

DẠNG 3**Bài tập hàm số lũy thừa, mũ và logarit**

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{-4}$ là

- A. $[1; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $(1; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 2: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_{2019}(4-x^2) + (2x-3)^{-2019}$.

- A. $D = \left[-2; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; 2\right]$. B. $D = \left(-2; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; 2\right)$.
C. $D = \left(\frac{3}{2}; 2\right)$. D. $D = (-2; 2)$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = (-x^2 + 3x + 4)^{\frac{1}{3}} + \sqrt{2-x}$ là

- A. $(-1; 2]$. B. $(-1; 2)$. C. $(-\infty; 2]$ D. $[-1; 2]$

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là

- A. $(1; +\infty)$. B. $[1; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 5: Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 3x - 4)^{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 4\}$. B. $D = (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$.
C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.

Câu 6: Tìm tập xác định D của hàm số $y = (4-x^2)^{\frac{1}{5}}$.

- A. $D = [-2; 2]$. B. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$. C. $D = (-2; 2)$. D. $D = (-\infty; +\infty)$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = (3x-5)^{\frac{1}{3}}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5}{3}\right\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $\left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$. D. $\left[\frac{5}{3}; +\infty\right)$.

Câu 8: Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $f(x) = (2x^2 + mx + 2)^{\frac{3}{2}}$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$?

- A. 5. B. 4. C. 7. D. 9.

Câu 9: Cho biết phương trình $\log_9 x + \sqrt{\log_9 x + 4} = 26$ có nghiệm dạng $x = 3^n$, với n là số tự nhiên. Tổng tất cả các chữ số của n bằng

- A. 9. B. 5. C. 6. D. 3.

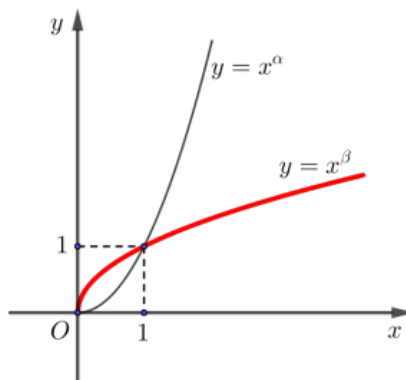
Câu 10: Tập xác định của hàm số $y = (x+3)^{\frac{3}{2}} - \sqrt[4]{5-x}$ là

- A. $D = (-3; 5]$. B. $D = (-3; +\infty] \setminus \{5\}$.
C. $D = (-3; 5)$. D. $D = (-3; +\infty)$.

Câu 11: Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{5}e^{4x}$ là

- A. $y' = -\frac{4}{5}e^{4x}$. B. $y' = \frac{1}{20}e^{4x}$. C. $y' = \frac{4}{5}e^{4x}$. D. $y' = -\frac{1}{20}e^{4x}$.

Câu 12: Cho các số thực α và β . Đồ thị các hàm số $y = x^\alpha$, $y = x^\beta$ trên khoảng $(0; +\infty)$ như hình vẽ bên, trong đó đường đậm hơn là đồ thị của hàm số $y = x^\beta$.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $0 < \beta < \alpha < 1$. B. $\alpha < 0 < \beta < 1$. C. $0 < \beta < 1 < \alpha$. D. $\beta < 0 < 1 < \alpha$.

Câu 13: Với giá trị nào của x thì biểu thức: $f(x) = \log_5(x^3 - x^2 - 2x)$ xác định?

- A. $x \in (-1; 0) \cup (2; +\infty)$. B. $x \in (0; 2) \cup (4; +\infty)$.
C. $x \in (0; 1)$. D. $x \in (1; +\infty)$.

Câu 14: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-2019; 2019)$ để hàm số sau có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

$$y = x + m + \sqrt{x^2 + 2(m+1)x + m^2 + 2m + 4} + \log_2(x - m + \sqrt{2x^2 + 1})$$

- A. 2020. B. 2021. C. 2018. D. 2019.

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = \ln(e^x + m)$. Có bao nhiêu số thực dương m để $f'(a) + f'(b) = 1$ với mọi số thực a, b thỏa mãn $a + b = 1$

- A. 1. B. 2. C. Vô số. D. 0.

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = \ln 2019 - \ln\left(\frac{x+2}{x}\right)$. Tính tổng $S = f'(1) + f'(3) + \dots + f'(2019)$.

- A. $S = \frac{4035}{2019}$. B. $S = 2021$. C. $S = \frac{2019}{2021}$. D. $S = \frac{2020}{2021}$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x) = \ln(2x - 5)$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) < 1$ là

- A. $\left(\frac{7}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right) \cup \left(\frac{7}{2}; +\infty\right)$. C. $(3; +\infty)$. D. $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right) \cup (3; +\infty)$

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ sau

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	+	0	-

Hỏi hàm số $g(x) = f(1-x) + x \cdot e^{-x}$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-2; -1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; 3)$.

