Nhận xét: Nếu $x\in Z,\sqrt{x}\notin Z$ với $x\ge 0, x\ne 1$ thì $P=\frac{x}{\sqrt{x}-1}\notin Z$ (loại).

Do đó $x\in Z,\sqrt{x}\in Z$ với $x\ge 0, x\ne 1$.

Ta có $P=\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}+\frac{1}{\sqrt{x}-1}=\sqrt{x}+1+\frac{1}{\sqrt{x}-1}$.

Vì $\sqrt{x}\in Z$ nên $P\in Z$ khi và chỉ khi $\frac{1}{\sqrt{x}-1}\in Z$.

Do đó $\sqrt{x}-1\in U(1)=\{-1;1\}$. Suy ra $x\in\{0;4\}$ (thoả mãn điều kiện)

Vậy để $P\in Z$ thì $x\in\{0;4\}$.

Câu III. (2,5 điểm)

1. Gọi số lớp dự kiến có thành tích tiêu biểu là x(lớp), $x\in N^{¿}$, số tiền trong quỹ khen thưởng cố định là y (triệu đồng), $y>1,2$.
2. Theo đề bài ta có phương trình $1,2x=y$ hay $1,2x-y=0$.
3. Do có thêm hai lớp được đủa vào danh sách khen thưởng và mỗi lớp nhận được 1000000 đồng nên ta có $1\cdot(x+2)=y$ hay $x-y=-2$.
4. Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases}1,2x-y=0\\ x-y=-2\end{cases}$.
5. Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases}x=10\\ y=12\end{cases}$ (thoả mãn điều kiện).
6. Vậy quỹ khen thưởng cố định của trường là 12000000 đông.
7. Gọi số xe cỡ lớn cần dùng để chở hết số học sinh là $x(xe), x\in N^{¿}$.

Theo đề bài ta có phương trình $\frac{360}{x}-\frac{360}{x+4}=15$.

Suy ra $x^2+4x-96=0$.

Giải phương trình tìm được $x=8$ (thoả mãn điều kiện) và $x=-12$ (loại).

Vậy cần 8 xe cỡ lớn để chở hết số học sinh trong đoàn.

3. Vì phương trình có hai nghiệm x_1,x_2 nên theo định lí Viète ta có $\begin{cases}x_1+x_2=2\\ x_1x_2=a\end{cases}$.

Ta có $2x_1+3x_2=2(x_1+x_2)+x_2=2\cdot 2+x_2=1$. Suy ra $x_1=-3$, do đó $x_2=5$. Khi đó $x_1x_2=-15$.

Ta có $A = x_1\left(x_1{}^2 + x_2\right) + x_2\left(x_2{}^2 - x_1\right) = x_1^3 + x_1x_2 + x_2^3 - x_1x_2$

¿ $\left(x_1 + x_2\right)^3 - 3x_1x_2\left(x_1 + x_2\right) = 2^3 - 3\cdot(-15)\cdot 2 = 98.$

Câu IV. (4,0 điểm)

1. a) Diện tích xung quanh của bể nước (không có nắp) là

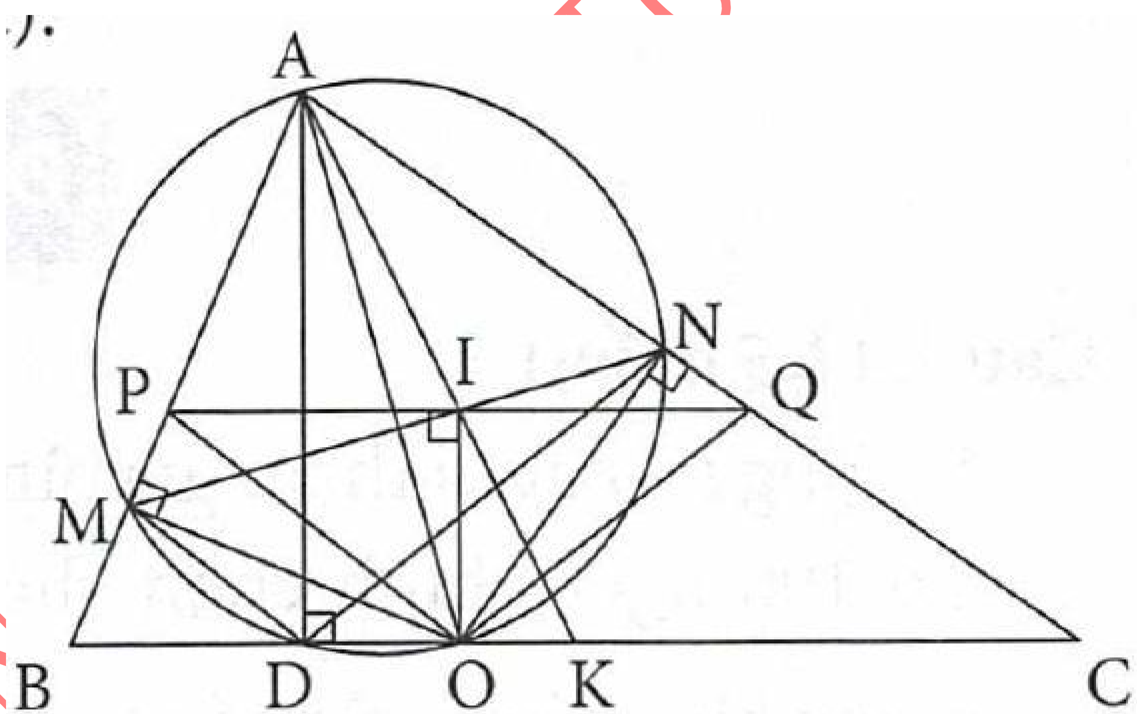
$$S = 2\cdot(2{,}1 + 11{,}5)\cdot 2{,}3 = 67{,}16\left(\ m^2\right).$$

