STRONG TEAM TOÁN VD-VDC

MÃ ĐỀ 103 BGD&ĐT NĂM 2020-2021

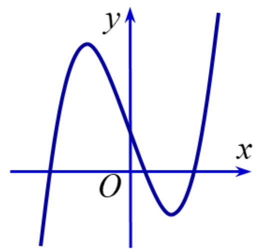
MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên: ……………………..……………………… **SBD:**…………………….

ĐỀ BÀI

Câu 1: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^3-2x+\frac{1}{2}$. **B.** $y=x^3-2x+\frac{1}{2}$.

C. $y=-x^4+2x^2+\frac{1}{2}$. **D.** $y=x^4+2x^2+\frac{1}{2}$.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=15$. Công bội của cấp số nhân bằng

A. -12. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** 5. **D.** 12.

Câu 3: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=7a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{7}{6}a^3$. **B.** $\frac{7}{2}a^3$. **C.** $\frac{7}{3}a^3$ **D.** $7a^3$.

Câu 4: Nếu $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=5$ và $\int_1^4 g(x)\mathrm{d}x=-4$ thì $\int_1^4 \left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -1. **B.** -9. **C.** 1. **D.** 9.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;1;2)$ và có một véctơ chỉ phương $\vec{u}=(2;4;-1)$. Phương trình đường thẳng d là

A. $\begin{cases}x=3+2t\\y=1+4t\\z=2-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-3+2t\\y=1+4t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-3+2t\\y=1+4t\\z=2-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2-3t\\y=4+t\\z=-1+2t\end{cases}$.

Câu 6: Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=\pi R^2$. **B.** $S=\frac{4}{3}\pi R^2$. **C.** $S=4\pi R^2$. **D.** $S=16\pi R^2$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y+2z-3=0$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\overrightarrow{n_3}=(1;2;2)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(1;-2;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(1;-2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(1;2;-2)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-2)$ và có bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là:

A. $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$. **B.** $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.

C. $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=3$. **D.** $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=3$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)=x^2+1$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3+x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=2x+C$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y=6^x$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 12: Nếu $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=2s$ thì $\int_0^3 3f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 2. **C.** 18. **D.** 3.

Câu 13: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-2;3)$ là điểm biểu diễn số phức nào dưới đây?

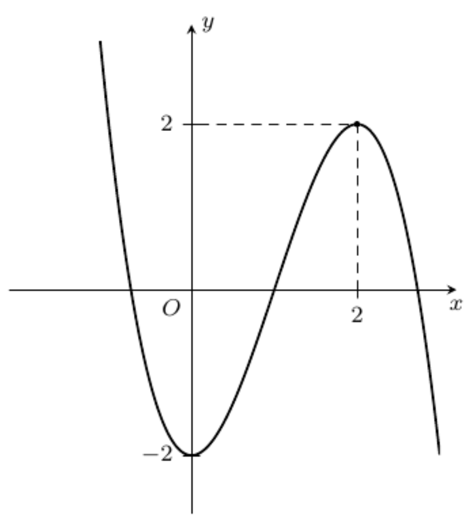
A. $z_3=2+3i$. **B.** $z_4=-2-3i$. **C.** $z_1=-2+3i$. **D.** $z_2=2-3i$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x+3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+3x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^{x-3}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x-3x+C$.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 16: Đồ thị của hàm số $y=-x^3+2x^2-1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 17: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{4}{3}}$ là

A. $y'=\dfrac{4}{3}x^{-\frac{1}{3}}$. **B.** $y'=\dfrac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$. **C.** $y'=\dfrac{3}{7}x^{\frac{7}{3}}$. **D.** $y'=\dfrac{3}{4}x^{\frac{1}{3}}$.

Câu 18: Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a\sqrt{a}$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;-4)$. Tọa độ của $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(3;-2;-4)$. **B.** $(-3;-2;4)$. **C.** $(3;2;-4)$. **D.** $(3;2;4)$.

Câu 20: Tập nghiệm của bất phương trình: $2^x>3$ là

A. $(\log_3 2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;\log_2 3)$. **C.** $(-\infty;\log_3 2)$. **D.** $(\log_2 3;+\infty)$.

Câu 21: Cho hai số phức $z=1+2i$ và $\mathrm{w}=3-4i$. Số phức $z+\mathrm{w}$ bằng

A. $2-6i$. **B.** $4+2i$. **C.** $4-2i$. **D.** $-2+6i$.

Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 23: Thể tích khối lập phương cạnh $3a$ bằng

A. $27a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $9a^3$. **D.** a^3.

Câu 24: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=\dfrac{-1}{2}$. **D.** $x=-1$.

Câu 25: Phần thực của số phức $z=3-2i$ bằng

A. 2. **B.** -3. **C.** 3. **D.** -2.

Câu 26: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x)=2$ là

A. $x=\dfrac{9}{2}$. **B.** $x=9$. **C.** $x=4$. **D.** $x=8$.

Câu 27: Với n là số nguyên dương bất kì, $n\geq 2$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^2=\dfrac{(n-2)!}{n!}$. **B.** $A_n^2=\dfrac{2!}{(n-2)!}$. **C.** $A_n^2=\dfrac{n!}{2!(n-2)!}$. **D.** $A_n^2=\dfrac{n!}{(n-2)!}$.

Câu 28: Cho khối trụ có bán kính đáy $r=2$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

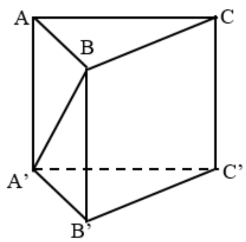
A. 12π. **B.** 18π. **C.** 6π. **D.** 4π.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-3z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{-3}$.

