (chiều dài lăn) là 30 cm. Nhà sản xuất cho biết sau khi lăn 500 vòng thì cây sơn tường có thể sẽ bị hỏng. Tính diện tích mà cây sơn tường sơn được trước khi hỏng.

Bài 3. (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\dfrac{3}{x-1}+\dfrac{1}{\sqrt{y+2}}=4\\ \dfrac{2}{x-1}+\dfrac{3}{\sqrt{y+2}}=5\end{cases}$

2. Cho phương trình: $x^2-(2m+3)x-2m-4=0\ (1)$

a. Giải phương trình khi $m=2$.

b. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1,x_2 sao cho $|x_1-x_2|=5$

Bài 4. (3,0 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$, kẻ đường kính AD. Lấy điểm C thuộc $(O;R)$ sao cho $CD=R$. Qua C kẻ đường thẳng vuông góc với AD cắt AD tại H và cắt đường tròn (O) tại B.

1. Chứng minh $CH^2=AH.DH$ và $\widehat{CDA}=60^\circ$.

2. Lấy điểm M bất kì thuộc cạnh AB $(M \neq A, B)$. Trên tia đối của tia CA lấy N sao cho $BM = CN$, chứng minh: $\Delta BMD = \Delta CND$ và tứ giác $AMDN$ nội tiếp.

3. MN cắt BC tại I. Chứng minh I là trung điểm của MN.

4. Tia DM cắt (O) tại E và tia DI cắt (O) tại F. Chứng minh rằng khi M di chuyển trên $AB(M \neq A \text{ và } B)$ thì EF luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

Bài 5. (0,5 điểm) Cho $a, b, c > 0$ và $a + b + c = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$A = \frac{ab}{\sqrt{c+ab}} + \frac{bc}{\sqrt{a+bc}} + \frac{ca}{\sqrt{b+ca}}$$

ĐÁP ÁN ĐỀ TUYỂN SINH VÀO 10 THPT

TRƯỜNG THCS CỰ KHỐI

Năm học: 2020-2021

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ và $B = \dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1} - \dfrac{5}{1-\sqrt{x}} + \dfrac{4}{x-1}$ (với $x \geq 0$, $x \neq 1$)

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$

2. Rút gọn biểu thức B và tìm giá trị của x để $B < 1$

3. Tìm $x \in \mathbb{R}$ để biểu thức $P = A.B$ có giá trị là số nguyên

Lời giải

1. Với $x = 4$ (thỏa mãn điều kiện) thay vào A ta được

$$A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{4}-1}{\sqrt{4}+1} = \frac{1}{3}$$

Vậy với $x = 4$ thì $A = \dfrac{1}{3}$

2. Với $x \geq 0$, $x \neq 1$ ta có

$$B=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}-\frac{5}{1-\sqrt{x}}+\frac{4}{x-1}=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}+\frac{5}{\sqrt{x}-1}+\frac{4}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-1\right)+5\left(\sqrt{x}+1\right)+4}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$=\frac{x+2\sqrt{x}-3+5\sqrt{x}+5+4}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{x+7\sqrt{x}+6}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+6\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$$

Vậy $B=\frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$ Với $x\geq 0\,,x\neq 1$

Với $B<1$ ta có

$$\frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}<1\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}-1<0\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}+6-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}<0\Leftrightarrow\frac{7}{\sqrt{x}-1}<0\Leftrightarrow\sqrt{x}-1<0\Leftrightarrow x<1$$

Kết hợp với điều kiện ta có để $B<1$ thì $0\leq x<1$

3. Ta có $P=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}.\frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}=\frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}+1}=1+\frac{5}{\sqrt{x}+1}$

Nhận xét $1<P\leq 6$

Để P có giá trị là số nguyên thì $P\in\{\,2;3;4;5;6\}$

$$P=2\Rightarrow 1+\frac{5}{\sqrt{x}+1}=2\Rightarrow\frac{5}{\sqrt{x}+1}=1\Rightarrow\sqrt{x}+1=5\Rightarrow x=16$$

$$P=3\Rightarrow 1+\frac{5}{\sqrt{x}+1}=3\Rightarrow\frac{5}{\sqrt{x}+1}=2\Rightarrow\sqrt{x}+1=\frac{5}{2}\Rightarrow\sqrt{x}=\frac{3}{2}\Rightarrow x=\frac{9}{4}$$

$$P=4\Rightarrow 1+\frac{5}{\sqrt{x}+1}=4\Rightarrow\frac{5}{\sqrt{x}+1}=3\Rightarrow\sqrt{x}+1=\frac{5}{3}\Rightarrow\sqrt{x}=\frac{2}{3}\Rightarrow x=\frac{4}{9}$$

$$P=5\Rightarrow 1+\frac{5}{\sqrt{x}+1}=5\Rightarrow\frac{5}{\sqrt{x}+1}=4\Rightarrow\sqrt{x}+1=\frac{5}{4}\Rightarrow\sqrt{x}=\frac{1}{4}\Rightarrow x=\frac{1}{16}$$

$$P=6\Rightarrow 1+\frac{5}{\sqrt{x}+1}=6\Rightarrow\frac{5}{\sqrt{x}+1}=5\Rightarrow\sqrt{x}+1=1\Rightarrow x=0$$

Vậy để P nhận giá trị nguyên thì $x\in\left\{16;\frac{9}{4};\frac{4}{9};\frac{1}{16};0\right\}$

Bài 2. (2,5 điểm)

1. ***Giải bài toán bằng cách lập phương trình***

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 7 giờ 12 phút đầy bể. Nếu mở vòi 1 chảy trong 5 giờ rồi khóa lại, mở tiếp vòi 2 chảy trong 6 giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

2. Một cây lăn sơn tường có dạng là một khối trụ với bán kính đáy là 5cm và chiều cao (chiều dài lăn) là 30 cm. Nhà sản xuất cho biết sau khi lăn 500 vòng thì cây sơn tường có thể sẽ bị hỏng. Tính diện tích mà cây sơn tường sơn được trước khi hỏng.

Lời giải

1. Đổi 7 giờ 12 phút = $\frac{36}{5}$ giờ

Gọi thời gian mỗi vòi 1 và vòi 2 chảy một mình đầy bể là *x, y* (giờ). Điều kiện $x, y > 0$

Một giờ hai vòi chảy được số phần của bể là: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{36}$ (1)

Mở vòi 1 chảy trong 5 giờ rồi khóa lại thì số phần bể vòi 1 chảy được là: $\frac{5}{x}$ (bể),

mở tiếp vòi 2 chảy trong 6 giờ thì vòi 2 chảy được số phần của bể là: $\frac{6}{y}$ (bể)

Vậy cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể, ta có phương trình: $\frac{5}{x}+\frac{6}{y}=\frac{3}{4}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{36}\\ \frac{5}{x}+\frac{6}{y}=\frac{3}{4}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{5}{x}+\frac{5}{y}=\frac{25}{36}\\ \frac{5}{x}+\frac{6}{y}=\frac{3}{4}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{1}{y}=\frac{1}{18}\\ \frac{1}{x}=\frac{1}{12}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=12\\ y=18\end{cases}$

Vậy 2 vòi chảy một mình đầy bể hết số giờ là: Vòi 1: 12 giờ; Vòi 2: 18 giờ

2. Diện tích xung quanh của cây lăn sơn tường là: $S_{xq}=2.\pi.5.30=300\pi\left(cm^2\right)$

1 vòng cây sơn tường sẽ quét được số diện tích là: $300\pi\left(cm^2\right)$

Vậy 500 thì cây sơn tường quét được số diện tích là: $300\pi.500=150000\pi\left(cm^2\right)$

Bài 3. (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\frac{3}{x-1}+\frac{1}{\sqrt{y+2}}=4\\ \frac{2}{x-1}+\frac{3}{\sqrt{y+2}}=5\end{cases}$

2. Cho phương trình: $x^2-(2m+3)x-2m-4=0\,(1)$

a. Giải phương trình khi $m=2$.

b. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1,x_2 sao cho $|x_1-x_2|=5$

Lời giải

1. Điều kiện xác định của hệ là $\begin{cases}x\neq 1\\ y>-2\end{cases}$

$$\begin{cases}\dfrac{3}{x-1}+\dfrac{1}{\sqrt{y+2}}=4\\ \dfrac{2}{x-1}+\dfrac{3}{\sqrt{y+2}}=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{6}{x-1}+\dfrac{2}{\sqrt{y+2}}=8\\ \dfrac{6}{x-1}+\dfrac{9}{\sqrt{y+2}}=15\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{7}{\sqrt{y+2}}=7\\ \dfrac{6}{x-1}+\dfrac{9}{\sqrt{y+2}}=15\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{y+2}=1\\ x-1=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-1\\ x=2\end{cases}$$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(x,y)=(2,-1)$

2.

a. Với $m=2$ thì phương trình (1) trở thành:

$$x^2-(2.2+3)x-2.2-4=0\Leftrightarrow x^2-7x-8=0\Leftrightarrow x^2-8x+x-8=0$$
$$\Leftrightarrow x(x-8)+(x-8)=0$$

$$\Leftrightarrow(x+1)(x-8)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=8\end{array}\right.$$

Vậy nghiệm của phương trình là: $x=-1$ hoặc $x=8$

b. Để phương trình có hai nghiệm thì $\Delta\ge 0\Leftrightarrow(2m+3)^2-4.(-2m-4)\ge 0$

$$\Leftrightarrow 4m^2+12m+9+8m+16\ge 0\Leftrightarrow 4m^2+20m+25\ge 0\ (2m+5)^2\ge 0\ \ \forall m$$

Áp dụng định lý Vi-et ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=2m+3\\ x_1.x_2=-2m-4\end{cases}$ (2)

Viết lại $|x_1-x_2|=5\Leftrightarrow(x_1-x_2)^2=5^2\Leftrightarrow x_1^2-2x_1x_2+x_2^2=25$

$\Leftrightarrow(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=25\,(3)$

Thay (2) vào (3) ta được: $(2m+3)^2-4.(-2m-4)=25\Leftrightarrow 4m^2+12m+9+8m+16=25$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 20m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = -5 \end{array}\right.$$

Vậy để phương trình có 2 nghiệm thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 5$ thì $m = 0$ hoặc $m = -5$

Bài 4. (3,0 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$, kẻ đường kính AD. Lấy điểm C thuộc $(O;R)$ sao cho $CD = R$. Qua C kẻ đường thẳng vuông góc với AD cắt AD tại H và cắt đường tròn (O) tại B.

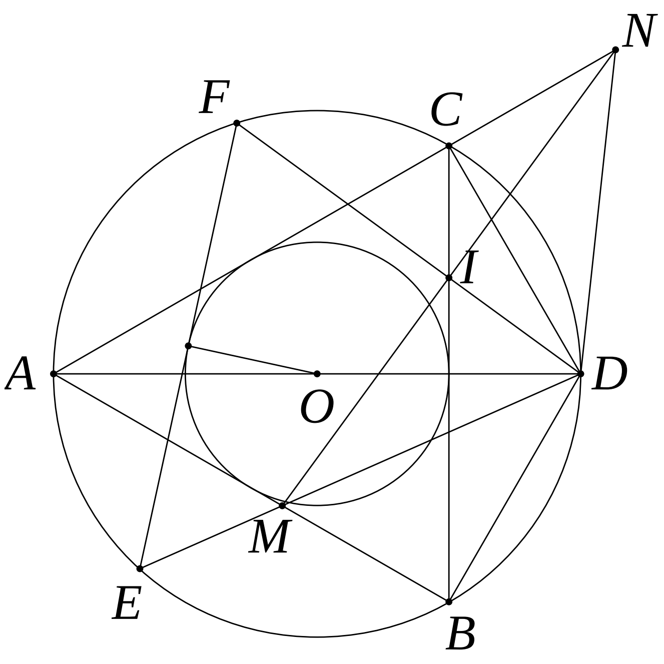
1. Chứng minh $CH^2 = AH.DH$ và $\widehat{CDA} = 60°$

2. Lấy điểm M bất kì thuộc cạnh AB $(M \neq A, B)$. Trên tia đối của tia CA lấy N sao cho $BM = CN$, chứng minh: $\Delta BMD = \Delta CND$ và tứ giác $AMDN$ nội tiếp.

3. MN cắt BC tại I. Chứng minh I là trung điểm của MN.

4. Tia DM cắt (O) tại E và tia DI cắt (O) tại F. Chứng minh rằng khi M di chuyển trên AB $(M \neq A \text{ và } B)$ thì EF luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

Lời giải



1. Xét ΔACD có AD là đường kính $\Rightarrow \widehat{ACD} = 90°$ $\Rightarrow \Delta ACD$ vuông tại C

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ACD có CH là đường cao ta có:
$CH^2 = AH.HD$

Xét ΔOCD có $OD = OC = CD = R \Rightarrow \Delta OCD$ đều $\Rightarrow \widehat{ODC} = 60°$

Do đó $\widehat{ODA}=60°$

2.

$\widehat{ABD}=90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\widehat{ACD}=90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{NCD}=90°$

Ta có $AD\perp CB$ tại $H \Rightarrow H$ là trung điểm của CB (theo mối liên hệ giữa đường kính và dây cung)

ΔCDB có CH là đường cao đồng thời là đường trung tuyến $\Rightarrow \Delta CDB$ cân tại $D \Rightarrow CD=BD$

Xét ΔBMD và ΔCND có $\begin{cases} BM=CN\,(gt)\\ \widehat{ABD}=\widehat{NCD}=90° \\ CD=BD\,(cmt)\end{cases} \Rightarrow \Delta BMD=\Delta CND\,(c.g.c)$;

$\Rightarrow \widehat{BMD}=\widehat{CND}$ (2 góc tương ứng); $MD=ND$ (2 cạnh tương ứng) $\Rightarrow \Delta MDN$ cân tại D

Xét tứ giác $AMDN$ có $\widehat{BMD}=\widehat{CND}$ mà 2 góc này ở vị trí góc ngoài bằng góc trong của đỉnh đối diện của tứ giác nên tứ giác $AMDN$ nội tiếp (theo dấu hiệu nhận biết)

3. Xét tứ giác nội tiếp $AMDN$ có

$\widehat{DAN}=\widehat{NMD}$ (1) (cùng nhìn cạnh ND)

$\widehat{MAD}=\widehat{MND}$ (2) (cùng nhìn cạnh MD)

Ta có ΔCAB có $AH\perp CB$ (giả thiết) $\Rightarrow H$ là trung điểm của CB (theo mối liên hệ giữa đường kính và dây cung) $\Rightarrow \Delta CAB$ cân tại A (do AH vừa là đường cao đồng thời là trung tuyến) $\Rightarrow \widehat{BAH}=\widehat{HAC} \Rightarrow \widehat{DAN}=\widehat{MAD}$ (3)

Mặt khác $\widehat{MAD}=\widehat{HBD}$ (cùng phụ với $\widehat{ABH}$) (4)

Từ $(1),(2),(3),(4)$ ta có $\widehat{DAN}=\widehat{NMD}=\widehat{MAD}=\widehat{MND}=\widehat{HBD} \Rightarrow \widehat{NMD}=\widehat{HBD}\,(5)$

Xét tứ giác $IDBM$ có $\widehat{NMD}=\widehat{HBD}$ mà 2 góc ở vị trí cùng nhìn cạnh $ID \Rightarrow$ tứ giác $IDBM$ nội tiếp

Theo tính chất của tứ giác nội tiếp ta có $\widehat{MBD}+\widehat{MID}=180°$ mà $\widehat{MBD}=90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{MID}=90° \Rightarrow ID\perp MI \Rightarrow ID\perp MN$

Mặt khác ΔMDN cân tại D $\Rightarrow ID$ là đường cao đồng thời là đường trung tuyến.

Vậy I là trung điểm của đoạn MN

4. Ta có $AMDN$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{MDN}+\widehat{MAN}=180^\circ$

Mà $\widehat{DAC}=30^\circ \Rightarrow \widehat{BAC}=60^\circ \Rightarrow \widehat{MAN}=60^\circ$

Do đó $\widehat{MDN}=120^\circ$, mà DI là tia phân giác $\widehat{MDN} \Rightarrow \widehat{EDF}=60^\circ \Rightarrow EF=BC$

$\Rightarrow$ khoảng cách từ tâm O đến dây EF bằng khoảng cách từ tâm O đến dây BC và bằng $\frac{R}{2}$.

Do đó EF luôn tiếp xúc với đường tròn cố định tâm O bán kính $\frac{R}{2}$

Bài 5. (0,5 điểm) Cho $a, b, c > 0$ và $a+b+c=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$A=\frac{ab}{\sqrt{c+ab}}+\frac{bc}{\sqrt{a+bc}}+\frac{ca}{\sqrt{b+ca}}$$

Lời giải

Với $a,b>0$ ta có $a+b\ge 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow \frac{a+b}{2\sqrt{ab}}\ge 1 \Leftrightarrow \frac{a+b}{2ab}\ge\frac{1}{\sqrt{ab}} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{ab}}\le\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$

Viết lại $c+ab=c.1+ab=c(a+b+c)+ab=ca+cb+c^2+ab=c(c+a)+b(c+a)=(c+b)(c+a)$

Tương tự

$$a+bc=(a+b)(a+c)$$

$$b+ca=(b+c)(b+a)$$

Xét $\frac{ab}{\sqrt{c+ab}}=\frac{ab}{\sqrt{(c+b)(c+a)}}\le\frac{ab}{2}\left(\frac{1}{c+b}+\frac{1}{c+a}\right)$

$$\frac{bc}{\sqrt{a+bc}}\le\frac{bc}{2}\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a+c}\right)$$

$$\frac{ca}{\sqrt{b+ca}}\le\frac{ca}{2}\left(\frac{1}{b+c}+\frac{1}{b+a}\right)$$

Cộng vế với vế ta được

$$A=\frac{ab}{\sqrt{c+ab}}+\frac{bc}{\sqrt{a+bc}}+\frac{ca}{\sqrt{b+ca}}\le\frac{1}{2}\left(\frac{ab}{c+b}+\frac{ab}{c+a}+\frac{bc}{a+b}+\frac{bc}{a+c}+\frac{ac}{b+c}+\frac{ac}{a+b}\right)$$

$$\Leftrightarrow A \le \frac{1}{2}\left(\frac{a(b+c)}{b+c}+\frac{b(a+c)}{a+c}+\frac{c(a+b)}{a+b}\right)$$

$$A \le \frac{1}{2}(a+b+c) \le \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow A \le \frac{1}{2}$$

Vậy giá trị lớn nhất của A là $\frac{1}{2}$ khi $a=b=c=\frac{1}{3}$

PHÒNG GD VÀ ĐT QUẬN CẦU GIẤY

TRƯỜNG THCS CẦU GIẤY

(Đề thi gồm 01 trang)

Đề số 28

ĐỀ THAM KHẢO ÔN TẬP THI VÀO 10

NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN

(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề)

Câu 1. *(2 điểm)*

Cho $A=\dfrac{1-5\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ và $B=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{3x+4}{x-4}\right).\left(\dfrac{\sqrt{x}-1}{2}+1\right)$ với $x\ge 0,\ x\ne 4.$

a) Tính giá trị của A khi $x=9.$

b) Chứng minh rằng $B=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}.$

c) Gọi $M = A.B$. So sánh M và $\sqrt{M}$.

Câu 2. *(2.0 điểm)*

1. *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Một người dự định đi từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc thời gian đã định. Nếu người đó đi từ A với vận tốc lớn hơn vận tốc dự định 5 km/h thì sẽ đến B sớm hơn dự định 24 phút. Nếu người đó đi từ B với vận tốc nhỏ hơn vận tốc dự định 5 km/h thì sẽ đến B muộn hơn dự định 30 phút. Hỏi quãng đường AB dài bao nhiêu km?

2. Một bể nước hình trụ có chiều cao 2,5 m và diện tích đáy là 4,8 m^2. Nếu một vòi nước được

đặt phía trên miệng bể và chảy được 4800 lít nước mỗi giờ thì sau bao lâu bể đầy ? (Biết ban đầu bể cạn nước và bỏ qua bề dày của thành bể).

Câu 3. *(2.0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{3x}{x-2}-\dfrac{2}{y+1}=11\\[2mm] \dfrac{2x}{x-2}+\dfrac{1}{y+1}=5\end{cases}$

2) Cho parabol (P) $y=x^2$ và đường thẳng (d) $y=(m+1)x-m-4$ (1) (m là tham số)

a) Tìm m để (d) cắt (P) và tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $m=-3$.

b) Tìm các giá trị nguyên của m để (d) cắt (P) tại các điểm có hoành độ là số nguyên.

Câu 4. *(3.5 điểm)*

Cho $(O;R)$, đường thẳng d cố định không qua O và cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt A, B. Từ một điểm C trên d (A nằm giữa C và B) kẻ hai tiếp tuyến CM, CN với đường tròn (N cùng phía với O so với d). Gọi H là trung điểm AB, đường thẳng OH cắt tia CN tại K.

a) Chứng minh bốn điểm C, H, O, N thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $KN.KC = KH.KO$.

c) Đường thẳng ND cắt AB tại E. Chứng minh AD là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp tam giác AEN.

d) Chứng minh rằng khi C thay đổi nhưng vẫn thỏa mãn điều kiện bài toán thì đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5. *(0.5 điểm)*

Cho các số thực dương a, b thay đổi luôn thỏa mãn $\sqrt{a+3}+\sqrt{b+3}=4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\sqrt{a}+\sqrt{b}$.

HẾT

ĐỀ THAM KHẢO ÔN TẬP THI VÀO 10. MÔN: TOÁN

TRƯỜNG THCS CẦU GIẤY– QUẬN CẦU GIẤY

Năm học: 2020-2021

Câu 1. *(2 điểm)*

Cho $A=\dfrac{1-5\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ và $B=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{3x+4}{x-4}\right).\left(\dfrac{\sqrt{x}-1}{2}+1\right)$ với $x\geq 0,\ x\neq 4$.

a) Tính giá trị của A khi $x=9$.

b) Chứng minh rằng $B=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$.

c) Gọi $M = A.B$. So sánh M và $\sqrt{M}$.

Lời giải

a) Thay $x=9$ (tmđk) vào biểu thức A, ta được $A=\dfrac{1-5\sqrt{9}}{\sqrt{9}+1}=\dfrac{1-5.3}{3+1}=\dfrac{-14}{4}=\dfrac{-7}{2}$

Vậy với $x=9$ thì biểu thức $B=-\dfrac{7}{2}$.

b) Với $x\geq 0,\ x\neq 4$

$$B=\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}+\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\frac{3x+4}{x-4}\right).\left(\frac{\sqrt{x}-1}{2}+1\right)$$

$$B=\left(\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)+2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)-(3x+4)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}\right).\left(\frac{\sqrt{x}-1+2}{2}\right)$$

$$B=\frac{x-2\sqrt{x}+2x+4\sqrt{x}-3x-4}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}.\frac{\sqrt{x}+1}{2}$$

$$B=\frac{2\sqrt{x}-4}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}.\frac{\sqrt{x}+1}{2}=\frac{2\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}.\frac{\sqrt{x}+1}{2}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$$

Vậy với $x\ge 0,\ x\ne 4$ thì $B=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$.

c) Với $x\ge 0,\ x\ne 4$, ta có:

$$M=A.B=\frac{1-5\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}.\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}=\frac{1-5\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$$

$\sqrt{M}$ có nghĩa $\Leftrightarrow 0\le x\le\dfrac{1}{25}$ $\Leftrightarrow\dfrac{1-5\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}\ge 0\Rightarrow 1-5\sqrt{x}\ge 0$ (vì $\sqrt{x}+2>0,\forall x>0$)

$\Leftrightarrow 1\ge 5\sqrt{x}\Leftrightarrow\sqrt{x}\le\dfrac{1}{5}\Rightarrow x\le\dfrac{1}{25}$. Kết hợp với điều kiện $x\ge 0; x\ne 4\Rightarrow 0\le x\le\dfrac{1}{25}$ (*)

$$M-1=\frac{1-5\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}-1=\frac{-1-6\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}<0\left(do\ \sqrt{x}+2>0;-1-6\sqrt{x}<0,\forall x\ge 0\right)$$

$$M-1<0\Leftrightarrow M<1\Rightarrow 0\le M<1,\ 0\le x\le\frac{1}{25}\Rightarrow\sqrt{M}<1\Leftrightarrow M\le\sqrt{M}$$

Câu 2. *(2.0 điểm)*

1) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Một người dự định đi từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc thời gian đã định. Nếu người đó đi từ A với vận tốc lớn hơn vận tốc dự định 5 km/h thì sẽ đến B sớm hơn dự định 24 phút. Nếu người đó đi từ B với vận tốc nhỏ hơn vận tốc dự định 5 km/h thì sẽ đến B muộn hơn dự định 30 phút. Hỏi quãng đường AB dài bao nhiêu km?

2) Một bể nước hình trụ có chiều cao 2,5 m và diện tích đáy là 4,8 m^2. Nếu một vòi nước được

đặt phía trên miệng bể và chảy được 4800 lít nước mỗi giờ thì sau bao lâu bể đầy ? (Biết ban đầu bể cạn nước và bỏ qua bề dày của thành bể).

Lời giải

1) 24 phút $=\dfrac{2}{5}$ h, 30 phút $=\dfrac{1}{2}$ h

Gọi vận tốc dự định là x (km/h) và thời gian dự định là y (h) (giờ) $(x>0, y>0)$ $(x>5, y>\dfrac{2}{5})$

Thì quãng đường AB là xy (km)

Nếu đi với vận tốc lớn hơn 5 km/h thì vận tốc mới là $x+5$ (km/h) và thời gian là $y-\dfrac{2}{5}$ (h)

Quãng đường AB là $(x+5)\left(y-\dfrac{2}{5}\right)$ (km) $\Rightarrow (x+5)\left(y-\dfrac{2}{5}\right)=xy\,(1)$

Nếu đi với vận tốc nhỏ hơn 5 km/h thì vận tốc mới là $x-5$ (km/h) và thời gian là $y+\dfrac{1}{2}$ (h)

Quãng đường AB là $(x-5)\left(y+\dfrac{1}{2}\right)$ (km) $(x-5)\left(y+\dfrac{1}{2}\right)=xy\,(2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases}(x+5)(y-\dfrac{2}{5})=xy\\(x-5)(y+\dfrac{1}{2})=xy\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}xy-\dfrac{2}{5}x+5y-2=xy\\xy+\dfrac{1}{2}x-5y-\dfrac{5}{2}=xy\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=45\\y=4\end{cases}\text{(nhận)}$$

$$\begin{cases}(x+5)(y-\dfrac{2}{5})=xy\\(x-5)(y+\dfrac{1}{2})=xy\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}xy-\dfrac{2}{5}x+5y-2=xy\\xy+\dfrac{1}{2}x-5y-\dfrac{5}{2}=xy\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2x+25y=10\\x-10y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2x+25y=10\\2x-20y=10\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-2x+25y=10\\5y=20\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=45(t/m)\\y=4(t/m)\end{cases}$$

Vậy quãng đường AB là $45.4 = 180$ (km)

2) Thể tích bể $V = Sh = 12\,(\text{m}^3)$

Vận tốc vòi 4800 lít/ giờ $=4{,}8\ \text{m}^3$/ giờ

Vậy thời gian chảy đầy bể của vòi nước là: $12:4{,}8=2{,}5$ (giờ)

Vậy thời gian để vòi nước chảy đầy bể lúc bể cạn nước là 2 giờ 30 phút.

Câu 3. *(2.0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{3x}{x-2}-\dfrac{2}{y+1}=11 \\ \dfrac{2x}{x-2}+\dfrac{1}{y+1}=5 \end{cases}$

2) Cho parabol (P) $y=x^2$ và đường thẳng (d) $y=(m+1)x-m-4$ (1) (m là tham số)

a) Tìm m để (d) cắt (P) và tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) khi $m=-3$.

b) Tìm các giá trị nguyên của m để (d) cắt (P) tại các điểm có hoành độ là số nguyên.

Lời giải

1) Điều kiện $x\neq 2,\ y\neq -1$

2) Đặt ẩn $\dfrac{x}{x-2}=a,\ \dfrac{1}{y+1}=b$ (*) $(b\neq 0)$. Khi đó hệ phương trình trở thành:

$$(1)\Leftrightarrow \begin{cases}3a-2b=11\\2a+b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3a-2b=11\\4a+2b=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7a=21\\2a+b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=-1(t/m)\end{cases}$$

Suy ra thay vào (*), ta được: $\begin{cases}\dfrac{x}{x-2}=3\\ \dfrac{1}{y+1}=-1\end{cases}\Leftrightarrow\ \Rightarrow\begin{cases}3x-6=x\\y+1=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3(t/m)\\y=-2(t/m)\end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(x,y)=(3;-2)$

3)

a) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2=(m+1)x-m-4$

$$\Leftrightarrow x^2-(m+1)x+m+4=0\ (*)$$

Điều kiện (d) cắt (P): $\Delta\geq 0\Leftrightarrow[\text{-(m+1)}]^2-4(m+4)\geq 0$

$\Leftrightarrow m^2+2m+1-4m-16\geq 0\Leftrightarrow m^2-2m-15\geq 0$

$$\Leftrightarrow (m-5)(m+3)\geq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m-5\geq 0\\m+3\geq 0\end{cases}\\ \begin{cases}m-5\leq 0\\m+3\leq 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m\geq 5\\m\geq -3\end{cases}\\ \begin{cases}m\leq 5\\m\leq -3\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\geq 5\\m\leq -3\end{array}\right.$$

Vậy với $\left[\begin{array}{l}m\geq 5\\m\leq -3\end{array}\right.$ thì (d) cắt (P).

Với $m=-3$ ta có phương trình $x^2+2x+1=0\Leftrightarrow(x+1)^2=0\Leftrightarrow x_1=x_2=-1$

$\Rightarrow y=(-1)^2=1$

Với $m=-3$ thì (d) cắt (P). Khi đó:

$(*)\Leftrightarrow x^2+2x+1=0$

$\Delta' = 1^2 - 1.1 = 0 \Rightarrow$ phương trình có nghiệm kép: $x_1 = x_2 = -1 \Rightarrow y = (-1)^2 = 1$

Vậy tọa độ tiếp điểm của (d) và (P) khi $m = -3$ là $(-1; 1)$

b) (d) cắt (P) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq 5 \\ m \leq -3 \end{array}\right.$ (*)

(d) cắt (P) tại các điểm có hoành độ là số nguyên $\Rightarrow x \in Z$

Ta có: $x^2 - (m+1)x + m + 4 = 0 \Leftrightarrow m = x + \dfrac{4}{x-1}$

Để $m \in Z$ thì $(x-1) \in \text{Ư}(4) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$

Kết hợp điều kiện (*), ta tìm được $m \in \{-4; -3; 5; 6\}$

Câu 4. *(3.5 điểm)*

Cho $(O; R)$, đường thẳng d cố định không qua O và cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt A, B. Từ một điểm C trên d (A nằm giữa C và B) kẻ hai tiếp tuyến CM, CN với đường tròn (N cùng phía với O so với d). Gọi H là trung điểm AB, đường thẳng OH cắt tia CN tại K.

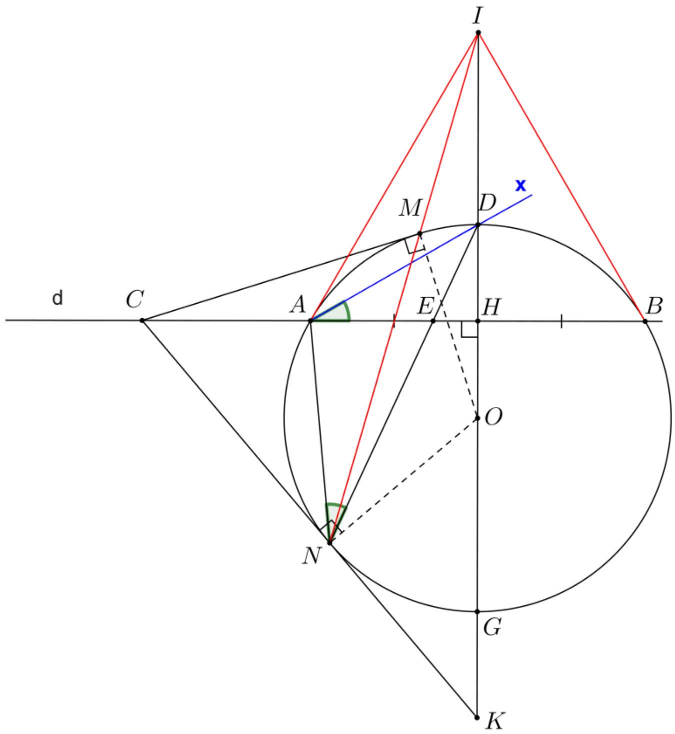
a) Chứng minh bốn điểm C, H, O, N thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $KN.KC = KH.KO$.

c) Đường thẳng ND cắt AB tại E. Chứng minh AD là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp tam giác AEN.

d) Chứng minh rằng khi C thay đổi nhưng vẫn thỏa mãn điều kiện bài toán thì đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

Lời giải



a) Ta có: H trung điểm của dây AB (không qua O) (gt) $\Rightarrow \widehat{CHO} = 90^0$ (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung)

CN tiếp tuyến của (O) tại N (gt) $\Rightarrow CN \perp ON$ tại N 9 t/c của tiếp tuyến)

$\Rightarrow \widehat{CNO} = 90^0$

Tứ giác $CNOH$ có $\widehat{CNO} + \widehat{CHO} = 90^0 + 90^0 = 180^0$

Nên tứ giác $CNOH$ nội tiếp (tổng 2 góc đối bằng 180°)

Vậy bốn điểm C, H, O, N thuộc một đường tròn.

b) ΔKNO và có: $\widehat{K}$ chung, $\widehat{KNO} = \widehat{KHC} (= 90^0)$

Có: $\widehat{KNO} = 90^0$ (kề bù với $\widehat{CNO}$); $\widehat{KHC} = \widehat{CHO} = 90^0$

Xét ΔKNO và ΔKHC, có:

$\widehat{OKN}$ chung, $\widehat{KNO} = \widehat{KHC} = 90^0 (cmt)$

$\Rightarrow \Delta KNO \backsim \Delta KHC$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{KN}{KH} = \dfrac{KO}{KC} \Rightarrow KN.KC = KH.KO.$

c)

H trung điểm AB nên D là điểm chính giữa cung AB

Xét $(O;R)$, có: H là trung điểm của dây cung AB không đi qua tâm O, OH cắt (O) tại D $\Rightarrow D$ là điểm chunhs giữa của cung nhỏ AB $\Rightarrow$ sđ $\overset{\frown}{AD} =$ sđ $\overset{\frown}{BD}$

$\Rightarrow \widehat{DAB} = \widehat{ANE}$ (các góc nội tiếp chắn các cung bằng nhau)

Trên nửa mặt phẳng bờ AN chứa E, kẻ tia Ax là tiếp tuyến của đường tròn ngoài tiếp ΔANE.

Khi đó có $\widehat{EAx} = \widehat{ANE}$, đồng thời có Ax và AN thuộc 2 mặt phẳng đối nhau bờ AE.

Từ đó suy ra $Ax \equiv AD$

Vậy AD là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp ΔANE.

d) Tiếp tuyến tại A và B cắt nhau ở I. Do A, B và (O) cố định nên suy ra I cố định. Ta chứng minh I, M, N thẳng hàng.