b) Tổng lượng nước cần bơm vào bể là $3{,}1\cdot 11\cdot 5\cdot 1{,}5 = 53{,}475\left(\ m3\right) = 53475$ (lít).

Vì trong quá trình bơm thì hệ thống bơm bị rò rỉ 5% lượng nước nên thời gian bơm nước là $\dfrac{53475\cdot(100\% + 5\%)}{240} \approx 234$ (phút).

2. a) Ta có $\widehat{AMO} = \widehat{ANO} = 90^\circ$ (giả thiết), $\widehat{ADO} = 90^\circ$ (giả thiết). Suy ra bốn điểm D , M, N, O cùng thuộc đường tròn đường kính AO.

b) Ta chứng minh được $\triangle OAM = \triangle OAN$ (ch -gn). Do đó $OM = ON$.



Vì tứ giác MDON nội tiếp nên $\widehat{ODN} = \widehat{OMN}$ và $\widehat{BDM} = \widehat{ONM}$.

Mà $\widehat{ONM} = \widehat{OMN}$ (do $\triangle OMN$ cân tại O). Suy ra $\widehat{ODN} = \widehat{BDM}$ (đpcm).

c) Qua I kẻ đường thẳng song song với BC cắt AB, AC lần lượt tại P, Q.

Xét đường tròn đường kính OP có $\widehat{IOP} = \widehat{IMP}$.

Xét đường tròn đường kính OQ có $\widehat{INA} = \widehat{IOQ}$.

Mà $\widehat{IMP} = \widehat{INA}$ nên $\widehat{IOP} = \widehat{IOQ}$, suy ra OI là phân giác của góc POQ. Lại có $OI \perp PQ$ nên $\triangle OPQ$ cân tại O , suy ra OI cũng là trung tuyến của $\triangle OPQ$.

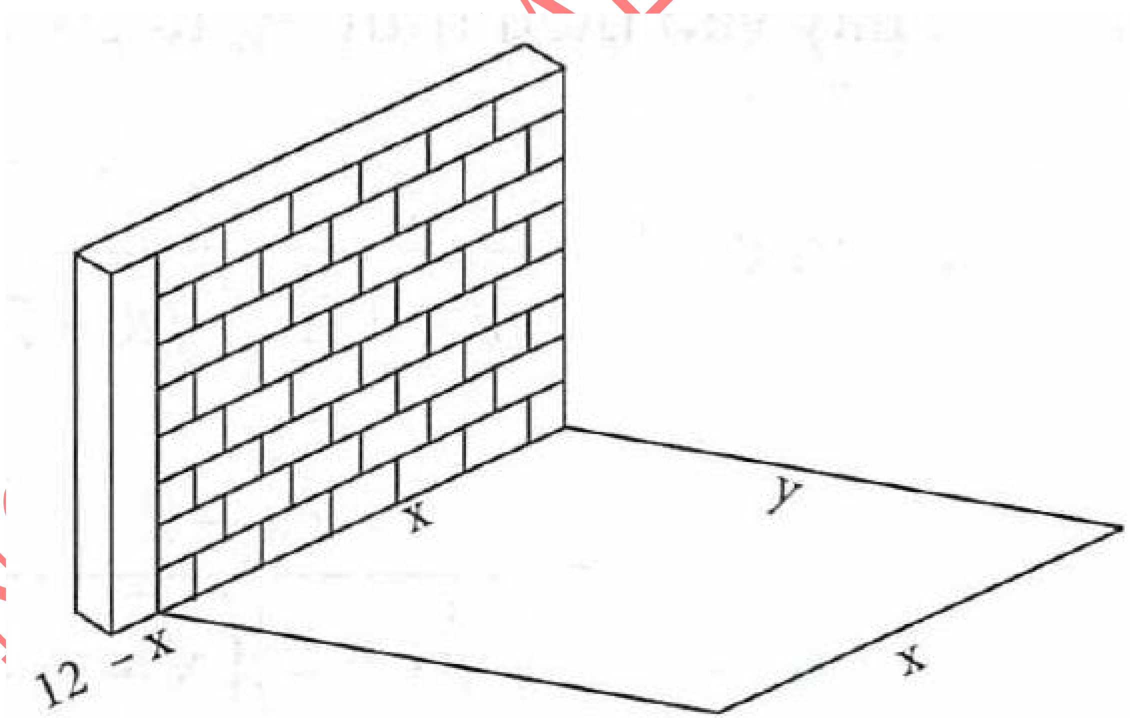
Vì $PQ/$¿BC nên $\frac{IP}{KB} = \frac{AI}{AK} = \frac{IQ}{KC}$. Mà $IP = IQ$ nên $KB = KC$.