C. $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{1}$. **D.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{-3}$.

Câu 30: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên).



Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và CC' bằng

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 90°. **D.** 60°.

Câu 31: Cho số phức z thỏa $iz=3+2i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\overline{z}=2+3i$. **B.** $\overline{z}=-2-3i$. **C.** $\overline{z}=-2+3i$. **D.** $\overline{z}=2-3i$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, $AC=a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** a.

Câu 33: Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{1}{30}$.

Câu 34: Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3+\log_2 b=7$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3+b=49$. **B.** $a^3b=128$. **C.** $a^3+b=128$. **D.** $a^3b=49$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(1;2;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc AB có phương trình là

A. $x+2y+2z-11=0$. **B.** $x+2y+2z-2=0$. **C.** $x+2y+4z-4=0$. **D.** $x+2y+4z-17=0$.

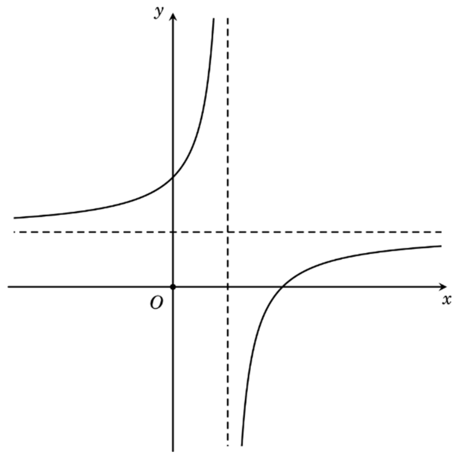
Câu 36: Trên đoạn $[0;3]$, hàm số $y=x^3-3x+4$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Câu 37: Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=6$ thì $\int\limits_0^2 \left[2f(x)-1\right]dx$ bằng

A. 12. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 14.

Câu 38: Biết hàm số $y=\frac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước và $a\neq -1$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y'>0,\forall x\neq 1$. **B.** $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$. **C.** $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $y'<0,\forall x\neq 1$.

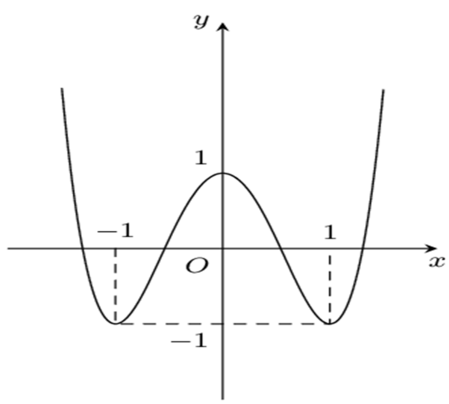
Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn $\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_2\left(x+14\right)-4\right]\le 0$?

A. 14. **B.** 13. **C.** Vô số. **D.** 15.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x+3 & \text{khi } x\ge 1\\ 3x^2+2 & \text{khi } x<1\end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F\left(0\right)=2$. Giá trị của $F\left(-1\right)+2F\left(2\right)$ bằng:

A. 23. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 21.

Câu 41: Cho hàm số bậc bốn $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=0$ là:



A. 4. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 8.

Câu 42: Xét số phức z,w thoả mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $\left|z+i\overline{w}-6+8i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-w|$ bằng

A. 3. **B.** $\dfrac{\sqrt{29}}{5}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{221}}{5}$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$ và mặt phẳng $\left(P\right):x+2y-z-6=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên $\left(P\right)$ là đường thẳng có phương trình

A. $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-1}{7}$. **D.** $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{4}=\frac{z+1}{7}$.

Câu 44: Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x\in\left(\frac{1}{3};5\right)$ thoả mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy).27^{15x}$?

A. 17. **B.** 16. **C.** 18. **D.** 15.

Câu 45: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng $60°$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. **B.** $6\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a,b,c là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -5 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A. $2\ln 3$. **B.** $\ln 2$. **C.** $\ln 15$. **D.** $3\ln 2$.

Câu 47: Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 30°, ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $4\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $8\sqrt{7}\pi a^2$. **C.** $8\sqrt{13}\pi a^2$. **D.** $4\sqrt{13}\pi a^2$.

Câu 48: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=8$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2)$ và $B(-2;1;-4)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=4$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

A. $5\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{61}$. **D.** $\sqrt{85}$.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-10)(x^2-25),\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+8x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

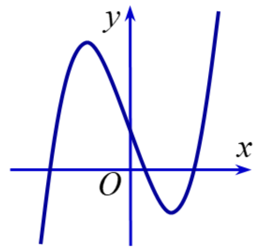
A. 9. **B.** 25. **C.** 5. **D.** 10.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.C	4.D	5.C	6.C	7.B	8.A	9.B	10.C
11.D	12.A	13.C	14.A	15.B	16.C	17.B	18.D	19.C	20.D
21.C	22.A	23.A	24.B	25.C	26.A	27.D	28.A	29.B	30.A
31.A	32.D	33.D	34.B	35.B	36.A	37.B	38.A	39.D	40.D
41.B	42.D	43.D	44.A	45.D	46.A	47.D	48.B	49.D	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: **[2D1-5.1-1]** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^3-2x+\frac{1}{2}$. **B.** $y=x^3-2x+\frac{1}{2}$.