Ta có: $OM^2 = OH.OI (= OA^2)$

Có AI là tiếp tuyến của (O) tại A (gt) $\Rightarrow \widehat{OAI} = 90^0 \Rightarrow \Delta OAI$ là vuông tại A.

Xét ΔOAI vuông tại A, đường cao AH, có:

$OA^2 = OH.OI$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông).

Mà $OA = OM = R \Rightarrow OM^2 = OH.OI \Rightarrow \dfrac{OM}{OI} = \dfrac{OH}{OM}$

Xét ΔOHM và ΔOMI có: $\dfrac{OH}{OM} = \dfrac{OM}{OI}$ ($OM^2 = OH.OI$) và $\widehat{MOI}$ chung

$\Rightarrow \Delta OHM \backsim \Delta OMI$ $(g.g) OHM \Rightarrow \widehat{OMI} = \widehat{OHM}$ (hai góc tương ứng)

Tứ giác $MNOH$ nội tiếp đường tròn đường kính $OC \Rightarrow \widehat{MHI} = \widehat{ONM}$ (cùng bù với $\widehat{MHO}$).

Mà $\widehat{ONM} = \widehat{OMN}$ $(ON = OM)$ và $\widehat{MHI} + \widehat{MHO} = 180^o$.

$\Rightarrow \widehat{OMI} + \widehat{OMN} = 180^0$. Suy ra I, M, N thẳng hàng. Do đó MN luôn đi qua điểm I cố định.

Câu 5. *(0.5 điểm)*

Cho các số thực dương a, b thay đổi luôn thỏa mãn $\sqrt{a+3} + \sqrt{b+3} = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

Lời giải

Ta chứng minh $\sqrt{x} \le 2\sqrt{x+3} - 3$ với mọi $x > 0$.

Thật vậy, $\sqrt{x} \le 2\sqrt{x+3} - 3 \Leftrightarrow 2\sqrt{x+3} \ge \sqrt{x} + 3 \Leftrightarrow 3(\sqrt{x} - 1)^2 \ge 0$.

Áp dụng : $\sqrt{a} \le 2\sqrt{a+3} - 3; \sqrt{b} \le 2\sqrt{b+3} - 3$

$\Rightarrow P \le 2(\sqrt{a+3} + \sqrt{b+3}) - 6 \Rightarrow P \le 2.4 - 6$.

$\Rightarrow P_{max} = 2$ khi và chỉ khi $\begin{cases} \sqrt{a} = 1 \\ \sqrt{b} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = 1$

☙ HẾT ❧

PHÒNG GD& ĐT LONG BIÊN

TRƯỜNG THCS BỒ ĐỀ

Năm học 2019-2020

Đề số 29

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút

Ngày thi: ....

Câu 26. Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+3}{x-4}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{4}{4-x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$, với $x\ge 0; x\ne 4$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

b) Chứng minh $B=\dfrac{4}{\sqrt{x}-2}$.

c) Biết $C=B:A$, tìm các giá trị nguyên của x sao cho $C-3\sqrt{x}\ge 0$.

Câu 27.

a) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Quãng đường Thanh Hóa – Hà Nội dài 150 km. Một ôtô từ Hà Nội vào Thanh Hóa, nghỉ lại Thanh Hóa 3 giờ 15 phút, rồi trở về Hà Nội, hết tất cả 10 giờ. Tính vận tốc của ôtô lúc về, biết rằng vận tốc lúc đi lớn hơn vận tốc lúc về là 10 km/h .

b) Một hình trụ có bán kính đường tròn đáy là 6 cm, chiều cao 9 cm. Hãy tính diện tích xung quanh của hình trụ.

Câu 28.

1) Giải hệ phương trình sau $\begin{cases} 3\sqrt{\dfrac{1}{x}}+2\sqrt{y-1}=5 \\ 2\sqrt{\dfrac{1}{x}}-\sqrt{y-1}=1 \end{cases}$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y = mx + m + 1$ và parabol $(P): y=x^2$. Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt cùng nằm về bên trái trục tung.

Câu 29. Cho đường tròn tâm (O), điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Qua A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là tiếp điểm).

a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp.

b) Tia AO cắt đường tròn tại hai điểm J và K (J nằm giữa A và K) và cắt BC tại H . Một tia Ax nằm giữa hai tia AB và AO cắt đường tròn tại hai điểm D và E (D nằm giữa A và E). Chứng minh $\widehat{AHD}=\widehat{AEO}$

c) Tia Ax cắt BJ, BC, BK thứ tự tại F, G, I . Chứng minh $FG.IA = FA.GI$

Câu 30. Cho bốn số dương a, b, c, d. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$A=\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{d}+\frac{d}{a}\right)\left(\frac{b}{a}+\frac{c}{b}+\frac{d}{c}+\frac{a}{d}\right)+a^2+b^2+c^2+d^2-ab-bc-cd-da+2004$$

ꕥ HẾT ꕥ

ĐÁP ÁN ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT MÔN TOÁN

TRƯỜNG THCS BỒ ĐỀ

Năm học: 2019-2020

Câu 1. Cho hai biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}+3}{x-4}$ và $B=\frac{3}{\sqrt{x}-2}-\frac{4}{4-x}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}$, với $x\ge 0; x\ne 4$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

b) Chứng minh $B=\frac{4}{\sqrt{x}-2}$.

c) Biết $C=B:A$, tìm các giá trị nguyên của x sao cho $C-3\sqrt{x}\ge 0$.

Lời giải:

a) **Tính giá trị của biểu thức khi** $x=16$.

Thay $x=16$ (TMĐKXĐ) vào biểu thức $A=\frac{\sqrt{16}+3}{16-4}$

Tính được $A=\frac{7}{12}$.

b) Chứng minh $B=\frac{4}{\sqrt{x}-2}$

$$B=\frac{3}{\sqrt{x}-2}-\frac{4}{4-x}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}$$

$$=\frac{3\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}+\frac{4}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}+\frac{\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{3\sqrt{x}+6+4+\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{4\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{4}{\sqrt{x}-2}$$

c) Biết $C = B : A$, tìm các giá trị nguyên của x sao cho $C - 3\sqrt{x} \geq 0$.

$$C = B : A = \frac{4}{\sqrt{x}-2} : \frac{\sqrt{x}+3}{x-4} = \frac{4\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$$

$$C - 3\sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{4\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3} - 3\sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-3x-5\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left(1-\sqrt{x}\right)\left(3\sqrt{x}+8\right)}{\sqrt{x}+3} \geq 0 \Rightarrow 1-\sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1$$

Do x là số nguyên và kết hợp ĐKXĐ ta có $x \in \{0;1\}$

Câu 2. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

a) Quãng đường Thanh Hóa – Hà Nội dài 150 km. Một ôtô từ Hà Nội vào Thanh Hóa, nghỉ lại Thanh Hóa 3 giờ 15 phút, rồi trở về Hà Nội, hết tất cả 10 giờ. Tính vận tốc của ôtô lúc về, biết rằng vận tốc lúc đi lớn hơn vận tốc lúc về là 10 km/h.

b) Một hình trụ có bán kính đường tròn đáy là 6 cm, chiều cao 9 cm. Hãy tính diện tích xung quanh của hình trụ.

Lời giải:

a) Đổi $3\text{h}15' = \frac{13}{4}\text{h}$

Gọi vận tốc lúc về của ôtô là $x(\text{km/h})$ $(x > 0)$

Vận tốc của ôtô lúc đi là $x+10$ (km/h)

Thời gian ôtô đi từ HN-TH là $\frac{150}{x+10}(\text{h})$

Thời gian ôtô đi từ TH-HN là $\frac{150}{x}(\text{h})$

Do tổng thời gian đi, về, nghỉ là 10 h nên ta có pt:

$$\frac{150}{x+10} + \frac{150}{x} + \frac{13}{4} = 10$$

Giải phương trình:

Quy đồng và khử mẫu đúng

Đưa được về phương trình: $9x^2 - 310x - 2000 = 0$

Tìm được $x_1 = -\frac{50}{9}$ (loại), $x_2 = 40$ (TM)

Vậy vận tốc lúc về của ôtô là $40(\text{km/h})$.

b) Diện tích xung quanh của hình trụ là:

$S_{xq} = 2\pi rh$

$S_{xq} \approx 2.3,14.6.9 \approx 339,12\left(\text{cm}^2\right)$

Câu 3.

1) Giải hệ phương trình sau $\begin{cases} 3\sqrt{\dfrac{1}{x}} + 2\sqrt{y-1} = 5 \\ 2\sqrt{\dfrac{1}{x}} - \sqrt{y-1} = 1 \end{cases}$

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = mx + m + 1$ và parabol $(P): y = x^2$. Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt cùng nằm về bên trái trục tung.

Lời giải:

1) ĐKXĐ: $x > 0, y \geq 1$

$$\begin{cases} 3\sqrt{\dfrac{1}{x}} + 2\sqrt{y-1} = 5 \\ 2\sqrt{\dfrac{1}{x}} - \sqrt{y-1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3\sqrt{\dfrac{1}{x}} + 2\sqrt{y-1} = 5 \\ 4\sqrt{\dfrac{1}{x}} - 2\sqrt{y-1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7\sqrt{\dfrac{1}{x}} = 7 \\ 4\sqrt{\dfrac{1}{x}} - 2\sqrt{y-1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\dfrac{1}{x}} = 1 \\ \sqrt{y-1} = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x} = 1 \\ y-1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1(tm) \\ y = 2(tm) \end{cases}$$

2a) (d): $y = mx + m + 1$ (1)

(P): $y = x^2$ (2)

Từ (1) và (2) ta có phương trình hoành độ giao điểm của d và (P):

$x^2 = mx + m + 1 \Leftrightarrow x^2 - mx - m - 1 = 0$ (3)

$\Delta = (m+2)^2$

(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2

Khi và chỉ khi phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

nên $\Delta=(m+2)^2>0 \Leftrightarrow m\neq -2$

2b) Do phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khi $m\neq -2$

Theo định lí Vi ét ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=m \\ x_1.x_2=-m-1 \end{cases}$

Nên (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt cùng nằm về bên trái trục tung

Khi và chỉ khi phương trình (3) có hai nghiệm $x_1<0, x_2<0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2<0 \\ x_1.x_2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ -m-1>0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ m<-1 \end{cases} \Rightarrow m<-1$

Kết hợp với đk $m\neq 2$ ta có $m<-1$ và $m\neq -2$.

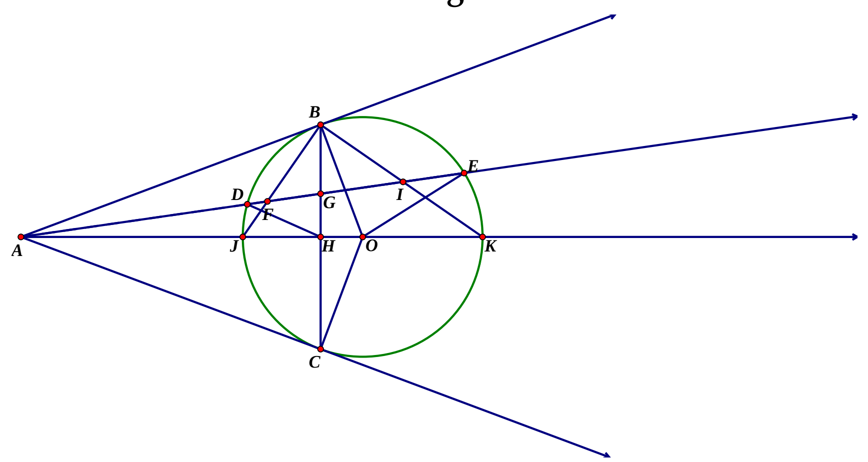
Câu 4. Cho đường tròn tâm (O), điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Qua A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là tiếp điểm).

a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp.

b) Tia AO cắt đường tròn tại hai điểm J và K (J nằm giữa A và K) và cắt BC tại H. Một tia Ax nằm giữa hai tia AB và AO cắt đường tròn tại hai điểm D và E (D nằm giữa A và E). Chứng minh $\widehat{AHD}=\widehat{AEO}$.

c) Tia Ax cắt BJ, BC, BK thứ tự tại F, G, I. Chứng minh $FG.IA = FA.GI$.

Lời giải:



a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp.

Vì AB, AC là các tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $\widehat{ABO}=\widehat{ACO}=90°$

Xét tứ giác $ABOC$ có $\widehat{ABO}+\widehat{ACO}=180°$ mà hai góc này ở vị trí đối nhau nên tứ giác $ABOC$ nội tiếp.

b) Chứng minh $\widehat{AHD} = \widehat{AEO}$.

Xét ΔADB và ΔAEB có : $\widehat{BAD}$ chung; $\widehat{ABD} = \widehat{AEB}$ (cùng chắn cung BD)

$\Rightarrow \Delta ADB \backsim \Delta ABE\,(g.g)$

$\Rightarrow \dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AB}{AE} \Rightarrow AB^2 = AD.AE$ (1)

Mặt khác, ΔABO vuông tại B có BH là đường cao nên $AB^2 = AH.AO$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AD.AE = AH.AO\ \left(= AB^2\right)$

$\Rightarrow \dfrac{AD}{AH} = \dfrac{AO}{AE}$

Xét ΔADH và ΔAOE có $\widehat{DAH}$ chung; $\dfrac{AD}{AH} = \dfrac{AO}{AE}$

$\Rightarrow \Delta ADH \backsim \Delta AOE\,(c.g.c)$

Suy ra $\widehat{AHD} = \widehat{AEO}$ (Hai góc tương ứng)

c) Chứng minh $FG.IA = FA.GI$.

Xét đường tròn tâm (O), ta có:

$\widehat{ABF} = \widehat{BKJ}$ (cùng chắn cung $\overset{\frown}{BJ}$)

Mà $\widehat{JBH} = \widehat{BKJ}$ (Cùng phụ $\widehat{BJK}$) nên $\widehat{ABJ} = \widehat{GBJ}$ $\Rightarrow BF$ là đường phân giác của tam giác ΔABG $\Rightarrow \dfrac{BG}{AB} = \dfrac{FG}{FA}$ (3)

Mặt khác, $\widehat{KBJ} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow BJ \perp BK$ $\Rightarrow BK$ là tia phân giác ngoài của ΔABG $\Rightarrow \dfrac{BG}{BA} = \dfrac{GI}{IA}$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\dfrac{FG}{FA} = \dfrac{GI}{IA} \Rightarrow FG.IA = FA.IG$.

Câu 5. Cho bốn số dương $a,\ b,\ c,\ d$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$A = \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a}\right)\left(\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{d}{c} + \frac{a}{d}\right) + a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - ab - bc - cd - da + 2004$$

Lời giải:

$$A = \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a}\right)\left(\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{d}{c} + \frac{a}{d}\right) + a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - ab - bc - cd - da + 2004$$

Chứng minh được $\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{d}+\frac{d}{a}\right)\left(\frac{b}{a}+\frac{c}{b}+\frac{d}{c}+\frac{a}{d}\right)\ge 16$ (1)

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = d$

Chứng minh được $a^2+b^2+c^2+d^2-ab-bc-cd-da\ge 0$ (2)

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=d$

Từ (1) và (2) => $A\ge 2020$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=d$

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là 2020 khi $a=b=c=d>0$.

UBND QUẬN LONG BIÊN

TRƯỜNG THCS ÁI MỘ

ĐỀ KHẢO SÁT VÀO LỚP 10 THPT

Năm học 2019 – 2020

Môn thi: **TOÁN**

Đề số 30

Thời gian làm bài: *120 phút*

Câu 31. $(2,5$ điểm) Cho hai biểu thức:

$$A=\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} \text{ và } B=\left(\frac{2}{\sqrt{x}+3}-\frac{\sqrt{x}-5}{x-9}\right):\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} \quad (x\ge 0; x\ne 1; x\ne 9)$$

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x=49$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M=A-\dfrac{1}{\sqrt{x}+3}$.

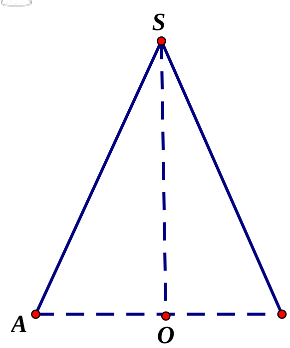
Câu 32. $(2,5$ điểm)

a) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một đội xe dự định chở 24 tấn hàng. Thực tế khi chở đội được bổ sung thêm 4 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn dự định 1 tấn. Hỏi dự định ban đầu đội có bao nhiêu xe? (Biết khối lượng hàng chở trên mỗi xe như nhau).

b) Nhà hát Cao Văn Lầu, Trung tâm triển lãm văn hóa nghệ thuật tỉnh Bạc Liêu có hình dáng 3 chiếc nón lá lớn nhất Việt Nam, mái nhà hình nón làm bằng vật liệu composite và được đặt hướng vào nhau. Em hãy tính thể tích của một mái nhà hình nón biết đường kính là $45m$ và chiều cao là $24m$ (lấy $\pi\approx 3,14$, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị, ba hình nón có bán kính bằng nhau)

Minh họa bởi hình sau:



Câu 33. $(2,0$ điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}3(x+1)-y=6-2y\\2x-y=7\end{cases}$

2) Trên mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $(d): y = (2m+1)x - m^2 - m + 6$ và parabol $(P): y = x^2$

a) Tìm tọa độ giao điểm của d và (P) khi $m = 1$.

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho: $\left|x_1^2 - x_2^2\right| = 50$.

Câu 34. $(3,0$ điểm) Cho đường tròn $(O;R)$, đường kính AB cố định và CD là một đường kính thay đổi không trùng với AB. Tiếp tuyến của đường tròn $(O;R)$ tại B cắt các đường thẳng AC, AD lần lượt tại E và F.

1) Chứng minh tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật

2) Chứng minh $BE.BF = 4R^2$, tứ giác $CEFD$ nội tiếp được đường tròn.

3) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $CEFD$. Chứng minh rằng I luôn nằm trên một đường thẳng cố định.

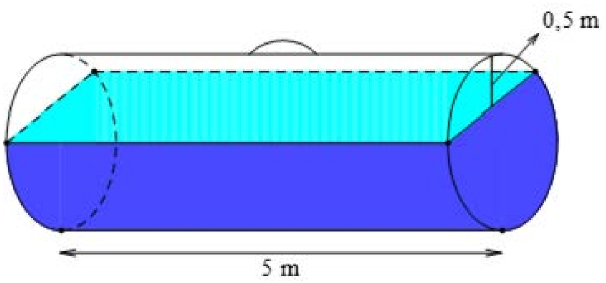
Câu 35. $(0,5$ điểm) Học sinh chọn một trong hai câu sau

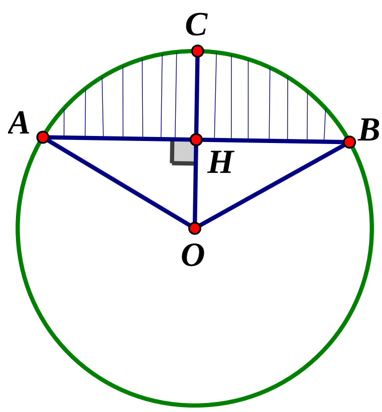
1) Cho hai số $x > 0$, $y > 0$ và $x + y = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)\left(1 - \frac{1}{y^2}\right)$$

2) Một bồn hình trụ đang chứa dầu, được đặt nằm ngang, có chiều dài bồn là $5m$, có bán kính đáy $1m$, với nắp bồn đặt trên mặt nằm ngang của mặt trụ. Người ta đã rút dầu trong bồn tương ứng với $0,5m$ của đường kính đáy. Tính thể tích gần đúng nhất của khối dầu còn lại trong bồn (lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai, theo đơn vị m^3)

Mặt đáy được minh họa như hình vẽ sau:





ꕤ HẾT ꕤ

ĐÁP ÁN

UBND QUẬN LONG BIÊN | **ĐỀ KHẢO SÁT VÀO LỚP 10 THPT**

TRƯỜNG THCS ÁI MỘ | **Năm học 2019 – 2020**

Môn thi: **TOÁN**

Thời gian làm bài: *120 phút*

Câu 6. $(2,5$ điểm) Cho hai biểu thức:

$$A=\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} \text{ và } B=\left(\frac{2}{\sqrt{x}+3}-\frac{\sqrt{x}-5}{x-9}\right):\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3},\ (x\ge 0;x\ne 1;x\ne 9)$$

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x=49$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M=A-\frac{1}{\sqrt{x}+3}$.

Lời giải

a) Khi $x=49$ suy ra $A=\frac{2\sqrt{49}+1}{\sqrt{49}+3}=\frac{15}{10}=\frac{3}{2}$.

b) $B=\left(\frac{2}{\sqrt{x}+3}-\frac{\sqrt{x}-5}{x-9}\right):\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$, $(x\ge 0;x\ne 1;x\ne 9)$

$$\Leftrightarrow B=\left(\frac{2\left(\sqrt{x}-3\right)-\left(\sqrt{x}-5\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}\right)\cdot\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}\cdot\frac{1}{\sqrt{x}-1}=\frac{1}{\sqrt{x}+3}$$

c) Ta có: $M=A-\frac{1}{\sqrt{x}+3}=\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}-\frac{1}{\sqrt{x}+3}=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}=\frac{2\left(\sqrt{x}+3\right)-6}{\sqrt{x}+3}=2-\frac{6}{\sqrt{x}+3}$

Với điều kiện $x\ge 0$:

Ta có: $\sqrt{x}\ge 0\Leftrightarrow M\ge 0$

Hay $M\ge 0$, dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x=0$

Vậy giá trị nhỏ nhất của M bằng 0 khi $x=0$.

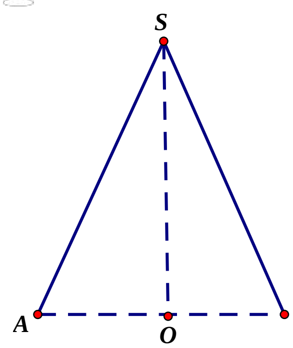
Câu 7. $(2,5$ điểm)

a) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một đội xe dự định chở 24 tấn hàng. Thực tế khi chở đội được bổ sung thêm 4 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn dự định 1 tấn. Hỏi dự định ban đầu đội có bao nhiêu xe? (Biết khối lượng hàng chở trên mỗi xe như nhau).

b) Nhà hát Cao Văn Lầu, Trung tâm triển lãm văn hóa nghệ thuật tỉnh Bạc Liêu có hình dáng 3 chiếc nón lá lớn nhất Việt Nam, mái nhà hình nón làm bằng vật liệu composite và được đặt hướng vào nhau. Em hãy tính thể tích của một mái nhà hình nón biết đường kính là $45m$ và chiều cao là $24m$ (lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị, ba hình nón có bán kính bằng nhau).

Minh họa bởi hình sau:



Lời giải

a) Gọi x (chiếc) là số xe ban đầu của đội ($x \in \mathbb{N}*$).

Số tấn hàng mỗi xe dự định chở là $\frac{24}{x}$ (tấn).

Thực tế đội được bổ sung thêm 4 xe nên số xe thực tế là $x+4$ (chiếc).

Số tấn hàng mỗi xe thực tế phải chở là $\frac{24}{x+4}$ (tấn).

Vì mỗi xe thực tế chở ít hơn dự định 1 tấn nên ta có phương trình:

$$\frac{24}{x}-\frac{24}{x+4}=1 \Leftrightarrow \frac{96}{x\left(x+4\right)}=1 \Leftrightarrow x^2+4x-96=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=8 \\ x=-12 \end{array}\right.$$

Vì $x \in \mathbb{N}*$ nên $x=8$.

Vậy ban đầu đội có tất cả 8 chiếc xe.

b) Mái nhà hình nón đường kính là $45m$ suy ra bán kính $R=\frac{45}{2}m$.

Thể tích của một mái nhà hình nón là $V=\frac{1}{3}\pi R^2 h=\frac{1}{3}\cdot 3,24.\left(\frac{45}{2}\right)^2.24=12717\,m^3$.

Câu 8. ($2,0$ điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3(x+1)-y=6-2y \\ 2x-y=7 \end{cases}$

2) Trên mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $\left(d\right): y=\left(2m+1\right)x-m^2-m+6$ và parabol $\left(P\right): y=x^2$

a) Tìm tọa độ giao điểm của d và $\left(P\right)$ khi $m=1$.

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho: $\left|x_1^2 - x_2^2\right| = 50$.

Lời giải

1) $\begin{cases} 3(x+1) - y = 6 - 2y \\ 2x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ 2x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$.

2) a) Khi $m = 1$ suy ra $(d): y = 3x + 4$

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P) là:

$x^2 = 3x + 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 4 \end{array}\right.$

+) $x = 1 \Rightarrow y = 1$

+) $x = 4 \Rightarrow y = 16$

Vậy tọa độ giao điểm của đường thẳng d và Parabol (P) lần lượt là $(-1;1)$ và $(4;16)$.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P) là:

$x^2 - (2m+1)x + m^2 + m - 6 = 0 \ (1)$

Phường trình (1) có

$\Delta = (2m+1)^2 - 4\left(m^2 + m - 6\right) = 4m^2 + 4m + 1 - -4m^2 - 4m + 24 = 25 > 0$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} x_1 = \dfrac{2m+1-\sqrt{25}}{2} = m - 2 \\ x_2 = \dfrac{2m+1+\sqrt{25}}{2} = m + 3 \end{array}\right.$

Ta có: $\left|x_1^2 - x_2^2\right| = 50 \Leftrightarrow \left|(m-2)^2 - (m+3)^2\right| = 50 \Leftrightarrow \left|-10m - 5\right| = 50$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -10m - 5 = 50 \\ -10m - 5 = -50 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -\dfrac{11}{2} \\ m = \dfrac{9}{2} \end{array}\right.$.

Vậy khi $m = -\dfrac{11}{2}$ hoặc $m = \dfrac{9}{2}$ thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho: $\left|x_1^2 - x_2^2\right| = 50$.

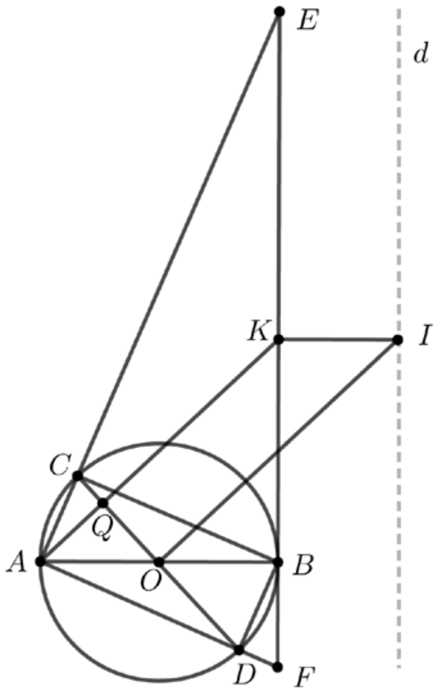
Câu 9. (3,0 điểm) Cho đường tròn $(O;R)$, đường kính AB cố định và CD là một đường kính thay đổi không trùng với AB. Tiếp tuyến của đường tròn $(O;R)$ tại B cắt các đường thẳng AC, AD lần lượt tại E và F.

1) Chứng minh tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật

2) Chứng minh $BE.BF = 4R^2$, tứ giác $CEFD$ nội tiếp được đường tròn.

3) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $CEFD$. Chứng minh rằng I luôn nằm trên một đường thẳng cố định.

Lời giải



1) Tứ giác $ACBD$ có hai đường chéo AB, CD cắt nhau tại O và O là trung điểm mỗi đường, nên $ACBD$ là hình bình hành

Mà $\widehat{CAD} = 90°$ (góc nội tiếp chắn đường kính CD)

Suy ra $ACBD$ là hình chữ nhật.

2) +) Trong tam giác AEF vuông tại A, đường cao AB, ta có:

$BE.BF = AB^2 = (2R)^2 = 4R^2$

+) Ta có: $\widehat{CEB} + \widehat{CAB} = 90°$ (vì ΔEAB vuông tại B) (1)

Ta có: $\widehat{CDA} + \widehat{ACD} = 90°$ mà $\widehat{ACD} = \widehat{CAB}$ (vì ΔOAC cân tại O)

Suy ra $\widehat{CDA} + \widehat{CAB} = 90°$ $\quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{CEB} = \widehat{CDA}$.

Ta có: $\widehat{CDB} + \widehat{CDA} = 180°$ (hai góc kề bù)

$\Leftrightarrow \widehat{CDB} + \widehat{CEB} = 180°$ (vì $\widehat{CEB} = \widehat{CDA}$)

Do đó tứ giác $CEFD$ là tứ giác nội tiếp.

3) Gọi K là trung điểm của EF.

Ta có: ΔFEA vuông tại A và có trung tuyến $AK \Rightarrow AK = KF$

$\Rightarrow \Delta AKF$ cân tại $K \Rightarrow \widehat{KAD} = \widehat{KFA}$ (3)

Ta có: $\widehat{CDA} = \widehat{DBF}$ $\left(= \frac{1}{2}\text{Sđ}\,\overset{\frown}{AC} = \frac{1}{2}\text{Sđ}\,\overset{\frown}{BD}\right)$ (4)

Tam giác BDF vuông tại D $\Rightarrow \widehat{DBF}+\widehat{KFA}=90^\circ$

$\Leftrightarrow \widehat{CDA}+\widehat{KAD}=90^\circ$ (do (3) và (4))

$\Rightarrow \widehat{AQD}=90^\circ \Rightarrow AK\perp CD$ tại Q

Mà $IO\perp CD$ (do IO là đường trung trực CD)

Nên $AK//IO$ $\quad(5)$

Ta có: $AO\perp EF$ (gt), $IK\perp EF$ (vì IK là đường trung trực đoạn EF)

$\Rightarrow AO//IK$ $\quad(6)$

Từ (5) và (6) suy ra $AOKI$ là hình bình hành $\Rightarrow IO=AO=R$

Hay I luôn cách đường thẳng EF một khoảng là R.

Vậy điểm I luôn nằm trên đường thẳng cố định $d//EF$ sao cho d cách EF một khoảng đúng bằng R.

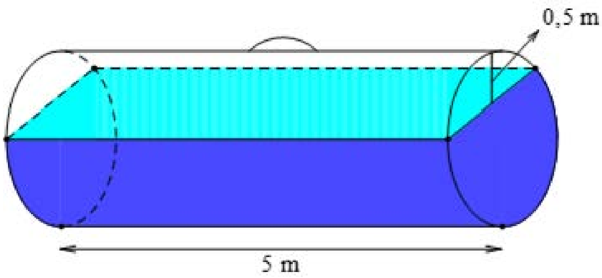
Câu 10. ($0,5$ điểm) Học sinh chọn một trong hai câu sau

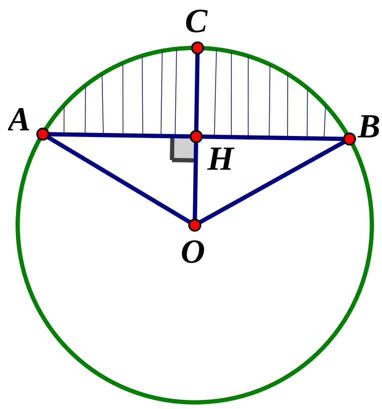
1) Cho hai số $x>0$, $y>0$ và $x+y=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M=\left(1-\frac{1}{x^2}\right)\left(1-\frac{1}{y^2}\right)$$

2) Một bồn hình trụ đang chứa dầu, được đặt nằm ngang, có chiều dài bồn là $5m$, có bán kính đáy $1m$, với nắp bồn đặt trên mặt nằm ngang của mặt trụ. Người ta đã rút dầu trong bồn tương ứng với $0,5m$ của đường kính đáy. Tính thể tích gần đúng nhất của khối dầu còn lại trong bồn (lấy $\pi\approx 3,14$, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai, theo đơn vị m^3)

Mặt đáy được minh họa như hình vẽ sau:





Lời giải

1) Với hai số $x>0$, $y>0$ và $x+y=1$ ta có:

$$M=\left(1-\frac{1}{x^2}\right)\left(1-\frac{1}{y^2}\right)=\frac{\left(x^2-1\right)}{x^2}\cdot\frac{\left(y^2-1\right)}{y^2}=\frac{(x-1)(x+1)(y-1)(y+1)}{x^2y^2}$$

$$=\frac{(-y)(x+1)(-x)(y+1)}{x^2y^2}=\frac{xy+(x+y)+1}{xy}=1+\frac{2}{xy}.$$

Ta có: $x+y\geq 2\sqrt{xy}\Leftrightarrow (x+y)^2\geq 4xy\Leftrightarrow \frac{1}{(x+y)^2}\leq\frac{1}{4xy}\Leftrightarrow 1\leq\frac{1}{4xy}\Leftrightarrow 8\leq\frac{2}{xy}$

$\Leftrightarrow 1+\frac{2}{xy}\geq 9\Leftrightarrow M\geq 9$.

Dấu bằng xảy ra khi $x=y=\frac{1}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của M bằng 9 khi $x=y=\frac{1}{2}$.

2) Ta có: $HO=OC-CH=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\ (m)$

Ta có: $HB=\sqrt{OB^2-OH^2}=\sqrt{1^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AB=2HB=\sqrt{3}\ \ (m)$

Ta có: $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}AB.OH=\frac{1}{2}\sqrt{3}.\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}\ \ (m^2)$

Tam giác OHB có $\sin\widehat{HOB}=\frac{HB}{OB}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\widehat{HOB}=60°\Rightarrow\widehat{AOB}=2\widehat{HOB}=120°$.

Gọi S_1 là diện tích hình quạt tròn $OACB$, ta có:

$S_1=\frac{\pi R^2.120}{360}=\frac{\pi}{3}\left(m^2\right)$

Gọi S_2 là diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây AB và cung nhỏ $\overset{\frown}{AB}$, ta có:

$S_2=S_1-S_{\Delta OAB}=\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{4\pi-3\sqrt{3}}{12}\ \ \left(m^2\right)$

Thể tích phần dầu đã hút đi là: $V_1=\frac{1}{3}S_2.5=\frac{5\left(4\pi-3\sqrt{3}\right)}{36}\left(m^3\right)$

Thể tích của thùng dầu là: $V=\frac{1}{3}\pi R^2.5=\frac{5\pi}{3}\left(m^3\right)$

Thể tích dầu còn lại trong thùng là: $V_2=V-V_1=\frac{5\pi}{3}-\frac{5\left(4\pi-3\sqrt{3}\right)}{36}\approx 4,21\left(m^3\right)$

☙ HẾT ❧

TRƯỜNG SCHOOL

Đề số 32

ĐỀ THI THỬ LẦN 2

NĂM HỌC 2019 – 2020

MÔN TOÁN LỚP 9

Thời gian làm bài: 120 phút

(Không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho các biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{2}{\sqrt{x}+2}+\frac{4\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}-2}$ và $B=1-\frac{2}{1-\sqrt{x}}$ và với $x\ge 0,\, x\ne 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức B khi $x=16$.

2) Rút gọn $P=A:B$.

3) Tìm giá trị của x để $4-\frac{2}{3}P$. Đạt giá trị nguyên lớn nhất.