Vậy K là trung điểm của BC .

Câu V. (0,5 điểm)

Giả sử giữ lại $x(m)$ chiều dài và phá đi $12 - x(m)$ chiều dài của bức tường cũ để lấy gạch xây một phần tường của nhà kho (xem hình vẽ).

Nếu a (đồng) là giá xây 1 m tường với vật liệu mới thì giá sửa chữa $x(m)$ tường cũ là $\frac{ax}{4}$ (đồng).



Giá xây $12 - x(m)$ tường khi tận dụng vật liệu cũ là $\frac{4(12-x)}{2}$ (đông).

Để hoàn chỉnh việc xây cạnh y phải xây $y-(12-x)(m)$ tường nữa và cần thêm $a(x+y-12)$ (đông).

Giá xây hai bức tường còn lại là $a(x+y)$ (đông).

Chi phí xây tường tổng cộng là

$$\frac{ax}{4}+\frac{a(12-x)}{2}+a(x+y-12)+a(x+y)=\frac{a(7x+8y)}{4}-6a$$ \(đông\).

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có $7x+8y \geq 2\sqrt{56xy}=112$.

Do đó $7x+8y$ nhỏ nhất khi $7x=8y$.

Từ $xy=56$ và $7x=8y$ ta có $x=8, y=7$.

Vậy cần giữ lại 8 m chiều dài bức tường cũ và tận dụng vật liệu tháo dỡ 4 m chiều dài của bức tường đó để tiết kiệm chi phí xây dựng.

ĐỀ TỰ LUYỆN SỐ 5

Câu I. (1,5 điểm)

1. Tổng số người tham gia bình chọn là $150+84+96+70+100=500$ (người).

Có 100 người bình chọn cho cầu thủ Văn Toàn nên tần số tương đối cho số lượng bình chọn của cầu thủ Văn Toàn là $\frac{100}{500}\cdot 100\%=20\%$.

2. Kí hiệu mặt ngửa là N, mặt sấp là S.

Không gian mẫu của phép thử là $\Omega=\{NN;NS;SN;SS\}$, khi đó $n(\Omega)=4$.

Vì gieo ngẫu nhiên một đồng xu cân đối và đồng chất nên các kết quả có thể xảy ra là đồng khả năng.

Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố A là SS, SN. Khi đó $n(A)=2$.

Xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

Câu II. (1,5 điểm)

a) Ta có $x=25$ (thoả mãn điều kiện), suy ra $\sqrt{x}=5$.

Thay vào biểu thức A, ta có $A=\frac{25+5}{5-2}=10$.

b) Ta có $B=\frac{1}{\sqrt{x}+2}-\frac{2}{\sqrt{x}-2}+\frac{x-3\sqrt{x}+10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$

¿ $\frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}-\frac{2(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}+\frac{x-3\sqrt{x}+10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$

¿ $\frac{x-4\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}=\frac{(\sqrt{x}-2)^2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$

c) Ta có

$$P=AB=\frac{x+5}{\sqrt{x}-2}\cdot\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}=\frac{x+5}{\sqrt{x}+2}=\sqrt{x}-2+\frac{9}{\sqrt{x}+2}=\sqrt{x}+2+\frac{9}{\sqrt{x}+2}-4.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có

$$P=\sqrt{x}+2+\frac{9}{\sqrt{x}+2}-4\geq 2\sqrt{(\sqrt{x}+2)\cdot\frac{9}{\sqrt{x}+2}}-4=2$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $2\,khi\,(\sqrt{x}+2)^2=9$ hay $x=1$.

Câu III. (2,5 điểm)

1. Gọi x,y (triệu đông) lần lượt là giá niêm yết của tủ lạnh và máy giặt ($0<x,y<25,4$).
2. Theo đề bài ta có phương trình $x+y=25,4$.
3. Vì giá bán của tủ lạnh được giảm 40% và giá bán của máy giặt được giảm 25% nên ta có phương trình $60\%x+75\%y=16,77$ hay $0,6x+0,75y=16,77$.
4. Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+y=25,4 \\ 0,6x+0,75y=16,77 \end{cases}$.
5. Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} x=15,2 \\ y=10,2 \end{cases}$ (thoả mãn điều kiện).
6. Vậy giá niêm yết của một chiếc tủ lạnh là 15,2 triệu đồng và một chiếc máy giặt là 10,2 triệu đồng.
7. Đổi: 30 phút ¿ $\frac{1}{2}$ giờ.

Gọi vận tốc của xe máy là $x(km/h), x>0$.

Theo đề bài ta có phương trình $\frac{60}{x}-\frac{60}{x+20}=\frac{1}{2}$. Suy ra $x^2+20x+2400=0$.

Giải phương trình tìm được $x=40$ (thoả mãn điều kiện) và $x=-60$ (loại).