C. $y=-x^4+2x^2+\frac{1}{2}$. **D.** $y=x^4+2x^2+\frac{1}{2}$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Huệ

Dựa trên hình dạng đường cong đã cho và các phương án, ta suy ra đường cong trên là đồ thị của hàm số $y=x^3-2x+\frac{1}{2}$.

Câu 2: **[1D3-4.2-1]** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=15$. Công bội của cấp số nhân bằng

A. -12. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** 5. **D.** 12.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Huệ

Từ định nghĩa cấp số nhân ta có $q=\frac{u_2}{u_1}=5$.

Câu 3: **[2H1-3.2-1]** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=7a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{7}{6}a^3$. **B.** $\frac{7}{2}a^3$. **C.** $\frac{7}{3}a^3$ **D.** $7a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Huệ

Ta có thể tích khối chóp $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}.7a^2.a=\frac{7}{3}a^3$.

Câu 4: **[2D3-2.1-1]** Nếu $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=5$ và $\int_1^4 g(x)\mathrm{d}x=-4$ thì $\int_1^4 [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. -1. **B.** -9. **C.** 1. **D.** 9.

Lời giải

FB tác giả: Thanh Loan

Ta có: $\int_1^4 [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^4 g(x)\mathrm{d}x=5+4=9$.

Câu 5: **[2H3-3.2-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;1;2)$ và có một véctơ chỉ phương $\vec{u}=(2;4;-1)$. Phương trình đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=3+2t \\ y=1+4t \\ z=2-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-3+2t \\ y=1+4t \\ z=2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-3+2t \\ y=1+4t \\ z=2-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2-3t \\ y=4+t \\ z=-1+2t \end{cases}$.

Lời giải

FB tác giả: Thanh Loan

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;1;2)$ và có một véctơ chỉ phương $\vec{u}=(2;4;-1)$ là

$\begin{cases} x=-3+2t \\ y=1+4t \\ z=2-t \end{cases}$.

Câu 6: **[2H2-2.7-1]** Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=\pi R^2$. **B.** $S=\frac{4}{3}\pi R^2$. **C.** $S=4\pi R^2$. **D.** $S=16\pi R^2$.

Lời giải

FB tác giả: Thanh Loan

Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức $S=4\pi R^2$.

Câu 7: **[2H3-2.2-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y+2z-3=0$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\overrightarrow{n_3}=(1;2;2)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(1;-2;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(1;-2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(1;2;-2)$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Ngọc Diệp

Một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P): $x-2y+2z-3=0$ là $\overrightarrow{n_1}=(1;-2;2)$.

Câu 8: **[2H3-1.3-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-2)$ và có bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là:

A. $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$. **B.** $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.

C. $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=3$. **D.** $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=3$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Ngọc Diệp

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-2)$ và có bán kính $R=3$, phương trình mặt cầu (S) là:

$x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$.

Câu 9: **[2D3-1.1-1]** Cho hàm số $f(x)=x^2+1$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3+x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^2 + x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 2x + C$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Ngọc Diệp

$\int f(x)\mathrm{d}x = \int (x^2+1)\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} + x + C$.

Câu 10: **[2D1-2.2-1]** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

FB tác giả: Minh Trang

Đạo hàm đổi dấu 4 lần nên hàm số có 4 điểm cực trị.

Câu 11: **[2D3-2.1-1]** Tập xác định của hàm số $y = 6^x$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

FB tác giả: Phuong Huyen Dang

Tập xác định là $\mathbb{R}$.

Câu 12: **[2D3-2.1-1]** Nếu $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 2s$ thì $\int_0^3 3f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 2. **C.** 18. **D.** 3.

Lời giải

FB tác giả: Trần Thảo

Theo tính chất của tích phân ta có: $\int_0^3 3f(x)dx = 3\int_0^3 f(x)dx = 3.2 = 6$.

Câu 13: **[2D4-1.2-1]** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-2;3)$ là điểm biểu diễn số phức nào dưới đây?

A. $z_3 = 2+3i$. **B.** $z_4 = -2-3i$. **C.** $z_1 = -2+3i$. **D.** $z_2 = 2-3i$.

Lời giải

FB tác giả: Ngô Thị Thơ

Điểm $M(-2;3)$ biểu diễn số phức $z_1 = -2+3i$.

Câu 14: **[2D3-1.1-1]** Cho hàm số $f(x) = \mathrm{e}^x + 3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + 3x + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$.

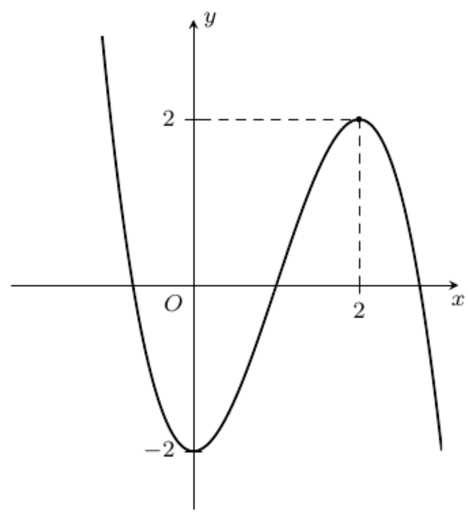
C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \mathrm{e}^{x-3} + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x - 3x + C$.

Lời giải

Fb tác giả: ThanhTa

Có $\int(e^x+3)dx = e^x+3x+C$.

Câu 15: **[2D1-1.2-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Fb tác giả: ThanhTa

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 16: **[2D1-5.4-1]** Đồ thị của hàm số $y=-x^3+2x^2-1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 0.