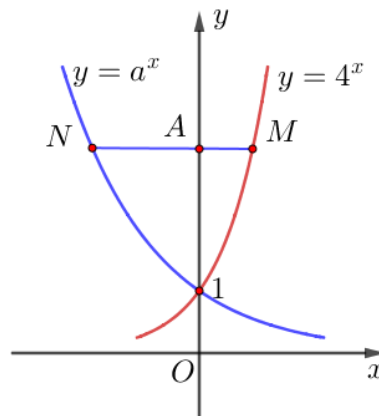
Câu 19: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A. $(-\infty; -1]$. B. $(-\infty; -1)$. C. $[-1; 1]$. D. $(-1; 1)$.

Câu 20: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 4) - mx + 3$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A. $m \geq \frac{1}{4}$. B. $m \geq 4$. C. $m \leq \frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{4} \leq m < 4$.

Câu 21: Cho số thực a dương khác 1. Biết rằng bất kì đường thẳng nào song song với trục Ox mà cắt các đồ thị $y = 4^x$ và $y = a^x$, trục tung lần lượt tại M , N , A thì $AN = 2AM$. Giá trị của a bằng



- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.A	4.A	5.D	6.C	7.C	8.C	9..C	10.A
11.C	12.C	13.A	14.D	15.A	16.D	17.A	18.A	19.A	20.A
21.A									

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn DĐiều kiện xác định: $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.**Câu 2: Chọn B**Điều kiện có nghĩa của hàm số là $\begin{cases} 4 - x^2 > 0 \\ 2x - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 2 \\ x \neq \frac{3}{2} \end{cases}$ Vậy tập xác định của hàm số là $D = \left(-2; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; 2\right)$ **Câu 3: Chọn A**Hàm số xác định khi $\begin{cases} -x^2 + 3x + 4 > 0 \\ 2 - x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 4 \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x \leq 2$.Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-1; 2]$ **Câu 4: Chọn A**Vì $\frac{1}{5} \notin \mathbb{Z}$ nên điều kiện xác định của hàm số là $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.Vậy tập xác định của hàm số là $(1; +\infty)$.**Câu 5: Chọn D**Hàm số xác định khi $x^2 - 3x - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 4 \end{cases}$.Vậy tập xác định D của hàm số là: $D = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.**Câu 6: Chọn C**Điều kiện xác định của hàm số $y = (4 - x^2)^{\frac{1}{5}}$ là: $4 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$.Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-2; 2)$.**Câu 7: Chọn C**Vì hàm số $y = (3x - 5)^{\frac{1}{3}}$ có số mũ không nguyên nên hàm số xác định khi $3x - 5 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{5}{3}$.Vậy tập xác định của hàm số $y = (3x - 5)^{\frac{1}{3}}$ là $\left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$.**Câu 8: Chọn C**Hàm số $f(x) = (2x^2 + mx + 2)^{\frac{3}{2}}$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 2x^2 + mx + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow m^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4$. Vì m nguyên nên $m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Vậy có tất cả 7 giá trị m thỏa mãn điều kiện đề bài.

Câu 9: Chọn C

Ta có: $\log_9 x + \sqrt{\log_9 x + 4} = 26$ (1)

Đặt $t = \sqrt{\log_9 x + 4}$ với $t \geq 0$. Ta có $\log_9 x = t^2 - 4$.

Phương trình (1) trở thành: $t^2 - 4 + t = 26 \Leftrightarrow t^2 + t - 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 & (\text{TM}) \\ t = -6 & (\text{L}) \end{cases}$.

Với $t = 5 \Rightarrow \log_9 x = 21 \Leftrightarrow x = 9^{21} \Leftrightarrow x = 3^{42} \Rightarrow n = 42$.

Vậy tổng tất cả các chữ số của n là $4 + 2 = 6$.

Câu 10: Chọn A

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x + 3 > 0 \\ 5 - x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < x \leq 5$.

Câu 11: Chọn C

Ta có $y = \frac{1}{5}e^{4x} \Rightarrow y' = \frac{1}{5}(e^{4x})' = \frac{1}{5}(4x)'e^{4x} = \frac{4}{5}e^{4x}$. Vậy $y' = \frac{4}{5}e^{4x}$.

Câu 12: Chọn C

Theo đặc điểm đồ thị hàm số lũy thừa.

Câu 13: Chọn A

Biểu thức $f(x) = \log_5(x^3 - x^2 - 2x)$ xác định $\Leftrightarrow x^3 - x^2 - 2x > 0$

$\Leftrightarrow x(x+1)(x-2) > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 0) \cup (2; +\infty)$.

Câu 14: Chọn D

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì $\begin{cases} x^2 + 2(m+1)x + m^2 + 2m + 4 \geq 0 \\ x - m + \sqrt{2x^2 + 1} > 0 \end{cases}$ luôn đúng với mọi

Tập các định: $x \in \mathbb{R}$

Ta có: $x^2 + 2(m+1)x + m^2 + 2m + 4 = [x + (m+1)]^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Ta có: $x - m + \sqrt{2x^2 + 1} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x + \sqrt{2x^2 + 1} > m, \forall x \in \mathbb{R}$.