Vậy vận tốc của xe máy là 40 km/h.

3. Vì phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 nên theo định lí Viète ta có $\begin{cases} x_1+x_2=a \\ x_1x_2=a-2 \end{cases}$.

Ta có $x_1+x_2+2x_1x_2=a+2(a-2)=3a-4=-1$. Suy ra $a=1$.

Khi đó $x_1+x_2=1; x_1x_2=-1$.

Ta có $A=(x_1-2)(x_1-1)+(x_2-2)(x_2-1)$

¿ $x_1^2-3x_1+2+x_2^2-3x_2+2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2-3(x_1+x_2)+4$
¿ $1^2-2\cdot(-1)-3\cdot 1+4=4$.

Câu IV. (4,0 điểm)

1. a) Gọi bán kính đáy của lon nước là $r(cm), r>0$.

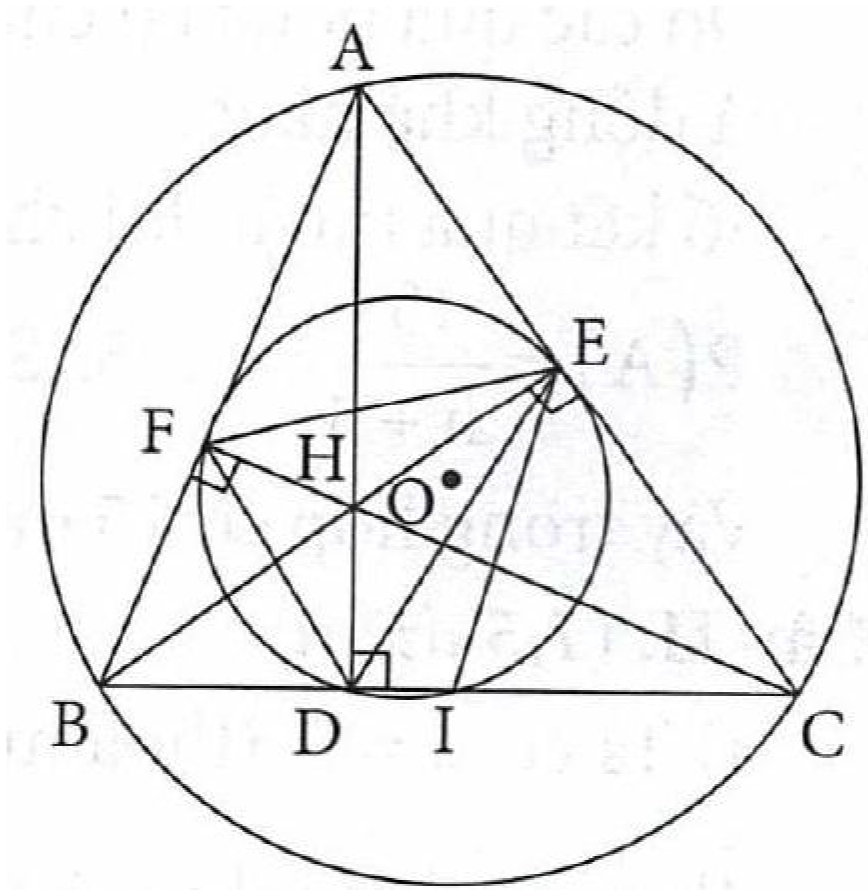
Ta có $V=\pi r^2 h=\pi r^2\cdot 4r=4\pi r^3=108\pi(cm^3)$.

Suy ra $r=3\ cm$ và $h=12\ cm$.

b) Diện tích phần vỏ lon nước được sơn tĩnh điện bằng diện tích xung quanh của lon nước, ta có $S_{xq}=2\pi rh=2\pi\cdot 3\cdot 12=72\pi(cm^2)$.

2. a) Vì BE và CF là các đường cao của $\triangle ABC$ nên $\widehat{BEC}=\widehat{BFC}=90^\circ$. Suy ra bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc đường tròn đường kính BC .

Vậy tứ giác BCEF là tứ giác nội tiếp.



b) Ta có $\triangle HAF \propto \triangle HCD(g.g)$ nên $\dfrac{HA}{HC}=\dfrac{HF}{HD}$, suy ra $HA\cdot HD=HC\cdot HF$. (1)

Ta có $\triangle HAE \propto \Delta HBD(g.g)$ nên $\dfrac{HA}{HB}=\dfrac{HE}{HD}$, suy ra $HA\cdot HD=HB\cdot HE$.

Từ (1) và (2) suy ra $HA\cdot HD=HB\cdot HE=HC\cdot HF$.

c) Ta có $\widehat{EDH}=\widehat{FDH}$ (cùng bằng $\widehat{ABH}$), suy ra DH là tia phân giác của $\widehat{EDF}$. Chứng minh được $\widehat{EID}=2\widehat{ECI}$ suy ra $EI=CI$.

Mà $\widehat{BEC}=90^\circ$ nên $EI=CI=BI$ (‡ccm).

Câu V. (0,5 điểm)

Gọi chiều rộng của đáy hình hộp chữ nhật là $x(\ cm), x>0$.