Lời giải

FB tác giả: Thanh Mai Nguyen

Đồ thị của hàm số $y=-x^3+2x^2-1$ cắt trục tung tại điểm có hoành độ $x=0$ nên tung độ bằng

$y(0)=-0^3+2.0^2-1=-1$.

Câu 17: **[2D2-4.2-1]** Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{4}{3}}$ là

A. $y'=\frac{4}{3}x^{-\frac{1}{3}}$. **B.** $y'=\frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$. **C.** $y'=\frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}}$. **D.** $y'=\frac{3}{4}x^{\frac{1}{3}}$.

Lời giải

FB tác giả: Phan Chí Dũng

Ta có: $y'=\left(x^{\frac{4}{3}}\right)'=\frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$.

Câu 18: **[2D2-3.1-1]** Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a\sqrt{a}$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

FB tác giả: Phan Chí Dũng

Với $a>0$ và $a\neq 1$, ta có: $\log_a\sqrt{a}=\log_a a^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\log_a a=\frac{1}{2}$.

Câu 19: **[2H3-1.1-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;-4)$. Tọa độ của $\overline{OA}$ là

A. $(3;-2;-4)$. **B.** $(-3;-2;4)$. **C.** $(3;2;-4)$. **D.** $(3;2;4)$.

Lời giải

FB Tác giả: Van mai

Ta có $A(3;2;-4)\Rightarrow \overline{OA}=(3;2;-4)$

Câu 20: **[2D2-5.1-1]** Tập nghiệm của bất phương trình: $2^x>3$ là

A. $(\log_3 2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;\log_2 3)$. **C.** $(-\infty;\log_3 2)$. **D.** $(\log_2 3;+\infty)$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Kim Nhung

Ta có: $2^x>3\Leftrightarrow x>\log_2 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình: $2^x>3$ là $(\log_2 3;+\infty)$.

Câu 21: **[2D4-2.1-1]** Cho hai số phức $z=1+2i$ và $w=3-4i$. Số phức $z+w$ bằng

A. $2-6i$. **B.** $4+2i$. **C.** $4-2i$. **D.** $-2+6i$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Hồng Hợp

Ta có: $z+w=(1+2i)+(3-4i)=(1+3)+(2-4)i=4-2i$.

Câu 22: **[2D1-2.2-2]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

FB tác giả: Hồ Kim Ngân

Quan sát bảng biến thiên ta thấy, hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và giá trị cực đại của hàm số là 3

Câu 23: **[2H1-3.2-1]** Thể tích khối lập phương cạnh $3a$ bằng

A. $27a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $9a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Tác giả: Trần Quang Đạt; Fb: Quang Đạt

Thể tích khối lập phương cạnh $3a$ là: $V=(3a)^3=27a^3$

Câu 24: **[2D1-4.1-1]** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=\dfrac{-1}{2}$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

FB tác giả: Anh Tu

Ta có $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{2x+1}{x-1}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{2x+1}{x-1}=-\infty$.

Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x=1$.

Câu 25: **[2D4-1.1-1]** Phần thực của số phức $z=3-2i$ bằng

A. 2. **B.** -3. **C.** 3. **D.** -2.

Lời giải

Phần thực của số phức $z=3-2i$ bằng 3.

Câu 26: **[2D2-5.1-1]** Nghiệm của phương trình $\log_3(2x)=2$ là

A. $x=\dfrac{9}{2}$. **B.** $x=9$. **C.** $x=4$. **D.** $x=8$.

Lời giải

FB tác giả: Cảnh Dương Lê

Điều kiện: $x>0$. Với điều kiện phương trình đã cho tương đương $2x=3^2=9\Leftrightarrow x=\dfrac{9}{2}$.

Câu 27: **[1D2-2.2-1]** Với n là số nguyên dương bất kì, $n\ge2$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^2=\dfrac{(n-2)!}{n!}$. **B.** $A_n^2=\dfrac{2!}{(n-2)!}$. **C.** $A_n^2=\dfrac{n!}{2!(n-2)!}$. **D.** $A_n^2=\dfrac{n!}{(n-2)!}$.

Lời giải

Fb, tác giả: Nguyễn Hoàng Tuyên

Theo công thức tính số chỉnh hợp chập k của n ta có $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. Suy ra $A_n^2=\dfrac{n!}{(n-2)!}$.

Câu 28: **[2H2-1.1-1]** Cho khối trụ có bán kính đáy $r=2$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 18π. **C.** 6π. **D.** 4π.

Lời giải

FB tác giả: Trần Thị Phượng Uyên

Ta có: Thể tích khối trụ là $V=\pi r^2h=\pi.2^2.3=12\pi$.

Câu 29: **[2H3-3.2-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-3z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{-3}$.

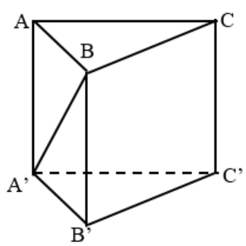
C. $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{1}$. **D.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{-3}$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Thị Phượng Uyên

Ta có: Mặt phẳng (P) có $VTPT$ $\vec{n}(2;1;-3)$. Vậy đường thẳng đi qua $M(1;2;-1)$ và vuông góc với (P) có phương trình là $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{-3}$.

Câu 30: **[1H3-2.3-2]** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên).

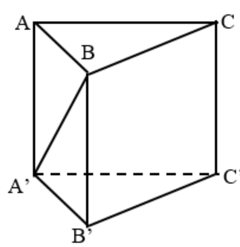


Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và CC' bằng

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 90°. **D.** 60°.