Câu 2. (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Xí nghiệp may mặc Nam Khánh nhận được hợp đồng của công ty Gia Huy may 1000 chiếc áo khoác trong thời gian nhất định. Tuy nhiên, sau đó, công ty Gia Huy có thương lượng lại là muốn nhận được đủ 1000 áo trước 5 ngày so với dự kiến ban đầu. Xí nghiệp Nam Khánh tính toán và thấy rằng mỗi ngày cần may tăng thêm 10 áo sẽ đáp ứng được yêu cầu này. Hỏi theo kế hoạch ban đầu, xí nghiệp Nam Khánh cần hoàn thiện hợp đồng trong bao nhiêu ngày?

2) Một chiếc lều dã ngoại hình nón bằng vải có bán kính đáy là $1,5\,\text{m}$ và độ dài đường sinh là $2,5\,\text{m}$. Tình thể tích và diện tích xung quanh của chiếc lều.

Câu 3. (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} |x-3|+\frac{5}{2y+1}=2 \\ 2|x-3|-\frac{1}{2y+1}=\frac{9}{5} \end{cases}$

2. Trên cùng một mặt phẳng Oxy cho parabol (P): $y=x^2$ và đường thẳng (d): $y=2(m+1)x-(2m+1)$

a) Tìm tọa độ các giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) khi $m=2$.

b) Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2 sao cho $x_1^2=4|x_2|$

Câu 4 ***(3,0 điểm)***

Cho đường tròn (O,R) và điểm M nằm ngoài đường tròn (O). Từ M kẻ các tiếp tuyến MA, MB (A,B là các tiếp điểm) và cát tuyến MCD với (O) (MCD không đi qua tâm), C nằm giữa M và D. Gọi K là trung điểm của CD.

a) Chứng minh tứ giác $AMBK$ là tứ giác nội tiếp.

b) OK cắt AB tại N. Chứng minh NC, ND là các tiếp tuyến của (O).

c) Gọi giao điểm của AB và CD là I. Chứng minh rằng: $\dfrac{IB}{IA}=\dfrac{NB}{NA}$

d) Chứng minh rằng khi cát tuyến MCD thay đổi thì trọng tâm G của tam giác BCD luôn chạy trên một đường tròn cố định.

Câu 5. (0,5 điểm)

Giải phương trình $x^2+3x-4\sqrt{x^3+1}+5=0$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho các biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{2}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{4\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}-2}$ và $B=1-\dfrac{2}{1-\sqrt{x}}$ và với $x\ge 0,\ x\ne 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức B khi $x=16$.

2) Rút gọn $P=A:B$.

3) Tìm giá trị của x để $4-\dfrac{2}{3}P$. Đạt giá trị nguyên lớn nhất.

Lời giải

1. $x=16 (TM) \Rightarrow B=1-\dfrac{2}{1-\sqrt{16}}=1+\dfrac{2}{3}=\dfrac{5}{3}$

$A=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{2}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{4\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}-2}$ và $B=1-\dfrac{2}{1-\sqrt{x}}$ và với $x\ge 0,\ x\ne 1$.

$$A=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}-\frac{2(\sqrt{x}-1)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}+\frac{4\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$A=\frac{x+2\sqrt{x}-2\sqrt{x}+2+4\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$A=\frac{x+4\sqrt{x}+4}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)^2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$$

$$P=A:B=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}:\left(1-\frac{2}{1-\sqrt{x}}\right)=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}:\frac{-1-\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}.\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$$

P xác định $\Leftrightarrow B \neq 0 \Leftrightarrow \dfrac{-\sqrt{x}-1}{1-\sqrt{x}} \neq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} \neq -1$ (luôn đúng)

Đặt $Q = 4 - \dfrac{3}{2}P = 4 - \dfrac{3}{2}.\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} = \dfrac{8\sqrt{x}+8-3\sqrt{x}-6}{2(\sqrt{x}+1)} = \dfrac{5\sqrt{x}+2}{2(\sqrt{x}+1)}$

$Q = \dfrac{5\sqrt{x}+2}{2(\sqrt{x}+1)} = \dfrac{5}{2} - \dfrac{3}{2\sqrt{x}+2} < \dfrac{5}{2} \Rightarrow Q < \dfrac{5}{2}(1)$

$Q = \dfrac{5\sqrt{x}+2}{2(\sqrt{x}+1)} = 1 + \dfrac{3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+2} \geq 1 \Rightarrow Q \geq 1(2)$

Từ (1) và (2) suy ra $1 \leq Q < \dfrac{5}{2} \Rightarrow Q \in \{1;2\}$ Mà Q là số nguyên lớn nhất nên $Q = 2$

$\Rightarrow \dfrac{5\sqrt{x}+2}{2(\sqrt{x}+1)} = 2 \Leftrightarrow 5\sqrt{x}+2 = 4\sqrt{x}+4$

$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4(TM)$

Vậy $x = 4$ thì $4 - \dfrac{2}{3}P$. Đạt giá trị nguyên lớn nhất.

Câu 2. (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Xí nghiệp may mặc Nam Khánh nhận được hợp đồng của công ty Gia Huy may 1000 chiếc áo khoác trong thời gian nhất định. Tuy nhiên, sau đó, công ty Gia Huy có thương lượng lại là muốn nhận được đủ 1000 áo trước 5 ngày so với dự kiến ban đầu. Xí nghiệp Nam Khánh tính toán và thấy rằng mỗi ngày cần may tăng thêm 10 áo sẽ đáp ứng được yêu cầu này. Hỏi theo kế hoạch ban đầu, xí nghiệp Nam Khánh cần hoàn thiện hợp đồng trong bao nhiêu ngày?

2) Một chiếc lều dã ngoại hình nón bằng vải có bán kính đáy là $1,5\text{m}$ và độ dài đường sinh là $2,5\text{m}$. Tính thể tích và diện tích xung quanh của chiếc lều.

Lời giải

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Xí nghiệp may mặc Nam Khánh nhận được hợp đồng của công ty Gia Huy may 1000 chiếc áo khoác trong thời gian nhất định. Tuy nhiên, sau đó, công ty Gia Huy có thương lượng lại là muốn nhận được đủ 1000 áo trước 5 ngày so với dự kiến ban đầu. Xí nghiệp Nam Khánh tính toán và thấy rằng mỗi ngày cần may tăng thêm 10 áo sẽ đáp ứng được yêu cầu này. Hỏi theo kế hoạch ban đầu, xí nghiệp Nam Khánh cần hoàn thiện hợp đồng trong bao nhiêu ngày?

Gọi số áo mỗi ngày xí nghiệp Nam Khánh cần may theo dự kiến ban đầu là x $(x \in \mathbb{N}^*)$

Gọi số ngày xí nghiệp Nam Khánh cần để hoàn thiện hợp đồng theo dự kiến ban đầu là y $(y \in \mathbb{N}^*)$

Theo bài ra, số áo khoác cần may là 1000 áo nên ta có phương trình: $x.y = 1000$ (1)

Vì nếu mỗi ngày xí nghiệp Nam Khánh may tăng thêm 10 áo sẽ đáp ứng được yêu cầu công ty Gia Huy nhận được đủ 1000 áo trước 5 ngày so với dự kiến ban đầu nên ta có phương trình:

$(x+10).(y-5) = 1000$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} xy = 1000 \\ (x+10)(y-5) = 1000 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1000 \\ xy + 10y - 5x - 50 = 1000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1000 \\ 1000 + 10y - 5x = 1050 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1000 \\ 10y - 5x = 50 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1000 \\ 2y - 10 = x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (2y-10)y = 1000 \\ 2y - 10 = x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2y^2 - 10y - 1000 = 0 \\ 2y - 10 = x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - 5y - 500 = 0 \\ 2y - 10 = x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} y = -20 \\ y = 25 \end{array}\right. \\ 2y - 10 = x \end{cases}$$

Vì $y = -20$ không thỏa mãn điều kiện của biến y nên $y = 25$.

Khi đó $x = 2y - 10 = 2.25 - 10 = 40$ thỏa mãn điều kiện của x

Vậy theo kế hoạch ban đầu, xí nghiệp Nam Khánh cần hoàn thiện hợp đồng trong 25 ngày.-

2) Một chiếc lều dã ngoại hình nón bằng vải có bán kính đáy là 1,5m và độ dài đường sinh là 2,5m. Tính thể tích và diện tích xung quanh của chiếc lều.

Vì chiếc lều dã ngoại hình nón có bán kính đáy $R = 1,5$m và độ dài đường sinh là $l = 2,5$m nên chiều cao của chiếc lều là: $h = \sqrt{2,5^2 - 1,5^2} = 2$m

Vậy thể tích của chiếc lều là: $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi.1,5^2.2=\frac{3}{2}\pi$ (m^3)

Diện tích xung quanh của chiếc lều là: $S_{xq}=\pi rl=\pi.1,5.2,5=\frac{15}{4}\pi$ (m^2)

Câu 3. (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} |x-3|+\dfrac{5}{2y+1}=2 \\ 2|x-3|-\dfrac{1}{2y+1}=\dfrac{9}{5} \end{cases}$

2. Trên cùng một mặt phẳng Oxy cho parabol (P): $y=x^2$ và đường thẳng (d): $y=2(m+1)x-(2m+1)$

a) Tìm tọa độ các giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) khi $m=2$.

b) Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2 sao cho $x_1^2=4|x_2|$

Lời giải

1.

$\begin{cases} |x-3|+\dfrac{5}{2y+1}=2 \\ 2|x-3|-\dfrac{1}{2y+1}=\dfrac{9}{5} \end{cases}$; $y\neq -\dfrac{1}{2}$

Đặt $a=|x-3|;b=\dfrac{1}{2y+1}$ $(K:a\geq 0)$ (*). Khi đó hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} a+5b=2 \\ 2a-b=\dfrac{9}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+5b=2 \\ 10a-5b=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ a+5b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=\dfrac{1}{5} \end{cases}$$

Thay vào (*), ta được: $\begin{cases} |x-3|=1 \\ \dfrac{1}{2y+1}=\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x-3=1 \\ x-3=-1 \end{array}\right. \\ 2y+1=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=2 \end{array}\right. \\ y=\dfrac{1}{2} (TM) \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có tập nghiệm duy nhất $S=\left\{\left(4;\dfrac{1}{2}\right);\left(2;\dfrac{1}{2}\right)\right\}$

2. (P): $y=x^2$ và (d): $y=2(m+1)x-(2m+1)$

a) $m=2 \Rightarrow y=6x-3(d)$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P)

$x^2=6x-5$

$\Leftrightarrow x^2-6x+5=0$

$\Leftrightarrow x^2-6x+5=0$

$a+b+c=1-6+5=0$

Phương trình 2 có nghiệm $x_1=1; x_2=5$

$x_1=1 \Rightarrow y_1=1 \Rightarrow (1;1)$

$x_2=5 \Rightarrow y_2=25 \Rightarrow (5;25)$

Vậy giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) khi $m=2$ là $(1;1);(5;25)$

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P)

$x^2=2(m+1)x-(2m+1)$

$\Leftrightarrow x^2-2(m+1)x+(2m+1)=0$

$a+b+c=1-2(m+1)+(2m+1)=0$

Phương trình có nghiệm $x_1=1; x_2=2m+1$

*) (d) và (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow x_2 \neq x_1 \Leftrightarrow 2m+1 \neq 1 \Leftrightarrow m \neq 0$

Theo bài ra $x_1{}^2=4|x_2|$

TH1) $x_1=1; x_2=2m+1$

$$1=4|2m+1| \Leftrightarrow |2m+1|=\frac{1}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2m+1=\frac{1}{4} \\ 2m+1=\frac{-1}{4} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\frac{-3}{8}(TM) \\ m=\frac{-5}{8}(TM) \end{array}\right.$$

TH2) $x_2=1; x_1=2m+1$

$$(2m+1)^2=4|1| \Leftrightarrow |2m+1|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2m+1=2 \\ 2m+1=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\frac{1}{2}(TM) \\ m=\frac{-3}{2}(TM) \end{array}\right.$$

Vậy $m \in \left\{\frac{-3}{8};\frac{-5}{8};\frac{3}{2};\frac{-1}{2}\right\}$

Câu 4. ***(3,0 điểm)***

Cho đường tròn (O,R) và điểm M nằm ngoài đường tròn (O). Từ M kẻ các tiếp tuyến MA, MB (A, B là các tiếp điểm) và cát tuyến MCD với (O) (MCD không đi qua tâm), C nằm giữa M và D. Gọi K là trung điểm của CD.

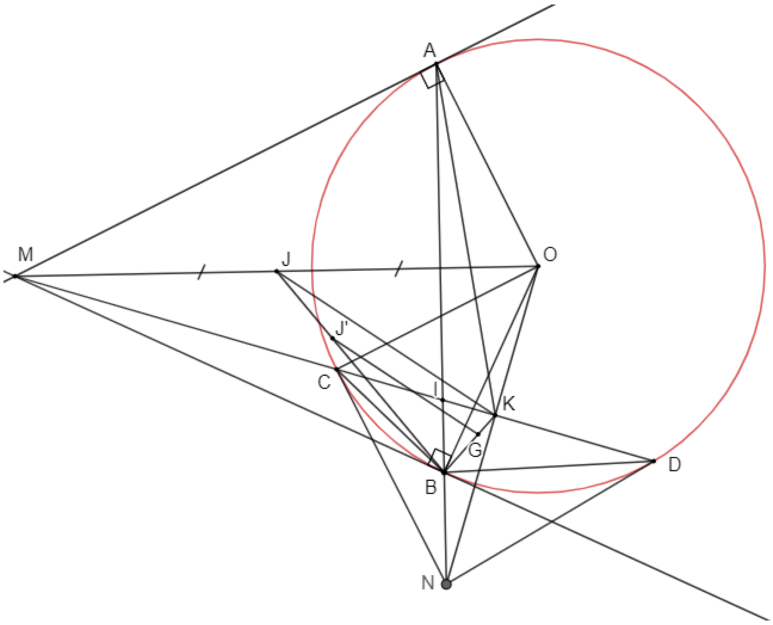
a) Chứng minh tứ giác $AMBK$ là tứ giác nội tiếp.

b) OK cắt AB tại N. Chứng minh NC, ND là các tiếp tuyến của (O).

c) Gọi giao điểm của AB và CD là I. Chứng minh rằng: $\frac{IB}{IA}=\frac{NB}{NA}$

d) Chứng minh rằng khi cát tuyến MCD thay đổi thì trọng tâm G của tam giác BCD luôn chạy trên một đường tròn cố định.

Lời giải



a) Vì là các tiếp tuyến MA, MB của (O) với các tiếp điểm là A, B nên:

$$\begin{cases} OA \perp AM \\ OB \perp BM \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{MAO} = 90° & (1) \\ \widehat{MBO} = 90° & (2) \end{cases}$$

Lại có K là trung điểm của dây cung CD của đường tròn (O)

$\Rightarrow OK \perp CD$

$\Rightarrow \widehat{OKM} = 90°$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra ba điểm A, B, K đều nhìn đoạn thẳng OM một góc $90°$.

$\Rightarrow A$, M, O, K, B cùng nằm trên đường tròn đường kính OM.

Hay tứ giác $AMBK$ là tứ giác nội tiếp.

b) Ta có: $\widehat{CND} = \dfrac{sd\overset{\frown}{CD_l} - sd\overset{\frown}{CD_b}}{2}$

$\widehat{COD} = sd\overset{\frown}{CD_n}$

$$\Rightarrow \widehat{CND} + \widehat{COD} = \frac{sđ\overset{\frown}{CD_l} - sđ\overset{\frown}{CD_b}}{2} + sđ\overset{\frown}{CD_b} = \frac{sđ\overset{\frown}{CD_l} + sđ\overset{\frown}{CD_b}}{2} = \frac{360^0}{2} = 180^0$$

Suy ra, tứ giác $CDON$ là tứ giác nội tiếp.

$\Rightarrow \widehat{OCN} + \widehat{ODN} = 180°$

Vì K là trung điểm của CD và $OK \perp CD$ $\Rightarrow$ OK là đường trung trực của đoạn thẳng CD

$$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{OCK} = \widehat{ODK} \\ \widehat{NCK} = \widehat{NDK} \end{cases}$$

$\Rightarrow \widehat{OCK}+\widehat{NCK}=\widehat{ODK}+\widehat{NDK}$

$\Rightarrow \widehat{OCN}=\widehat{ODN}$

Mà $\widehat{OCN}+\widehat{ODN}=180^\circ \Rightarrow \widehat{OCN}=\widehat{ODN}=90^\circ$

Vậy NC, ND là các tiếp tuyến của (O).

c) Vì tứ giác $OMBK$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{BKN}=\widehat{BMO}$

Mà tứ giác $MAOB$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{BAO}=\widehat{BMO}$ (hai góc cùng chắn $\overparen{OB}$)

$\Rightarrow \widehat{BKN}=\widehat{BAO}\left(=\widehat{BMO}\right)$

Lại có, $OA=OB$ nên ΔAOB cân tại O hay $\widehat{BAO}=\widehat{ABO}$

$\Rightarrow \widehat{BKN}=\widehat{ABO}\left(=\widehat{BAO}\right)$

Tứ giác $OKBA$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{OBA}=\widehat{AKO}$

$\Rightarrow \widehat{BKN}=\widehat{AKO}\left(=\widehat{ABO}\right)$

Mà $\widehat{OKM}=\widehat{MKN}=90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{OKA}+\widehat{AKM}=\widehat{MKB}+\widehat{BKN}$

$\Rightarrow \widehat{MKA}=\widehat{MKB}$

Hay KI là tia phân giác của $\widehat{BKA}$

$\Rightarrow \dfrac{IB}{IA}=\dfrac{KB}{KA}$

Lại có, KN là phân giác ngoài của $\widehat{BKA}$

$\Rightarrow \dfrac{KB}{KA}=\dfrac{NB}{NA}$

Vậy $\dfrac{IB}{IA}=\dfrac{NB}{NA}\left(=\dfrac{KB}{KA}\right)$.

d) Gọi J là trung điểm của MO, J' là trọng tâm của ΔMOB nên $\dfrac{BJ'}{BJ}=\dfrac{2}{3}$

Lại có G là trọng tâm ΔBCD và K là trung điểm của CD nên $\dfrac{BG}{BK}=\dfrac{2}{3}$

$$\Rightarrow \begin{cases} J'G \,//\, JK \\ \dfrac{J'G}{JK}=\dfrac{2}{3} \end{cases}$$

$\Rightarrow J'G=\dfrac{2}{3}JK$

Mà $MOKB$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính MO nên $JK=JO \Rightarrow J'G=\dfrac{2}{3}JO$

Vì $JO = \frac{1}{2}MO$ (không đổi) nên $J'G$ không đổi

$J'B = \frac{2}{3}JB$, JB cố định nên J' cố định.

Vậy G luôn chạy trên đường tròn $\left(J', \frac{2}{3}JO\right)$ cố định

Vậy khi cát tuyến MCD thay đổi thì trọng tâm G của tam giác BCD luôn chạy trên một đường tròn cố định.

Câu 5. (0,5 điểm)

Giải phương trình $x^2 + 3x - 4\sqrt{x^3+1} + 5 = 0$.

Lời giải

$x^2 + 3x - 4\sqrt{x^3+1} + 5 = 0$ $(*)$ (Điều kiện $x \geq -1$).

$\Leftrightarrow x^2 - x + 1 + 4x + 4 - 4\sqrt{(x+1)(x^2-x+1)} = 0$

$\Leftrightarrow (x^2 - x + 1) + 4(x+1) - 4\sqrt{(x+1)(x^2-x+1)} = 0$ (1).

Vì $x \geq -1$ nên $x + 1 \geq 0$ $\Rightarrow x + 1 = \left(\sqrt{x+1}\right)^2$ $\Leftrightarrow 4(x+1) = \left(2\sqrt{x+1}\right)^2$ (2).

Ta có $x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ với mọi $x \geq -1$ nên suy ra $x^2 - x + 1 = \left(\sqrt{x^2-x+1}\right)^2$ (3).

Vì $x + 1 \geq 0$ và $x^2 - x + 1 > 0$ với mọi $x \geq -1$ nên suy ra $\sqrt{(x+1)(x^2-x+1)} = \sqrt{x+1}.\sqrt{x^2-x+1}$ (4).

Từ (1), (2), (3), (4) suy ra $\left(\sqrt{x^2-x+1}\right)^2 + \left(2\sqrt{x+1}\right)^2 - 2.\left(\sqrt{x^2-x+1}\right)\left(2\sqrt{x+1}\right) = 0$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x^2-x+1} - 2\sqrt{x+1}\right)^2 = 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x^2-x+1} - 2\sqrt{x+1} = 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x^2-x+1} = 2\sqrt{x+1}$

$\Rightarrow x^2 - x + 1 = 4(x+1)$ $\Leftrightarrow x^2 - x + 1 - 4x - 4 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - 5x - 3 = 0$ (5).

Phương trình (5) có $\Delta = (-5)^2 - 4.1.(-3) = 37 > 0$.

Vậy phương trình (5) có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-(-5)+\sqrt{37}}{2.1} = \frac{5+\sqrt{37}}{2}$ (thỏa mãn), $x_2 = \frac{-(-5)-\sqrt{37}}{2.1} = \frac{5-\sqrt{37}}{2}$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{5+\sqrt{37}}{2}$, $x_2 = \frac{5-\sqrt{37}}{2}$.

SỞ GD VÀ ĐT HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT HOÀNG MAI
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT- NĂM 2020
MÔN THI: TOÁN
(Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (2,0 điểm):

Cho biểu thức: $P=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-x+\sqrt{x}-1}\right):\left(\dfrac{x+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+x\sqrt{x}+1}+\dfrac{1}{x+1}\right)$ (với $x\ge 0; x\ne 1$)

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tìm x để $P=\sqrt{x}-2$.

c) Tìm m để có x thỏa mãn $\left(\sqrt{x}+1\right)P=m-x$.

Câu 2. (2,0 điểm): *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình"*

Nếu hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn thì sau 4 giờ 48 phút bể sẽ đầy. Nếu chỉ mở cho mỗi vòi chảy một mình thì vòi thứ nhất đầy bể chậm hơn vòi thứ hai là 4 giờ. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu sẽ đầy bể?

Câu 3. (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\dfrac{1}{|x+1|}+\sqrt{y+1}=4\\ \dfrac{2}{|x+1|}-3\sqrt{y+1}=3\end{cases}$

2) Cho parabol $(P): y=\dfrac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y=mx-m+\dfrac{1}{2}$ (m là tham số)

a) Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) khi $m=2$.

b) Tìm m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B có tung độ lần lượt là y_A; y_B thỏa mãn: $y_A+y_B<1$

Câu 4. (3,5 điểm):

Cho ba điểm cố định A, B, C thẳng hàng theo thứ tự đó. Vẽ một đường tròn $(O;R)$ bất kì đi qua B, C (BC không là đường kính của (O)). Từ A kẻ tiếp tuyến AE và AF đến (O) (E, F là các tiếp điểm). Gọi I là trung điểm của BC, K là trung điểm của EF, giao điểm FI với ((O) là D).

1. Chứng minh $AEOF$ và $AEOI$ là các tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh $AE^2=AB.AC$.
3. Chứng minh ED song song với AC .

4. Khi (O) thay đổi, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OIK luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho ba số $x,y,z>0$ thỏa mãn $x+y+z=xyz$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S=\dfrac{x}{\sqrt{yz\left(1+x^2\right)}}+\dfrac{y}{\sqrt{xz\left(1+y^2\right)}}+\dfrac{z}{\sqrt{xy\left(1+z^2\right)}}$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. (2,0 điểm):

Cho biểu thức: $P=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-x+\sqrt{x}-1}\right):\left(\dfrac{x+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+x\sqrt{x}+1}+\dfrac{1}{x+1}\right)$ (với $x\ge 0$; $x\ne 1$)

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tìm x để $P=\sqrt{x}-2$.

c) Tìm m để có x thỏa mãn $\left(\sqrt{x}+1\right)P=m-x$

Lời giải

a) Với $x\ge 0$; $x\ne 1$ ta có:

$$P=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-x+\sqrt{x}-1}\right):\left(\dfrac{x+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}+1}+\dfrac{1}{x+1}\right)$$

$$P=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(x+1\right)-\left(x+1\right)}\right):\left(\dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}\left(x+1\right)+\left(x+1\right)}+\dfrac{1}{x+1}\right)$$

$$P=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{2\sqrt{x}}{\left(x+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}\right):\left(\dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(x+1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}+\dfrac{1}{x+1}\right)$$

$$P=\dfrac{x+1-2\sqrt{x}}{\left(x+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}:\dfrac{\sqrt{x}+1}{x+1}$$

$$P=\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\left(x+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}.\dfrac{x+1}{\sqrt{x}+1}$$

$$P=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$$

Vậy $P=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ với $x\ge 0$; $x\ne 1$

b) Với $x\ge 0$; $x\ne 1$ ta có:

$P = \sqrt{x} - 2$

$\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = \sqrt{x} - 2$

$\Leftrightarrow \sqrt{x} - 1 = \left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+1\right)$

$\Leftrightarrow \sqrt{x} - 1 = x - \sqrt{x} - 2$

$\Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} - 1 = 0$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}-1\right)^2 = 2$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x} - 1 = \sqrt{2} \\ \sqrt{x} - 1 = -\sqrt{2} \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x} = 1 + \sqrt{2} \\ \sqrt{x} = 1 - \sqrt{2} \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow x = 3 + 2\sqrt{2}$ (thỏa mãn điều kiện).

b) Với $x \ge 0; x \ne 1$ ta có:

$\left(\sqrt{x}+1\right)P = m - x$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}+1\right)\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = m - x$

$\Leftrightarrow \sqrt{x} - 1 = m - x$

$\Leftrightarrow x + \sqrt{x} = m + 1$

Có $x \ge 0 \Rightarrow \sqrt{x} \ge 0$

$\Rightarrow m + 1 \ge 0 \Leftrightarrow m \ge -1$

Có $x \ne 1 \Leftrightarrow 1 + \sqrt{1} \ne m + 1 \Leftrightarrow m \ne 1$

Vậy với $m \ge -1; m \ne 1$ thì có x thỏa mãn $\left(\sqrt{x}+1\right)P = m - x$.

Câu 2. (2,0 điểm): *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình"*

Nếu hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn thì sau 4 giờ 48 phút bể sẽ đầy. Nếu chỉ mở cho mỗi vòi chảy một mình thì vòi thứ nhất đầy bể chậm hơn vòi thứ hai là 4 giờ. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu sẽ đầy bể?

Lời giải

Đổi 4 giờ 48 phút = $\dfrac{24}{5}$ giờ

Gọi thời gian bể một chảy một mình để đầy bể là: x (giờ)

Gọi thời gian bể hai chạy một mình để đầy bể là: y (giờ)

Hai vòi cùng chảy thì sau $\dfrac{24}{5}$ giờ đầy bể, ta có phương trình:

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{24}\ (1)$

Nếu chỉ mở cho mỗi vòi chảy một mình thì vòi thứ nhất đầy bể chậm hơn vòi thứ hai 4 giờ nên ta có phương trình: $x-y=4\ (2)$

Từ $(1),(2)$ ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x-y=4 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{24} \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=4+y \\ \frac{1}{4+y}+\frac{1}{y}=\frac{5}{24} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4+y \\ 24(4+2y)=5y(4+y) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=4+y \\ 5y^2+20y=24(4+2y) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4+y \\ 5y^2-28y-96=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=4+y \\ \left[\begin{array}{l} y=8\,(TM) \\ y=-\frac{12}{5}\,(KTM) \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=12 \\ y=8 \end{cases}$$

Vậy: Vòi 1 chảy một mình mất 12 giờ thì đầy bể, vòi 2 chảy một mình mất 8 giờ thì đầy bể.

Câu 3. (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{|x+1|}+\sqrt{y+1}=4 \\ \frac{2}{|x+1|}-3\sqrt{y+1}=3 \end{cases}$

2) Cho parabol $(P): y=\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y=mx-m+\frac{1}{2}$ (m là tham số)

a) Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) khi $m=2$.

b) Tìm m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B có tung độ lần lượt là y_A; y_B thỏa mãn: $y_A+y_B<1$

Lời giải

1) Điều kiện xác định: $x\neq -1;\ y\geq -1$

Với $x\neq -1; y\geq -1$ ta có:

Đặt $\frac{1}{|x+1|}=a;\sqrt{y+1}=b\,(a>0;b\geq 0)$ ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a+b=4 \\ 2a-3b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+2b=8 \\ 2a-3b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ a=3 \end{cases}$$ (thỏa mãn điều kiện).

Với $a=3 \Leftrightarrow \frac{1}{|x+1|}=3 \Leftrightarrow |x+1|=\frac{1}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=\frac{1}{3} \\ x+1=\frac{-1}{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{-2}{3} \\ x=\frac{-4}{3} \end{array}\right.$ (thỏa mãn điều kiện)

Với $b=1 \Leftrightarrow \sqrt{y+1}=1 \Leftrightarrow y=0$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(x;y) \in \left\{\left(\frac{-2}{3};0\right),\left(\frac{-4}{3};0\right)\right\}$.

2a) Khi $m=2 \Rightarrow (d): y=2x-\frac{3}{2}$

Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình:

$\frac{1}{2}x^2=2x-\frac{3}{2}$

$\Leftrightarrow x^2-4x+3=0$

Có $a+b+c=1+(-4)+3=0$

Phương trình có hai nghiệm $x_1=1; x_2=3$

Với $x_1=1$ ta có $y_1=\frac{1}{2}$

Với $x_2=3$ ta có $y_2=\frac{9}{2}$

Vậy khi $m=2$ tọa độ giao điểm của (d) và (P) là: $\left(1;\frac{1}{2}\right);\left(3;\frac{9}{2}\right)$

b) Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình:

$\frac{1}{2}x^2=mx-m+\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow x^2-2mx+2m-1=0(1)$

Có $a+b+c=1-2m+2m-1=0$

$\Rightarrow \forall m$ phương trình (1) luôn có hai nghiệm $x=1; x=2m-1$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow 2m-1 \neq 1 \Leftrightarrow m \neq 1$

Vậy $m \neq 1$ (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A;B$ có hoành độ

$\begin{cases} x_A=1 \\ x_B=2m-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_A=\frac{1}{2} \\ y_B=\frac{(2m-1)^2}{2} \end{cases}$

Có $y_A+y_B<1$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}+\frac{(2m-1)^2}{2}<1$

$\Leftrightarrow \frac{(2m-1)^2}{2}<\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow (2m-1)^2<1 \Leftrightarrow |2m-1|<1$

$\Leftrightarrow -1<2m-1<1$

$\Leftrightarrow 0<2m<2$

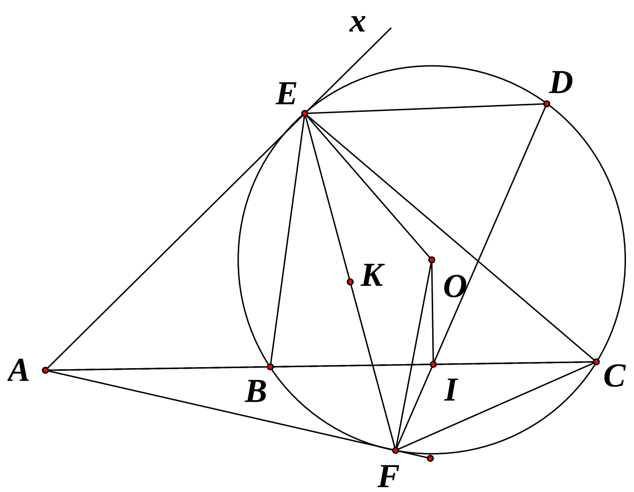
$\Leftrightarrow 0<m<1$

Câu 4. (3,5 điểm):

Cho ba điểm cố định A, B, C thẳng hàng theo thứ tự đó. Vẽ một đường tròn $(O;R)$ bất kì đi qua B, C (BC không là đường kính của (O)). Từ A kẻ tiếp tuyến AE và AF đến (O) (E, F là các tiếp điểm). Gọi I là trung điểm của BC, K là trung điểm của EF, giao điểm FI với ((O) là D).

1. Chứng minh $AEOF$ và $AEOI$ là các tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh $AE^2 = AB.AC$.
3. Chứng minh ED song song với AC.
4. Khi (O) thay đổi, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OIK luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Lời giải



1. Vì AE, AF là tiếp tuyến của đường tròn $\Rightarrow$

$AE \perp OE, AF \perp OF \Rightarrow \widehat{AEO}=\widehat{AFO}=90^\circ$

Xét tứ giác $AEOF$ nội tiếp vì có 2 góc $\widehat{AEO}$ và $\widehat{AFO}$ ở vị trí đối nhau có tổng bằng 180°

Tứ giác $AEOF$ nội tiếp $\Rightarrow A$, E, O, F cùng thuộc một đường tròn (1)

Ta có I là trung điểm của $BC \Rightarrow BC \perp OI \Rightarrow \widehat{AIO} = 90°$ (theo liên hệ giữa đường kính và dây cung)

Tứ giác $AEOI$ nội tiếp vì có 2 góc $\widehat{AEO}$ và $\widehat{AIO}$ ở vị trí đối nhau có tổng bằng 180°

Tứ giác $AEOI$ nội tiếp $\Rightarrow A,\ E,\ O,\ I$ cùng thuộc một đường tròn (2)

Từ $(1), (2) \Rightarrow A,\ E,\ I,\ F$

cùng thuộc một đường tròn $\Rightarrow$ tứ giác $AEIF$ nội tiếp

2. Xét ΔAEB và ΔACE có $\widehat{EAB}$ chung và $\widehat{AEB} = \widehat{ACE}$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung bằng góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{EB}$)

$\Rightarrow \Delta AEB \backsim \Delta ACE(g.g) \Rightarrow \dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AC}{AE} \Rightarrow AE^2 = AB.AC$

3. Gọi Ex là tia đối của EA như hình vẽ.

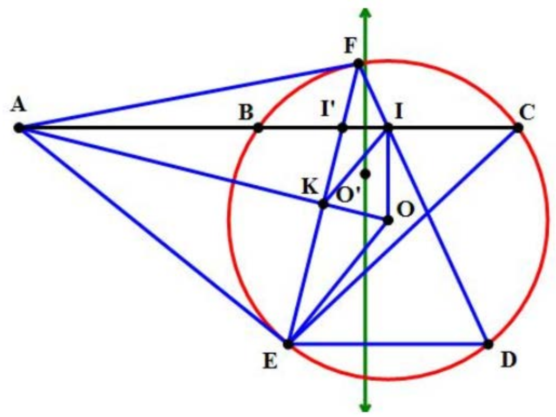
Ta có tứ giác $AEIF$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{EAB} = \widehat{EFI}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung EI)

$\widehat{xED} = \widehat{EFD}$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cùng bằng góc nội tiếp cùng chắn cung ED)

$\Rightarrow \widehat{xED} = \widehat{EAB}$

Mà 2 góc này ở vị trí đồng vị $\Rightarrow ED // AC$

4.



Gọi I' là giao điểm của FE và BC.

$\Rightarrow KII'O$ nội tiếp

Suy ra tâm O' của đường tròn ngoại tiếp ΔOIK cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $KI'IO$.

$\Rightarrow O' \in$ đường trung trực của II'.

Mặt khác: $AE^2 = AF^2 = AI.AI'$

Mà $AE^2 = AF^2 = AB.AC$ (không đổi)

$\Rightarrow AI.AI'$ không đổi.

Do I cố định nên I' cố định.

Vậy O' nằm trên đường trung trực của II' cố định.