Khi đó chiều dài của đáy hình hộp chữ nhật là $30-x(cm)$.

Thể tích của hình hộp chữ nhật là $V = x \cdot (30 - x) \cdot 20\left(\ cm^3\right)$. Áp dụng bất đẳng thức $(a+b)^2 \geq 4ab$ ta có

$$x \cdot (30 - x) \cdot 20 \leq 20 \cdot \frac{(x + 30 - x)^2}{4} = 4500$$

Dấu "=" xảy ra khi $x = 30 - x$ hay $x = 15$.

Vậy thể tích của chiếc hộp đạt giá trị lớn nhất là $4500\ \ cm^3$.

ĐỀ TỰ LUYỆN SỐ 6

Câu I. (1,5 điểm)

1. Bảng tần số:

Hình quạt màu	Cam	Đỏ	Xanh
Số lần	11	14	15

Tần số tương đối khi mũi tên chỉ vào hình quạt màu xanh là $\frac{15}{40} \cdot 100\% = 37,5\%$.

2. Gọi n là số quả bóng màu trắng có trong hộp, $n > 0$.

Số cách lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong hộp là $n + 5$.

Do các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng nên các kết quả có thể xảy ra là đồng khả năng.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là 5 nên xác suất của biến cố A là

$$P(A) = \frac{5}{n+5} = 0,25. \text{ Suy ra } n = 15$$

Vậy trong hộp có 15 quả bóng màu trắng.

Câu II. (1,5 điểm)

a) Ta có $x = 9$ (thoả mãn điều kiện), suy ra $\sqrt{x} = 3$.

Thay vào biểu thức A ta có $A = \frac{3-1}{3+1} = \frac{1}{2}$.

b) Ta có $B = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x} - 1\right)}$

$$¿\frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}-\frac{2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$$

$$¿\frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}.$$

c) Ta có $P=AB=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}\cdot\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}=1-\frac{3}{\sqrt{x}+1}$.

Điều kiện: $P\ge 0$ nên $\sqrt{x}-2\ge 0$ suy ra $\sqrt{x}\ge 2$.

Ta có $\sqrt{P}<\frac{1}{2}$ hay $P<\frac{1}{4}$. Suy ra $1-\frac{3}{\sqrt{x}+1}<\frac{1}{4}$ hay $\frac{3}{\sqrt{x}+1}>\frac{3}{4}$.

Khi đó $\sqrt{x}+1<4$ hay $\sqrt{x}<3$.

Kết hợp điều kiện ta có $\sqrt{P}<\frac{1}{2}$ khi và chỉ khi $2\le\sqrt{x}<3$ hay $4\le x<9$ (thoả mãn điều kiện xác định).

Vậy để $\sqrt{P}<\frac{1}{2}$ thì $4\le x<9$.

Câu III. (2,5 điểm)

1. Gọi x, y (ngày) lần lượt là số ngày nghỉ tại Nha Trang và Huế, $x, y\in N^{¿}$.

Theo để bài ta có phương trình $x+y=6$.

Do chi phí mỗi ngày ở Nha Trang là 1500000 đồng và mỗi ngày ở Huế là 2000000 đồng nên ta có phương trình

$$1500000x+2000000y=10000000 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+y=6 \\ 1500000x+2000000y=10000000 \end{cases}$.

Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases}$ (thoả mãn điều kiện).

Vậy gia đình bạn An ở Nha Trang 4 ngày, ở Huế 2 ngày.

2. Đổi: 12 phút $¿\frac{1}{5}$ giờ.

Gọi vận tốc của ô tô thứ nhất là $x(km/h), x>0$.

Theo đề bài ta có phương trình $\frac{84}{x}-\frac{84}{x+10}=\frac{1}{5}$.

Giải phương trình tìm được hai nghiệm $x=60$ (thoả mãn điều kiện) và $x=-70$ (loại).

Vậy vận tốc của ô tô thứ nhất là $60 \ km/h$ và vận tốc của ô tô thứ hai là $70 \ km/h$.

3. Vìphương trình cóhai nghiệm x_1, x_2 nên theo địnhlíVièteta có $\begin{cases} x_1+x_2=a+1 \\ x_1x_2=a \end{cases}$. Ta có $x_1{}^2-x_2{}^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=5$ suy ra $(a+1)^2-2a-5=0$. Dẫn tới $a^2=4$ suy ra $a=2$ (do $a>0$).