Lời giải

FB tác giả: Thủy Trần



$CC'//BB'$ nên $(A'B,CC')=(A'B,BB')=\widehat{A'BB'}$. Theo giả thiết thì lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng có tất cả các cạnh bằng nhau nên tam giác $A'B'B$ vuông cân tại B'. Suy ra $\widehat{A'BB'}=45^{0}$.

Câu 31: **[2D4-1.1-2]** Cho số phức z thỏa $iz=3+2i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\overline{z}=2+3i$. **B.** $\overline{z}=-2-3i$. **C.** $\overline{z}=-2+3i$. **D.** $\overline{z}=2-3i$.

Lời giải

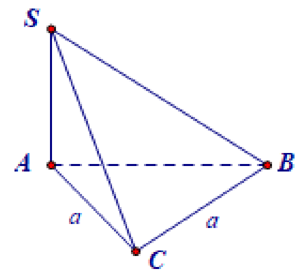
FB tác giả: Thủy Trần

Ta có: $z=\frac{3+2i}{i}=2-3i\Rightarrow\overline{z}=2+3i$

Câu 32: **[2H1-3.4-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, $AC=a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** a.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} BC \perp AC \subset (SAC) \\ BC \perp SA \subset (SAC) \\ SA \cap AC = A \end{cases}$ suy ra $BC \perp (SAC)$. Vậy $d(B,(SAC)) = BC = a$.

Câu 33: [1D2-5.2-2] Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{1}{30}$.

Lời giải

Gọi Ω: "Chọn 3 quả bóng trong hộp 10 quả bóng", suy ra $n(\Omega) = C_{10}^3$.

Gọi A: "Chọn 3 quả cùng màu đỏ", suy ra $n(A) = C_4^3$.

Vậy xác suất chọn 3 bi đỏ: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{30}$.

Câu 34: [2D2-3.2-2] Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 7$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3 + b = 49$. **B.** $a^3 b = 128$. **C.** $a^3 + b = 128$. **D.** $a^3 b = 49$.

Lời giải

Điều kiện: $a > 0, b > 0$. Ta có: $\log_2 a^3 + \log_2 b = 7 \Leftrightarrow \log_2 (a^3 b) = 7 \Leftrightarrow a^3 b = 2^7 \Leftrightarrow a^3 b = 128$.

Câu 35: [2H3-2.3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(1;2;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc AB có phương trình là

A. $x + 2y + 2z - 11 = 0$. **B.** $x + 2y + 2z - 2 = 0$. **C.** $x + 2y + 4z - 4 = 0$. **D.** $x + 2y + 4z - 17 = 0$.

Lời giải

(P) qua $A(0;0;1)$ và có VTPT $\overrightarrow{AB} = (1;2;2)$

$\Rightarrow (P): x + 2y + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow (P): x + 2y + 2z - 2 = 0$.

Câu 36: [2D1-3.1-2] Trên đoạn $[0;3]$, hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x = 1$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

$y' = 3x^2 - 3$, $\forall x \in (0;3)$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \quad (\text{n}) \\ x = -1 \ (1) \end{array}\right.$

Ta có: $y(0) = 4; y(1) = 2; y(3) = 22$

Mà hàm số liên tục trên $[0;3]$ (hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$). Suy ra $\min\limits_{x\in[0;3]} y = y(1) = 2$

Vậy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 1$.

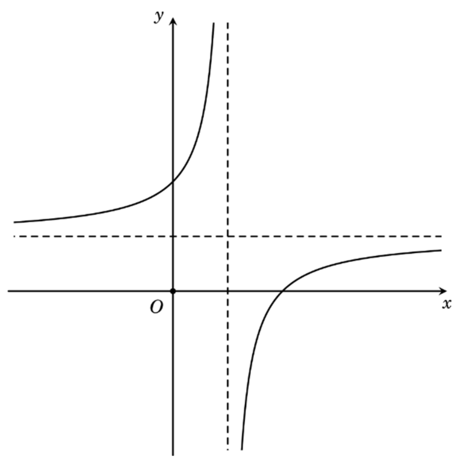
Câu 37: **[2D3-2.4-2]** Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 6$ thì $\int\limits_0^2 [2f(x) - 1]dx$ bằng

A. 12. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 14.

Lời giải

$\int\limits_0^2 [2f(x) - 1]dx = 2\int\limits_0^2 f(x)dx - \int\limits_0^2 1dx = 12 - 2 = 10$.

Câu 38: **[2D1-5.8-2]** Biết hàm số $y = \dfrac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước và $a \neq -1$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y' > 0, \forall x \neq 1$. **B.** $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **C.** $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **D.** $y' < 0, \forall x \neq 1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+a}{x-1}$ nhận $x = 1$ làm tiệm cận đứng.

Nhìn đồ thị hàm số, hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Câu 39: **[2D2-6.1-3]** Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn $\left(2^{x^2} - 4^x\right)\left[\log_2(x+14) - 4\right] \leq 0$?