Câu 5 (0,5điểm)

Cho ba số $x, y, z > 0$ thỏa mãn $x + y + z = xyz$.

Tìm giá trị lớn nhấ tcủa biểu thức $S = \dfrac{x}{\sqrt{yz(1+x^2)}} + \dfrac{y}{\sqrt{xz(1+y^2)}} + \dfrac{z}{\sqrt{xy(1+z^2)}}$.

Lờigiải

$$S = \frac{x}{\sqrt{yz(1+x^2)}} + \frac{y}{\sqrt{xz(1+y^2)}} + \frac{z}{\sqrt{xy(1+z^2)}} = \frac{x}{\sqrt{yz+xyz.x}} + \frac{y}{\sqrt{xz+xyz.y}} + \frac{z}{\sqrt{xy+xyz.z}}.$$

Mà theo đề bài, $x + y + z = xyz$ nên ta có:

$$S = \frac{x}{\sqrt{yz+(x+y+z).x}} + \frac{y}{\sqrt{xz+(x+y+z).y}} + \frac{z}{\sqrt{xy+(x+y+z).z}}$$

$$= \frac{x}{\sqrt{yz+xz+x(x+y)}} + \frac{y}{\sqrt{xz+yz+y(x+y)}} + \frac{z}{\sqrt{xy+zy+z(x+z)}}$$

$$= \frac{x}{\sqrt{z(x+y)+x(x+y)}} + \frac{y}{\sqrt{z(x+y)+y(x+y)}} + \frac{z}{\sqrt{y(x+z)+z(x+z)}}$$

$$= \frac{x}{\sqrt{(z+x)(x+y)}} + \frac{y}{\sqrt{(z+y)(x+y)}} + \frac{z}{\sqrt{(y+z)(x+z)}}\ (1).$$

Tacó $x, y, z > 0$ nên suy ra $\dfrac{x}{z+x}, \dfrac{x}{x+y}, \dfrac{y}{z+y}, \dfrac{y}{x+y}, \dfrac{z}{y+z}, \dfrac{z}{x+z}$ đều là số dương.

Với $x, y, z > 0$, áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 2 số dương ta được

$$\frac{x}{z+x} + \frac{x}{x+y} \ge 2\sqrt{\frac{x}{z+x}.\frac{x}{x+y}} = 2.\frac{x}{\sqrt{(z+x)(x+y)}}\ (2).$$

$$\frac{y}{z+y} + \frac{y}{x+y} \ge 2\sqrt{\frac{y}{z+y}.\frac{y}{x+y}} = 2.\frac{y}{\sqrt{(z+y)(x+y)}}\ (3).$$

$$\frac{z}{y+z} + \frac{z}{x+z} \ge 2\sqrt{\frac{z}{y+z}.\frac{z}{x+z}} = 2.\frac{z}{\sqrt{(y+z)(x+z)}}\ (4).$$

Dấu "=" của $(2),(3),(4)$ đồng thời xảy ra khi và chỉ khi $x = y = z > 0$.

Cộng vế với vế của $(2),(3),(4)$ ta được

$$\frac{x}{z+x} + \frac{x}{x+y} + \frac{y}{z+y} + \frac{y}{x+y} + \frac{z}{y+z} + \frac{z}{x+z} \ge 2.\left(\frac{x}{\sqrt{(z+x)(x+y)}} + \frac{y}{\sqrt{(z+y)(x+y)}} + \frac{z}{\sqrt{(y+z)(x+z)}}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+z}{z+x} + \frac{x+y}{x+y} + \frac{y+z}{z+y} \ge 2.\left(\frac{x}{\sqrt{(z+x)(x+y)}} + \frac{y}{\sqrt{(z+y)(x+y)}} + \frac{z}{\sqrt{(y+z)(x+z)}}\right)$$

$$\Leftrightarrow 3 \geq 2.\left(\frac{x}{\sqrt{(z+x)(x+y)}}+\frac{y}{\sqrt{(z+y)(x+y)}}+\frac{z}{\sqrt{(y+z)(x+z)}}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} \geq \frac{x}{\sqrt{(z+x)(x+y)}}+\frac{y}{\sqrt{(z+y)(x+y)}}+\frac{z}{\sqrt{(y+z)(x+z)}}\ (5).$$

Từ (1) và (5) suy ra $S \leq \frac{3}{2}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x,y,z>0 \\ x+y+z=xyz \\ x=y=z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x,y,z>0 \\ 3x=x^3 \\ x=y=z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x,y,z>0 \\ 3=x^2 \\ x=y=z \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x,y,z>0 \\ x=\sqrt{3} \\ x=y=z \end{cases} \Leftrightarrow x=y=z=\sqrt{3}$ (thỏa mãn).

Vậy giá trị lớn nhất của S bằng $S \leq \frac{3}{2}$ đạt được khi $x=y=z=\sqrt{3}$.

PHÒNG GD&ĐT QUỐC OAI **ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 – LẦN 1**

NĂM HỌC 2020-2021

Thời gian làm bài: 120 phút

(Đề thi gồm 1 trang)

Bài 1. (2 điểm)

Cho hai biểu thức:

$A=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$; $B=\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{2\sqrt{x}+4}{x-1}$ với $x\ge 0$; $x\ne 1$.

a) Tính giá trị của A khi $x=4$.

b) Rút gọn B.

c) Tìm x để $A.B\le \dfrac{1}{2}$.

Bài 2. (2,5 điểm)

Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

1. Một đội xe vận tải nhận chở 180 tấn hàng, được chia đều cho các xe. Lúc khởi hành, có 2 xe bị hỏng nên mỗi xe phải chở thêm 3 tấn so với dự định. Hỏi ban đầu có bao nhiêu xe.

2. Một chiếc cốc hình trụ có đường kính đáy là $10\,cm$, chiều cao bằng đường kính đáy. Tính thể tích của chiếc cốc đó .

Bài 3. (2,0 điểm)

1.Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\dfrac{3}{\sqrt{x-1}}-\dfrac{2}{\sqrt{y+2}}=2\\ \dfrac{1}{\sqrt{x-1}}+\dfrac{4}{\sqrt{y+2}}=3\end{cases}$

2.Cho Parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=2mx+2m+3$ (Với m là tham số)

a) Chứng minh rằng đường thẳng d luôn cắt P tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m.

b) Gọi x_1 và x_2 là hoành độ các giao điểm của (d) và (P).

Tìm m để: $x_1^2+2mx_2+2m+3=14$.

Bài 4. (3,0 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O bán kính R, đường kính AB. Điểm H thuộc đoạn OA. Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với AB, cắt nửa đường tròn tại M. Gọi I là trung điểm của MH; tia AI cắt đường tròn tại C; tia BC cắt tia HM tại D.

a) Chứng minh tứ giác $BHIC$ nội tiếp.

b) Chứng minh: $DB.DC = DH.DI$.

c) Tiếp tuyến tại A của đường tròn cắt tia BI tại N. Chứng minh MN là tiếp tuyến của đường tròn (O,R).

Bài 5. (0,5 điểm)

Cho các số thực dương x, y thỏa mãn: $x+y=15$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A=\sqrt{x+1}+\sqrt{y+2}$

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT
ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 – LẦN 1
NĂM HỌC 2020-2021
PHÒNG GD & ĐÀO TẠO QUỐC OAI

Câu 1. (2 điểm)

Cho hai biểu thức:

$$A=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}\ ;\ B=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}+\frac{2\sqrt{x}+4}{x-1} \text{ với } x\ge 0\ ;\ x\ne 1.$$

a) Tính giá trị của A khi $x=4$.

b) Rút gọn B.

c) Tìm x để $A.B\le \frac{1}{2}$.

Lời giải

a) Thay $x=4$ (thỏa mãn điều kiện) vào $A=\frac{\sqrt{4}+1}{\sqrt{4}+3}=\frac{3}{5}$.

b) $$B=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}+\frac{2\sqrt{x}+4}{x-1}=\frac{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)-\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}+1\right)+2\sqrt{x}+4}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$=\frac{2x-2\sqrt{x}-x-3\sqrt{x}-2+2\sqrt{x}+4}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}=\frac{x-3\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

c) $A.B\le \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)}-\frac{1}{2}\le 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}-4-\sqrt{x}-3}{2\left(\sqrt{x}+3\right)}\le 0$$

$\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}-7}{2\left(\sqrt{x}+3\right)} \le 0$

$\Leftrightarrow x \le 49$

Kết hợp điều kiện $0 \le x \le 49$, $x \ne 1$

Câu 2. (2,5 điểm)

Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

1. Một đội xe vận tải nhận chở 180 tấn hàng, được chia đều cho các xe. Lúc khởi hành, có 2 xe bị hỏng nên mỗi xe phải chở thêm 3 tấn so với dự định. Hỏi ban đầu có bao nhiêu xe..

2. Một chiếc cốc hình trụ có đường kính đáy là 10 cm, chiều cao bằng đường kính đáy. Tính thể tích của chiếc cốc đó .

Lời giải

1. Gọi số xe ban đầu là x (xe) $x \in \mathbb{N}^*$.

+) Ban đầu, dự định mỗi xe phải chở $\dfrac{180}{x}$ (tấn hàng)

+) Lúc khởi hành, có 2 xe bị hỏng nên số tấn hàng mỗi xe phải chở trong thực tế là $\dfrac{180}{x-2}$(tấn)

+) Theo đề, lúc khởi hành mỗi xe phải chở thêm 3 tấn so với dự định nên ta có phương trình

$$\frac{180}{x}+3=\frac{180}{x-2}$$

$\Leftrightarrow \dfrac{180(x-2)}{x(x-2)}+\dfrac{3x(x-2)}{x(x-2)}=\dfrac{180x}{x(x-2)}$

$\Rightarrow 180x-360+3x^2-6x=180x$

$\Leftrightarrow x^2-2x-120=0$

$\Leftrightarrow x^2-12x+10x-120=0$

$\Leftrightarrow x(x-12)+10(x-12)=0$

$\Leftrightarrow (x-12)(x+10)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=12(tm) \\ x=-10(ktm) \end{array}\right.$

Vậy ban đầu có 12 xe.

2. Bán kính đáy của cốc hình trụ là $10:2=5\,\text{cm}$.

Vì chiều cao bằng đường kính đáy nên chiều cao của cốc là $10\,\text{cm}$.

Thể tích của cột nước hình trụ có bán kính là $3\,\text{cm}$, chiều cao $12\,\text{cm}$ là:

$$V=\pi.r^2.h=\pi.5^2.10=250\pi\ (cm^3)$$

Câu 3. (2,0 điểm)

1.Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{3}{\sqrt{x-1}}-\dfrac{2}{\sqrt{y+2}}=2 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x-1}}+\dfrac{4}{\sqrt{y+2}}=3 \end{cases}$

2.Cho Parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=2mx+2m+3$ (Với m là tham số)

a) Chứng minh rằng đường thẳng d luôn cắt P tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m.

b) Gọi x_1 và x_2 là hoành độ các giao điểm của (d) và (P).

Tìm m để: $x_1^2+2mx_2+2m+3=14$.

Lời giải

1) Đặt $\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{x-1}}=a \\ \dfrac{1}{\sqrt{y+2}}=b \end{cases}$ với $\begin{cases} x>1 \\ y>-2 \end{cases}$

Hệ đã cho trở thành :

$$\begin{cases} 3a-2b=2 \\ a+4b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a-4b=4 \\ a+4b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7a=7 \\ a+4b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{x-1}}=1 \\ \dfrac{1}{\sqrt{y+2}}=\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1}=1 \\ \sqrt{y+2}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases} \text{ (Thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y)=(2;2)$.

2)

a) Phương trình tọa độ giao điểm của (d) và (P):

$x^2=2mx+2m+3 \quad (1)$

$\Leftrightarrow x^2-2mx-2m-3=0$

$\Delta'=m^2+(2m+3)$

$=(m+1)^2+2>0$ với $\forall m$

$\Rightarrow$ phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với $\forall m$.

Vậy đường thẳng d luôn cắt Parabol P tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m.

b)Áp dụng hệ thức Vi-et ta có

$$\begin{cases} x_1+x_2=2m \\ x_1.x_2=-2m-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1.x_2+x_2^2=2mx_2 \\ x_1.x_2=-2m-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2mx_2-x_2^2=-2m-3 \\ x_1.x_2=-2m-3 \end{cases} \quad (*)$$

Để

$x_1^2+2mx_2+2m+3=14$

$\Leftrightarrow x_1^2+x_2^2-x_2^2+2mx_2+2m-11=0$

$\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2-x_2^2+2mx_2+2m-11=0 \quad (**)$

Thay $(*)$ vào $(**)$ ta được:

$4m^2+4m+6-2m-3+2m-11=0$

$\Leftrightarrow 4m^2+4m-8=0$

$\Leftrightarrow m^2+m-2=0$

$\Leftrightarrow (m-1)(m+2)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2 \end{array}\right.$

Vậy $m\in\{-2;1\}$ để thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 4. (3,0 điểm)

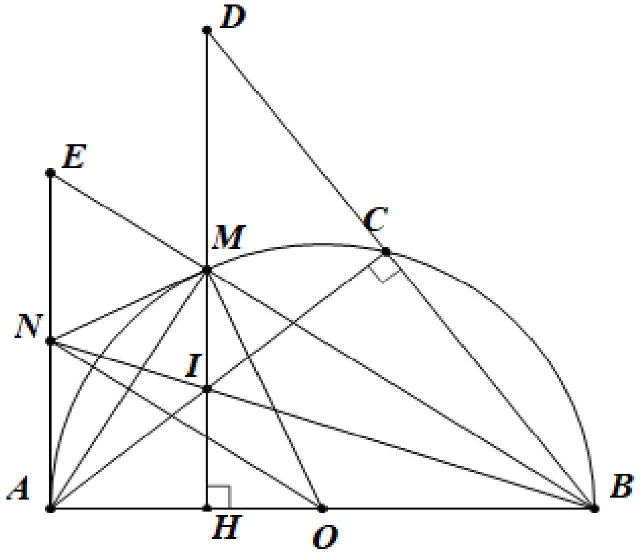
Cho nửa đường tròn tâm O bán kính R, đường kính AB. Điểm H thuộc đoạn OA. Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với AB, cắt nửa đường tròn tại M. Gọi I là trung điểm của MH; tia AI cắt đường tròn tại C; tia BC cắt tia HM tại D.

a) Chứng minh tứ giác $BHIC$ nội tiếp.

b) Chứng minh: $DB.DC=DH.DI$.

c) Tiếp tuyến tại A của đường tròn cắt tia BI tại N. Chứng minh MN là tiếp tuyến của đường tròn (O,R).

Lời giải



a) Chứng minh tứ giác $BHIC$ nội tiếp.

+ Xét tứ giác $BHIC$ có: $\widehat{IHB} = 90^\circ$ (vì $MH \perp AB$ tại H)

$\widehat{ICB} = 90^\circ$ (vì $\widehat{ACB}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \widehat{IHB} + \widehat{ICB} = 180^\circ$ mà đây là hai góc đối nhau

Suy ra tứ giác $BHIC$ nội tiếp (Dấu hiệu nhận biết).

b) Chứng minh: $DB.DC = DH.DI$.

+ Xét ΔIDC và ΔBDH có: $\widehat{IDC} = \widehat{DHB} = 90^\circ$; $\widehat{D}$ chung

$\Rightarrow \Delta IDC \backsim \Delta BDH\,(g.g) \Rightarrow \dfrac{DI}{DB} = \dfrac{DC}{DH} \Rightarrow DB.DC = DH.DI$

c) Tiếp tuyến tại A của đường tròn cắt tia BI tại N. Chứng minh MN là tiếp tuyến của đường tròn (O,R).

+ Gọi giao điểm của BM và AN là E.

+ Vì $AE // MH$ (cùng vuông góc với AB)

$\Rightarrow \dfrac{IH}{AN} = \dfrac{BI}{BN}$ và $\dfrac{BI}{BN} = \dfrac{IM}{EN}$ (hệ quả của định lý Ta-let)

$\Rightarrow \dfrac{IH}{AN} = \dfrac{IM}{EN}$ mà $IH = IM$ $(gt) \Rightarrow AN = EN$ hay N là trung điểm của AE.

+ Xét ΔEMA vuông tại M có N là trung điểm của AE (cmt)

$\Rightarrow MN$ là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền AE $\Rightarrow MN = AN = \dfrac{1}{2}AE$

$\Rightarrow$ ΔAMN cân tại N $\Rightarrow \widehat{NAM} = \widehat{NMA}$ (tính chất tam giác cân)

Tương tự chứng minh được $\widehat{MAO} = \widehat{AMO}$ (vì ΔAMO cân tại O)

$\Rightarrow \widehat{MAO} + \widehat{NAM} = \widehat{AMO} + \widehat{NMO}$

$\Rightarrow \widehat{NAO} = \widehat{NMO}$

Mà $\widehat{NAO} = 90^\circ$ (vì $AN \perp AB$) $\Rightarrow \widehat{NMO} = 90^\circ \Rightarrow NM \perp MO$ mà $M \in (O)$

Suy ra MN là tiếp tuyến của đường tròn (O,R).

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho các số thực dương x, y thỏa mãn: $x + y = 15$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \sqrt{x+1} + \sqrt{y+2}$

Lời giải

Với các số thực dương x, y thì $A > 0$, giá trị của biểu thức A được xác định.

$A = \sqrt{x+1} + \sqrt{y+2} = 1.\sqrt{x+1} + 1.\sqrt{y+2}$ điều kiện: $x \ge -1; y \ge -2$

Chứng minh công thức:

$$(ax+by)^2 \le (a^2+b^2)(x^2+y^2)$$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có:

$$A^2=\left(1.\sqrt{x+1}+1.\sqrt{y+2}\right)^2\le\left(\left(\sqrt{x+1}\right)^2+\left(\sqrt{y+2}\right)^2\right).\left(1^2+1^2\right)$$

$$\le(x+1+y+2).(1+1)$$

$$\le(x+y+3).2$$

$$\le(15+3).2=36$$

Suy ra $A\le 6$ (vì $A>0$)

Dấu bằng xảy ra khi $\sqrt{x+1}=\sqrt{y+2}\Leftrightarrow x+1=y+2\Leftrightarrow x-y=1$

Mà $x+y=15$

Nên ta có hệ phương trình $\begin{cases}x+y=15\\x-y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=(15+1):2\\y=(15-1):2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=8\\y=7\end{cases}$(Thỏa mãn điều kiện)

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức A là 6 khi $x=8;\ \ y=7$

HẾT

TRƯỜNG THCS – THPT LƯƠNG THẾ VINH

ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 – LẦN 3
NĂM HỌC 2020-2021
Ngày thi 14/6/2020
Thời gian làm bài: 120 phút
(Đề thi gồm 1 trang)

Đề số 35

Câu 1 *(2 điểm)*

Cho các biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{2x-2\sqrt{x}}{x-4}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{\sqrt{x}-1}{2-\sqrt{x}}$ với $x>0$, $x\neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{3}$

2) Rút gọn biểu thức B

3) Tìm m để có x thỏa mãn: $A.B=m$

Câu 2 *(2,5 điểm)*

1) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Tháng thứ nhất hai đội sản xuất làm được 700 sản phẩm. Sang tháng thứ hai, đội I làm vượt mức 10% và đội II làm vượt mức 25% so với tháng thứ nhất, vì vậy cả hai đội đã làm được 830 sản phẩm. Hỏi trong tháng thứ nhất mỗi đội làm bao nhiêu sản phẩm?

2) Một lon nước ngọt hình trụ có thể tích bằng $108\pi\left(cm^3\right)$. Biết chiều cao của lon nước ngọt gấp hai lần đường kính đáy. Tính diện tích vật liệu cần dùng để làm một vỏ lon như vậy (bỏ qua diện tích phần ghép nối).

Câu 3 *(2 điểm)*

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\dfrac{4}{x-y}+3\sqrt{y-1}=5\\ \dfrac{1}{x-y}-2\sqrt{y-1}=-\dfrac{3}{2}\end{cases}$ (1)

2) Cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=(2m-1)x+8$.

a) Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B với mọi giá trị của m.

b) Tìm m để khoảng cách từ A và B tới trục Oy có tỉ số bằng 2.

Câu 4 *(3 điểm)*

Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính BC. Trên tia đối của tia BC lấy điểm A cố định, vẽ đường thẳng d vuông goc với AB tại A. Qua điểm M trên đường thẳng d (M khác A) kẻ các tiếp tuyến ME, MF của (O) (E, F là tiếp điểm)

1) Chứng minh năm điểm A, M, E, O, F cùng thuộc một đường tròn.

2) EF cắt MO và AC lần lượt tại H và K, MC cắt (O) tại D (D khác C).

Chứng minh:

a) $MD.MC = ME^2 = MH.MO$

b) AC là phân giác của góc EAF.

3) Đường tròn ngoại tiếp ΔOHK cắt đường tròn đi qua năm điểm A, M, E, O, F tại I. Chứng minh rằng khi M di chuyển trên d thì đường thẳng MI luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 6. *(0,5 điểm)*

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{2+x} + \sqrt{2-x} - \sqrt{4-x^2}$.

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT
ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 – LẦN 3
NĂM HỌC 2020-2021
TRƯỜNG THCS – THPT LƯƠNG THẾ VINH

Câu 1. *(2 điểm)*

Cho các biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}$ và $B = \dfrac{2x-2\sqrt{x}}{x-4} + \dfrac{1}{\sqrt{x}+2} + \dfrac{\sqrt{x}-1}{2-\sqrt{x}}$ với $x > 0$, $x \neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = \sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{3}$

2) Rút gọn biểu thức B

3) Tìm m để có x thỏa mãn: $A.B = m$

Lời giải

1)

$$x = \sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{3} = \sqrt{3+2.\sqrt{3}.1+1} - \sqrt{3} = \sqrt{\left(\sqrt{3}+1\right)^2} - \sqrt{3} = \left|\sqrt{3}+1\right| - \sqrt{3} = \sqrt{3}+1-\sqrt{3} = 1$$

Giá trị $x = 1$ thỏa mãn điều kiện $x > 0$, $x \neq 4$. Thay $x = 1$ vào biểu thức A ta được:

$$A = \frac{\sqrt{1}-3}{\sqrt{1}} = \frac{1-3}{1} = \frac{-2}{1} = -2$$

Vậy $A = -2$ khi $x = \sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{3}$

2) Với $x > 0$, $x \neq 4$ ta có:

$$B = \frac{2x-2\sqrt{x}}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}-1}{2-\sqrt{x}}$$

$$= \frac{2x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$$

$$=\frac{2x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}+\frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}-\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$=\frac{2x-2\sqrt{x}+\sqrt{x}-2-(x+2\sqrt{x}-\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$=\frac{2x-2\sqrt{x}+\sqrt{x}-2-x-2\sqrt{x}+\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$=\frac{x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$$

Vậy $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ Với $x>0$, $x\neq 4$

3) Tìm m để có x thỏa mãn: $A.B=m$

Cách 1:

Với $x>0, x\neq 4$ ta có: $A.B=m \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}.\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}=m \Leftrightarrow m=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2} \Leftrightarrow m=1-\dfrac{5}{\sqrt{x}+2}$

Mà: $\begin{cases} 1-\dfrac{5}{\sqrt{x}+2}<1 \\ 1-\dfrac{5}{\sqrt{x}+2}>-\dfrac{3}{2} \\ 1-\dfrac{5}{\sqrt{x}+2}\neq -\dfrac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{3}{2}<m<1 \\ m\neq -\dfrac{1}{4} \end{cases}$

Vậy $-\dfrac{3}{2}<m<1$, $m\neq -\dfrac{1}{4}$ thì có x để $A.B=m$

Cách 2:

$$A.B=m \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}.\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}=m$$

$$\Leftrightarrow m=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$$

$$\Leftrightarrow (1-m)\sqrt{x}=2m+3$$

Xét $m=1$, thay vào phương trình trên ta được: 0=3 (vô lý)

Xét $m\neq 1 \Rightarrow \sqrt{x}=\dfrac{2m+3}{1-m}$

với điều kiện $x>0$, $x\neq 4$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} > 0 \\ \sqrt{x} \neq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{2m+3}{1-m} > 0 \\ \dfrac{2m+3}{1-m} \neq 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{3}{2} < m < 1 \\ m \neq -\dfrac{1}{4} \end{cases}$$

Câu 2. *(2,5 điểm)*

1) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Tháng thứ nhất hai đội sản xuất làm được 700 sản phẩm. Sang tháng thứ hai, đội I làm vượt mức 10% và đội II làm vượt mức 25% so với tháng thứ nhất, vì vậy cả hai đội đã làm được 830 sản phẩm. Hỏi trong tháng thứ nhất mỗi đội làm bao nhiêu sản phẩm?

2) Một lon nước ngọt hình trụ có thể tích bằng $108\pi\left(cm^3\right)$. Biết chiều cao của lon nước ngọt gấp hai lần đường kính đáy. Tính diện tích vật liệu cần dùng để làm một vỏ lon như vậy (bỏ qua diện tích phần ghép nối).

Lời giải

1) Gọi số sản phẩm tháng thứ nhất đội I sản xuất được là x (sản phẩm), $x \in \mathbb{N}^*, x < 700$.

Gọi số sản phẩm tháng thứ nhất đội II sản xuất được là y (sản phẩm)

, $y \in \mathbb{N}^*, y < 700$.

Tháng thứ nhất hai đội sản xuất làm được 700 sản phẩm nên ta có phương trình :

$$x + y = 700$$

Tháng thứ hai đội I làm được : $x + 10\%x = 1{,}1x$ (sản phẩm).

Tháng thứ hai đội II làm được : $y + 25\%y = 1{,}25y$ (sản phẩm).

Sang tháng thứ hai, cả hai đội đã làm được 830 sản phẩm nên ta có phương trình :

$1{,}1x + 1{,}25y = 830$

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 700 \\ 1{,}1x + 1{,}25y = 830 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1{,}1x + 1{,}1y = 770 \\ 1{,}1x + 1{,}25y = 830 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0{,}15y = 60 \\ x + y = 700 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 \\ y = 400 \end{cases}$$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy số sản phẩm tháng thứ nhất đội I sản xuất được là 300 sản phẩm

Số sản phẩm tháng thứ nhất đội II sản xuất được là 400 sản phẩm.

2) Gọi bán kính đáy lon nước là $x\ (cm), x > 0$.

Đường kính đáy lon nước là $2x\ (cm)$

Chiều cao lon nước là $4x(cm)$

Thể tích lon nước là: $\pi x^2.4x(cm^3)$.

Mà theo bài thể tích lon nước là $108\pi\left(cm^3\right)$

$\Rightarrow \pi x^2.4x = 108\pi$

$\Rightarrow x^3 = 27$

$\Rightarrow x = 3$ (thỏa mãn)

Diện tích vật liệu làm vỏ lon bằng diện tích toàn phần hình trụ:

$2x\pi.4x + 2.\pi x^2 = 10\pi x^2 = 10\pi 3^2 = 90\pi\left(cm^2\right)$

Câu 3. (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{4}{x-y} + 3\sqrt{y-1} = 5 \\ \dfrac{1}{x-y} - 2\sqrt{y-1} = -\dfrac{3}{2} \end{cases}$ (1)

2) Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = (2m-1)x + 8$.

a) Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B với mọi giá trị của m.

b) Tìm m để khoảng cách từ A và B tới trục Oy có tỉ số bằng 2.

Lời giải

1. Điều kiện: $x \neq y$; $y \geq 1$

$$\begin{cases} \dfrac{4}{x-y} + 3\sqrt{y-1} = 5 \\ \dfrac{1}{x-y} - 2\sqrt{y-1} = -\dfrac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{4}{x-y} + 3\sqrt{y-1} = 5 \\ \dfrac{4}{x-y} - 8\sqrt{y-1} = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11\sqrt{y-1} = 11 \\ \dfrac{4}{x-y} + 3\sqrt{y-1} = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y-1} = 1 \\ \dfrac{4}{x-y} + 3.1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y-1 = 1 \\ \dfrac{4}{x-y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x-y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2(tm) \\ x = 4(tm) \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y) = (4;2)$.

2.

a. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$x^2 = (2m-1)x + 8$

$\Leftrightarrow x^2 - (2m-1)x - 8 = 0 (*)$

$(a = 1; b = -(2m-1); c = -8)$

Cách 1:

$\Delta = [-(2m-1)]^2 - 4.1.(-8) = (2m-1)^2 + 32$

Nhận xét:

$(2m-1)^2 \geq 0 \; \forall m$

$\Rightarrow (2m-1)^2 + 32 \geq 32 > 0 \; \forall m$

$\Rightarrow \Delta > 0 \;\; \forall m$

$\Rightarrow (*)$ luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

$\Rightarrow$ (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B với mọi giá trị của m.

<u>*Cách 2:*</u> Vì $a.c = 1.(-8) = -8 < 0, \forall m$

suy ra phương trình (*) luôn có hai nghiệm trái dấu với mọi giá trị của m.

$\Rightarrow (*)$ luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

$\Rightarrow$ (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B với mọi giá trị của m.

b. Theo định lí Viet, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m-1 & (1) \\ x_1.x_2 = -8 & (2) \end{cases}$

Do $x_1.x_2 = -8 < 0$ nên $x_1; x_2$ trái dấu. (3)

Gọi tọa độ $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$. Khi đó, khoảng cách từ A, B đến Oy lần lượt là $|x_1|; |x_2|$ (đvđd)

Bổ sung hình vẽ minh họa

Vì khoảng cách từ A và B tới trục Oy có tỉ số bằng 2 nên

$$\frac{|x_1|}{|x_2|} = 2 \Leftrightarrow |x_1| = 2|x_2| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 2x_2 \\ x_1 = -2x_2 \end{array}\right.$$

+) TH1: $x_1 = 2x_2$ (loại vì (3))

+) TH2: $x_1 = -2x_2$ kết hợp (2) ta được hệ:

$$\begin{cases} x_1 = -2x_2 \\ x_1.x_2 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -2x_2 \\ x_2^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -2x_2 \\ x_2 = \pm 2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_2 = 2; x_1 = -4; \\ x_2 = -2; x_1 = 4; \end{array}\right.$$

Với $x_2 = 2$; $x_1 = -4$ thay vào (1) ta được: $2m - 1 = -2 \Leftrightarrow m = \frac{-1}{2} (tm)$

Với $x_2 = -2$; $x_1 = 4$ thay vào (1) ta được: $2m - 1 = 2 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2} (tm)$

Vậy $m = \frac{-1}{2}; m = \frac{3}{2}$.

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính BC. Trên tia đối của tia BC lấy điểm A cố định, vẽ đường thẳng d vuông goc với AB tại A. Qua điểm M trên đường thẳng d (M khác A) kẻ các tiếp tuyến ME, MF của (O) (E, F là tiếp điểm)

1) Chứng minh năm điểm A, M, E, O, F cùng thuộc một đường tròn.

2) EF cắt MO và AC lần lượt tại H và K, MC cắt (O) tại D (D khác C).

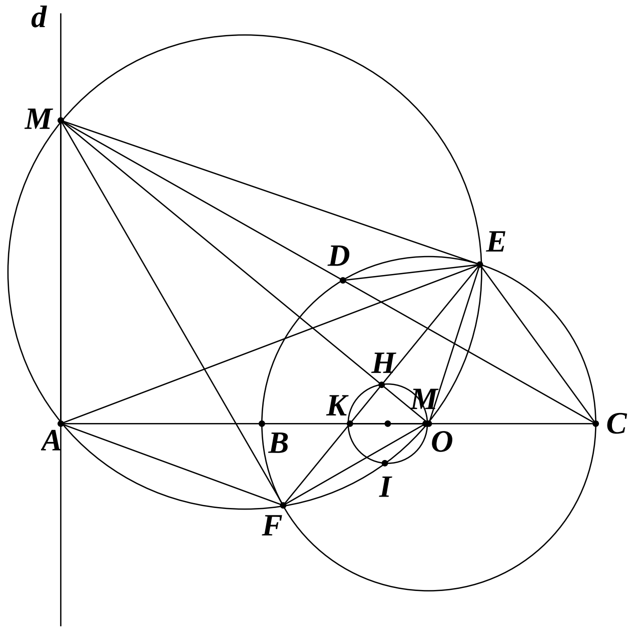
Chứng minh:

a) $MD.MC = ME^2 = MH.MO$

b) AC là phân giác của góc EAF.

3) Đường tròn ngoại tiếp ΔOHK cắt đường tròn đi qua năm điểm A, M, E, O, F tại I. Chứng minh rằng khi M di chuyển trên d thì đường thẳng MI luôn đi qua một điểm cố định.

Lời giải



1) Vì ME, MF lần lượt là tiếp tuyến tại E, F của (O) nên $\widehat{MEO} = \widehat{MFO} = 90°$, nên E, F thuộc đường tròn đường kính MO (1)

Mặt khác $\widehat{MAO} = 90°$ nên A thuộc đường tròn đường kính MO (2)

Từ (1) và (2) suy ra năm điểm A, M, E, O, F cùng thuộc một đường tròn đường kính MO.

2)

a) Xét hai tam giác MDE và MEC có :

$\widehat{M}$ chung

$\widehat{MCE} = \widehat{MED}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cùng chắn cung ED)

$\Rightarrow \Delta MDE \backsim \Delta MEC$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{MD}{ME} = \dfrac{ME}{MC} \Rightarrow MD.MC = ME^2$ (3)

Vì ME, MF là tiếp tuyến của (O) nên $ME = MF$, MO là tia phân giác của góc EMF (t/c tiếp tuyến cắt nhau).

Có ΔMEF cân tại M (vì $ME = MF$), MO là tia phân giác của góc EMF

$\Rightarrow MO \perp EF$ (tính chất)

ΔMEO vuông tại E, EH là đường cao $(MO \perp EF = \{H\})$

$\Rightarrow MH.MO = ME^2$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông). (4)

Từ (3) và (4) suy ra $MD.MC = ME^2 = MH.MO$

b) Ta có $OE = OF = R$, trong đường tròn đi qua 5 điểm thì cung $OE =$ cung OF

$\Rightarrow \widehat{EAO} = \widehat{FAO}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn hai cung bằng nhau của đường tròn đường kính MO)

Suy ra AC là phân giác của góc EAF

3) Ta có $\widehat{OIK} = 90°, \widehat{OIM} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) suy ra KI, MI cùng vuông góc với OI nên M, I, K thẳng hàng.

Xét hai tam giác OHK và OAM có :

Góc O chung

$\widehat{OHK} = \widehat{OAM} = 90°$

$\Rightarrow \Delta OHK \backsim \Delta OAM$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{OH}{OA} = \dfrac{OK}{OM} \Rightarrow OA.OK = OH.OM$ (5)

Xét ΔMEO vuông tại E; EH là đường cao có: $OH.OM = OE^2$ (hệ thức lượng)

Mà $OE = R$, suy ra $OH.OM = R^2$ (6)

$(5)(6) \Rightarrow OA.OK = R^2 \Rightarrow OK = \dfrac{R^2}{OA}$

Do O cố định, A cố định $\Rightarrow OA$ cố định

$\Rightarrow OK$ không đổi mà K nằm trên đường thẳng AC cố định nên suy ra điểm K cố định.

Vậy khi M di chuyển trên d thì đường thẳng MI luôn đi qua điểm K cố định.

Câu 5. (0,5 điểm)

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{2+x} + \sqrt{2-x} - \sqrt{4-x^2}$.