Xét hàm số $f(x) = x + \sqrt{2x^2 + 1}$ với $x \in \mathbb{R}$ có $f'(x) = 1 + \frac{2x}{\sqrt{2x^2 + 1}}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{\sqrt{2}}$.

x	$-\infty$	$\frac{-1}{\sqrt{2}}$	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$	$+\infty$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy để $x + \sqrt{2x^2 + 1} > m, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} > m$.

Kết hợp điều kiện $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in (-2019; 2019) \end{cases} \Rightarrow m \in \{-2018, -2017, -2016, \dots, -1, 0\}$.

Câu 15: Chọn A

Với $m > 0$ thì hàm số xác định trên $\mathbb{R}$. Ta có $f'(x) = \frac{e^x}{e^x + m}$

$$\Rightarrow f'(a) + f'(b) = \frac{e^a}{e^a + m} + \frac{e^b}{e^b + m} = \frac{2e^{a+b} + m(e^a + e^b)}{e^{a+b} + m(e^a + e^b) + m^2} = \frac{2e + m(e^a + e^b)}{e + m(e^a + e^b) + m^2}.$$

$$\text{Mà } f'(a) + f'(b) = 1 \Leftrightarrow \frac{2e + m(e^a + e^b)}{e + m(e^a + e^b) + m^2} = 1 \Leftrightarrow m^2 = e \Leftrightarrow m = \sqrt{e}.$$

Câu 16: Chọn D

Ta có: $f(x) = \ln 2019 - [\ln(x+2) - \ln x] = \ln x - \ln(x+2) + \ln 2019 \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2}$

Xét $S = f'(1) + f'(3) + \dots + f'(2019)$

$$= \frac{1}{1} - \frac{1}{1+2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3+2} + \dots + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2017+2} + \frac{1}{2019} - \frac{1}{2019+2} = 1 - \frac{1}{2021} = \frac{2020}{2021}.$$

Câu 17: Chọn A

Xét hàm số $f'(x) = \frac{2}{2x-5}, \forall x \in \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$

$$f'(x) < 1 \Leftrightarrow \frac{2}{2x-5} < 1 \Leftrightarrow \frac{-2x+7}{2x-5} < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \frac{5}{2}\right) \cup \left(\frac{7}{2}; +\infty\right). \text{ Kết hợp điều kiện ta được tập nghiệm bất phương trình là } \left(\frac{7}{2}; +\infty\right).$$

Câu 18: Chọn A

Ta có: $g(x) = f(1-x) + x.e^{-x}$. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Cho $g'(x) = -f'(1-x) + (1-x)e^{-x}$.

Ta thấy với $x \in (-2; -1)$ thì $f'(1-x) < 0$ và $1-x > 0$. Suy ra $g'(x) > 0; \forall x \in (-2; -1)$.

Vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trong khoảng $(-2; -1)$.

Câu 19: Chọn A

Hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ có tập xác định $\mathbb{R}$. Ta có: $y' = \frac{2x}{x^2 + 1} - m$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ thì $y' = \frac{2x}{x^2 + 1} - m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \leq \frac{2x}{x^2 + 1}, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Xét hàm số } g(x) = \frac{2x}{x^2 + 1} \Rightarrow g'(x) = \frac{-2x^2 + 2}{(x^2 + 1)^2}.$$

$$\text{Phương trình } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{-2x^2 + 2}{x^2 + 1} = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$		0	-1	1	0	

Từ bảng biến thiên ta suy ra $m \leq -1$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 20: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{2}\ln(x^2 + 4) - mx + 3$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. $m \geq \frac{1}{4}$.

B. $m \geq 4$.

C. $m \leq \frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{4} \leq m < 4$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \frac{1}{2}\ln(x^2 + 4) - mx + 3$ có tập xác định $D = (-\infty; +\infty)$. Ta có $y' = \frac{x}{x^2 + 4} - m$.

Khi đó hàm số $y = \frac{1}{2}\ln(x^2 + 4) - mx + 3$ nghịch biến trên $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{x^2 + 4} - m \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{x}{x^2 + 4} \leq m, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq \max_{x \in \mathbb{R}} f(x) \text{ với } f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$ ta có: $f'(x) = \frac{4 - x^2}{(x^2 + 4)^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
f'(x)	-	0	+	0	-
f(x)	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	

Từ bảng biến thiên ta suy ra: $\max_{x \in \mathbb{R}} f(x) = f(2) = \frac{1}{4}$. Suy ra các giá trị của tham số m cần tìm là:

$$m \geq \frac{1}{4}.$$

Câu 21: Chọn A

Vì $AN = 2AM$ nên $M(x_1; 4^{x_1}), N(-2x_1; a^{-2x_1})$.

$$\text{Ta có } 4^{x_1} = a^{-2x_1} \Leftrightarrow 4 = \frac{1}{a^2} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}.$$