A. 14. **B.** 13. **C.** Vô số. **D.** 15.

Lời giải

FB tác giả: Trang Ngô

Ta có: $\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_2(x+14)-4\right]\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}2^{x^2}-4^x\ge 0\\ \log_2(x+14)-4\le 0\end{cases}\\ \begin{cases}2^{x^2}-4^x\le 0\\ \log_2(x+14)-4\ge 0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}2^{x^2}\ge 2^{2x}\\ \log_2(x+14)\le 4\end{cases}\\ \begin{cases}2^{x^2}\le 2^{2x}\\ \log_2(x+14)\ge 4\end{cases}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2\ge 2x\\ 0<x+14\le 16\end{cases}\\ \begin{cases}x^2\le 2x\\ x+14\ge 16\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\ge 2\\ x\le 0\end{array}\right.\\ -14<x\le 2\end{cases}\\ \begin{cases}0\le x\le 2\\ x\ge 2\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\ -14<x\le 0\\ x=2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\ -14<x\le 0\end{array}\right..$

Vì x nguyên nên $x\in\{-13;-12;...;0;2\}$. Vậy có 15 số nguyên x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 40: **[2D3-1.1-3]** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x+3 & \text{khi } x\ge 1\\ 3x^2+2 & \text{khi } x<1\end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng:

A. 23. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 21.

Lời giải

Tác giả: Chu Quốc Hùng FB: Chu Quốc Hùng Edu

Vì F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ nên $F(x)=\begin{cases}x^2+3x+C_1 & \text{khi } x\ge 1\\ x^3+2x+C_2 & \text{khi } x<1\end{cases}$.

Ta có: $F(0)=2\Leftrightarrow C_2=2$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=f(1)=5$ nên hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$.

Suy ra hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

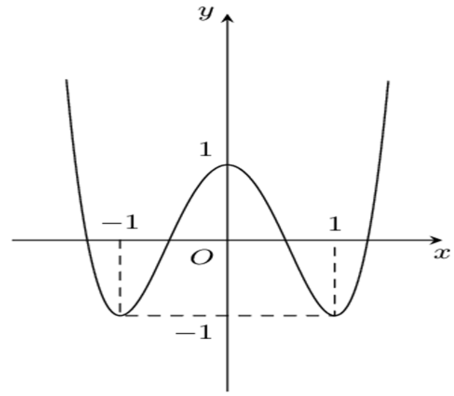
Do đó hàm số $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số $F(x)$ liên tục tại $x=1$.

Suy ra $\lim\limits_{x\to 1^+}F(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}F(x)=F(1)\Leftrightarrow 5=4+C_1\Leftrightarrow C_1=1$.

Vậy $F(x)=\begin{cases}x^2+3x+1 & \text{khi } x\ge 1\\ x^3+2x+2 & \text{khi } x<1\end{cases}$.

Ta có: $F(-1)+2F(2)=-1-2+2+2(4+6+1)=21$.

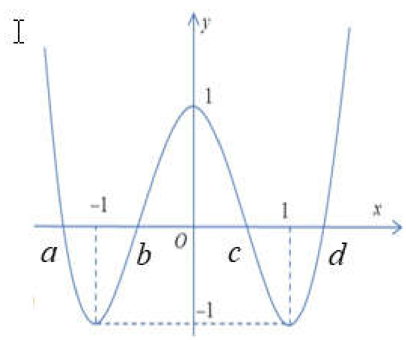
Câu 41: **[2D1-5.4-3]** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x))=0$ là:



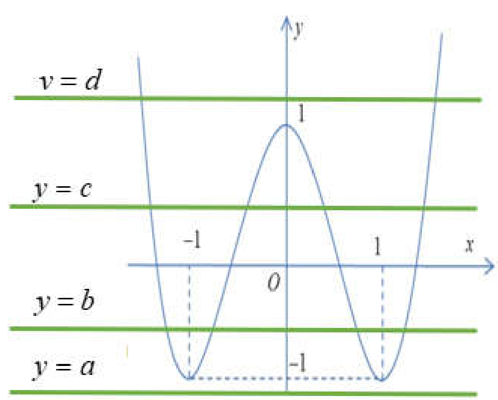
A. 4 . **B.** 10. **C.** 12 . **D.** 8 .

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có:



$$f(f(x))=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f(x)=a, & a<-1 \\ f(x)=b, & -1<b<0 \\ f(x)=c, & 0<c<1 \\ f(x)=d, & 1<d \end{array}\right.$$



Phương trình $f\left(x\right)=a$ vô nghiệm (vì đường thẳng $y=a$ không có điểm chung với đồ thị hàm số $f\left(x\right)$).

Phương trình $f\left(x\right)=b$ có 4 nghiệm phân biệt.

Phương trình $f\left(x\right)=c$ có 4 nghiệm phân biệt.

Phương trình $f(x)=d$ có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 10 nghiệm.

Câu 42: **[2D4-5.1-4]** Xét số phức z,w thoả mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $|z+i\overline{w}-6+8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-w|$ bằng

A. 3. **B.** $\dfrac{\sqrt{29}}{5}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{221}}{5}$.

Lời giải

Facebook tác giả: Trần Mạnh Sang

Do $|z|=1$ nên điểm biểu diễn số phức z sẽ thuộc đường tròn $(O;1)$.

Do $|i\overline{w}|=|iw|=2$ nên điểm biểu diễn số phức $i.\overline{w}$ sẽ thuộc đường tròn $(O;2)$.

Điểm $A(-6;8)$ là điểm biểu diễn số phức $-6i+8$.

Ta có $|z+i\overline{w}-6+8i|\geq|6-8i|-|z+i\overline{w}|=10-|z+i\overline{w}|\geq10-\left(|z|+|i\overline{w}|\right)=7$

Dấu = xảy ra khi và chỉ khi đường thẳng OA cắt đường tròn $(O;1)$ tại B và cắt đường tròn $(O;2)$ tại C mà O nằm giữa A, B và O nằm giữa A,C .