Do đó $x_1+x_2=3, x_1x_2=2$. Ta có

$$A=x_1^3+x_2^3=(x_1+x_2)^3-3x_1x_2(x_1+x_2)=3^3-3\cdot 2\cdot 3=9.$$

Câu IV. (4,0 điểm)

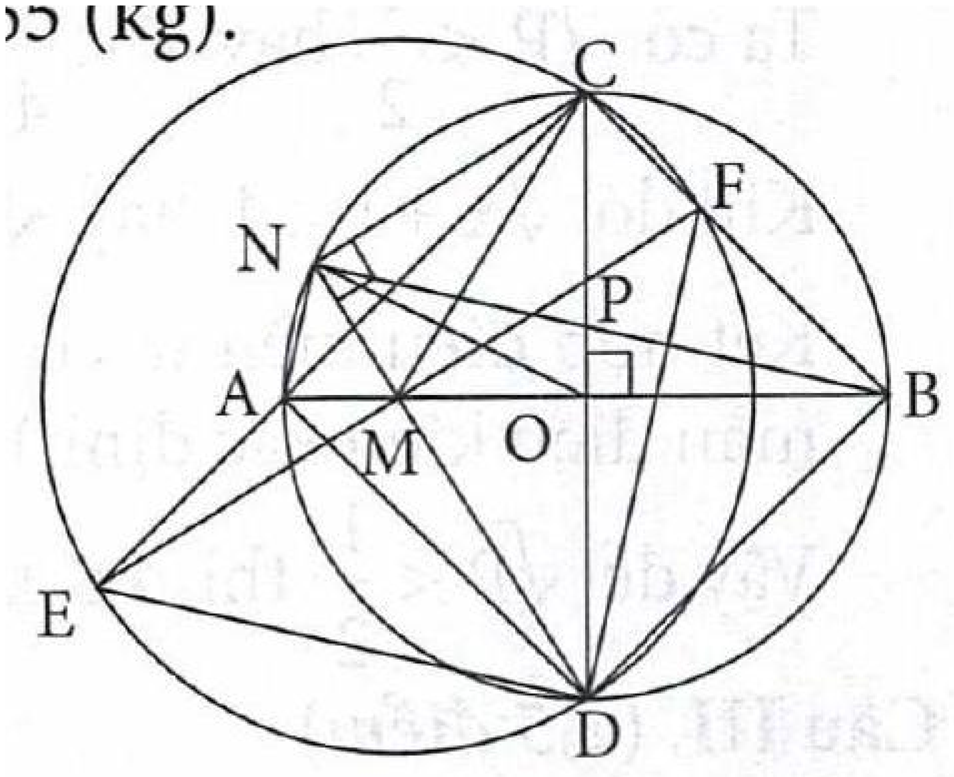
1. a) Chiều cao của khúc gỗ là $h=2\cdot 2\cdot 10=40(\ cm)$.
2. b) Thể tích của khúc gỗ là

$$V=\pi R^2 \ h=\pi\cdot 10^2\cdot 40=4000\pi(\ cm^3)=0{,}004\pi(\ m^3).$$

Khối lượng của khúc gỗ là $0{,}004\cdot 3{,}14\cdot 1000=12{,}65(\ kg)$.

2. a) Ta có $\widehat{CNM}=90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) và $\widehat{COM}=90^\circ$ (giả thiết). Suy ra bốn điểm O, M, N, C cùng thuộc đường tròn đường kính CM .

b) Ta có $\triangle DOM \propto \triangle DNC$ (g.g). Suy ra $\frac{DO}{DN}=\frac{DM}{DC}$ hay $DM\cdot DN=DO\cdot DC=2R^2$.



Áp dụng định lí Pythagore ta có $DA=\sqrt{OA^2+OD^2}=\sqrt{2}\cdot OD$ suyra $DO=\dfrac{DA}{\sqrt{2}}$.

Khi đó $DC=2DO=2\cdot\dfrac{DA}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\cdot DA$.

Do đó $DM\cdot DN=DO\cdot DC=\sqrt{2}\cdot DA\cdot\dfrac{DA}{\sqrt{2}}=DA^2$. Vậy $DM\cdot DN=DA^2=2R^2$.

c) Ta có $\triangle ADE=\triangle BDF$ (g.c.g). Suy ra $AE=BF$.

Do đó $CE+CF=(CA+AE)+(CB-BF)=2CA$.

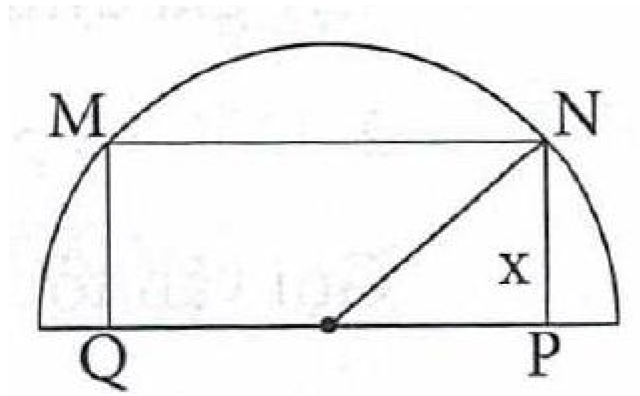
Mặt khác $CA=\sqrt{OA^2+OC^2}=R\sqrt{2}$. Do đó $CE+CF=2R\sqrt{2}$.

Vậy khi M di chuyển trên OA thì tổng $CE+CF$ luôn không đổi và bằng $2R\sqrt{2}$.

Câu V. (0,5 điểm)

Đặt $NP=x\,(dm),0<x<3$. Khi đó $PQ=2\sqrt{R^2-x^2}=2\sqrt{9-x^2}$.