Lời giải

+ Điều kiện: $-2 \le x \le 2$

+ Đặt $t = \sqrt{2+x} + \sqrt{2-x} \ge 0$ và $t^2 = \left(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}\right)^2 = 4 + 2\sqrt{4-x^2}$ $(*)$

$\Rightarrow \sqrt{4-x^2} = \dfrac{t^2-4}{2}$

$\Rightarrow P = t - \dfrac{t^2-4}{2}$

$\Rightarrow 2P = -(t-1)^2 + 5$

Xét biểu thức $t = \sqrt{2+x} + \sqrt{2-x} \ge 0$

$t^2 = 4 + 2\sqrt{4-x^2}$

Với mọi x thỏa mãn điều kiện xác định thì

$\sqrt{4-x^2}\ge 0$

$\Leftrightarrow 4+\sqrt{4-x^2}\ge 4$

$\Leftrightarrow t^2\ge 4$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t\ge 2 \\ t\le -2 \end{array}\right.$

Mà $t\ge 0$ nên chọn $t\ge 2$

$t=2\Rightarrow \sqrt{4-x^2}=0\Leftrightarrow x=\pm 2\ (tm)$

Với mọi x thỏa mãn điều kiện xác định thì $\begin{cases} 2+x\ge 0 \\ 2-x\ge 0 \end{cases}$

Áp dụng BĐT Cô – si ta có:

$2\sqrt{(2+x)(2-x)}\le 2+x+2-x=4$

$\Rightarrow 4+2\sqrt{4-x^2}\le 8$

$\Leftrightarrow t^2\le 8$

$\Leftrightarrow t\le 2\sqrt{2}$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 2=x=2-x\Leftrightarrow x=0$ (thỏa mãn)

+Vì $t\ge 2$ nên

$(t-1)^2\ge (2-1)^2$

$\Leftrightarrow -(t-1)^2\le -1$

$\Leftrightarrow -(t-1)^2+5\le -1+5$

$\Leftrightarrow 2P\le 4$

$\Leftrightarrow P\le 2$

Suy ra $P_{\max}=2\ khi\ t=2\Leftrightarrow x=\pm 2$

+ Vì $t\le 2\sqrt{2}$ nên

$\Rightarrow (t-1)^2\le \left(2\sqrt{2}-1\right)^2$

$\Rightarrow -(t-1)^2\ge -\left(2\sqrt{2}-1\right)^2$

$\Rightarrow -(t-1)^2+5\ge -\left(2\sqrt{2}-1\right)^2+5=4\sqrt{2}-4$

$\Rightarrow 2P\ge 4\sqrt{2}-4$

$\Rightarrow P\ge 2\sqrt{2}-2$

$\Rightarrow P_{\min}=2\sqrt{2}-2\Leftrightarrow t=2\sqrt{2}\Leftrightarrow x=0$

Vậy $P_{\max}=2\ khi\ x=\pm 2$ và $P_{\min}=2\sqrt{2}-2\ khi\ x=0$

ꕥ HẾT ꕥ

UBND QUẬN ĐỐNG ĐA
TRƯỜNG THCS THÁI THỊNH
ĐỀ THI THỬ

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020-2021.
Môn thi: TOÁN
Ngày thi 13/ 06/ 2020. Thời gian làm bài 120 phút

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{x-7}{\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}+\dfrac{2x-3\sqrt{x}+6}{x-4}$ với $x>0$, $x\neq 4$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

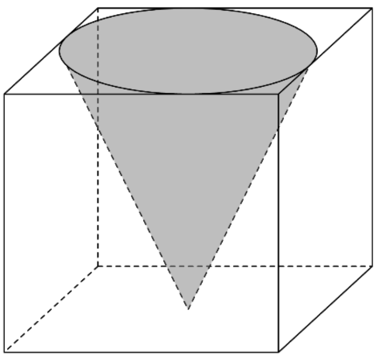
b) Rút gọn biểu thức B.

c) Tìm $x\in\mathbb{Z}$. để biểu thức $P=A.B$ có giá trị nguyên .

Bài II (2,0 điểm)

a) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một người đi xe đạp từ địa điểm A đến địa điểm B với vận tốc không đổi, hai địa điểm cách nhau 30 km. Khi đi từ B về A, người đó chọn đường khác dễ hơn nhưng dài hơn con đường cũ 6 km. Vì lúc về, người đó đi với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 3 km/h nên thời gian về vẫn ít hơn thời gian đi là 20 phút. Tính vận tốc lúc đi của người đó.



b) Người ta đặt một khối nón vào trong một khối lập phương cạnh 1 m chứa đầy nước. Biết rằng đỉnh khối nón trùng với tâm một mặt của khối lập phương, đáy khối nón tiếp xúc với các cạnh củ mặt đối diện. Tính thể tích lượng nước trong khối bị tràn ra ngoài.

Bài III (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}3\sqrt{x+1}-2\sqrt{y-1}=4\\ 2\sqrt{x+1}+\sqrt{y-1}=5\end{cases}$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y=2x+2m^2$ và parabol $(P): y=x^2$.

a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2.

b) Tìm m để $\dfrac{2m+4}{(x_1-m)(x_2-m)}=-1$.

Bài IV (2,0 điểm)

Từ điểm M nằm ngoài đường trong (O), kẻ các tiếp tuyến MA, MB với (O) (B, C là các tiếp điểm). Kẻ đường kính AC của (O). Đoạn thẳng MC cắt AB tại K và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai D. Gọi I, H lần lượt là các giao điểm của MO với BD, AB.

a) Chứng minh bốn điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh MO song song với BC và $IM^2=ID.IB$.

c) Gọi L là giao điểm của IK, HC. Chứng minh ba điểm M, B, L thẳng hàng

Bài V (0,5 điểm)

Với x, $y\ge 0$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+\dfrac{16}{\sqrt{(x+1)(y+1)}}$.

HẾT

ĐÁP ÁN KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

TRƯỜNG THCS THÁI THỊNH

Năm học: 2020 - 2021

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{x-7}{\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}+\dfrac{2x-3\sqrt{x}+6}{x-4}$ với $x>0$, $x\ne 4$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Tìm $x\in\mathbb{Z}$ để biểu thức $P=A.B$ có giá trị nguyên.

Lời giải

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

Thay $x=9$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta được: $A=\dfrac{9-7}{\sqrt{9}}=\dfrac{2}{3}$.

Vậy $x=9$ thì $A=\dfrac{2}{3}$.

b) Rút gọn biểu thức B.

Với $x>0$, $x\ne 4$ ta có:

$$B=\frac{3}{\sqrt{x}+2}+\frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}+\frac{2x-3\sqrt{x}+6}{x-4}$$

$$B=\frac{3\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}-\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}+\frac{2x-3\sqrt{x}+6}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$B=\frac{3\sqrt{x}-6-x-2\sqrt{x}+2x-3\sqrt{x}+6}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$B=\frac{x-2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$B=\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}\ .$$

c) Tìm $x\in\mathbb{Z}$ để biểu thức $P=A.B$ có giá trị nguyên.

Ta có: $P=A.B$

$$P=\frac{x-7}{\sqrt{x}}\cdot\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$$

$$P=\frac{x-7}{\sqrt{x}+2}$$

$$P=\frac{x-4-3}{\sqrt{x}+2}$$

$$P=\sqrt{x}-2-\frac{3}{\sqrt{x}+2}\ .$$

+ Xét $x=7\Rightarrow P=0\in\mathbb{Z}$. Vậy $x=7$ thỏa mãn.

+ Xét $x\neq 7$, $x\in\mathbb{Z}$ nhưng $\sqrt{x}\notin\mathbb{Z}$ $\Rightarrow\sqrt{x}$ là số vô tỷ $\Rightarrow\sqrt{x}+2$ là số vô tỷ.

Mà $x-7$ là số nguyên khác 0 $\Rightarrow P$ là số vô tỷ.

+ Xét $x\in\mathbb{Z}$ và $\sqrt{x}\in\mathbb{Z}\Rightarrow\sqrt{x}+2\in\mathbb{Z}$ và $\sqrt{x}-2\in\mathbb{Z}$.

Do đó $P\in\mathbb{Z}$ khi $\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}\in\mathbb{Z}$ $\Rightarrow\sqrt{x}+2\in\text{Ư}(3)$.

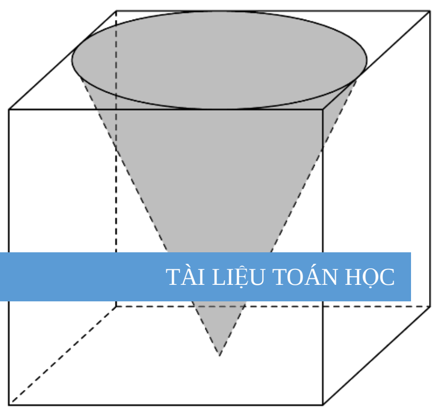
Mà $\sqrt{x}+2\geq 2$

$\Rightarrow\sqrt{x}+2=3$ $\Leftrightarrow\sqrt{x}=1$ $\Leftrightarrow x=1$ (thỏa mãn)

Vậy $x=7$; $x=1$ là giá trị cần tìm.

Bài II (2,0 điểm)

a) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:



Một người đi xe đạp từ địa điểm A đến địa điểm B với vận tốc không đổi, hai địa điểm cách nhau $30km$. Khi đi từ B về A, người đó chọn đường khác dễ hơn nhưng dài hơn con đường cũ $6km$. Vì lúc về, người đó đi với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là $3km/h$ nên thời gian về vẫn ít hơn thời gian đi là 20 phút. Tính vận tốc lúc đi của người đó.

b) Người ta đặt một khối nón vào trong một khối lập phương cạnh $1m$ chứa đầy nước. Biết rằng đỉnh khối nón trùng với tâm một mặt của khối lập phương, đáy khối nón tiếp xúc với các cạnh củ mặt đối diện. Tính thể tích lượng nước trong khối bị tràn ra ngoài.

Lời giải

a) Gọi vận tốc lúc đi là x (km./h) $(x>0)$

Thời gian lúc đi là $\frac{30}{x}$ (giờ)

Quãng đường lúc về là $30+6=36$ (km)

Vận tốc lúc về là $x+3$ (km/h)

Thời gian lúc về là $\frac{36}{x+3}$ (giờ)

Theo đầu bài thời gian về ít hơn thời gian đi 20 phút nên ta có phương trình

$$\frac{30}{x}-\frac{36}{x+3}=\frac{1}{3}$$

$\Leftrightarrow \frac{90(x+3)}{3x(x+3)}-\frac{108x}{3x(x+3)}=\frac{x(x+3)}{3x(x+3)}$

$\Rightarrow 90(x+3)-108x=x(x+3)$

$\Leftrightarrow 90x+270-108x=x^2+3x$

$\Leftrightarrow x^2+3x+18x-270=0$

$\Leftrightarrow x^2+21x-270=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=9 & (\text{nhận}) \\ x=-30 & (\text{loại}) \end{array}\right.$

Vật vận tốc lúc đi là 9 km/h.

b) Thể tích lượng nước trong khối hộp bị tràn ra ngoài là thể tích của khối nón.

$$V=\frac{1}{3}\pi.R^2.h=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{1}{2}\right)^2.1=\frac{\pi}{12}\left(\text{m}^3\right)$$

Vậy lượng nước bị trào ra có thể tích $\frac{\pi}{12}\left(\text{m}^3\right)$

Bài III (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3\sqrt{x+1}-2\sqrt{y-1}=4 \\ 2\sqrt{x+1}+\sqrt{y-1}=5 \end{cases}$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y=2x+2m^2$ và parabol $(P): y=x^2$.

a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2.

b) Tìm m để $\dfrac{2m+4}{(x_1-m)(x_2-m)}=-1$.

Lời giải

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3\sqrt{x+1}-2\sqrt{y-1}=4 \\ 2\sqrt{x+1}+\sqrt{y-1}=5 \end{cases}$

Điều kiện: $x\ge -1,\ y\ge 1$.

Đặt $\sqrt{x+1}=a(a\ge 0)$; $\sqrt{y-1}=b(b\ge 0)$. Ta có hệ phương trình:

$\begin{cases} 3a-2b=4 \\ 2a+b=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a-2b=4 \\ 4a+2b=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7a=14 \\ 2a+b=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$ (thỏa mãn)

$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1}=2 \\ \sqrt{y-1}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=4 \\ y-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện xác định).

Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là $(x;y)=(3;2)$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y=2x+2m^2$ và parabol $(P): y=x^2$.

a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2.

Xét phương trình hoành độ: $x^2=2x+2m^2 \Leftrightarrow x^2-2x-2m^2=0 \quad (*)$

Ta có: $\Delta'=(-1)^2-1.(-2m^2)=1+2m^2>0 \quad \forall m$

$\Rightarrow$ Phương trình $(*)$ luôn có hai nghiệm phân biệt với $\forall m \Rightarrow$ đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2.

b) Tìm m để $\dfrac{2m+4}{(x_1-m)(x_2-m)}=-1$.

Do phương trình $(*)$ luôn có hai nghiệm phân biệt với $\forall m$ nên theo hệ thức Viet, ta có:

$x_1+x_2=2$; $x_1x_2=-2m^2$

Mà $\dfrac{2m+4}{(x_1-m)(x_2-m)}=-1\ (x_1\neq m;x_2\neq m)$

$\Rightarrow -(x_1-m)(x_2-m)=2m+4 \Leftrightarrow x_1x_2-mx_1-mx_2+m^2=-2m-4$

$\Leftrightarrow x_1x_2-m(x_1+x_2)+m^2=-2m-4$

$\Rightarrow -2m^2-2m+m^2=-2m-4 \Leftrightarrow m^2=4 \Leftrightarrow m=\pm 2$

Thử lại, với $m=\pm 2$ phương trình $(*)$ có hai nghiệm là $x_1=-2$; $x_2=4$

Mà $x_1\neq m$; $x_2\neq m$, nên $m=2$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

Vậy $m=2$ là giá trị cần tìm.

Bài IV (2,0 điểm)

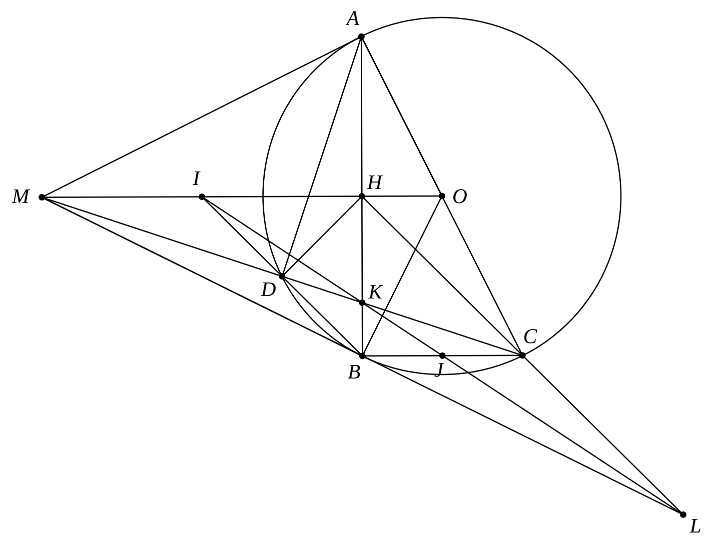
Từ điểm M nằm ngoài đường trong (O) , kẻ các tiếp tuyến MA, MB với (O) $(A, B$ là các tiếp điểm). Kẻ đường kính AC của (O). Đoạn thẳng MC cắt AB tại K và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai D. Gọi I, H lần lượt là các giao điểm của MO với BD, AB.

a) Chứng minh bốn điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh MO song song với BC và $IM^2 = ID.IB$.

c) Gọi L là giao điểm của IK, HC. Chứng minh ba điểm M, B, L thẳng hàng.

Lời giải



a) MA, MB là hai tiếp tuyến của (O)

$\Rightarrow MA\perp OA, MB\perp OB$

1. $\Rightarrow \widehat{MAO}=\widehat{MBO}=90^\circ$

$\Rightarrow MAOB$ nội tiếp đường tròn đường kính MO

$\Rightarrow M$, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Ta có $MA=MB$ (MA, MB là hai tiếp tuyến của (O))

$OA = OB$

$\Rightarrow OM$ là trung trực của AB

$\Rightarrow OM \perp AB$ tại H

B thuộc đường tròn đường kính AC $\Rightarrow \widehat{ABC} = 90° \Rightarrow BC \perp AB$

$\Rightarrow MO // BC$

$\Rightarrow \widehat{IMD} = \widehat{BCD}$ (2 góc so le trong)

Lại có $\widehat{MBI} = \widehat{BCD}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{BD}$ của (O))

$\Rightarrow \widehat{IMD} = \widehat{IBM} = \widehat{BCD}$

Xét ΔIMD và ΔIBM có

$\widehat{MIB}$ chung

$\widehat{IMD} = \widehat{IBM}$

$\Rightarrow \Delta IMD = \Delta IBM$ (g.g) $\Rightarrow IM^2 = ID.IB$

c) Có $\widehat{ADC} = 90°$

$\Rightarrow$ $\widehat{ADM} = 90°$

Mà $\widehat{AHM} = 90°$

$\Rightarrow \widehat{ADM} = \widehat{AHM} = 90°$

$\Rightarrow$ Tứ giác $AHDM$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{IHD} = \widehat{MAD}$

Mà $\widehat{MAD} = \widehat{ABD}$

$\Rightarrow \widehat{IBH} = \widehat{IHD}$

Mà có $\widehat{HIB}$ chung

$\Rightarrow \Delta IHD$ đồng dạng $\Delta IBH \Rightarrow IH^2 = ID.IB$

Mà $IM^2 = ID.IB$

$\Rightarrow IM = IH$

Gọi J là giao điểm của IL, BC

Xét ΔMKI có $IM // CJ \Rightarrow \frac{JC}{IM} = \frac{KJ}{KI}$

Xét ΔIKH có $BJ // IH \Rightarrow \frac{BJ}{IH} = \frac{KJ}{KI}$

2. $\Rightarrow JC = JB$

Hay J là trung điểm của BC

Xét ΔILH có $CJ // LH$

$\Rightarrow \frac{LC}{LH} = \frac{CJ}{HI} = \frac{2CI}{2HJ} = \frac{CB}{MH}$

Lại có $\widehat{MHL} = \widehat{BCL}$ (đồng vị)

$\Rightarrow \Delta MHL$ đồng dạng ΔBCL (c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{HLB} = \widehat{HLM}$

Vậy M , B, C thẳng hàng.

Bài V (0,5 điểm)

Với $x, y \geq 0$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + \dfrac{16}{\sqrt{(x+1)(y+1)}}$.

Lời giải

Ta có $\sqrt{(x+1)(y+1)} \leq \dfrac{x+y+2}{2} \Rightarrow \dfrac{16}{\sqrt{(x+1)(y+1)}} \geq \dfrac{32}{x+y+2}$

$x^2 + y^2 \geq \dfrac{(x+y)^2}{2}$

Khi đó $2P \geq (x+y)^2 + \dfrac{64}{x+y+2}$

Lại có $(x+y)^2 + 4 \geq 4(x+y) \Rightarrow (x+y)^2 + 12 \geq 4(x+y+2)$

$\Rightarrow 2P + 12 \geq 4(x+y+2) + \dfrac{64}{x+y+2} \geq 2\sqrt{4(x+y+2).\dfrac{64}{x+y+2}} = 32$

$\Rightarrow 2P \geq 20 \Rightarrow P \geq 10 \Rightarrow P_{\min} = 10$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = y = 1$.

☙ HẾT ❧

PHÒNG GD&ĐT	**ĐỀ RÀ SOÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH LỚP 9**
HUYỆN BA VÌ	**NĂM HỌC 2019-2020.**
ĐỀ THI THỬ	**Môn thi: TOÁN**
	Ngày thi 13/ 06/ 2020 . Thời gian làm bài 120 phút

Bài I. **(2,0 điểm)** Cho biểu thức $A=\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{3x+3}{x-9}$ và $B=\dfrac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}-1$ với $x\ge 0$ và $x\ne 9$

a) Tính giá trị của B với $x=16$.

b) Rút gọn biểu thức $S=A:B$-.

c) Tìm giá trị của m để phương trình $\sqrt{x}.S=m$ có nghiệm duy nhất.

Bài II. **(2,5 điểm)**

1) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Trong tháng đầu hai tổ công nhân của một công ty sản xuất được 800.000 chiếc khẩu trang phục vụ cho việc chống dịch. Sang tháng thứ hai, tổ I vượt mức 15%, tổ II sản xuất vượt mức 20%. Do đó, cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 945.000 chiếc khẩu trang. Hỏi trong tháng đầu, mỗi tổ công nhân sản xuất được bao nhiêu chiếc khẩu trang.

2) Một khách hàng muốn đặt hàng xưởng gò hàn một chiếc thùng hình trụ bằng sắt có chiều cao $2,4$ mét và đường kính đáy là 2 mét. Tính thể tích của chiếc thùng đó? (Không tính độ dày của tấm sắt làm thùng).

Bài III. **(2,5 điểm)**

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\dfrac{1}{x}+2\sqrt{y-1}=3\\ \dfrac{3}{x}+5\sqrt{y-1}=7\end{cases}$

2) Cho parabol (P): $y=x^2$ và đường thẳng (d): $y=2mx-m^2+2m-1$

a) Tìm m để (P) luôn cắt (d) tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm m để (d)cắt (P) tại hai điểm cùng nằm bên phải trục tung.

Bài IV. **(3,0 điểm)** Cho tam giác ABC vuông tại A $(AB < AC)$ kẻ đường cao AH của tam giác. Trên BC lấy điểm D sao cho $BH = HD$. Vẽ đường tròn đường kính CD cắt AC tại E.

a) Chứng minh tứ giác $AHDE$ nội tiếp.

b) Chứng minh $HD.HC = HE^2$.

c) Chứng minh HE là tiếp tuyến của đường tròn đường kính CD.

Bài V. **(0,5 điểm)** Cho $x, y, z > 1$ thỏa mãn và $x + y + z = 6$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{(x+1)^2}{y-1} + \frac{(y+1)^2}{z-1} + \frac{(z+1)^2}{x-1}$.

ĐÁP ÁN KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

TRƯỜNG THCS THÁI THỊNH

Năm học: 2020 - 2021

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài I. **(2,0 điểm)** Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+3}{x-9}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} - 1$ với $x \ge 0$ và $x \ne 9$

a) Tính giá trị của B với $x = 16$

b) Rút gọn biểu thức $S = A : B$

c) Tìm giá trị của m để phương trình $\sqrt{x}.S = m$ có nghiệm duy nhất.

Lời giải

a) Tính giá trị của B với $x = 16$

Với $x = 16$ thỏa mãn điều kiện nên ta có: $B = \frac{2\sqrt{16}-2}{\sqrt{16}-3} - 1 = \frac{2.4-2}{4-3} - 1 = \frac{8-2}{1} - 1$

$= 5$

Vậy giá trị của B là 5 tại $x = 16$.

b) Rút gọn biểu thức $S = A : B$.

$$S = A : B = \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+3}{x-9}\right) : \left(\frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} - 1\right)$$

$$= \left(\frac{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right) + \sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right) - (3x+3)}{x-9}\right) : \left(\frac{2\sqrt{x}-2-\left(\sqrt{x}-3\right)}{\sqrt{x}-3}\right)$$

$$= \left(\frac{2x-6\sqrt{x}+x+3\sqrt{x}-3x-3}{x-9}\right) : \left(\frac{2\sqrt{x}-2-\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}\right)$$

$$=\left(\frac{-3\sqrt{x}-3}{x-9}\right):\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}\right)$$

$$=\frac{-3\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}.\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$$

$$=\frac{-3}{\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

c) Tìm giá trị của m để phương trình $\sqrt{x}.S=m$ có nghiệm duy nhất.

Ta có $\sqrt{x}.S=m \Leftrightarrow \sqrt{x}.\frac{-3}{\left(\sqrt{x}+3\right)}=m\ \ (1) \Rightarrow -3\sqrt{x}=m\left(\sqrt{x}+3\right)$

$\Rightarrow -3\sqrt{x}=m\sqrt{x}+3m$

$\Rightarrow \left(m+3\right)\sqrt{x}=3m$

Với $m\neq -3$ thì $\sqrt{x}=\frac{3m}{m+3}$

Vì $x\geq 0, x\neq 9$ nên $\begin{cases}\frac{3m}{m+3}\geq 0\\ \frac{3m}{m+3}\neq 3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}\begin{cases}3m\geq 0\\ m+3>0\end{cases}\\ \begin{cases}3m\leq 0\\ m+3<0\end{cases}\end{array}\right.\\ 3m\neq 3m+9\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m\geq 0\\ m<-3\end{array}\right.$

Vậy với $m\geq 0, m<-3$ thì phương trình $\sqrt{x}.S=m$ có nghiệm duy nhất.

Bài II.___-(2,5 điểm)

1) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Trong tháng đầu hai tổ công nhân của một công ty sản xuất được 800.000 chiếc khẩu trang phục vụ cho việc chống dịch. Sang tháng thứ hai, tổ I vượt mức 15%, tổ II sản xuất vượt mức 20%. Do đó, cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 945.000 chiếc khẩu trang. Hỏi trong tháng đầu, mỗi tổ công nhân sản xuất được bao nhiêu chiếc khẩu trang.

2) Một khách hàng muốn đặt hàng xưởng gò hàn một chiếc thùng hình trụ bằng sắt có chiều cao $2,4$ mét và đường kính đáy là 2 mét. Tính thể tích của chiếc thùng đó? (Không tính độ dày của tấm sắt làm thùng).

Lời giải

1)

Gọi số chiếc khẩu trang sản xuất được trong tháng đầu của tổ I là x ($x\in\mathbb{N}^*$, $x<800.000$).

Gọi số chiếc khẩu trang sản xuất được trong tháng đầu của tổ II là y ($y\in\mathbb{N}^*$, $y<800.000$).

Vì trong tháng đầu hai tổ sản xuất được 800.000 chiếc khẩu trang nên ta có phương trình

$$x+y=800000 \quad (1).$$

Vì trong tháng thứ hai, tổ I vượt mức 15%, tổ II sản xuất vượt mức 20% và cả hai tổ sản xuất được 945000 chiếc khẩu trang. Do đó ta có phương trình

$$x+\frac{15x}{100}+y+\frac{20y}{100}=945000 \Leftrightarrow \frac{115}{100}x+\frac{120}{100}y=945000 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x+y=800000 \\ \dfrac{115}{100}x+\dfrac{120}{100}y=945000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=300000 \\ y=500000 \end{cases}.$$

Ta thấy $x=300000, y=500000$ thỏa mãn điều kiện của ẩn.

Vậy trong tháng đầu, tổ I sản xuất được 300000 chiếc khẩu trang, tổ II sản xuất được 500000 chiếc khẩu trang.

2) Áp dụng công thức tính thể tích hình trụ $V=\pi R^2 h$ ta có thể tích thùng sắt hình trụ cần tìm là $\pi\left(\frac{2}{2}\right)^2.2,4\approx 7,6 \ \left(m^3\right)$.

Bài III.-(2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+2\sqrt{y-1}=3 \\ \dfrac{3}{x}+5\sqrt{y-1}=7 \end{cases}$

2) Cho parabol (P): $y=x^2$ và đường thẳng (d): $y=2mx-m^2+2m-1$

a) Tìm m để (P) luôn cắt (d) tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm cùng nằm bên phải trục tung.

Lời giải

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+2\sqrt{y-1}=3 \\ \dfrac{3}{x}+5\sqrt{y-1}=7 \end{cases}$

Điều kiện $x\neq 0$ và $y\geq 1$.

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x}+2\sqrt{y-1}=3 \\ \dfrac{3}{x}+5\sqrt{y-1}=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{3}{x}+6\sqrt{y-1}=9 \\ \dfrac{3}{x}+5\sqrt{y-1}=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{y-1}=2 \\ \dfrac{1}{x}+2\sqrt{y-1}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y-1=4 \\ \dfrac{1}{x}+2\sqrt{y-1}=3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=5 \\ \dfrac{1}{x}+2\sqrt{y-1}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=5 \\ \dfrac{1}{x}+2\sqrt{5-1}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=5 \\ \dfrac{1}{x}+4=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=5 \\ \dfrac{1}{x}=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=5 & (\text{nhận}) \\ x=-1 & (\text{nhận}) \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(5;-1)$.

2) Cho parabol (P): $y=x^2$ và đường thẳng (d): $y=2mx-m^2+2m-1$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$x^2=2mx-m^2+2m-1 \Leftrightarrow x^2-2mx+m^2-2m+1=0\ (1)$

$a=1$; $b=-2m$; $c=m^2-2m+1$

$\Delta'=m^2-m^2+2m-1=2m-1$

a) Để (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) phải có hai nghiệm phân biệt. Suy ra $\Delta'>0 \Leftrightarrow 2m-1>0 \Leftrightarrow m>\dfrac{1}{2}$

b) Để (d) cắt (P) tại hai điểm cùng nằm bên phải trục tung thì phương trình (1) phải có hai nghiệm phân biệt cùng dương, khi đó

$\Delta'>0$ và $ac>0$ và $\dfrac{-b}{a}>0$ khi đó

$$\begin{cases} m>\dfrac{1}{2} \\ m^2-2m+1>0 \\ 2m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>\dfrac{1}{2} \\ (m-1)^2>0 \\ m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>\dfrac{1}{2} \\ m\neq 1 \\ m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>\dfrac{1}{2} \\ m\neq 1 \end{cases}.$$

Vậy với $m>\dfrac{1}{2}$ và $m\neq 1$ thì (d) cắt (P) tại hai điểm cùng nằm bên phải trục tung.

Bài IV. (3,0 điểm)

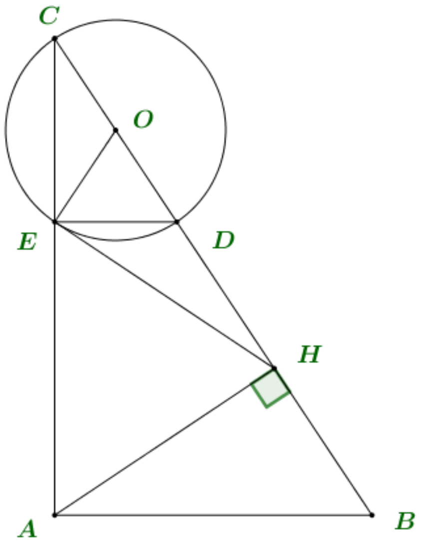
Cho tam giác ABC vuông tại A $(AB<AC)$ kẻ đường cao AH của tam giác. Trên BC lấy điểm D sao cho $BH=HD$. Vẽ đường tròn đường kính CD cắt AC tại E.

a) Chứng minh tứ giác $AHDE$ nội tiếp.

b) Chứng minh $HD.HC=HE^2$.

c) Chứng minh HE là tiếp tuyến của đường tròn đường kính CD.

Lời giải



a) Chứng minh tứ giác $AHDE$ nội tiếp.

Xét đường tròn đường kính CD có $\widehat{CED} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \widehat{DEA} = 90°$

Vì $AH \perp BC$ nên $\widehat{DHA} = 90°$.

Xét tứ giác $AHDE$ có $\widehat{DEA} + \widehat{DHA} = 90° + 90° = 180°$

Mà $\widehat{DEA}$ ở vi trí đối nhau

Suy ra $AHDE$ nội tiếp.

b) Chứng minh $HD.HC = HE^2$.

Vì ΔDAB có đường cao AH đồng thời là đường trung tuyến nên ΔDAB cân tại A

Ta có $\widehat{DEH} = \widehat{DAH}$ (tứ giác $AHDE$ nội tiếp) = $\widehat{HAB}$ (ΔDAB cân tại A) = $\widehat{ECH}$ (cùng phụ với $\widehat{CBA}$).

Xét ΔHDE và ΔHEC ta có

$\widehat{EHD}$ chung.

$\widehat{DEH} = \widehat{ECH}$ (cmt)

$\Rightarrow \Delta HED \sim \Delta HCE$ (g.g).

$\Rightarrow \dfrac{HE}{HC} = \dfrac{HD}{HE} \Rightarrow HE^2 = HC.HD$.

c) Chứng minh HE là tiếp tuyến của đường tròn đường kính CD.

Gọi O là tâm đường tròn đường kính CD.

$\widehat{OED} + \widehat{DEH} = \widehat{ODE} + \widehat{DEH} = \widehat{ODE} + \widehat{ECH} = 90°$.

Suy ra $OE \perp EH$.

Bài V. (0,5 điểm)

Cho $x, y, z > 1$ thỏa mãn và $x + y + z = 6$.

Tìm GTLN, GTNN của biểu thức $P=\dfrac{(x+1)^2}{y-1}+\dfrac{(y+1)^2}{z-1}+\dfrac{(z+1)^2}{x-1}$.

Lời giải

Do $y>1\Rightarrow y-1>0$. Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 2 số dương ta có:

$$\frac{(x+1)^2}{y-1}+9(y-1)\geq 2\sqrt{\frac{(x+1)^2}{y-1}.9.(y-1)}=6(x+1)$$

Tương tự ta có: $\dfrac{(y+1)^2}{z-1}+9(z-1)\geq 6(y+1)$; $\dfrac{(z+1)^2}{x-1}+9(x-1)\geq 6(z+1)$

Khi đó $P+9(x+y+z-3)\geq 6(x+y+z+3)\Leftrightarrow P\geq 45-3(x+y+z)$

Do $x+y+z=6$ nên $P\geq 45-3.6=27\Rightarrow P_{\min}=27$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ $x=y=z=2$.

HẾT

TRƯỜNG THCS QUỲNH MAI

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG MÔN TOÁN 9
NĂM HỌC 2020-2021
Thời gian: 120 phút.

Câu 4. Cho biểu thức

$$A=\frac{x+8}{\sqrt{x}+2} \text{ và } B=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}+\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}-\frac{2x-5\sqrt{x}+5}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)} \text{ với } x\ge 0,\ x\ne 9$$

1) Tính giá trị của A khi $x=4$

2) Rút gọn B

3) Tìm các giá trị của x để $A.B\le 4$

Câu 5. 1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một người đi xe máy từ A đến B dài 60 km với vận tốc dự định. Trong $\frac{1}{3}$ quãng đường đầu người đó đi với vận tốc dự định. Sau đó gặp đường dễ đi nên người đó tăng vận tốc thêm 8 km trên quãng đường còn lại. Biết thời gian người đó đi từ A đến B là 1 giờ 20 phút. Tính vận tốc dự định của người đó.

2) Một chiếc nón là hình nón có đường sinh bằng 30 cm, đường kính đáy bằng 40 cm. Người ta dùng 2 lớp lá để phủ lên bề mặt xung quanh của nón. Tính diện tích lá cần dùng cho một chiếc nón.

Câu 6. 1) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}\sqrt{x-2}+2\left(y-1\right)=6\\ 2\sqrt{x-2}-\left(y-1\right)=2\end{cases}$

2) Cho phương trình bậc hai: $x^2-2\left(m+1\right)x+2m-5=0$ với m là tham số.

a) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm dương phân biệt thỏa mãn $\left(x_1-x_2\right)^2=60$.

Câu 7. (3,0 điểm). Cho đường tròn $\left(O;R\right)$ và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của AO với BC.

1) Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp.

2) Kẻ đường kính BD của $\left(O\right)$, hạ CM vuông góc với BD tại M. Chứng minh $\vartriangle CMD$ đồng dạng ΔACO.