Phương trình đường thẳng AO là: $4x+3y=0$

Giải ra $B\left(\dfrac{3}{5};-\dfrac{4}{5}\right)$ và $C\left(\dfrac{6}{5};-\dfrac{8}{5}\right)$ suy ra $z=\dfrac{3}{5}-\dfrac{4}{5}i$ và $i\overline{w}=\dfrac{6}{5}-\dfrac{8}{5}i$ nên $w=-\dfrac{8}{5}+\dfrac{6}{5}i$

Suy ra $z-w=\dfrac{11}{5}-2i$, suy ra $|z-w|=\left|\dfrac{3-4i}{5}-\left(-\dfrac{8}{5}+\dfrac{6}{5}i\right)\right|=\dfrac{\sqrt{221}}{5}$

Câu 43: **[2H3-3.7-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-z-6=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình

A. $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$.

C. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{7}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+1}{7}$.

Lời giải

FB tác giả: Cảnh Dương Lê

Đường thẳng d qua điểm $A(1;2;-1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d=(1;1;-2)$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=(1;2;-1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P), khi đó (Q) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)}=\left[\vec{u}_d,\vec{n}_{(P)}\right]=(3;-1;1)$.

Gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) suy ra Δ là hình chiếu của d trên (P).

Khi đó Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(-1;4;7)$.

Ta có $A\in d\subset(Q)\Rightarrow A\in(Q)$ và dễ thấy tọa độ A thỏa phương trình $(P)\Rightarrow A\in(P)$. Do đó $A\in\Delta$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+1}{7}$.

Câu 44: **[2D2-5.5-4]** Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x\in\left(\dfrac{1}{3};5\right)$ thoả mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy).27^{15x}$?

A. 17. **B.** 16. **C.** 18. **D.** 15.

Lời giải

FB tác giả: Thái Vũ Vĩnh

Ta có: $27^{3x^2+xy}=(1+xy).27^{15x}\Leftrightarrow 3x^2+(y-15)x-\dfrac{1}{3}\log_3(1+xy)=0$ (1)

Với mỗi y xét $f(x)=3x^2+(y-15)x-\dfrac{1}{3}\log_3(1+xy)$

Tập xác định: $D=\{x\in\mathbb{R}|1+xy>0\}$; D là một khoảng theo y và hàm số $f(x)$ liên tục trên D (*)

Ta có: $f'(x)=6x+y-15-\dfrac{y}{3(1+xy)\ln 3}$; $f''(x)=6+\dfrac{y^2}{3(1+xy)^2\ln 3}>0\ \forall x\in D$

Suy ra: $f'(x)$ đồng biến trên D

T a có: $f'(\dfrac{1}{3})=y-13-\dfrac{y}{(y+3)\ln 3}$; $f(\dfrac{1}{3})=\dfrac{1}{3}[y-14-\log_3(1+\dfrac{1}{3}y)]$ $f(5)=5y-\dfrac{1}{3}\log_3(1+5y)$

Đặt: $g(y)=f(\dfrac{1}{3})=\dfrac{1}{3}[y-14-\log_3(1+\dfrac{1}{3}y)]$ ta có: $g'(y)=\dfrac{1}{3}.\dfrac{y\ln 3-1+3\ln 3}{(y+3)\ln 3}$

Nếu có $x\in\left(\dfrac{1}{3};5\right)$ sao cho (1) thoả mãn ta phải có: $y>-\dfrac{1}{x}>-3$ mà $y\in\mathbb{Z}$ ta có: $y\geq -2$

$y=-2: f(x)=3x^2-17x-\dfrac{1}{3}\log_3(1-2x); D=(-\infty;\dfrac{1}{2})$

$f(\dfrac{1}{3})<0$ mà $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^-} f(x)=+\infty\Rightarrow$ (1) có nghiệm $x\in(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{2})\subset(\dfrac{1}{3};5)$ do (*)

$y=-1: f(x)=3x^2-16x-\dfrac{1}{3}\log_3(1-x); D=(-\infty;1)$

$f(\dfrac{1}{3})<0$ mà $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=+\infty\Rightarrow$ (1) có nghiệm $x\in(\dfrac{1}{3};1)\subset(\dfrac{1}{3};5)$ do (*)

$y=0$: (1) $\Leftrightarrow 3x^2-15x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=5 \end{array}\right.$ không có nghiệm thuộc $\left(\frac{1}{3};5\right)$

$1\le y\le 15$: $f(\frac{1}{3})<0<f(5)$ khi đó (1) có nghiệm $x\in\left(\frac{1}{3};5\right)$

$y\ge 16$: $g'(y)>0\ \forall y\ge 16 \Rightarrow g(y)$ đồng biến trên $[16;+\infty) \Rightarrow f(\frac{1}{3})=g(y)\ge g(16)>0$

$y\ge 16 \Rightarrow f'(\frac{1}{3})>0$ mà $f'(x)$ đồng biến $\Rightarrow f'(x)\ge f'(\frac{1}{3})>0\ \forall x\ge \frac{1}{3}, x\in D$

Suy ra: $\forall x\ge\frac{1}{3}, x\in D$ ta có: $f(x)\ge f(\frac{1}{3})>0 \Rightarrow$ (1) không có nghiệm $x\in\left(\frac{1}{3};5\right)$

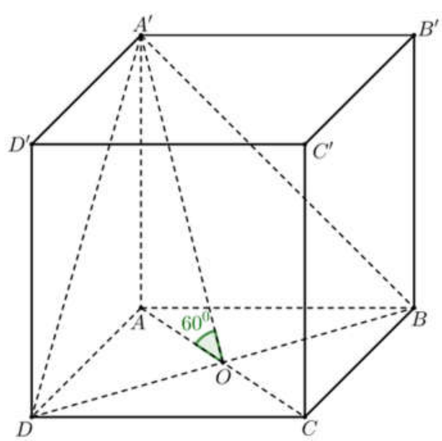
Vậy theo điều kiện đề bài ta có: $y\in\{-2;-1\}\cup\{1,2,...15\}$; Có 17 giá trị y thoả mãn.