Từ đó diện tích hình chữ nhật MNPQ là $S=2x\sqrt{9-x^2}$.



Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có $S = 2x\sqrt{9-x^2} \le x^2 + 9 - x^2 = 9$.

Dấu "=" xảy ra khi $x = \sqrt{9-x^2}$ hay $x = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Vậy diện tích lớn nhất có thể có của miếng tôn hình chữ nhật là $9\,dm^2$.

ĐỀ TỰ LUYỆN SỐ 7

Câu I. (1,5 điểm)

1. Bảng tần số:

Thời tiết	Nắng	Mưa nhỏ	Mưa to
Số ngày	17	7	6

Tần số xuất hiện của ngày "Nắng" trong dãy dữ liệu trên là 17 .

Tần số tương đối của ngày "Mưa to" trong dãy dữ liệu trên là $\frac{6}{30} \cdot 100\% = 20\%$.

2. a) Ta có bảng mô tả không gian mẫu như sau:

Xúc xắc I	1	2	3	4	5	6
1	$(1;1)$	$(1;2)$	$(1;3)$	$(1;4)$	$(1;5)$	$(1;6)$
2	$(2;1)$	$(2;2)$	$(2;3)$	$(2;4)$	$(2;5)$	$(2;6)$
3	$(3;1)$	$(3;2)$	$(3;3)$	$(3;4)$	$(3;5)$	$(3;6)$
4	$(4;1)$	$(4;2)$	$(4;3)$	$(4;4)$	$(4;5)$	$(4;6)$

5	$(5;1)$	$(5;2)$	$(5;3)$	$(5;4)$	$(5;5)$	$(5;6)$
6	$(6;1)$	$(6;2)$	$(6;3)$	$(6;4)$	$(6;5)$	$(6;6)$

Không gian mẫu của phép thử là $\Omega=\{(1;1);(1;2);\ldots;(6;6)\}$.

b) Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=36$.

Vì hai xúc xắc cân đối và đồng chất nên các kết quả có thể xảy ra là đồng khả năng. Các kết quả thuận lợi cho biến cố B là $(2;6),(6;2),(3;5),(5;3),(4;4)$.

Khi đó $n(B)=5$. Xác suất của biến cố B là $P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=\frac{5}{36}$.

Câu II. (1,5 điểm)

a) Ta có $x=25$ (thoả mãn điều kiện), suy ra $\sqrt{x}=5$.

Thay vào biểu thức A ta có $A=\frac{5-2}{5-1}=\frac{3}{4}$.

b) Ta có $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}+\frac{2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$

$$¿\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}-\frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}+\frac{2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$$
$$¿\frac{x-2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}.$$

c) Ta có $P=AB=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}\cdot\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$.

Khi đó $¿P\vee+P=0$ suy ra $¿P\vee¿-P$. Từ đó $P\le 0$.

Do đó $\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}\le 0$ suy ra $\sqrt{x}-2\le 0$ (vì $\sqrt{x}+1>0$ với $x\ge 0, x\ne 1$).

Suy ra $\sqrt{x}\le 2$ hay $x\le 4$.

Kết hợp với điều kiện xác định, các giá trị nguyên của x để $¿P\vee+P=0$ là 0; 2; 3; 4.

Câu III. (2,5 điểm)

1. Gọi số tiền gửi trong tài khoản nhận 6% lãi suất/năm là x (triệu đồng), $x>0$; số tiền gửi trong tài khoản nhận 8% lãi suất/năm là y (triệu đồng), $y>0$.
2. Theo để bài ta có các phương trình $x+y=20$ (1) và $0,06x+0,08y=1,38$ (2).
3. Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+y=20 \\ 0,06x+0,08y=1,38 \end{cases}$.
4. Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases} x=11 \\ y=9 \end{cases}$ (thoả mãn điều kiện).
5. Vậy số tiền gửi trong tài khoản nhận 6% lãi suất/năm là 11 triệu đồng, số tiền gửi trong trong tài khoản nhận 8% lãi suất/năm là 9 triệu đồng.
6. Gọi số sản phẩm mà đội phải làm trong một ngày theo dự định là x (sản phẩm), $x \in N^{¿}$.
7. Theo đề bài ta có phương trình $\frac{500}{x}-\frac{540}{x+5}=2$ hay $x^2+25x-1250=0$.
8. Giải phương trình ta được $x=25$ (thoả mãn điều kiện) và $x=-50$ (loại).
9. Vậy số sản phẩm mà đội phải sản xuất trong một ngày theo dự định là 25 sản phẩm.
10. Ví phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 nên theo định lí Viète ta có $\begin{cases} x_1+x_2=-a \\ x_1x_2=b \end{cases}$.

Ta có $a+b=-(x_1+x_2)+x_1x_2=4$.

Mà $x_1=x_2^2+x_2$ suy ra $x_2^3+x_2^2-(x_2^2+2x_2)=4$.

Suy ra $x_2{}^3-2x_2-4=0$ dẫn tới $(x_2-2)(x_2{}^2+2x_2+2)=0$. Do đó $x_2=2$.