3) a) Giả sử $BC=R\sqrt{3}$. Tính diện tích hình quạt tròn giới hạn bởi OB, OC và cung nhỏ BC

b) Cho AD cắt CM tại K. Chứng minh K là trung điểm của CM.

Câu 8. Cho $x\,;y$ là các số thực dương thỏa mãn $x+y\le 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = 4xy + \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{2}{xy}$$

ꕥ HẾT ꕥ

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho biểu thức

$A = \frac{x+8}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} - \frac{2x-5\sqrt{x}+5}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$ với $x \ge 0$, $x \ne 9$

1) Tính giá trị của A khi $x = 4$

2) Rút gọn B

3) Tìm các giá trị của x để $A.B \le 4$

Lời giải

1) Thay $x = 4$ thoả mãn điều kiện $x \ge 0$, $x \ne 9$ vào A ta được $A = \frac{4+8}{\sqrt{4}+2} = \frac{12}{4} = 3$.

2) Với $x \ge 0$, $x \ne 9$ ta có

$$B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} - \frac{2x-5\sqrt{x}+5}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$= \frac{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right) + \left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right) - \left(2x-5\sqrt{x}+5\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$= \frac{2x-6\sqrt{x}+x-1-2x+5\sqrt{x}-5}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$= \frac{x-\sqrt{x}-6}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$= \frac{x-3\sqrt{x}+2\sqrt{x}-6}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$= \frac{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$$

3) Với $x \ge 0$, $x \ne 9$ ta có $A.B \le 4$

$\Leftrightarrow A.B - 4 \le 0$

$\Leftrightarrow \frac{x+8}{\sqrt{x}+1} - 4 \le 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{x+8-4\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}+1} \le 0$

$\Leftrightarrow x-4\sqrt{x}+4 \le 0$

$\Leftrightarrow (\sqrt{x}-2)^2 \le 0$

Vì $\left(\sqrt{x}-2\right)^2 \ge 0$ với mọi x thỏa mãn điều kiện

$\Rightarrow \left(\sqrt{x}-2\right)^2 \le 0 \Leftrightarrow \left(\sqrt{x}-2\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-2=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}=2 \Leftrightarrow x=4 \quad (\text{nhận})$

Câu 2. 1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một người đi xe máy từ A đến B dài $60km$ với vận tốc dự định. Trong $\frac{1}{3}$ quãng đường đầu người đó đi với vận tốc dự định. Sau đó gặp đường dễ đi nên người đó tăng vận tốc thêm $8km/h$ trên quãng đường còn lại. Biết thời gian người đó đi từ A đến B là 1 giờ 20 phút. Tính vận tốc dự định của người đó

2) Một chiếc nón là hình nón có đường sinh bằng $30cm$, đường kính đáy bằng $40cm$. Người ta dùng 2 lớp lá để phủ lên bề mặt xung quanh của nón. Tính diện tích lá cần dùng cho một chiếc nón.

Lời giải

1) 1 giờ 20 phút $= \frac{4}{3}$ giờ

Gọi vận tốc dự định của người đó là: x (km/h) ($x>0$)

$\frac{1}{3}$ quãng đường đầu là $\frac{1}{3}.\ 60=20$ (km)

Thời gian đi $\frac{1}{3}$ quãng đường đầu với vận tốc dự định là $\frac{20}{x}$ (giờ)

Quãng đường còn lại là $60-20=40$ (km)

Vận tốc khi đi quãng đường còn lại là $x+8$ (km)

Thời gian đi quãng đường còn lại là $\frac{40}{x+8}$ (giờ)

Theo bài ra ta có phương trình về thời gian xe máy đi cả quãng đường từ A đến B là

$$\frac{20}{x}+\frac{40}{x+8}=\frac{4}{3}$$

$\Leftrightarrow 60\left(x+8\right)+120x=4x\left(x+8\right)$

$\Leftrightarrow x^2-37x-120=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=40\ \ (\text{nhận}) \\ x=-3\ \ (\text{loại}) \end{array}\right.$

Vậy vận tốc người đó dự định đi quãng đường là 40 km/h

2) Bán kính đáy của hình nón là $40:2=20\ \ (\text{cm})$

Diện tích xung quanh của chiếc nón là $\pi.20.40=2512\left(\text{cm}^2\right)$

Vì dùng 2 lớp lá để phủ lên bề mặt nón nên diện tích là cần dùng là $2512.2=5024\ \left(\text{cm}^2\right)$

Câu 3. 1) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}\sqrt{x-2}+2(y-1)=6 \\ 2\sqrt{x-2}-(y-1)=2\end{cases}$

2) Cho phương trình bậc hai: $x^2-2(m+1)x+2m-5=0$ với m là tham số

a) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm dương phân biệt thỏa mãn $\left(x_1-x_2\right)^2=60$

Lời giải

1) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}\sqrt{x-2}+2(y-1)=6 \\ 2\sqrt{x-2}-(y-1)=2\end{cases}$

Điều kiện: $x\ge 2$.

$\begin{cases}\sqrt{x-2}+2(y-1)=6 \\ 2\sqrt{x-2}-(y-1)=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2\sqrt{x-2}+4(y-1)=12 \\ 2\sqrt{x-2}-(y-1)=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5(y-1)=10 \\ 2\sqrt{x-2}-(y-1)=2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}y-1=2 \\ 2\sqrt{x-2}-2=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=3 \\ \sqrt{x-2}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=3 \\ x-2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=6\ \ (\text{nhận}) \\ y=3\end{cases}$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x;y)=(6;3)$.

2) Cho phương trình bậc hai: $x^2-2(m+1)x+2m-5=0$ với m là tham số

a) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

Ta có : $\Delta'=(m+1)^2-(2m-5)=m^2+2m+1-2m+5=m^2+6$

Với mọi m ta có : $m^2\ge 0\Leftrightarrow m^2+6>0\Leftrightarrow\Delta'>0$

$\Rightarrow$ Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm dương phân biệt thỏa mãn $\left(x_1-x_2\right)^2=60$

Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

Theo hệ thức Vi – ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1.x_2 = 2m-5 \end{cases}$

Để $x_1; x_2$ dương $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1.x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(m+1) > 0 \\ 2m-5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 > 0 \\ 2m > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m > \dfrac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m > \dfrac{5}{2}$

Ta có: $(x_1 - x_2)^2 = 60 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 60$

$\Leftrightarrow 4(m+1)^2 - 4(2m-5) = 60$

$\Leftrightarrow 4m^2 + 8m + 4 - 8m + 20 = 60$

$\Leftrightarrow m^2 = 9$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} m = 3 & \text{(nhận)} \\ m = -3 & \text{(loại)} \end{array}\right.$

Vậy $m = 3$ là giá trị cần tìm.

Câu 4. (3,0 điểm). Cho đường tròn $(O;R)$ và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của AO với BC.

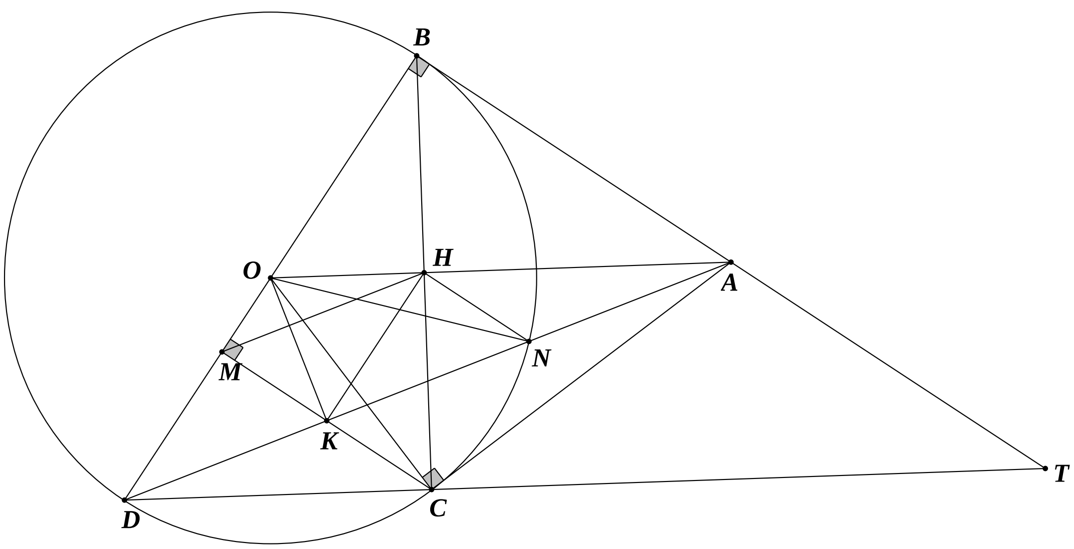
1) Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp.

2) Kẻ đường kính BD của (O), hạ CM vuông góc với BD tại M. Chứng minh ΔCMD đồng dạng ΔACO.

3) a) Giả sử $BC = R\sqrt{3}$. Tính diện tích hình quạt tròn giới hạn bởi OB, OC và cung nhỏ BC

b) Cho AD cắt CM tại K. Chứng minh K là trung điểm của CM.

3. Lời giải



1) Xét (O) có AB, AC là hai tiếp tuyến tại B, C nên $AB \perp OB$ tại B và $AC \perp OC$ tại C

Suy ra $\widehat{ACO} = \widehat{ABO} = 90°$.

Xét tứ giác $ABOC$ có $\widehat{ACO} + \widehat{ABO} = 90° + 90° = 180°$.

Suy ra tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp (vì có tổng hai góc đối bằng $180°$).

2) Ta có $\widehat{BCD}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O) nên $\widehat{BCD} = 90°$.

Suy ra $\widehat{MCD} + \widehat{MCB} = 90°$.

Mặt khác ΔBMC vuông ở M nên $\widehat{MBC} + \widehat{MCB} = 90°$.

Từ đó ta có $\widehat{MCD} = \widehat{MBC} \Rightarrow \widehat{MCD} = \widehat{OBC}$ (1).

Lại có tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{OBC} = \widehat{OAC} = \frac{1}{2}\text{sd}\overset{\frown}{OC}$ (tính chất của góc nội tiếp)

$\Rightarrow \widehat{CAO} = \widehat{OBC}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $\widehat{MCD} = \widehat{CAO}$.

Xét ΔMCD và ΔCAO có $\widehat{DMC} = \widehat{OCA} = 90°$; $\widehat{MCD} = \widehat{CAO}$ (chứng minh trên)

Suy ra: ΔMCDá ΔCAO (g.g).

3) a. Gọi H là giao điểm của OA và BC

Ta có: OA là đường trung trực của BC (ý 2) $\Rightarrow OA \perp BC$ tại H.

Vì $OH \perp BC$ tại H nên H là trung điểm của $BC \Rightarrow BH = CH = \frac{BC}{2} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.

Xét (O) có AB và AC là hai tiếp tuyến cắt nhau tại A.

$\Rightarrow OA$ là tia phân giác của $\widehat{BOC} \Rightarrow \widehat{BOC} = 2\widehat{AOB}$.

Áp dụng tỉ số lượng giác vào ΔOBH vuông tại H ta có:

$$\sin\widehat{BOH} = \frac{BH}{OB} \Rightarrow \sin\widehat{AOB} = \frac{\frac{R\sqrt{3}}{2}}{R} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{AOB} = 60° \Rightarrow \widehat{BOC} = 2\cdot 60° = 120° \Rightarrow \text{sd}\overset{\frown}{BC} = 120°$$

$$S_{\text{quat}} = \frac{\pi R^2.120°}{360°} = \frac{\pi R^2}{3}.$$

b. Gọi T là giao điểm của CD và AB

Ta có: $OA // CD$ (ý 2) $\Rightarrow OA // DT$

Xét ΔBDT có: $OA // DT$; O là trung điểm của BD

$\Rightarrow A$ là trung điểm của $BT \Rightarrow AB = AT$.

Ta có: $AB \perp BD$ (AB là tiếp tuyến của đường tròn (O)); $CM \perp BD$ (gt)

$$\Rightarrow AB // CM \Rightarrow \begin{cases} AB // KM \\ AT // CK \end{cases}$$

Xét ΔABD có $AB // KM$ nên áp dụng hệ của của định lí Ta-lét ta có: $\dfrac{KM}{AB} = \dfrac{DK}{AD}$ (1)

Xét ΔADT có $AT // CK$ nên áp dụng hệ quả của định lí Ta-lét ta có: $\dfrac{CK}{AT} = \dfrac{DK}{AD}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\dfrac{KM}{AB} = \dfrac{CK}{AT}$

Lại có: $AB = AT$ (chứng minh trên)

Suy ra: $KM = CK$

$\Rightarrow K$ là trung điểm của CM (đpcm)

Câu 5. Cho $x; y$ là các số thực dương thỏa mãn $x + y \le 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = 4xy + \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{2}{xy}$$

Lời giải

Cho các số thực dương $x;\ y$ ta có: $(x+y)\left(\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}\right) \ge 4 \Leftrightarrow \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} \ge \dfrac{4}{x+y}$

Thật vậy $x + y \ge 2\sqrt{xy}$; $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} \ge \dfrac{2}{\sqrt{xy}}$ $\Rightarrow (x+y)\left(\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}\right) \ge 4 \Leftrightarrow (x+y)\left(\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}\right) \ge 4$

Ta có $x + y \ge 2\sqrt{xy} \Rightarrow 1 \ge 2\sqrt{xy} \Leftrightarrow xy \le \dfrac{1}{4}$

$$A = 4xy + \frac{1}{x^2+y^2} + \frac{2}{xy} = 4xy + \frac{1}{4xy} + \frac{1}{x^2+y^2} + \frac{1}{2xy} + \frac{5}{4xy}$$

Ta có $4xy + \dfrac{1}{4xy} \ge 2$

$$\frac{1}{x^2+y^2} + \frac{1}{2xy} \ge \frac{4}{(x+y)^2} \ge 4$$

$$\frac{5}{4xy} \ge \frac{5}{(x+y)^2} \ge 5$$

$\Rightarrow A \ge 11$

Vậy giá trị nhỏ nhất $A = 11$ dấu bằng xẩy ra khi $x = y = \dfrac{1}{2}$.

TRƯỜNG THCS NGUYỄN TRƯỜNG TỘ
Đề số 39

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG MÔN TOÁN 9
NĂM HỌC 2020-2021
Thời gian: 120 phút.

Câu 4. Cho hai biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}+4}{x+4}$ và $B=\frac{x}{x-16}-\frac{2}{\sqrt{x}-4}-\frac{2}{\sqrt{x}+4}$, $x\ge 0,\ x\ne 16$

a) Tính giá trị của A khi $x=4$.

b) Rút gọn biểu thức B

c) Tìm các số thực x để biểu thức $C=A.B$ có giá trị lớn nhất.

Câu 5. 1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một công ty dự định điều động một số xe để chuyển 180 tấn hàng từ Hải Phòng lên Hà Nội, mỗi xe chở khối lượng hàng như nhau. Do nhu cầu thực tế cần chuyển thêm 28 tấn hàng nên công ty đó phải điều động thêm một xe cùng loại và mỗi xe bây giờ phải chở thêm 1 tấn hàng mới đáp ứng được nhu cầu đặt ra. Hỏi theo dự định, công ty đó cần điều động bao nhiêu xe, biết rằng mỗi xe chở không quá 15 tấn.

2) Người a thả một quả trứng chìm hoàn tòan vào một cốc nước hình trụ có diện tích đáy là $15cm^3$ thì thấy nước trong cốc tăng thêm $8mm$ (nước không bị tràn ra ngoài). Tính thể tích của quả trứng đã thả vào cốc nước?

Câu 6.

1) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 5x+\frac{2}{|y-1|}=7 \\ 2x-\frac{1}{|1-y|}=1 \end{cases}$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng (d): $y=mx+2$.

a) Chứng minh với mọi m, (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1; x_2 thỏa mãn điều kiện: $\sqrt{-x_1}=\sqrt{2x_2}$

Câu 7. Cho đường tròn $(O;R)$ dây BC cố định không qua O, điểm A di chuyển trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn và $AC>BC$. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

1) Chứng minh tứ giác $ABDE$ nội tiếp.

2) Đường kính CK của (O) cắt DE tại P. Chứng minh $CA\cdot CB = CF\cdot 2R$ và $\overset{\frown}{PCD} = \overset{\frown}{FCA}$.

3) Gọi N là trung điểm của AC. Đường tròn ngoại tiếp tam giác DFP cắt AD tại M khác D, chứng minh rằng $\dfrac{MN}{FN} = \dfrac{CP}{CF}$ và tìm vị trí điểm A trên đường tròn (O) để diện tích tam giác MBC lớn nhất.

Câu 8. Cho $x>0$, $y>0$, $z>0$ và $x+2y+3z\ge 20$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x+y+z+\dfrac{3}{x}+\dfrac{9}{2y}+\dfrac{4}{z}$

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ VÀO 10
TRƯỜNG THCS NGUYỄN TRUƯỜNG TỘ
Năm học: 2019 - 2020
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hai biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{x}+4}{x+4}$ và $B = \dfrac{x}{x-16} - \dfrac{2}{\sqrt{x}-4} - \dfrac{2}{\sqrt{x}+4}$, $x\ge 0,\ x\ne 16$

a) Tính giá trị của A khi $x=4$.

b) Rút gọn biểu thức B

c) Tìm các số thực x để biểu thức $C = A.B$ có giá trị lớn nhất.

Lời giải

a) Ta có: $x=4$ (thỏa mãn điều kiện)

Thay $x=4$ vào A ta được: $A = \dfrac{\sqrt{4}+4}{4+4} = \dfrac{6}{8} = \dfrac{3}{4}$

b) $B = \dfrac{x}{x-16} - \dfrac{2}{\sqrt{x}-4} - \dfrac{2}{\sqrt{x}+4}$

$$= \frac{x-2\left(\sqrt{x}+4\right)-2\left(\sqrt{x}-4\right)}{\left(\sqrt{x}-4\right)\left(\sqrt{x}+4\right)}$$

$$= \frac{x-2\sqrt{x}-8-2\sqrt{x}+8}{\left(\sqrt{x}-4\right)\left(\sqrt{x}+4\right)}$$

$$= \frac{x-4\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-4\right)\left(\sqrt{x}+4\right)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-4\right)}{\left(\sqrt{x}-4\right)\left(\sqrt{x}+4\right)}$$

$=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4}$

c) Ta có với $x \geq 0;\ x \neq 16$ thì $C = A.B = \dfrac{\sqrt{x}+4}{x+4}.\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} = \dfrac{\sqrt{x}}{x+4}$

*Ta có $x = 0$ thì $C = 0$, (1)

*Ta có $x > 0$ thì $\dfrac{1}{C} = \dfrac{x+4}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \dfrac{4}{\sqrt{x}}$

Áp dụng bất đẳng thức cosi có: $\dfrac{1}{C} \geq 2\sqrt{\sqrt{x}.\dfrac{4}{\sqrt{x}}} = 4$

$\Rightarrow C \leq \dfrac{1}{4}$

Ta có $C = \dfrac{1}{4}$ khi $\sqrt{x} = \dfrac{4}{\sqrt{x}} \Leftrightarrow x = 4$ (thỏa mãn), (2)

Từ (1) và (2) suy ra C đạt giá trị lớn nhất bằng $\dfrac{1}{4}$ là khi $x = 4$

Câu 2. 1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một công ty dự định điều động một số xe để chuyển 180 tấn hàng từ Hải Phòng lên Hà Nội, mỗi xe chở khối lượng hàng như nhau. Do nhu cầu thực tế cần chuyển thêm 28 tấn hàng nên công ty đó phải điều động thêm một xe cùng loại và mỗi xe bây giờ phải chở thêm 1 tấn hàng mới đáp ứng được nhu cầu đặt ra. Hỏi theo dự định, công ty đó cần điều động bao nhiêu xe, biết rằng mỗi xe chở không quá 15 tấn.

2) Người a thả một quả trứng chìm hoàn tòan vào một cốc nước hình trụ có diện tích đáy là 15cm^3 thì thấy nước trong cốc tăng thêm 8mm (nước không bị tràn ra ngoài). Tính thể tích của quả trứng đã thả vào cốc nước?

Lời giải

Cách 1.

1) Gọi số xe công ty dự định điều động là x (xe, $x \in N^*$)

Số xe thực tế đã điều động là: $x+1$ (xe)

Theo dự định mỗi xe phải chuyển số tấn hàng là: $\dfrac{180}{x}$ (tấn)

Thực tế công ty cần phải chuyển tổng số tấn hàng là: $180 + 28 = 208$ (tấn)

Khi đó thực tế mỗi xe phải chuyển số tấn hàng là: $\dfrac{208}{x+1}$ (tấn)

Vì thực tế mỗi xe phải chuyển nhiều hơn dự định 1 tấn hàng nên ta có phương trình:

$\frac{208}{x+1}-\frac{180}{x}=1$

$\Rightarrow 208x-180\left(x+1\right)=x\left(x+1\right)$

$\Leftrightarrow 208x-180x-180=x^2+x$

$\Leftrightarrow x^2-27x+180=0$

$\Leftrightarrow \left(x-12\right)\left(x-15\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-12=0 \\ x-15=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=12\ (t/m) \\ x=15\ (t/m) \end{array}\right.$

Khi đó:

+) Nếu số xe dự định là 12 xe thì thực tế mỗi xe chuyển số tấn hàng là:

$208:(12+1)=16$ (tấn) (loại) (vì: không thoả mãn điều kiện mỗi xe trở không quá 15 tấn)

+) Nếu số xe dự định là 15 xe thì mỗi xe thực tế chuyển số tấn hàng là:

$208:(15+1)=13$ (tấn) (tmđk mỗi xe chở không quá 15 tấn)

Vậy số xe dự định cần điều động là 15 (xe).

Cách 2:

Gọi số tấn hàng thực tế mỗi xe chuyển là: x (tấn), $\left(x>15\right)$

Số tấn hàng mỗi xe dự định chuyển là: $x-1$ (tấn)

Số xe dự định để chuyển hết 180 tấn hàng là: $\frac{180}{x-1}$ (xe)

Số tấn hàng thực tế đội chuyển là: $180+28=208$ (tấn)

Số xe thực tế mà đội dùng để chở hàng là: $\frac{208}{x}$ (xe)

Vì thực tế đội sử dụng nhiều hơn 1 xe so với dự định nên ta có phương trình:

$\frac{208}{x}-\frac{180}{x-1}=1$

$\Rightarrow 208\left(x-1\right)-180x=x\left(x-1\right)$

$\Leftrightarrow x^2-29x+208=0$

$\Leftrightarrow x^2-13x-16+208=0$

$\Leftrightarrow x\left(x-13\right)-16\left(x-13\right)=0$

$\Leftrightarrow \left(x-13\right)\left(x-16\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=13\left(\text{không thỏa mãn}\right) \\ x=16\left(\text{thỏa mãn}\right) \end{array}\right.$

Vậy số xe mà đội dự định điều động là: $\frac{180}{13-1}=15$ (xe)

2) Đổi $8\,(\text{mm}) = 0,8\ (\text{cm})$

Thể tích cột nước cao $0,8\,\text{cm}$ của cốc hình trụ có diện tích đáy là $15\,\text{cm}^2$ là:

$15.0,8 = 1,2\ (\text{cm}^3)$

Vì thể tích quả trứng bằng thể tích của cột nước dâng lên, do đó thể tích trứng là: $12\ \text{cm}^3$.

Câu 3.

1) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 5x + \dfrac{2}{|y-1|} = 7 \\ 2x - \dfrac{1}{|1-y|} = 1 \end{cases}$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx + 2$.

a) Chứng minh với mọi m, (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1; x_2 thỏa mãn điều kiện: $\sqrt{-x_1} = \sqrt{2x_2}$

Lời giải

1) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 5x + \dfrac{2}{|y-1|} = 7 \\ 2x - \dfrac{1}{|1-y|} = 1 \end{cases}$

Điều kiện xác định: $y \neq 1$

$$\begin{cases} 5x + \dfrac{2}{|y-1|} = 7 \\ 2x - \dfrac{1}{|1-y|} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + \dfrac{2}{|y-1|} = 7 \\ 4x - \dfrac{2}{|1-y|} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x = 9 \\ 2x - \dfrac{1}{|1-y|} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 2 - \dfrac{1}{|1-y|} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \dfrac{1}{|1-y|} = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ |y-1| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \left[\begin{array}{l} y-1 = 1 \\ y-1 = -1 \end{array}\right. \end{cases} . \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \left[\begin{array}{l} y = 2(\text{thỏa mãn}) \\ y = 0(\text{thỏa mãn}) \end{array}\right. \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x;y) \in \{(1;2);(1;0)\}$.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx + 2$.

a) Chứng minh với mọi m, (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình

$$x^2 = mx + 2 \Leftrightarrow x^2 - mx - 2 = 0 (1)$$

Ta có $a.c=-2<0$.

Suy ra phương trình có 2 nghiệm trái dấu với mọi m

Vậy (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt với mọi m.

b) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1; x_2 thỏa mãn điều kiện: $\sqrt{-x_1}=\sqrt{2x_2}$

Phương trình luôn có hai nghiệm trái dấu với mọi m

Theo hệ thức Vi – ét ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=m\ (2) \\ x_1.x_2=-2\ (3) \end{cases}$

Để tồn tại $\sqrt{-x_1};\sqrt{2x_2} \Leftrightarrow x_1<0<x_2$

Ta có: $\sqrt{-x_1}=\sqrt{2x_2} \Leftrightarrow x_1=-2x_2 \Leftrightarrow x_1+x_2+x_2=0 \Leftrightarrow m+x_2=0 \Leftrightarrow x_2=-m$

$\Rightarrow x_1=2m$

Vì $x_1<0<x_2 \Rightarrow m<0$

Thay $x_1=2m$; $x_2=-m$ vào (3) ta có: $2m^2=2 \Leftrightarrow m^2=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \quad \text{(loại)} \\ m=-1\ \text{(nhận)} \end{array}\right.$

Vậy $m=-1$ là giá trị cần tìm.

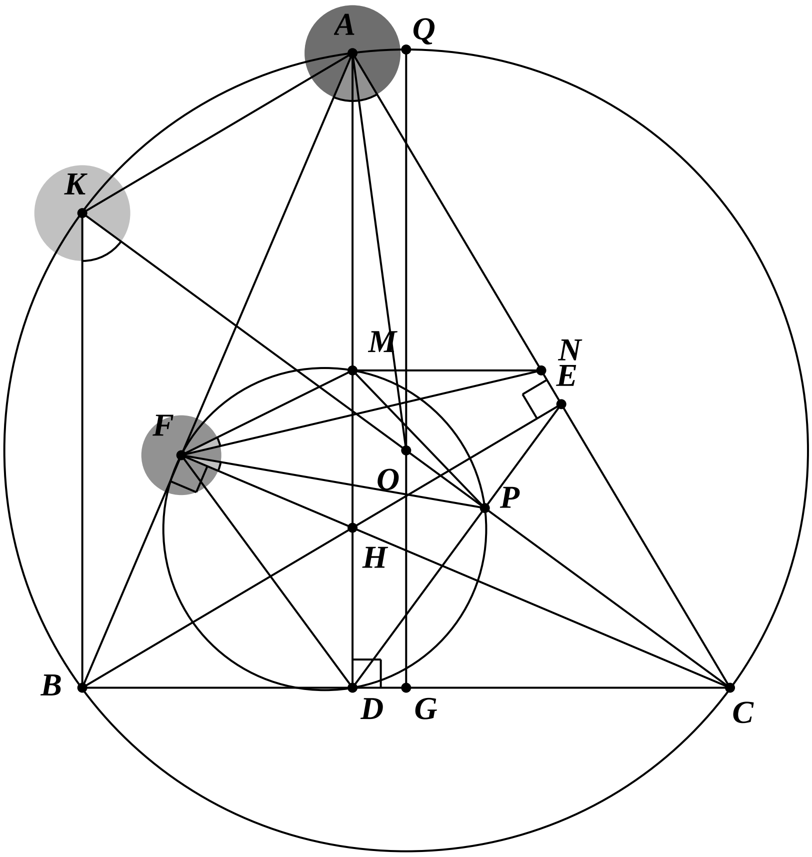
Câu 4. Cho đường tròn $(O;R)$ dây BC cố định không qua O, điểm A di chuyển trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC nhọn và $AC>BC$. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

1) Chứng minh tứ giác $ABDE$ nội tiếp.

2) Đường kính CK của (O) cắt DE tại P. Chứng minh $CA\cdot CB=CF\cdot 2R$ và $\widehat{PCD}=\widehat{FCA}$.

3) Gọi N là trung điểm của AC. Đường tròn ngoại tiếp tam giác DFP cắt AD tại M khác D, chứng minh rằng $\dfrac{MN}{FN}=\dfrac{CP}{CF}$ và tìm vị trí điểm A trên đường tròn (O) để diện tích tam giác MBC lớn nhất.

Lời giải



1)

AD và BE là các đường cao của ΔABC (giả thiết) nên $AD \perp BC$ và $BE \perp AC$

$\Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{AEB} = 90^\circ$.

Mà hai góc này ở 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh AB của tứ giác $ABDE$ suy ra tứ giác $ABDE$ nội tiếp đường tròn (dấu hiệu nhận biết).

2)

CK là đường kính của (O) (giả thiết) $\Rightarrow \widehat{CBK} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

CF là đường cao của ΔABC (giả thiết) $\Rightarrow \widehat{CFA} = 90^\circ$.

Xét ΔCAF và ΔCKB có

$\widehat{CFA} = \widehat{CBK} = 90^\circ$

$\widehat{CAF} = \widehat{CKB}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung BC).

$\Rightarrow \Delta CAF$**á** ΔCKB (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{CA}{CK} = \dfrac{CF}{CB}$ (hai cặp cạnh tương ứng).

$\Leftrightarrow CA \cdot CB = CK \cdot CF = CF \cdot 2R$.

ΔCAF**á** ΔCKB (chứng minh trên) $\Rightarrow \widehat{FCA} = \widehat{BCK}$ (hai góc tương ứng) hay $\widehat{PCD} = \widehat{FCA}$ (điều phải chứng minh).

3)

Tứ giác $AFDC$ nội tiếp đường tròn $\Rightarrow \widehat{ADF} = \widehat{ACF}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AF).

Tứ giác $HDCE$ nội tiếp đường tròn $\Rightarrow \widehat{HDE} = \widehat{ACF}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung HE).

$\Rightarrow \widehat{ADF} = \widehat{HDE} = \widehat{ACF}$.

Tứ giác $FMPD$ nội tiếp đường tròn suy ra

$\widehat{ADF} = \widehat{MPF}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung MF).

$\widehat{HDE} = \widehat{MFP}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung PF).

Mà $\widehat{ADF} = \widehat{HDE}$ (chứng minh trên) $\Rightarrow \widehat{MPF} = \widehat{MFP} = \widehat{ACF}$. (1)

Mà N là trung điểm của AC (giả thiết) $\Rightarrow \Delta AFC$ vuông tại F có FN là trung tuyến nên

$$FN = NC = NA = \frac{1}{2}AC$$

$\Rightarrow \Delta FNC$ cân tại N .

$\Rightarrow \widehat{NCF} = \widehat{NFC}$. (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{NCF} = \widehat{NFC} = \widehat{MPF} = \widehat{MFP}$.

Xét ΔMFP và ΔNFC có

$\widehat{MPF} = \widehat{NCF}$ (chứng minh trên)

$\widehat{MFP} = \widehat{NFC}$ (chứng minh trên)

$\Rightarrow \Delta MFP \backsim \Delta NFC$ (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{FM}{FN} = \dfrac{FP}{FC}$ (hai cặp cạnh tương ứng) $\Leftrightarrow \dfrac{FM}{FP} = \dfrac{FN}{FC}$

Lại có $\widehat{MFP} = \widehat{NFC}$ (chứng minh trên)

$\Rightarrow \widehat{MFN} + \widehat{NFP} = \widehat{NFP} + \widehat{PFC} \Leftrightarrow \widehat{MFN} = \widehat{PFC}$.

Xét ΔMFN và ΔPFC có

$\widehat{MFN} = \widehat{PFC}$ (chứng minh trên)

$\dfrac{FM}{FP} = \dfrac{FN}{FC}$ (chứng minh trên)

$\Rightarrow \Delta MFN \backsim \Delta PFC$ (c.g.c)

$\Rightarrow \dfrac{MN}{PC} = \dfrac{FN}{FC}$ (hai cặp cạnh tương ứng).

$\Leftrightarrow \dfrac{MN}{FN} = \dfrac{CP}{CF}$ (điều phải chứng minh).

Lại có $\Delta MFN \backsim \Delta PFC$ (chứng minh trên) $\Rightarrow \widehat{FMN} = \widehat{FPC}$ (hai cặp góc tương ứng).

$$\Rightarrow \widehat{FMD} + \widehat{DMN} = \widehat{FPD} + \widehat{DPC}.$$

Mà $\widehat{FMD} = \widehat{FPD}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung FD) $\Rightarrow \widehat{DMN} = \widehat{DPC}$.

Tứ giác ABDE nội tiếp đường tròn $\Rightarrow \widehat{CDP} = \widehat{CAF}$

Xét ΔCPD và ΔCFA có

$\widehat{CDP} = \widehat{CAF}$ (chứng minh trên)

$\widehat{DCP} = \widehat{ACF}$ (chứng minh trên)

$\Rightarrow \Delta CPD$á ΔCFA (g.g)

$\Rightarrow \widehat{CPD} = \widehat{CFA}$ (hai góc tương ứng) $\Rightarrow \widehat{CPD} = 90°$.

$\Rightarrow \widehat{DMN} = 90° \Leftrightarrow MN \perp AD$.

Mà $AD \perp BC \Rightarrow MN // BC$ hay $MN // DC$.

Xét ΔADC có $MN // DC$ ($M \in AD$, $N \in AC$), N là trung điểm AC.

$\Rightarrow M$ là trung điểm của $AD \Rightarrow MD = \frac{1}{2}AD$.

$\Rightarrow S_{BMC} = \frac{1}{2}MD \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}AD \cdot BC = \frac{1}{4} \cdot AD \cdot BC$

Gọi Q là điểm chính giữa cung lớn BC của (O), OQ cắt BC tại G ta có

$QG = OQ + OG = OQ + OG \geq AG$ (bất đẳng thức trong tam giác)

Mà $AG \geq AD \Rightarrow QG \geq AD$

$\Rightarrow S_{BMC} \leq \frac{1}{4}QG \cdot BC$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow A \equiv Q$.

Vậy diện tích ΔMBC lớn nhất khi A là điểm chính giữa cung lớn BC.

Câu 5. Cho $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$ và $x + 2y + 3z \geq 20$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y + z + \frac{3}{x} + \frac{9}{2y} + \frac{4}{z}$

Lời giải

$$P = \frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{3z}{4} + \left(\frac{3}{x} + \frac{3x}{4}\right) + \left(\frac{9}{2y} + \frac{y}{2}\right) + \left(\frac{4}{z} + \frac{z}{4}\right)$$

Ta có : $\frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{3z}{4} = \frac{x + 2y + 3z}{4} \geq 5$

Ta có : $\frac{3}{x} + \frac{3x}{4} \geq 3$

Ta có : $\frac{9}{2y} + \frac{y}{2} \geq 3$

Ta có : $\frac{4}{z}+\frac{z}{4}\ge 2$

$\Rightarrow P\ge 13$

Vậy giá trị nhỏ nhất $P=13$ dấu bằng xảy ra khi $x=2$; $y=3$; $z=4$.

