



**Câu 11.** Tổng của hai số là 16. Nếu lấy số lớn chia cho số nhỏ được thương là 4 dư 1. Hai số đó là

- A. 10 và 6.                      B. 14 và 2.                      C. 13 và 3.                      D. 11 và 5.

**Câu 12.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 4, BC = 5$  thì  $\sin \angle ABC$  có giá trị là

- A.  $\frac{1}{5}$ .                                  B.  $\frac{3}{4}$ .                                  C.  $\frac{4}{5}$ .                                  D.  $\frac{3}{5}$ .

**PHẦN II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)**

**Câu 1 (1,5 điểm).** Cho hai biểu thức:  $A = \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$  và  $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}}$  với  $x > 0$ .

- Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 16$ .
- Rút gọn biểu thức  $B$ .
- Tìm  $x$  để  $\frac{A}{B} > \frac{4}{3}$ .

**Câu 2 (2,0 điểm).**

1. Cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x - y = m - 2 \\ x + 2y = 3m + 4 \end{cases} \quad (m \text{ là tham số})$$

- Giải hệ phương trình khi  $m = 1$ .
- Tìm  $m$  để hệ phương trình có nghiệm  $(x, y)$  thỏa mãn:  $x^2 + y^2 = 10$ .

2. Cho parabol  $(P): y = -2x^2$  và đường thẳng  $(d): y = 3x + m - 1$ .

- Tìm  $m$  biết đường thẳng  $(d)$  cắt đường thẳng  $(d')$ :  $y = 2x - 1$  tại điểm  $A$  có hoành độ bằng 2.
- Tìm  $m$  để đường thẳng  $(d)$  cắt parabol  $(P)$  tại hai điểm phân biệt nằm bên trái trục tung.

**Câu 3 (3,0 điểm).** Cho đường tròn  $(O)$  có hai đường kính  $AB$  và  $CD$  vuông góc với nhau.

Trên cung nhỏ  $AC$  lấy điểm  $M$  sao cho  $AM = AO$ .

- Chứng minh bốn điểm  $A; I; M; O$  cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh  $sđ \widehat{MC} = \frac{1}{3} sđ \widehat{BD}$ .
- Dây  $MB$  cắt  $CD$  tại  $I$ , đoạn thẳng  $MO$  cắt  $AI$  tại  $H$ . Chứng minh  $AH \cdot AI = MI \cdot MB$ .
- Điểm  $I$  nằm trên dây  $PQ$ . Xác định vị trí của dây  $PQ$  để  $\widehat{BQP}$  lớn nhất.

**Câu 4 (0,5 điểm).** Cho  $x, y, z$  là các số thực dương thỏa mãn  $x + y + z \leq 1$ . Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức 
$$P = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} + \frac{2024}{xy + yz + zx}.$$

--HẾT--

**I. Trắc nghiệm (3,0 điểm):** Đúng mỗi câu ghi 0,25 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	C	A	B	C	A	C	B	D	D	C	D

Câu	Nội dung	Điểm
<b>Câu 1</b> <b>(1,5đ)</b>	a. Với $x = 16$ ta có $A = \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{2 + \sqrt{16}}{\sqrt{16}} = \frac{2 + 4}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ .	<b>0,5đ</b>
	b. Với $x > 0$ , rút gọn $B$ được: $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}} =$ $\frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)} = \frac{x - 1 + 2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}$ $= \frac{x + 2\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}$ $= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)} = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1}$	<b>0,25đ</b> <b>0,25đ</b>
	Có : $\frac{A}{B} = \frac{2 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} : \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$  Để : $\frac{A}{B} > \frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} > \frac{4}{3}$  $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} - \frac{4}{3} > 0$  $\Leftrightarrow \frac{3\sqrt{x} + 3 - 4\sqrt{x}}{3\sqrt{x}} > 0$  $\Leftrightarrow \frac{3 - \sqrt{x}}{3\sqrt{x}} > 0$  $\Leftrightarrow 3 - \sqrt{x} > 0 \text{ (Vì } 3\sqrt{x} > 0 \text{ với } x > 0)$	<b>0,25đ</b> <b>0,25đ</b>

$$\Leftrightarrow x < 9$$

Kết hợp với điều kiện, ta có :  $0 < x < 9$  thì  $\frac{A}{B} > \frac{4}{3}$

**Câu 2.**

1

(2 đ)

a. Với  $m=1$  ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + 2y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Vậy với  $m=1$  nghiệm  $(x,y)$  của hệ phương trình là:  $(1;3)$

b. Ta có 
$$\begin{cases} 2x - y = m - 2 \\ x + 2y = 3m + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ y = m + 2 \end{cases}$$

Để  $x^2 + y^2 = 10 \Leftrightarrow m^2 + (m+2)^2 = 10$

$$\Leftrightarrow 2m^2 + 4m - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$$

**0,5đ**

2.

a) Xác định được tung độ điểm A bằng 3

Xác định được  $m = -2$

**0,5đ**

b) Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng  $(d)$  và parabol  $(P)$

là:  $-2x^2 = 3x + m - 1 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x + m - 1 = 0$  (\*)

$$\Delta = 9 - 4 \cdot 2 \cdot (m - 1) = 17 - 8m.$$

Để đường thẳng  $(d)$  cắt parabol  $(P)$  tại 2 điểm phân biệt thì

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow 17 - 8m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{17}{8}.$$

Theo Vi – ét ta có: 
$$\begin{cases} S = \frac{-3}{2} \\ P = \frac{m-1}{2} \end{cases}$$

**0,25đ**

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt âm thì

$$\begin{cases} S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-3}{2} < 0 \\ \frac{m-1}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1.$$