Vì $x=2$ là nghiệm của phương trình (1) nên ta có $2^2+2a+b=0$ suy ra $2a+b=-4$.

Tữ đó ta có $\begin{cases} 2a+b=-4 \\ a+b=4 \end{cases}$. Suy ra $\begin{cases} a=-8 \\ b=12 \end{cases}$.

Thử lại: $a=-8$ và $b=12$ thoả mãn yêu cầu bài toán. Vậy $a=-8$ và $b=12$.

Câu IV. (4,0 điểm)

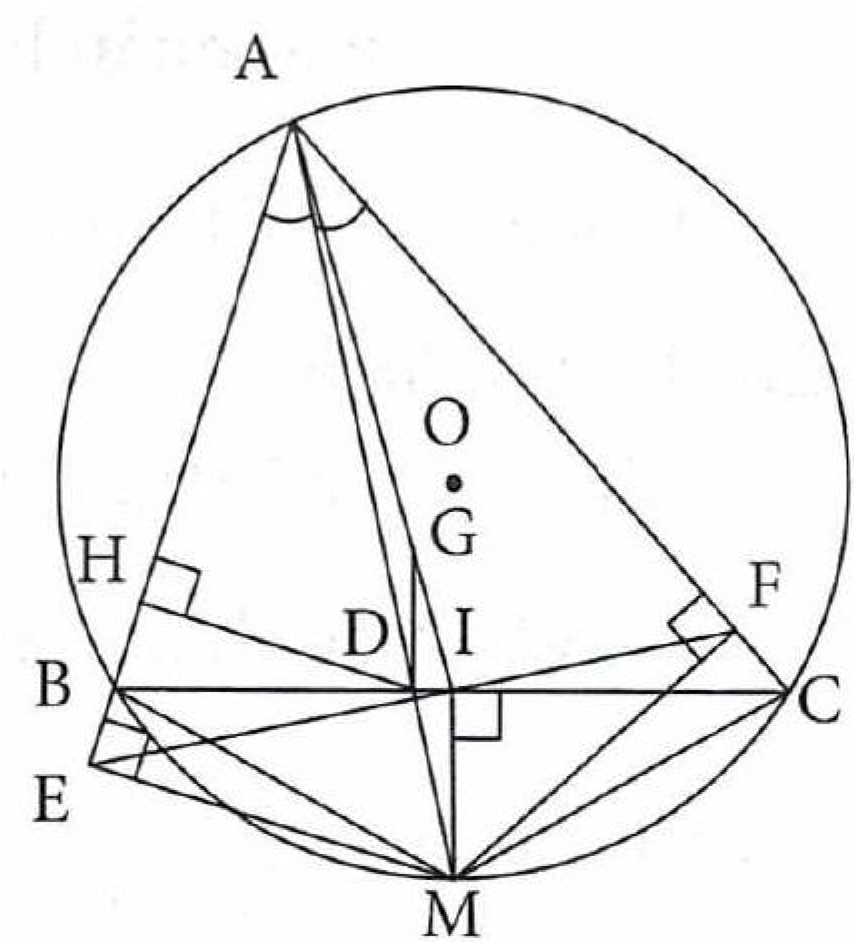
1. a) Bán kính đáy của cốc là $6:2=3(\ cm)$.
2. b) Vì viên bi sắt đặc được thả chìm hoàn toàn trong nước nên thể tích của lượng nước dâng lên chính là thể tích của viên bi. Thể tích của viên bi là $V=\pi \cdot 3^2 \cdot 3=27\pi(\ cm^3)$.
3. Vậy thể tích của viên bi là $27\pi\ \ cm^3$.

4. a) Ta có $\widehat{BEM}=90^{\circ}$ và $\widehat{BIM}=90^{\circ}$. Suy ra bốn điểm B, E, M, I cùng thuộc đường tròn đường kính BM .

5. b) Vì $DH \perp AB, ME \perp AB$ nên DH/¿EM. Suy ra $\frac{AH}{AE}=\frac{AD}{AM}$. Vì $DG \perp BC, MI \perp BC$ nên DG/¿ℑ. Suy ra $\frac{AG}{AI}=\frac{AD}{AM}$. Do đó $\frac{AH}{AE}=\frac{AG}{AI}$.

6. c) Ta có $\widehat{BME}=\widehat{BIE}$ và $\widehat{CIF}=\widehat{CMF}$.

Vì tứ giác ABMC nội tiếp đường tròn (O)



nên $\widehat{MBE}=\widehat{MCF}$, khi đó $\widehat{BME}=\widehat{CMF}$.

Suy ra $\widehat{BIE}=\widehat{CIF}$. Từ đó suy ra ba điểm E, I, F thẳng hàng.

Câu V. (0,5 điểm)

Ta cần tìm lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất, tức là tìm x sao cho $H(x)$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có $H(x)=0{,}025x^2(30-x)=0{,}0025x^2\cdot 10\cdot(30-x)$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có

$$H(x)\quad ¿$$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} x=40-x \\ 30-x=0 \end{cases}$ hay $x=20$.

Vậy lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân trên để huyết áp giảm nhiều nhất là 20 mg .