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH OAI – HÀ NỘI

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LẦN 1
NĂM HỌC 2019-2020
MÔN: TOÁN 9
(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề)
Ngày thi: 10/06/2020

Câu 9. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức:

$A=\left(\dfrac{2}{\sqrt{x}+5}-\dfrac{15-\sqrt{x}}{25-x}\right):\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$ và $B=\dfrac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ với $x\ge 0; x\ne 25$.

1) Tính giá trị của B khi $x=16$.

2) Rút gọn biểu thức A.

3) Đặt $P=A-B$. So sánh P và P^2.

Câu 10. (2,5 điểm)

1) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.*

Quãng đường AB dài 400 km, một ô tô đi từ A đến B với vận tốc không đổi. Khi đi từ B trở về A, ô tô tăng vận tốc thêm 10 km/h. Tổng thời gian đi và về là 18 giờ. Tính vận tốc lúc đi.

2) Một Téc nước hình trụ tròn có bán kính 60 cm, chiều cao 220 cm. Hỏi:

a) Diện tích Inox cần làm ra cái Téc nước (có nắp) là bao nhiêu mét vuông (giả sử phần nắp cong không đáng kể)

b) Khi Téc nước hình trụ chứa đầy nước thì được bao nhiêu lít?

Câu 11. (1,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}5(x-y)+2\sqrt{y+2}=23\\3(x-y)-\sqrt{y+2}=5\end{cases}$

2) Cho parabol $(P): y=2x^2$ và đường thẳng $(d): y=3x-m$ với m là tham số

Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1; x_2 sao cho $x_1-2x_2=0$.

Câu 12. (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$ và đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến Ax với đường tròn.

Trên Ax lấy điểm K ($AK\ge R$). Qua K kẻ tiếp tuyến KM tới đường tròn $(O;R)$.

Đường thẳng d vuông góc với AB tại O, d cắt đường thẳng MB tại E.

1) Chứng minh tứ giác $KAOM$ nội tiếp.

2) OK cắt AM tại I, chứng minh $OI.OK$ không đổi khi K chuyển động trên Ax.

3) Chứng minh tứ giác $KAOE$ là hình chữ nhật. Cho biết $AK = 2R$, $R = 6$ cm, hãy tính diện tích xung quanh và thể tích hình tạo thành khi cho tứ giác $KAOE$ quay một vòng quanh cạnh OE cố định.

4) Gọi H là trực tâm của ΔKMA. Chứng minh rằng khi K chuyển động trên Ax thì H luôn thuộc một đường tròn cố định.

Câu 13. (0,5 điểm)

Cho các số thực dương x, y là những số thực thỏa mãn: $x + y + xy = 8$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2$.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LẦN 1 – TOÁN 9
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH OAI – HÀ NỘI
Năm học: 2019 - 2020

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức:

$$A=\left(\frac{2}{\sqrt{x}+5}-\frac{15-\sqrt{x}}{25-x}\right):\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5} \text{ và } B=\frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \text{ với } x\ge 0; x\ne 25.$$

1) Tính giá trị của B khi $x=16$.

2) Rút gọn biểu thức A.

3) Đặt $P=A-B$. So sánh P và P^2.

Lời giải

1) $x=16$ (thỏa mãn điều kiện xác định)

Thay $x=16$ vào biểu thức $B=\frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ ta được: $B=\frac{1-\sqrt{16}}{\sqrt{16}+1}=\frac{1-4}{4+1}=\frac{-3}{5}$

Vậy khi $x=16$ thì $A=\frac{-3}{5}$.

2) Với $x\ge 0$; $x\ne 25$. Ta có:

$$A=\left(\frac{2}{\sqrt{x}+5}-\frac{15-\sqrt{x}}{25-x}\right):\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$$

$$A=\left(\frac{2\left(\sqrt{x}-5\right)}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}-\frac{-15+\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}\right):\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$$

$$A=\frac{2\sqrt{x}-10+15-\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}\cdot\frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+1}$$

$$A=\frac{\sqrt{x}+5}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}\cdot\frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+1}=\frac{1}{\sqrt{x}+1}$$

Vậy với $x\ge 0$; $x\ne 25$ thì $A=\frac{1}{\sqrt{x}+1}$

3) Với $x\ge 0$; $x\ne 25$. Ta có: $P=A-B=\frac{1}{\sqrt{x}+1}-\frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}=\frac{1-1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$

Do $x\ge 0\Rightarrow \sqrt{x}+1>\sqrt{x}\ge 0\Rightarrow 0\le\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}<1\Rightarrow P\ge P^2$

Vậy với $P=A-B$ thì $P\ge P^2$.

Câu 2. (2,5 điểm)

1) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.*

Quãng đường AB dài 400 km, một ô tô đi từ A đến B với vận tốc không đổi. Khi đi từ B trở về A, ô tô tăng vận tốc thêm 10 km/h. Tổng thời gian đi và về là 18 giờ. Tính vận tốc lúc đi.

2) Một Téc nước hình trụ tròn có bán kính 60 cm, chiều cao 220 cm. Hỏi:

a) Diện tích Inox cần làm ra cái Téc nước (có nắp) là bao nhiêu mét vuông (giả sử phần nắp cong không đáng kể)

b) Khi Téc nước hình trụ chứa đầy nước thì được bao nhiêu lít?

Lời giải

Gọi vận tốc lúc đi của ô tô là x (km/h) ($x>0$)

Vận tốc của ô tô lúc về là $x+10$ (km/h)

Thời gian ô tô đi từ A đến B là $\dfrac{400}{x}$ (giờ)

Thời gian ô tô đi từ B về A là: $\dfrac{400}{x+10}$ (giờ)

Vì tổng thời gian cả đi và về của ô tô là 18 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{400}{x}+\frac{400}{x+10}=18 \Leftrightarrow \frac{200}{x}+\frac{200}{x+10}=9 \Leftrightarrow \frac{200(x+10)+200x}{x(x+10)}=\frac{9x(x+10)}{x(x+10)}$$

$$\Rightarrow 200x+2000+200x=9x^2+90x \Leftrightarrow 9x^2-310x-2000=0$$

$$\Delta'=(-155)^2-9.(-2000)=42025=205^2>0$$

$\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1=\dfrac{155+205}{9}=40$ (thỏa mãn);

$x_2=\dfrac{155-205}{9}=-\dfrac{50}{9}$ (loại)

Vậy vận tốc lúc đi của ô tô là 40 km/h.

2) Một Téc nước hình trụ tròn có bán kính 60 cm, chiều cao 220 cm

a) Diện tích Inox cần làm ra cái Téc nước hình trụ (có nắp) gồm diện tích hai đáy (đáy Téc và nắp Téc) và diện tích xung quanh của Téc nước hình trụ

Diện tích hai đáy là $S_1=2\pi R^2=\pi.60^2=7200\pi$ (cm²)

Diện tích xung quanh là $S_2=2\pi Rh=2\pi.60.220=26400\pi$ (cm²)

Diện tích Inox cần làm ra cái Téc nước là $S=7200\pi+26400\pi=33600\pi$ (cm²)

Hay $S=3,36\pi\approx 10,56$ (m²)

Vậy diện tích Inox cần làm ra cái Téc nước là $10,56$ m².

b) Thể tích của Téc nước hình trụ là $V=\pi R^2h=\pi.60^2.220=792000\pi$ (cm³)

Hay $V=792\pi\approx 2488,14$ (lít)

Vậy khi Téc nước hình trụ chứa đầy nước thì được $2488,14$ lít.

Câu 3. (1,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 5(x-y)+2\sqrt{y+2}=23 \\ 3(x-y)-\sqrt{y+2}=5 \end{cases}$

2) Cho parabol $(P): y=2x^2$ và đường thẳng $(d): y=3x-m$ với m là tham số

Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1;\ x_2$ sao cho $x_1-2x_2=0$.

Lời giải

1) Hệ phương trình : $\begin{cases} 5(x-y)+2\sqrt{y+2}=23 \\ 3(x-y)-\sqrt{y+2}=5 \end{cases}$ (Điều kiện xác định: $y \geq -2$)

Ta có: $\begin{cases} 5(x-y)+2\sqrt{y+2}=23 \\ 3(x-y)-\sqrt{y+2}=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5(x-y)+2\sqrt{y+2}=23 \\ 6(x-y)-2\sqrt{y+2}=10 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 11(x-y)=33 \\ \sqrt{y+2}=3(x-y)-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=3 \\ \sqrt{y+2}=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=3 \\ y+2=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y+3 \\ y=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=17 \\ y=14 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(17;14)$

2) Parabol $(P): y=2x^2$ và đường thẳng $(d): y=3x-m$ với m là tham số

Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình:

$$2x^2=3x-m \Leftrightarrow 2x^2-3x+m=0 \quad (1)$$

$\Delta=(-3)^2-4.2.m=9-8m$

(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1;\ x_2$ $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta>0 \Leftrightarrow 9-8m>0 \Leftrightarrow -8m>-9 \Leftrightarrow m<\dfrac{9}{8}$

Theo định lí Vi-et, ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{3}{2} & (2) \\ x_1x_2=\dfrac{m}{2} & (3) \end{cases}$

Phương trình $x_1-2x_2=0 \Leftrightarrow x_1=2x_2$

Thế $x_1=2x_2$ vào (2) ta được: $3x_2=\dfrac{3}{2} \Leftrightarrow x_2=\dfrac{1}{2} \Rightarrow x_1=1$

Thay $x_1=1$ và $x_2=\dfrac{1}{2}$ vào (3) ta được $1\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{m}{2} \Leftrightarrow m=1$ (thỏa mãn)

Vậy với $m=1$ thì (d) cắt (P) tại hai điểm có hoành độ $x_1;\ x_2$ thỏa mãn $x_1-2x_2=0$.

Câu 4. (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$ và đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến Ax với đường tròn.

Trên Ax lấy điểm K ($AK \geq R$). Qua K kẻ tiếp tuyến KM tới đường tròn $(O;R)$.

Đường thẳng d vuông góc với AB tại O, d cắt đường thẳng MB tại E.

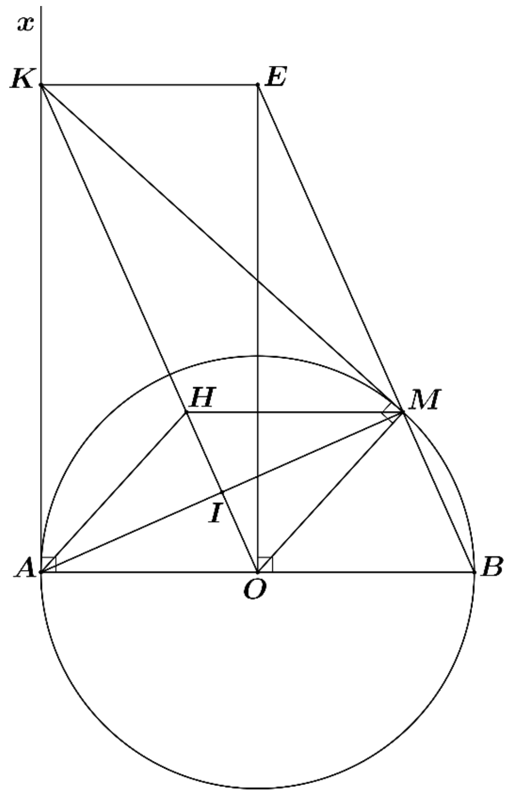
1) Chứng minh tứ giác $KAOM$ nội tiếp.

2) OK cắt AM tại I, chứng minh $OI.OK$ không đổi khi K chuyển động trên Ax.

3) Chứng minh tứ giác $KAOE$ là hình chữ nhật. Cho biết $AK = 2R$, $R = 6$ cm, hãy tính diện tích xung quanh và thể tích hình tạo thành khi cho tứ giác $KAOE$ quay một vòng quanh cạnh OE cố định.

4) Gọi H là trực tâm của ΔKMA. Chứng minh rằng khi K chuyển động trên Ax thì H luôn thuộc một đường tròn cố định.

Lời giải



1) Theo giả thiết: KA, KM là tiếp tuyến tại A, M của đường tròn (O)

$\Rightarrow OA \perp AK$; $OM \perp MK \Rightarrow \widehat{OAK} = \widehat{OMK} = 90° \Rightarrow \widehat{OAK} + \widehat{OMK} = 180°$

$\Rightarrow$ Tứ giác $KAOM$ là tứ giác nội tiếp.

2) Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có: $KM = KA$

$\Rightarrow K$ thuộc đường trung trực của AM

Mà $OA = OM \Rightarrow O$ thuộc đường trung trực của AM

$\Rightarrow OK$ là đường trung trực của $AM \Rightarrow OK \perp AM$ tại I

ΔOAK vuông tại A, đường cao $AI \Rightarrow OI.OK = OA^2$ hay $OI.OK = R^2$

Vậy $OI.OK$ không đổi khi K chuyển động trên Ax.

3) $\widehat{AMB} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow BM \perp AM$ hay $BE \perp AM$

Mà $OK \perp AM \Rightarrow OK \,//\, BE \Rightarrow \widehat{AOK} = \widehat{OBE}$ (đồng vị)

Xét ΔOAK và ΔBOE có: $\widehat{OAK} = \widehat{BOE} = 90°$; $OA = OB = R$; $\widehat{AOK} = \widehat{BOE}$

$\Rightarrow \Delta OAK = \Delta BOE$ (g-c-g) $\Rightarrow AK = OE$

Mặt khác: $AK \,//\, OE$ (cùng vuông góc với AB) $\Rightarrow$ Tứ giác $KAOE$ là hình bình hành

$\widehat{OAK} = 90° \Rightarrow$ hình bình hành $KAOE$ là hình chữ nhật

$\Rightarrow$ Khi cho tứ giác $KAOE$ quay một vòng quanh cạnh OE cố định ta được một hình trụ có đường cao $OE = AK = 2R = 12$ cm và có bán kính đáy là $R = 6$ cm

$\Rightarrow$ Thể tích của hình tạo thành (hình trụ) là: $V = \pi R^2 h = \pi.6^2.12 = 432\pi$ (cm³).

4) MH là trực tâm của $\Delta KMA \Rightarrow MH \perp AK$, mà $AB \perp AK \Rightarrow MH \,//\, AB$

$\Rightarrow \widehat{IHM} = \widehat{IAO}$

OK là đường trung trực của $AM \Rightarrow I$ là trung điểm của $AM \Rightarrow IM = IA$

Xét ΔIHM và ΔIOA có: $\widehat{IHM} = \widehat{IAO}$; $IM = IA$; $\widehat{MIH} = \widehat{AIO}$

$\Rightarrow \Delta IHM = \Delta IOA$ (g-c-g) $\Rightarrow MH = AO$

Tứ giác $AOMH$ có $MH = AO$; $MH \,//\, AO \Rightarrow$ Tứ giác $AOMH$ là hình bình hành

Mà $AM \perp OH$ (do $OK \perp AM$) $\Rightarrow$ Hình bình hành $AOMH$ là hình thoi

$\Rightarrow AH = AO = R$

Vậy H luôn thuộc đường tròn tâm A, bán kính R cố định khi K chuyển động trên Ax.

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho các số thực dương x, y là những số thực thỏa mãn: $x + y + xy = 8$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2$.

Lời giải

Ta có: $(x-2)^2 + (y-2)^2 + 2(x-y)^2 \geq 0$ với mọi x, y

$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 + 2x^2 - 4xy + 2y^2 \geq 0$

$\Leftrightarrow 3(x^2 + y^2) \geq 4(x + y + xy) - 8 = 24 \Rightarrow x^2 + y^2 \geq 8$

Dấu bằng xảy ra khi $x = y = 2$

Vậy $MinP = 8$ khi $x = y = 2$.

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRUNG TÂM BDVH EDUFLY

ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT LẦN 2
NĂM HỌC 2019-2020
MÔN: TOÁN 9
(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề)
Ngày thi: 07/06/2020

Câu 14. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức:

$$A=\frac{2\left(x+\sqrt{x}\right)+3}{\sqrt{x}-3} \text{ và } B=\left(\frac{x-21}{x-9}-\frac{2}{3-\sqrt{x}}\right):\frac{2\sqrt{x}+10}{x-9} \text{ với } x\ge 0; x\ne 9.$$

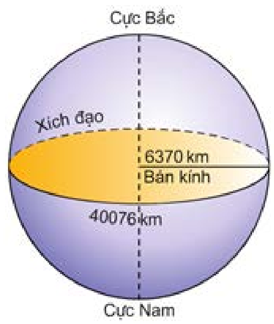
1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=\frac{1}{9}$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm các giá trị của x biết $2AB=3-2x^2$.

Câu 15. (2,0 điểm)

1) *Giải toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.*
Hai vòi nước cùng chảy vào một bể sau 90 phút thì đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất chảy một mình trong 120 phút rồi mở tiếp vòi thứ hai thì sau 30 phút đầy bể. Hỏi vòi thứ nhất chảy một mình mấy giờ thì đầy bể.



2) Bán kính trái đất là 6370 km (hình vẽ bên). Biết 29% diện tích trái đất không bị bao phủ bởi nước bao gồm núi, sa mạc, cao nguyên, đồng bằng và các địa hình khác. Tính diện tích bề mặt bị bao phủ bởi nước (làm tròn đến hai chữ số thập phân, lấy $\pi\approx 3,14$)

Câu 16. (2,5 điểm)

1) Giải phương trình: $\frac{1}{x^4}-\frac{2}{x^2}=3$.

2) Cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=mx-m+1$ với m là tham số.

a) Xác định các giá trị của tham số m để (P) và (d) tiếp xúc nhau.

b) Xác định các giá trị của tham số m để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tổng khoảng cách từ A và B đến trục tung bằng 2.

Câu 17. (3,0 điểm)

Cho hai điểm B, C cố định thuộc đường tròn (O) cố định. Điểm A di động trên cung lớn BC sao cho ΔABC nhọn. Các đường cao AK, BE và CF đồng quy tại H, AH cắt đường tròn (O) tại M.

1) Chứng minh tứ giác $BCEF$ nội tiếp.

2) Chứng minh $AE.AC = AF.AB$ và BC là đường trung trực của đoạn MH.

3) Chứng minh H là tâm đường tròn nội tiếp ΔEFK. Khi A di động trên cung lớn BC, chứng minh bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔAEF không đổi.

Câu 18. (0,5 điểm)

Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $x + y + xy = \frac{7}{2}$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + 4y^2 + 4xy$.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT LẦN 2 – TOÁN 9

TRUNG TÂM BDVH EDUFLY – HÀ NỘI

Năm học: 2019 - 2020

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{2\left(x+\sqrt{x}\right)+3}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\left(\dfrac{x-21}{x-9}-\dfrac{2}{3-\sqrt{x}}\right):\dfrac{2\sqrt{x}+10}{x-9}$ với $x\ge 0; x\ne 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=\dfrac{1}{9}$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm các giá trị của x biết $2AB=3-2x^2$.

Lời giải

1) $x=\dfrac{1}{9}$ (thỏa mãn điều kiện xác định)

Thay $x=\dfrac{1}{9}$ vào biểu thức $A=\dfrac{2\left(x+\sqrt{x}\right)+3}{\sqrt{x}-3}$ ta được:

$$A=\frac{2\left(\frac{1}{9}+\sqrt{\frac{1}{9}}\right)+3}{\sqrt{\frac{1}{9}}-3}=\frac{\left[2\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3}\right)+3\right]\cdot 9}{\left(\frac{1}{3}-3\right)\cdot 9}=\frac{2(1+3)+27}{3-27}=\frac{8+27}{-24}=-\frac{35}{24}$$

Vậy khi $x=\dfrac{1}{9}$ thì $A=-\dfrac{35}{24}$.

2) Với $x\ge 0$; $x\ne 9$. Ta có:

$$B=\left(\frac{x-21}{x-9}-\frac{2}{3-\sqrt{x}}\right):\frac{2\sqrt{x}+10}{x-9}$$

$$B=\left(\frac{x-21}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}+\frac{2\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}\right)\cdot\frac{x-9}{2\sqrt{x}+10}$$

$$B=\frac{x-21+2\sqrt{x}+6}{x-9}\cdot\frac{x-9}{2\sqrt{x}+10}=\frac{x+2\sqrt{x}-15}{2\sqrt{x}+10}$$

$$B=\frac{x-3\sqrt{x}+5\sqrt{x}-15}{2\sqrt{x}+10}=\frac{\left(x-3\sqrt{x}\right)+\left(5\sqrt{x}-15\right)}{2\sqrt{x}+10}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)+5\left(\sqrt{x}-3\right)}{2\left(\sqrt{x}+5\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}{2\left(\sqrt{x}+5\right)}=\frac{\sqrt{x}-3}{2}$$

Vậy với $x \ge 0$; $x \ne 9$ thì $B = \dfrac{\sqrt{x}-3}{2}$.

3) Với $x \ge 0$; $x \ne 9$. Ta có: $2AB = 3 - 2x^2 \Leftrightarrow 2 \cdot \dfrac{2\left(x+\sqrt{x}\right)+3}{\sqrt{x}-3} \cdot \dfrac{\sqrt{x}-3}{2} = 3 - 2x^2$

$\Leftrightarrow 2\left(x+\sqrt{x}\right)+3 = 3-2x^2$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 2x + 2\sqrt{x} = 0$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x}\left(x\sqrt{x}+\sqrt{x}+1\right) = 0$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x} = 0$ (do $x\sqrt{x}+\sqrt{x}+1 > 0$ với mọi $x \ge 0$)

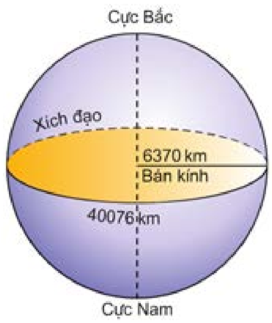
$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (thỏa mãn điều kiện xác định)

Vậy với $x = 0$ thì $2AB = 3 - 2x^2$.

Câu 4. (2,5 điểm)

1) *Giải toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.*

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể sau 90 phút thì đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất chảy một mình trong 120 phút rồi mở tiếp vòi thứ hai thì sau 30 phút đầy bể. Hỏi vòi thứ nhất chảy một mình mấy giờ thì đầy bể.



2) Bán kính trái đất là 6370 km (hình vẽ bên). Biết 29% diện tích trái đất không bị bao phủ bởi nước bao gồm núi, sa mạc, cao nguyên, đồng bằng và các địa hình khác. Tính diện tích bề mặt bị bao phủ bởi nước (làm tròn đến hai chữ số thập phân, lấy $\pi \approx 3,14$)

Lời giải

1) Gọi thời gian vòi thứ nhất, vòi thứ hai chảy một mình đầy bể lần lượt là x; y (phút)

(Điều kiện: $x > 120$; $y > 90$)

Mỗi phút vòi thứ nhất chảy được $\dfrac{1}{x}$ (bể), vòi thứ hai chảy được $\dfrac{1}{y}$ (bể).

Vì hai vòi nước cùng chảy vào bể sau 90 phút thì đầy bể nên mỗi phút hai vòi chảy được $\dfrac{1}{90}$ bể. Do đó, ta có phương trình: $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{90}$ (1)

Vì nếu mở vòi thứ nhất chảy một mình trong 120 phút rồi mở tiếp vòi thứ hai thì sau 30 phút đầy bể nên ta có phương trình: $\dfrac{120}{x}+\dfrac{30}{x}+\dfrac{30}{y}=1 \Leftrightarrow \dfrac{150}{x}+\dfrac{30}{y}=1$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{90}\\ \dfrac{150}{x}+\dfrac{30}{y}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{150}{x}+\dfrac{150}{y}=\dfrac{5}{3}\\ \dfrac{150}{x}+\dfrac{30}{y}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{120}{y}=\dfrac{2}{3}\\ \dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{90}-\dfrac{1}{y}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=180\\ \dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{180}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=180\\ y=180\end{cases} \text{(thỏa mãn)}$$

Vậy vòi thứ nhất chảy một mình trong 180 phút hay trong 3 giờ thì đầy bể.

2) Diện tích bề mặt trái đất bị bao phủ bởi nước chiếm $100\%-29\%=71\%$

$\Rightarrow$ Diện tích bề mặt trái đất bị bao phủ bởi nước là:

$S=4.\pi.R^2.71\%=4.\pi.6370^2.0,71\approx 362032098,29$ (km²)

Vậy diện tích bề mặt trái đất bị bao phủ bởi nước là $362032098,29\,\text{km}^2$

Câu 4. (2,0 điểm)

1) Giải phương trình: $\dfrac{1}{x^4}-\dfrac{2}{x^2}=3$.

2) Cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=mx-m+1$ với m là tham số.

a) Xác định các giá trị của tham số m để (P) và (d) tiếp xúc nhau.

b) Xác định các giá trị của tham số m để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tổng khoảng cách từ A và B đến trục tung bằng 2.

Lời giải

1) Phương trình: $\dfrac{1}{x^4}-\dfrac{2}{x^2}=3$ (Điều kiện xác định: $x\neq 0$).

Đặt $t=\dfrac{1}{x^2}$ (Điều kiện: $t>0$). Ta được phương trình: $t^2-2t-3=0$.

Vì $a-b+c=1-(-2)+(-3)=0\Rightarrow$ Phương trình có nghiệm: $t_1=-1$ (loại); $t_2=3$ (thỏa mãn)

Với $t=3\Rightarrow\dfrac{1}{x^2}=3\Leftrightarrow x^2=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ hay $x=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là $S=\left\{\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right\}$.

2) Parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=mx-m+1$.

Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình:

$$x^2=mx-m+1\Leftrightarrow x^2-mx+m-1=0 \qquad (1)$$

Có $\Delta=(-m)^2-4.1.(m-1)=m^2-4m+4=(m-2)^2$.

a) (P) và (d) tiếp xúc với nhau $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có nghiệm kép

$\Leftrightarrow\Delta=0\Leftrightarrow(m-2)^2=0\Leftrightarrow m-2=0\Leftrightarrow m=2$.

Vậy với $m=2$ thì (P) và (d) tiếp xúc với nhau.

b) (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (m-2)^2 > 0 \Leftrightarrow m-2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$

Gọi hoành độ của điểm A và B lần lượt là x_1 và $x_2 \Rightarrow x_1$; x_2 là nghiệm của phương trình (1)

Theo định lí Vi-et, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1x_2 = m-1 \end{cases}$

Khoảng cách từ A đến trục tung là $|x_1|$; khoảng cách từ B đến trục tung là $|x_2|$

Tổng khoảng cách từ A và B đến trục tung bằng 2

$\Leftrightarrow |x_1| + |x_2| = 2 \Leftrightarrow (|x_1| + |x_2|)^2 = 4$

$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 2|x_1x_2| = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2|x_1x_2| = 4$

$\Leftrightarrow m^2 - 2(m-1) + 2|m-1| - 4 = 0 \quad (*)$.

Ta xét hai trường hợp:

- TH1: $m-1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 1 \Rightarrow |m-1| = m-1$

$\Rightarrow$ Phương trình $(*)$ trở thành: $m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$ (loại)

- TH2: $m-1 < 0 \Leftrightarrow m < 1 \Rightarrow |m-1| = -(m-1)$

$\Rightarrow$ Phương trình$(*)$ trở thành: $m^2 - 4(m-1) - 4 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m = 0$

$$\Leftrightarrow m(m-4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 4 \end{array}\right.$$

Kết hợp với điều kiện $m \neq 2$ và $m < 1 \Rightarrow m = 0$.

Vậy với $m=0$ thì (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tổng khoảng cách từ A và B đến trục tung bằng 2.

Câu 5. (3,0 điểm)

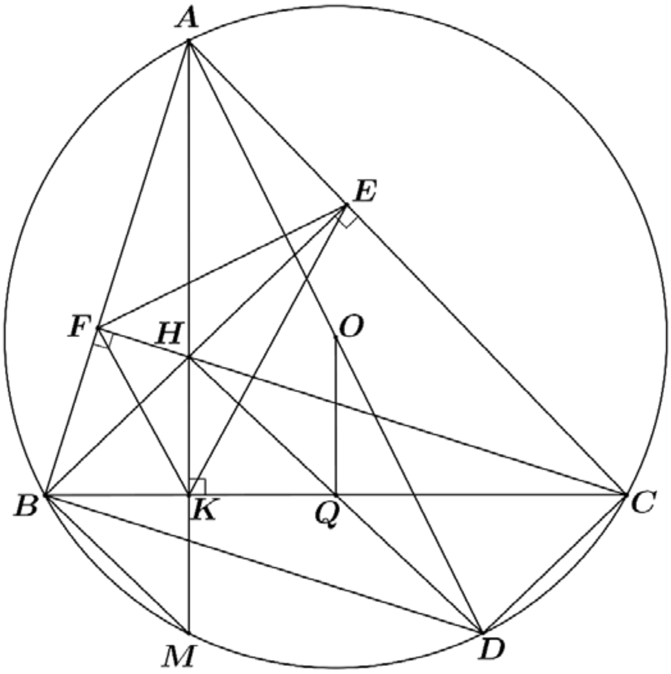
Cho hai điểm B, C cố định thuộc đường tròn (O) cố định. Điểm A di động trên cung lớn BC sao cho ΔABC nhọn. Các đường cao AK, BE và CF đồng quy tại H, AH cắt đường tròn (O) tại M.

1) Chứng minh tứ giác $BCEF$ nội tiếp.

2) Chứng minh $AE.AC = AF.AB$ và BC là đường trung trực của đoạn MH.

3) Chứng minh H là tâm đường tròn nội tiếp ΔEFK. Khi A di động trên cung lớn BC, chứng minh bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔAEF không đổi.

Lời giải



1) BE và CF là các đường cao của $\Delta ABC \Rightarrow BE \perp AC$; $CF \perp AB$

$\Rightarrow \widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^\circ$

$\Rightarrow$ Tứ giác $BCEF$ nội tiếp.

2) Tứ giác $BCEF$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AEF} = \widehat{ABC}$.

Xét ΔAEF và ΔABC có: $\widehat{BAC}$ chung; $\widehat{AEF} = \widehat{ABC}$

$\Rightarrow \Delta AEF \sim \Delta ABC$ (g-g) $\Rightarrow \dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AC} \Rightarrow AE.AC = AF.AB$.

AK và BE là các đường cao của $\Delta ABC \Rightarrow \widehat{AKB} = \widehat{AEB} = 90^\circ$

$\Rightarrow$ Tứ giác $ABKE$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{EBK} = \widehat{EAK}$ hay $\widehat{HBK} = \widehat{MAC}$

Mà $\widehat{MAC} = \widehat{MBC}$ hay $\widehat{MAC} = \widehat{MBK} \Rightarrow \widehat{HBK} = \widehat{MBK} \Rightarrow BK$ là đường phân giác của ΔBMH

ΔBMH có BK vừa là đường cao, vừa là đường phân giác $\Rightarrow \Delta MBH$ cân tại B

$\Rightarrow BK$ hay BC là đường trung trực của đoạn thẳng MH.

3) AK, CF là các đường cao của ΔABC; H là trực tâm $\Rightarrow \widehat{BFH} = \widehat{BKH} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{BFH} + \widehat{BKH} = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $BFHK$ nội tiếp $\widehat{HBF} = \widehat{HKF}$ và $\widehat{HBK} = \widehat{HFK}$

Tứ giác $BCEF$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{EFC} = \widehat{EBC}$ hay $\widehat{EFH} = \widehat{HBK}$

$\Rightarrow \widehat{EFH} = \widehat{HFK} \Rightarrow FH$ là đường phân giác của ΔEFK $\quad (1)$

Tứ giác $ABKE$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{EBA} = \widehat{EKA}$ hay $\widehat{HBF} = \widehat{HKE}$

$\Rightarrow \widehat{HKF} = \widehat{HKE} \Rightarrow KH$ là đường phân giác của ΔEFK $\quad (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow H$ là tâm đường tròn nội tiếp ΔEFK

Kẻ $OQ \perp BC$ tại $Q \Rightarrow Q$ là trung điểm của BC.

Do hai điểm B, C cố định thuộc đường tròn (O) cố định, Q cố định và OQ không đổi

Kẻ đường kính $AD \Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{ACD} = 90^\circ \Rightarrow BD \perp AB$; $CD \perp AC$.

Mà $CF \perp AB$; $BE \perp AC \Rightarrow BD // CH$ và $CD // BH \Rightarrow$ Tứ giác $BHCD$ là hình bình hành.

Q là trung điểm của $BC \Rightarrow Q$ là trung điểm của HD

ΔAHD có O, Q lần lượt là trung điểm của AD, HD

$\Rightarrow OQ$ là đường trung bình của $\Delta AHD \Rightarrow OQ = \dfrac{AH}{2}$.

BE, CF là các đường cao của ΔABC; H là trực tâm $\Rightarrow \widehat{AFH} = \widehat{AEH} = 90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{AFH} + \widehat{AEH} = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $AEHF$ nội tiếp đường tròn đường kính AH

$\Rightarrow \Delta AEF$ nội tiếp đường tròn đường kính AH hay bán kính $\dfrac{AH}{2}$

$\Rightarrow OQ$ là bán kính của đường tròn ngoại tiếp ΔAEF

Vậy khi A di động trên cung lớn BC thì bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔAEF không đổi.

Câu 6. (0,5 điểm)

Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $x + y + xy = \dfrac{7}{2}$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + 4y^2 + 4xy$.

Lời giải

Do $x + y + xy = \dfrac{7}{2} \Rightarrow xy = \dfrac{7}{2} - (x+y)$

Thay $xy = \dfrac{7}{2} - (x+y)$ vào $P = x^2 + 4y^2 + 4xy$, ta có: $P = x^2 + 4y^2 + 4\left[\dfrac{7}{2} - (x+y)\right]$

$P = x^2 + 4y^2 + 14 - 4x - 4y = \left(x^2 - 4x + 4\right) + \left(4y^2 - 4y + 1\right) + 9 = (x-2)^2 + (2y-1)^2 + 9$.

Vì $\begin{cases}(x-2)^2 \ge 0\\(2y-1)^2 \ge 0\end{cases}$ với mọi $x; y \Rightarrow P \ge 9$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases}(x-2)^2 = 0\\(2y-1)^2 = 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x-2=0\\2y-1=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\y=\dfrac{1}{2}\end{cases}$.

Vậy $\text{Min}P = 9$ tại $x = 2$ và $y = \dfrac{1}{2}$.

HẾT

PHÒNG GD VÀ ĐT
QUẬN LONG BIÊN

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 9
Năm học 2019-2020.
Môn: TOÁN

(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho các biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\dfrac{4}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{2x-\sqrt{x}-13}{x-9}-\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ (với $x\ge 0$; $x\ne 9$).

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=4$.

b) Đặt $P=\dfrac{B}{A}$. Chứng minh $P=\dfrac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+3}$.

c) Tính giá trị của x nguyên nhỏ nhất để P có giá trị nguyên.

Câu 2. (2,5 điểm) Bài toán liên quan đến ứng dụng toán học vào thực tế.

1) Để ủng hộ các gia đình gặp khó khăn tại địa phương do ảnh hưởng của dịch Covid-19, một tổ chức thiện nguyện đã dự kiến chở 720 tạ gạo chia đều bằng một số xe cùng loại. Lúc sắp khởi hành, do được bổ sung thêm 2 xe cùng loại vì vậy so với dự định mỗi xe chở ít đi 18 tạ gạo. Hỏi lúc đầu ban tổ chức đã chuẩn bị bao nhiêu xe chở gạo?