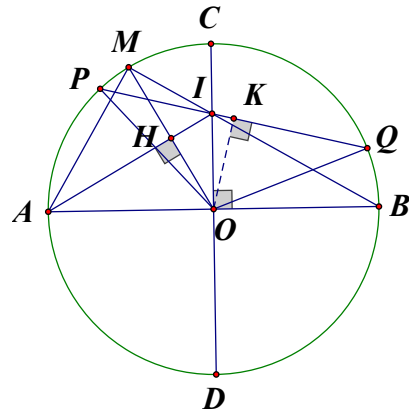
Kết hợp với điều kiện  $m < \frac{17}{8} \Rightarrow 1 < m < \frac{17}{8}.$

**0,25đ**

**Câu 3.**  
**(3đ)**

**Câu 3:** Cho đường tròn  $(O)$  có hai đường kính  $AB$  và  $CD$  vuông góc với nhau.  
Trên cung nhỏ  $AC$  lấy điểm  $M$  sao cho  $AM = AO$ .

- Chứng minh bốn điểm  $A; I; M; O$  cùng thuộc một đường tròn
- Chứng minh  $sđ\widehat{MC} = \frac{1}{3}sđ\widehat{BD}$
- Dây  $MB$  cắt  $CD$  tại  $I$ , đoạn thẳng  $MO$  cắt  $AI$  tại  $H$ . Chứng minh  $AH \cdot AI = MI \cdot MB$
- Điểm  $I$  nằm trên dây  $PQ$ . Xác định vị trí của dây  $PQ$  để  $\widehat{QP}$  lớn nhất



0.25đ

a. Ta có:

$$\widehat{AMB} = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)}$$

$$\widehat{AOC} = 90^\circ \text{ (} AB \perp CD \text{)}$$

$$\Rightarrow \widehat{AMB} + \widehat{AOC} = 180^\circ$$

Mà trong tứ giác  $AOIM$ ,  $\widehat{AMB}$  và  $\widehat{AOC}$  là hai góc đối

$\Rightarrow AOIM$  là tứ giác nội tiếp một đường tròn

0.25đ

0.25đ

0.25đ

b. Theo GT  $AM = AO$  mà  $AO = OM = R \Rightarrow$  Tam giác  $AOM$  là tam giác đều

$$\Rightarrow sđ\widehat{AM} = \widehat{AOM} = 60^\circ \Rightarrow sđ\widehat{MC} = 30^\circ$$

$$\text{Mà } sđ\widehat{BD} = \widehat{BOB} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow sđ\widehat{MC} = \frac{1}{3}sđ\widehat{BD}$$

0.25đ

0.25đ

0.25đ

c. Ta có  $CD$  là trung trực của  $AB$  nên  $IA = IB \Rightarrow$  tam giác  $IAB$  cân tại  $I$

$$\Rightarrow \widehat{AIO} = \widehat{OIB} = \frac{1}{2}(sđ\widehat{MC} + sđ\widehat{BD}) = 60^\circ$$

$$\text{Lại có } \widehat{MIA} + \widehat{AIO} + \widehat{OIB} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{MIA} = \widehat{AIO} = \widehat{OIB} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{MAI} = \widehat{OAI} \text{ (cùng phụ góc } 60^\circ \text{)}$$

$\Rightarrow AI$  vừa là đường phân giác vừa là đường trung trực của  $\triangle MAO$

Áp dụng hệ thức lượng vào tam giác  $MAI$  ta có  $AH \cdot AI = AM^2$  (1)

$$\triangle AMI \sim \triangle BMA(g.g) \Rightarrow AM^2 = MI \cdot MB$$
 (2)

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow AH \cdot AI = MI \cdot MB$$

0.25đ

0.25đ

**Câu 4.**  
**(0.5 đ)**

$$\frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} + \frac{2024}{xy + yz + xz}$$

$$= \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} + \frac{1}{xy + yz + xz} + \frac{1}{xy + yz + xz} + \frac{2022}{xy + yz + xz}$$

Ta có:

$$(a+b+c)^2 - 3(ab+bc+ca) = a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$$

$$= \frac{1}{2} [(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2] \geq 0 \Rightarrow 3(ab+bc+ca) \leq (a+b+c)^2$$

Dấu “=” xảy ra  $\Leftrightarrow a = b = c$

Với  $a, b, c > 0$ , áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có:

$$a+b+c \geq 3\sqrt[3]{abc} ; \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{abc}}$$

$$\Rightarrow (a+b+c) \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \geq 3\sqrt[3]{abc} \cdot 3\sqrt[3]{\frac{1}{abc}} = 9 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a+b+c}$$

Dấu “=” xảy ra  $\Leftrightarrow a = b = c$

Với  $x+y+z \leq 1$ , áp dụng các kết quả trên, ta có:

$$\frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} + \frac{1}{xy + yz + xz} + \frac{1}{xy + yz + xz}$$

$$\geq \frac{9}{x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz)} = \frac{9}{(x+y+z)^2} \geq \frac{9}{1^2} = 9$$

$$\frac{2022}{xy + yz + xz} = \frac{6066}{3(xy + yz + xz)} \geq \frac{6066}{(x+y+z)^2} \geq \frac{6066}{1^2} = 6066$$

$$\Rightarrow P \geq 9 + 6066 = 6075$$

Dấu “=” xảy ra  $\Leftrightarrow x = y = z = \frac{1}{3}$ . Vậy  $\min P = 6075 \Leftrightarrow x = y = z = \frac{1}{3}$

0,25đ

0,25đ

**Ghi chú:** Nếu học sinh giải theo cách khác đúng thì cho điểm tối đa.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vn teach.com>