2) Thùng rác inox hình trụ tròn có nắp lật xoay được sử dụng khá phổ biến do nắp được thiết kế có trục xoay mang đến khả năng tự cân bằng trở về trang thái ban đầu sau khi bỏ rác. Biết thùng có đường kính đáy 40 cm và chiều cao 60 cm. Hãy tính diện tích inox làm ra chiếc thùng rác trên (coi các mép gấp khi làm thùng rác không đáng kể).

Câu 3. (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} 3(x-2)-\dfrac{2}{y+3}=4 \\ 2(x-2)+\dfrac{1}{y+3}=5 \end{cases}$

2) Cho Parabol (P): $y=\dfrac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y=(m+1)x-m$ (m là tham số, x là ẩn).

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.

b) Gọi x_1 ; x_2 là hoành độ giao điểm của (d) và (P). Tìm m để $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=\sqrt{2}$.

Câu 4. (3 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$, đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Điểm M di động trên cung nhỏ BC. Gọi N, E lần lượt là giao điểm của AM với CD, CB. Tia CM cắt AB tại S, MD cắt AB tại F. Kẻ CH vuông góc với AM tại H.

a) Chứng minh bốn điểm A, C, H, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $SM.SC = SA.SB = SO.SF$.

c) Chứng minh $OH // DM$ và tia OH là tia phân giác của góc $\widehat{COM}$.

d) Chứng minh diện tích tứ giác $ANFD$ không phụ thuộc vào vị trí điểm M di động trên cung nhỏ BC.

Câu 5. (0,5 điểm). Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn $x + y + z = 2020$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \dfrac{xy}{\sqrt{2020z + xy}} + \dfrac{yz}{\sqrt{2020x + yz}} + \dfrac{zx}{\sqrt{2020y + zx}}$.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG TOÁN 9
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẬN LONG BIÊN
Năm học: 2019 - 2020

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho các biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\dfrac{4}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{2x-\sqrt{x}-13}{x-9}-\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ (với $x\ge 0$; $x\ne 9$).

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=4$.

b) Đặt $P=\dfrac{B}{A}$. Chứng minh $P=\dfrac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+3}$.

c) Tính giá trị của x nguyên nhỏ nhất để P có giá trị nguyên.

Lời giải

a) Thay $x=4$ (thỏa mãn) vào biểu thức A ta có:

$$A=\frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-3}=\frac{7}{-1}=-7$$

Vậy với $x=4$ thì $A=-7$.

b) $B=\dfrac{4}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{2x-\sqrt{x}-13}{x-9}-\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$

$$=\frac{4\left(\sqrt{x}-3\right)}{\sqrt{x}+3}+\frac{2x-\sqrt{x}-13}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}-\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}{\sqrt{x}-3}$$

$$=\frac{4\sqrt{x}-12+2x-\sqrt{x}-13-x-3\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$=\frac{x-25}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$P=\dfrac{B}{A}$ nên $P=\dfrac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+3}$.

c)Tính giá trị nguyên của $P=\dfrac{B}{A}$.

Ta có: $P=\dfrac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+3}=1-\dfrac{8}{\sqrt{x}+3}$.

Để P đạt giá trị nguyên thì $\dfrac{8}{\sqrt{x}-3}\in\mathbb{Z}$.

Khi đó $8\,\vdots\left(\sqrt{x}-3\right)$ tức $\sqrt{x}-3\in U_{(8)}=\{\pm1;\pm2;\pm4;\pm8\}$

Ta có bảng sau :

$\sqrt{x}-3$	1	-1	2	-2	4	-4	8	-8
$\sqrt{x}$	4	2	5	1	7	-1	11	-5
x	16	4	25	1	49	Không thỏa mãn	121	Không thỏa mãn

Mà x nguyên nhỏ nhất nên kết hợp với điều kiện xác định thì $x=1$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

Câu 2. (Bài toán liên quan đến ứng dụng toán học vào thực tế.

1) Để ủng hộ các gia đình gặp khó khăn tại địa phương do ảnh hưởng của dịch Covid-19, một tổ chức thiện nguyện đã dự kiến chở 720 tạ gạo chia đều bằng một số xe cùng loại. Lúc sắp khởi hành, do được bổ sung thêm 2 xe cùng loại vì vậy so với dự định mỗi xe chở ít đi 18 tạ gạo. Hỏi lúc đầu ban tổ chức đã chuẩn bị bao nhiêu xe chở gạo?

2) Thùng rác inox hình trụ tròn có nắp lật xoay được sử dụng khá phổ biến do nắp được thiết kế có trục xoay mang đến khả năng tự cân bằng trở về trang thái ban đầu sau khi bỏ rác. Biết thùng có đường kính đáy 40 cm và chiều cao 60 cm. Hãy tính diện tích inox làm ra chiếc thùng rác trên (coi các mép gấp khi làm thùng rác không đáng kể).

Lời giải

1. Gọi số xe mà đội đó dự định chở là x (xe) $\left(x>0, x\in\mathbb{N}\right)$.

Do dự định chở 720 tạ gạo nên mỗi xe chở được là : $\dfrac{720}{x}$(tạ)

Do có 2 xe bổ sung nên số xe thực tế là : $x+2$ (xe)

Vì vậy mỗi xe chở được : $\dfrac{720}{x+2}$(tạ)

Vì vậy so với dự định mỗi xe chở ít đi 18 tạ gạo nên ta có phương trình:

$$\frac{720}{x+2}+18=\frac{720}{x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{720}{x+2}+18=\frac{720}{x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{720x}{x+2}+\frac{18x(x+2)}{x(x+2)}=\frac{720(x+2)}{x}$$

$$\Leftrightarrow 720x+18x^2+36x-720x-1440=0$$

$$\Leftrightarrow 18x^2+36x-1440=0$$

$$\Leftrightarrow x^2+2x-80=0$$

$$\Leftrightarrow x^2+10x-8x-80=0$$

$$\Leftrightarrow (x+10)(x-8)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=-10 & (\mathrm{L}) \\ x=8 & (\mathrm{TM}) \end{array}\right. .$$

Như vậy kết hợp điều kiện ta có số lượng xe ban đầu chuẩn bị là 8 xe.

2. Bán kính đáy thùng là : 40: 2=20 (cm)

Diện tích đáy thùng là: $S=\pi R^2=\pi 20^2=400\pi\left(\mathrm{cm}^2\right)$

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq}=2.\pi.R.h=2.\pi.20.60=2400\pi\left(\mathrm{cm}^2\right)$

Diện tích inox làm chiếc thùng rác là:

$S_{tp}=S_{xq}+2S_d=2400\pi+2.400\pi=3200\pi\left(\mathrm{cm}^2\right)$.

Câu 3. (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} 3(x-2)-\dfrac{2}{y+3}=4 \\ 2(x-2)+\dfrac{1}{y+3}=5 \end{cases}$.

2) Cho Parabol (P): $y=\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y=(m+1)x-m$ (m là tham số, x là ẩn).

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.

b) Gọi x_1 ; x_2 là hoành độ giao điểm của (d) và (P). Tìm m để $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=\sqrt{2}$.

Lời giải

1. Điều kiện: $y\neq -3$.

Đặt $\begin{cases} u=x-2 \\ v=\dfrac{1}{y+3} \end{cases}$

Hệ phương trình trở thành:

$\begin{cases}3u-2v=4\\2u+v=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3u-2v=4\\4u+2v=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}7u=14\\2u+v=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u=2\\v=1\end{cases}$

Thế vào hệ phương trình: $\begin{cases}x-2=2\\ \dfrac{1}{y+3}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=-2\end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(4;-2)$

2. a) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

$\frac{1}{2}x^2=(m+1)x-m$

$\Leftrightarrow x^2-2(m+1)x+2m=0$.

$\Delta'=(m+1)^2-1.2m=m^2+2m+1-2m=m^2+1$

Vì $m^2\geq 0$ với mọi $m\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow m^2+1\geq 1>0$ với mọi $m\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow \Delta'>0$ với mọi $m\in\mathbb{R}$.

Vậy (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.

b) Theo định lý Vi-ét ta có : $\begin{cases}x_1+x_2=2(m+1)\\x_1x_2=2m\end{cases}$

Để tồn tại $\sqrt{x_1}$ và $\sqrt{x_2}$ điều kiện : $\begin{cases}2(m+1)\geq 0\\2m\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\geq -1\\m\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow m\geq 0$

Theo đầu bài :

$\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow x_1+2\sqrt{x_1x_2}+x_2=2$

$\Leftrightarrow 2(m+1)+2\sqrt{2m}=2$

$\Leftrightarrow m+1+\sqrt{2m}=1$

$\Leftrightarrow m+\sqrt{2m}=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{m}\left(\sqrt{m}+\sqrt{2}\right)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{m}=0\\ \sqrt{m}+\sqrt{2}=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}m=0 & (\text{TM})\\ \sqrt{m}=-\sqrt{2} & (\text{KTM})\end{array}\right.$.

$\Leftrightarrow m=0$ (thỏa mãn)

Vậy $m=0$ thỏa mãn yêu cầu đầu bài.

Câu 4. (3 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$, đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Điểm M di động trên cung nhỏ BC. Gọi N,E lần lượt là giao điểm của AM với

CD, CB. Tia CM cắt AB tại S, MD cắt AB tại F. Kẻ CH vuông góc với AM tại H.

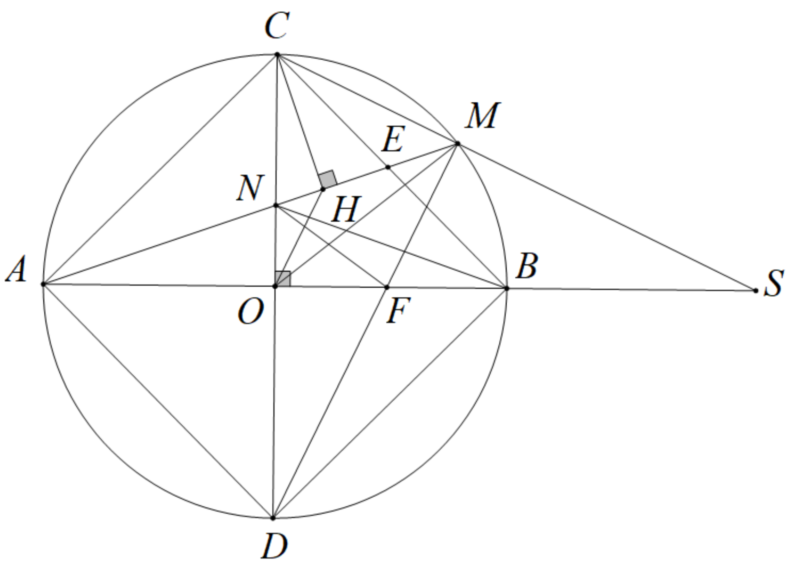
a) Chứng minh bốn điểm A, C, H, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $SM.SC = SA.SB = SO.SF$.

c) Chứng minh $OH // DM$ và tia OH là tia phân giác của góc $\widehat{COM}$.

d) Chứng minh diện tích tứ giác $ANFD$ không phụ thuộc vào vị trí điểm M di động trên cung nhỏ BC.

Lời giải



a) Có $AB \perp CD$ tại O (giả thiết) $\Rightarrow \widehat{AOC} = 90° \Rightarrow O$ thuộc đường tròn đường kính AC (1).

Có $CH \perp AM$ (giả thiết) $\Rightarrow \widehat{AHC} = 90° \Rightarrow H$ thuộc đường tròn đường kính AC (2).

Từ (1) và (2) suy ra bốn điểm A, O, H, C cùng thuộc đường tròn đường kính AC (đpcm).

b) Xét ΔSMB và ΔSAC có

$\hat{S}$ chung

$\widehat{SMB} = \widehat{SAC}$ (do tứ giác $ACMB$ nội tiếp đường tròn tâm O nên góc ngoài bằng góc đối)

Suy ra $\Delta SMB \sim \Delta SAC$ (g-g)

$\Rightarrow \dfrac{SM}{SA} = \dfrac{SB}{SC} \Rightarrow SM.SC = SA.SB$ (3).

Ta thấy $\widehat{CMD} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \widehat{SMF} = 90°$.

Xét ΔSMF và ΔSOC có

$\hat{S}$ chung

$\widehat{SMF}=\widehat{SOC}=90°$

Suy ra hai tam giác SMF và SOC đồng dạng (g-g)

$\Rightarrow \dfrac{SM}{SO}=\dfrac{SF}{SC}\Rightarrow SM.SC=SO.SF$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra $SM.SC=SA.SB=SO.SF$ (đpcm).

c) Có tứ giác $ACHO$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{HOC}=\widehat{HAC}$ (5) (2 góc nội tiếp cùng chắn CH).

Xét (O) có $\widehat{CAM}=\widehat{CDM}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung CM) hay $\widehat{CAH}=\widehat{CDM}$ (6)

Từ (5) và (6) suy ra $\widehat{COH}=\widehat{CDM}$ mà 2 góc này đồng vị $\Rightarrow OH//DM$ (đpcm).

Có $OH//DM \Rightarrow \widehat{HOM}=\widehat{OMD}$ (2 góc so le trong).

Mà $\widehat{OMD}=\widehat{ODM}$ (7) (do tam giác OMD cân tại M).

Tứ giác $ACHO$ là tứ giác nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \widehat{HOC}=\widehat{HAC}$ (8) (2 góc nội tiếp cùng chắn cung HC).

Xét (O), lại có $\widehat{HAC}=\widehat{MAC}=\widehat{MDC}=\widehat{MDO}$ (9).

Từ (7), (8) và (9) suy ra $\widehat{HOM}=\widehat{HOC}\Rightarrow OH$ là tia phân giác của góc $\widehat{COM}$ (đpcm).

d) Tứ giác $MBON$ có $\widehat{O}+\widehat{M}=90°+90°=180°$ nên là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{BNO}=\widehat{BMO}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung $\overset{\frown}{OB}$)

Có $\widehat{BMO}=\widehat{MBO}=\widehat{ABM}=\widehat{MAD}=\widehat{FAD}$

$\Rightarrow \widehat{BND}=\widehat{FAD}$

Có $\widehat{DAF}=\widehat{BDN}$ (2 góc nội tiếp của cùng 1 đường tròn chắn hai cung bằng nhau).

Suy ra ΔFAD đồng dạng với ΔBDN (g-g)

$\Rightarrow \dfrac{FA}{BD}=\dfrac{AD}{DN}\Rightarrow FA.DN=BD.AD$

Tứ giác $ANFD$ có $AF\perp ND$ nên $S_{ANFD}=FA.DN=BD.AD$ (không đổi) (đpcm).

Câu 5. (0,5 điểm).

Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn $x+y+z=2020$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{xy}{\sqrt{2020z+xy}}+\dfrac{yz}{\sqrt{2020x+yz}}+\dfrac{zx}{\sqrt{2020y+zx}}$.

Lời giải

Thay $x+y+z=2020$ vào biểu thức P ta được :

$$P=\frac{xy}{\sqrt{(x+y+z)z+xy}}+\frac{yz}{\sqrt{(x+y+z)x+yz}}+\frac{zx}{\sqrt{(x+y+z)y+zx}}$$

$$=\frac{xy}{\sqrt{xz+yz+z^2+xy}}+\frac{yz}{\sqrt{x^2+xy+xz+yz}}+\frac{zx}{\sqrt{xy+y^2+yz+zx}}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có :

$$\frac{xy}{\sqrt{xz+yz+z^2+xy}}=\frac{xy}{\sqrt{(x+z)(y+z)}}=\sqrt{\frac{xy}{x+z}.\frac{xy}{y+z}}\le\frac{1}{2}\left(\frac{xy}{y+z}+\frac{xy}{x+z}\right)\ (1)$$

$$\frac{yz}{\sqrt{x^2+xy+xz+yz}}=\frac{yz}{\sqrt{(x+z)(x+y)}}=\sqrt{\frac{yz}{x+z}.\frac{yz}{x+y}}\le\frac{1}{2}\left(\frac{yz}{x+z}+\frac{yz}{x+y}\right)\ (2)$$

$$\frac{zx}{\sqrt{xy+y^2+yz+zx}}=\frac{zx}{\sqrt{(x+y)(y+z)}}=\sqrt{\frac{zx}{x+y}.\frac{zx}{y+z}}\le\frac{1}{2}\left(\frac{zx}{x+y}+\frac{zx}{y+z}\right)\ (3)$$

Cộng 2 vế (1), (2), (3) ta được :

$$\frac{xy}{\sqrt{xz+yz+z^2+xy}}+\frac{yz}{\sqrt{x^2+xy+xz+yz}}+\frac{zx}{\sqrt{xy+y^2+yz+zx}}$$

$$\le\frac{1}{2}\left(\frac{xy}{y+z}+\frac{xy}{x+z}+\frac{yz}{x+z}+\frac{yz}{x+y}+\frac{zx}{x+y}+\frac{zx}{y+z}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{xy}{y+z}+\frac{zx}{y+z}+\frac{xy}{x+z}+\frac{yz}{x+z}+\frac{yz}{x+y}+\frac{zx}{x+y}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{x(y+z)}{y+z}+\frac{y(x+z)}{x+z}+\frac{z(x+y)}{x+y}\right)$$

$$=\frac{1}{2}(x+y+z)=\frac{2020}{2}=1010$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}x=y=z\\x+y+z=2020\end{cases}\Leftrightarrow x=y=z=\dfrac{2020}{3}$.

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $P=1010$ khi $x=y=z=\dfrac{2020}{3}$.

PHÒNG GD VÀ ĐT
QUẬN HÀ ĐÔNG

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 9
Năm học 2019-2020.
Môn: TOÁN
(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề)

Bài 7. (2,0 điểm)

Cho các biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{5}{1-\sqrt{x}}+\dfrac{4}{x-1}$ (với $x\ge 0,\ x\ne 1, x\ne 9$).

a) Tính giá trị của A khi $x=36$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Đặt $P=A.B$. Tìm $x\in\mathbb{N}$ để P có giá trị lớn nhất.

Bài 8. (2,5 điểm)

1) Khi uống trà sữa, người ta thường dùng ống hút bằng nhựa hình trụ có đường kính đáy 0,9 cm, độ dài trục 21 cm. Hỏi khi thải ra ngoài môi trường, diện tích nhựa gây ô nhiễm môi trường do 1000 ống hút gây ra là bao nhiêu?

2) *Giải toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Một người mua một cái bàn là và một cái quạt điện với tổng số tiền theo giá niêm yết là 850 nghìn đồng. Khi trả tiền người đó được khuyến mại giảm 20% đối với giá tiền bàn là và 10% đối với giá tiền quạt điện với giá niêm yết. Vì vậy, người đó phải trả tổng cộng 740 nghìn đồng. Tính giá tiền của cái bàn là và cái quạt điện theo giá niêm yết

Bài 9. (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}2\sqrt{x-2}+\sqrt{y-1}=5\\ \sqrt{x-2}+\sqrt{y-1}=3\end{cases}$.

2) Cho phương trình $x^4-2mx^2+m^2-4=0$ (với m là tham số)

a) Giải phương trình đã cho khi $m=3$.

b) Tìm m để phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Bài 10. (3 điểm)

Từ điểm A ở ngoài đường tròn $(O;R)$, vẽ hai tiếp tuyến AB, AC (B, C là các tiếp điểm) và cát tuyến ADE thuộc nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng OA không chứa điểm B của đường tròn (O). Gọi H là giao điểm của OA và BC.

a) Chứng minh bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $AO\perp BC$ tại H và $AH.AO=AD.AE$.

c) Đường thẳng đi qua điểm D và song song với đường thẳng BE cắt AB, BC lần lượt tại I, K. Chứng minh tứ giác $OHDE$ nội tiếp và D là trung điểm của IK.

Bài 11. (0,5 điểm)

Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x+y+z \geq 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{x^3+y^3}{x^2+y^2}+\frac{y^3+z^3}{y^2+z^2}+\frac{z^3+x^3}{z^2+x^2}$.

ꕥ HẾT ꕥ

ĐÁP ÁN ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG TOÁN 9
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẬN HÀ ĐÔNG
Năm học: 2019 - 2020

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho các biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{5}{1-\sqrt{x}}+\dfrac{4}{x-1}$ (với $x\ge 0$, $x\ne 1$, $x\ne 9$).

a) Tính giá trị của A khi $x=36$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Đặt $P=A.B$. Tìm $x\in\mathbb{N}$ để P có giá trị lớn nhất.

Lời giải

a) Tính giá trị của A khi $x=36$.

Thay $x=36$ (thảo mãn điều kiện) vào biểu thức A, ta được:

$$A=\frac{\sqrt{36}-1}{\sqrt{36}-3}=\frac{6-1}{6-3}=\frac{5}{2}.$$

b) Rút gọn biểu thức B.

Ta có: $B=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{5}{1-\sqrt{x}}+\dfrac{4}{x-1}$

$$B=\frac{\left(\sqrt{x}+3\right).\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right).\left(\sqrt{x}-1\right)}+\frac{5.\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right).\left(\sqrt{x}+1\right)}+\frac{4}{\left(\sqrt{x}-1\right).\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$B=\frac{x+2\sqrt{x}-3+5\sqrt{x}+5+4}{\left(\sqrt{x}+1\right).\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$B=\frac{x+7\sqrt{x}+6}{\left(\sqrt{x}+1\right).\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$B=\frac{x+\sqrt{x}+6\sqrt{x}+6}{\left(\sqrt{x}+1\right).\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$B=\frac{\left(\sqrt{x}+1\right).\left(\sqrt{x}+6\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right).\left(\sqrt{x}-1\right)}=\frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}.$$

Vậy $B=\dfrac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$.

c) Đặt $P=A.B$. Tìm $x\in\mathbb{N}$ để P có giá trị lớn nhất.

Lời giải

Ta có: $P=A.B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}.\dfrac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}=\dfrac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-3}$

$P=\frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-3}=\frac{\sqrt{x}-3+9}{\sqrt{x}-3}=1+\frac{9}{\sqrt{x}-3}$

+) TH1: Với $0\le x<9\Rightarrow\sqrt{x}-3<0\Rightarrow P<1$.

+) TH2: Với $x>9$ mà $x\in\mathbb{N}$ $\Rightarrow x\ge 10\Rightarrow\sqrt{x}-3\ge\sqrt{10}-3>0$.

Do đó $\frac{9}{\sqrt{x}-3}\le\frac{9}{\sqrt{10}-3}\Rightarrow P\le 1+\frac{9}{\sqrt{10}-3}$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=10$ (thỏa mãn)

Vậy $x=10$ thì P có giá trị lớn nhất.

Câu 2. (2,5 điểm)

1) Khi uống trà sữa, người ta thường dùng ống hút bằng nhựa hình trụ có đường kính đáy 0,9 cm, độ dài trục 21 cm. Hỏi khi thải ra ngoài môi trường, diện tích nhựa gây ô nhiễm môi trường do 1000 ống hút gây ra là bao nhiêu?

2) *Giải toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Một người mua một cái bàn là và một cái quạt điện với tổng số tiền theo giá niêm yết là 850 nghìn đồng. Khi trả tiền người đó được khuyến mại giảm 20% đối với giá tiền bàn là và 10% đối với giá tiền quạt điện với giá niêm yết. Vì vậy, người đó phải trả tổng cộng 740 nghìn đồng. Tính giá tiền của cái bàn là và cái quạt điện theo giá niêm yết

Lời giải

1) Bán kính đáy của hình trụ là $0,9:2=0,45\left(\text{cm}^2\right)$.

Diện tích xung quanh của một ống hút là $S_{xq}=2\pi.0,45.21=18,9\pi\ \left(\text{cm}^2\right)$

Suy ra diện tích nhựa gây ô nhiễm do 1000 ống hút gây ra là:$1000.18,9\pi=18900\pi$ $\left(\text{cm}^2\right)$.

2) Gọi giá tiền của bàn là và quạt điện theo giá niêm yết lần lượt là x,y (đơn vị: nghìn đồng; điều kiện $0<x,y<850$).

Do tổng số tiền mua bàn là và quạt điện theo giá niêm yết là 850 nghìn đồng nên ta có phương trình $x+y=850$ (1).

Bàn là giảm giá 20% nên số tiền cần trả cho bàn là là $x-\frac{20}{100}x=\frac{4}{5}x$ (nghìn đồng).

Quạt điện giảm giá 10% nên số tiền trả cho quạt điện là $y-\frac{10}{100}y=\frac{9}{10}y$ (nghìn đồng).

Tổng số tiền phải trả theo giá khuyến mại là 740 nghìn nên ta có phương trình:

$\frac{4}{5}x+\frac{9}{10}y=740$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$\begin{cases} x+y=850 \\ \dfrac{4}{5}x+\dfrac{9}{10}y=740 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x+8y=6800 \\ 8x+9y=7400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=600 \\ x=850-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=250 \\ y=600 \end{cases}$.(Thỏa mãn điều kiện)

Vậy giá tiền của bàn là là 250 nghìn đồng, của quạt điện là 600 nghìn đồng.

Câu 3. (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2\sqrt{x-2}+\sqrt{y-1}=5 \\ \sqrt{x-2}+\sqrt{y-1}=3 \end{cases}$.

2) Cho phương trình $x^4-2mx^2+m^2-4=0$ (với m là tham số)

a) Giải phương trình đã cho khi $m=3$.

b) Tìm m để phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Lời giải

1) Điều kiện : $x\ge 2;\ y\ge 1$.

$$\begin{cases} 2\sqrt{x-2}+\sqrt{y-1}=5 \\ \sqrt{x-2}+\sqrt{y-1}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x-2}+\sqrt{y-1}-\sqrt{x-2}-\sqrt{y-1}=5-3 \\ \sqrt{x-2}+\sqrt{y-1}=3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-2}=2 \\ \sqrt{x-2}+\sqrt{y-1}=3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-2}=2 \\ \sqrt{x-2}+\sqrt{y-1}=3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=4 \\ 2+\sqrt{y-1}=3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ \sqrt{y-1}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=2 \end{cases} \ (\text{TM})$$

Vậy hệ phương trình dã cho có nghiệm $(6;2)$.

2) a) Giải phương trình đã cho khi $m=3$.

Thay $m=3$ vào phương trình ta có:

$$x^4-6x^2+5=0$$

$$\Leftrightarrow (x^2-1).(x^2-5)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-1=0 \\ x^2-5=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=1 \\ x^2=5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 1 \\ x=\pm\sqrt{5} \end{array}\right.$$

Vậy $m=3$ thì phương trình đã cho có nghiệm $x\in\{-1;1;-\sqrt{5};\sqrt{5}\}$.

b) Tìm m để phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Xét phương trình $x^4-2mx^2+m^2-4=0\ (1)$.

Để phương trình có 3 nghiệm phân biệt thì (1) có 1 nghiệm $x=0$.

Thay $x=0$ vào phương trình (1), ta có:

$0^4-2m.0^2+m^2-4=0 \Leftrightarrow m^2-4=0 \Leftrightarrow m^2=4 \Leftrightarrow m=\pm 2$

Thay $m=2$ vào (1), ta có:

$$x^4-2.2x^2+2^2-4=0 \Leftrightarrow x^4-4x^2=0 \Leftrightarrow x^2\left(x^2-4\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=0 \\ x^2-4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$$

Suy ra $m=2$ thỏa mãn.

Thay $m=-2$ vào (1), ta có:

$x^4-2.(-2)x^2+2^2-4=0 \Leftrightarrow x^4+4x^2=0$

$$\Leftrightarrow x^2\left(x^2+4\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=0 \\ x^2+4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=0 \\ x^2=-4\,(\mathrm{L}) \end{array}\right.$$

Suy ra $m=-2$ không thỏa mãn.

Vậy với $m=2$ phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 4. (3 điểm)

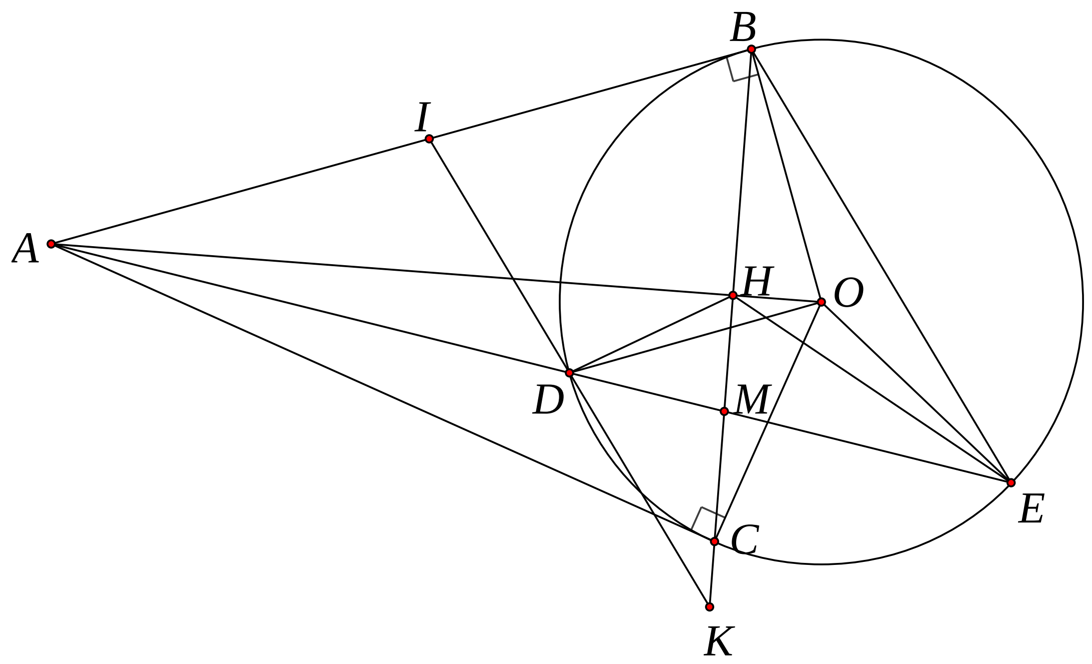
Từ điểm A ở ngoài đường tròn $(O;R)$, vẽ hai tiếp tuyến $AB,\ AC$ ($B,\ C$ là các tiếp điểm) và cát tuyến ADE thuộc nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng OA không chứa điểm B của đường tròn (O). Gọi H là giao điểm của OA và BC.

a) Chứng minh bốn điểm $A,\ B,\ O,\ C$ cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $AO \perp BC$ tại H và $AH.AO=AD.AE$.

c) Đường thẳng đi qua điểm D và song song với đường thẳng BE cắt $AB,\ BC$ lần lượt tại $I,\ K$. Chứng minh tứ giác $OHDE$ nội tiếp và D là trung điểm của IK.

Lời giải



a) Chứng minh bốn điểm $A,\ B,\ O,\ C$ cùng thuộc một đường tròn.

Vì AB là tiếp tuyến của đường tròn $(O) \Rightarrow \widehat{ABO} = 90°$.

Vì AC là tiếp tuyến của đường tròn $(O) \Rightarrow \widehat{ACO} = 90°$.

Xét tứ giác $ABOC$, có: $\widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 90° + 90° = 180°$

Mà 2 góc này ở vị trí đối nhau nên $ABOC$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow$ Bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $AO \perp BC$ tại H và $AH.AO = AD.AE$.

Ta có: ΔBOC cân tại O (Do $OB = OC = R$)

Mà OA là phân giác của góc BOC (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau).

$\Rightarrow OA$ đồng thời là đường cao.

$\Rightarrow OA \perp BC$.

Xét ΔAOB vuông tại B, BH là đường cao

$\Rightarrow AH.AO = AB^2$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông) (1)

Xét ΔABD và ΔAEB, có:

$\widehat{BAD}$ chung

$\widehat{ABD} = \widehat{AED}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung chắn cung BD)

$\Rightarrow \Delta ABD \sim \Delta AEB$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{AB}{AE} = \dfrac{AD}{AB} \Rightarrow AB^2 = AD.AE$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AH.AO = AD.AE$ (đpcm).

c) Đường thẳng đi qua điểm D và song song với đường thẳng BE cắt AB, BC lần lượt tại I, K. Chứng minh tứ giác $OHDE$ nội tiếp và D là trung điểm của IK.

Vì $AH.AO = AD.AE$ (chứng minh trên) $\Rightarrow \dfrac{AH}{AE} = \dfrac{AD}{AO}$.

Xét ΔAHD và ΔAEO, có:

$\widehat{HAD}$ chung

$\dfrac{AH}{AE} = \dfrac{AD}{AO}$ (chứng minh trên)

$\Rightarrow \Delta AHD \sim \Delta AEO$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AHD} = \widehat{AEO}$

Có $\widehat{AHD} + \widehat{DHO} = 180° \Rightarrow \widehat{AEO} + \widehat{DHO} = 180°$

Mà 2 góc này ở vị trí đối nhau nên tứ giác $OHDE$ nội tiếp .

Vì $OD = OE = R \Rightarrow \Delta ODE$ cân tại O nên: $\widehat{ODE} = \widehat{OED}$

Mà $\widehat{ODE} = \widehat{OHE}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung OE)

$\Rightarrow \widehat{OHE} = \widehat{OED} = \widehat{AHD} \Rightarrow \widehat{DHK} = \widehat{EHK}$

$\Rightarrow HK$ là phân giác của $\widehat{DHE} \Rightarrow \dfrac{DM}{ME} = \dfrac{DH}{HE}$.

$AH \perp HM \Rightarrow AH$ là đường phân giác ngoài của $\Delta DHE \Rightarrow \dfrac{AD}{AE} = \dfrac{HD}{HE}$.

$\Rightarrow \dfrac{DM}{ME} = \dfrac{AD}{AE}$ (3)

Vì $DK//BE \Rightarrow \dfrac{DK}{BE} = \dfrac{DM}{ME}$ (Định lý Ta lét) (4)

Vì $DI//BE \Rightarrow \dfrac{DI}{BE} = \dfrac{AD}{AE}$ (Định lý Ta lét) (5)

Từ (3), (4), (5) $\Rightarrow \dfrac{DK}{BE} = \dfrac{DI}{BE} \Rightarrow DK = DI$.

$\Rightarrow D$ là trung điểm của IK.

Câu 5. (0,5 điểm) Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z \geq 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2} + \dfrac{y^3 + z^3}{y^2 + z^2} + \dfrac{z^3 + x^3}{z^2 + x^2}$.

Lời giải

Ta có: $\dfrac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2} = \dfrac{(x+y).(x^2 + y^2 - xy)}{x^2 + y^2}$

$$= x + y - \frac{xy.(x+y)}{x^2 + y^2} \geq x + y - \frac{xy.(x+y)}{2xy} = \frac{x+y}{2}$$

Tương tự ta có: $\dfrac{y^3 + z^3}{y^2 + z^2} \geq \dfrac{y+z}{2}$; $\dfrac{z^3 + x^3}{z^2 + x^2} \geq \dfrac{z+x}{2}$

Khi đó ta có: $P = \dfrac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2} + \dfrac{y^3 + z^3}{y^2 + z^2} + \dfrac{z^3 + x^3}{z^2 + x^2} \geq \dfrac{x+y}{2} + \dfrac{y+z}{2} + \dfrac{z+x}{2}$

$\Leftrightarrow P \geq x + y + z \geq 6$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ y = z \\ z = x \\ x + y + z = 6 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = 2$.

Vậy $\text{Min}P = 6$ khi $x = y = z = 2$.