Câu 45: **[2H1-3.2-3]** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng $60°$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. **B.** $6\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Anh Tu



Ta có $BD=\sqrt{2}AD \Rightarrow AD=\sqrt{2}a$, nên $S_{ABCD}=(\sqrt{2}a)^2=2a^2$ và $OA=\frac{1}{2}BD=a$.

Gọi O là trung điểm của DB

Khi đó, ta có $\begin{cases} AO\perp BD \\ A'O\perp BD \end{cases} \Rightarrow \widehat{((A'BD);(ABCD))}=\widehat{(A'O;AO)}=\widehat{A'OA} \Rightarrow \widehat{A'OA}=60^0$

(Vì tam giác $A'AO$ vuông tại A nên $\widehat{A'OA}$ là góc nhọn)

Xét tam giác $A'AO$ có $\tan\widehat{A'OA}=\frac{AA'}{AO} \Rightarrow AA'=AO.\tan\widehat{A'OA}=a.\tan 60^0=a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA'.S_{ABCD} = a\sqrt{3}.2a^2 = 2\sqrt{3}a^3$.

Câu 46: **[2D3-3.1-4]** Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -5 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A. $2\ln 3$. **B.** $\ln 2$. **C.** $\ln 15$. **D.** $3\ln 2$.

Lời giải

FB tác giả: Trịnh Xuân Mạnh

Ta có: $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x) \Rightarrow g'(x)=f'(x)+f''(x)+f'''(x)$.

Lại có $f'''(x)=6 \Rightarrow g'(x)=f'(x)+f''(x)+6$.

Chú ý rằng $g(x)$ là hàm số bậc 3 có hệ số của x^3 là số dương (bằng 1), có hai giá trị cực trị nên $g'(x)$ có hai nghiệm x_1, x_2 $(x_1<x_2)$ với x_1 là điểm cực đại, x_2 là điểm cực tiểu.

Khi đó từ giả thiết ta có $g(x_1)=3$, $g(x_2)=-5$ và với mọi $x\in(x_1;x_2)$ thì $g'(x)<0$, $g(x)+6>0$. (*)

Phương trình hoành độ giao điểm của các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ là

$$\frac{f(x)}{g(x)+6}=1 \Leftrightarrow g(x)+6-f(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)+f''(x)+6=0 \text{ hay } g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1 \\ x=x_2 \end{array}\right..$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

$$S=\int_{x_1}^{x_2}\left|1-\frac{f(x)}{g(x)+6}\right|dx=\int_{x_1}^{x_2}\left|\frac{g(x)+6-f(x)}{g(x)+6}\right|dx=\int_{x_1}^{x_2}\left|\frac{g'(x)}{g(x)+6}\right|dx.$$

Sử dụng (*) ta được

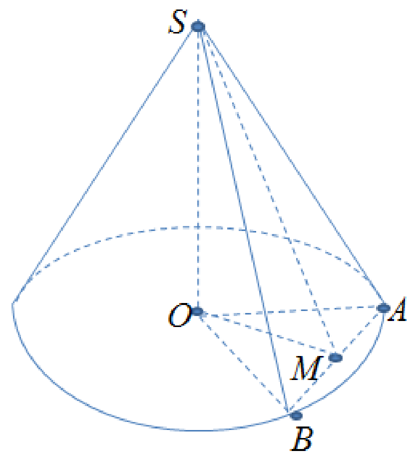
$$S=\int_{x_1}^{x_2}\left(-\frac{g'(x)}{g(x)+6}\right)dx=-\ln\left|g(x)+6\right|\Big\|_{x_1}^{x_2}=-\ln\frac{g(x_2)+6}{g(x_1)+6}=-\ln\frac{-5+6}{3+6}=2\ln 3.$$

Câu 47: **[2H2-1.2-3]** Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 30°, ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $4\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $8\sqrt{7}\pi a^2$. **C.** $8\sqrt{13}\pi a^2$. **D.** $4\sqrt{13}\pi a^2$.

Lời giải

Fb tác giả: Tâm Nguyễn Đình



Gọi đỉnh của hình nón (N) là S, O là tâm của đáy, thiết diện qua đỉnh là tam giác đều SAB cạnh bằng $4a$ như hình vẽ.

Gọi M trung điểm AB ta có $\begin{cases} SM \perp AB \\ OM \perp AB \end{cases} \Rightarrow$ góc giữa (SAB) và đáy là góc $\widehat{SMO} = 30^0$.

Ta có $SM = \sqrt{SA^2 - MA^2} = \sqrt{16a^2 - 4a^2} = 2\sqrt{3}a.$

Trong tam giác SOM vuông tại O nên $OM = SM.\cos 30^0 = 2\sqrt{3}a.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3a.$

Bán kính đáy $R = OA = \sqrt{OM^2 + MA^2} = \sqrt{9a^2 + 4a^2} = a\sqrt{13}.$
Độ dài đường sinh $l = SA = 4a.$
Vậy diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq(N)} = \pi Rl = \pi.a\sqrt{13}.4a = 4\sqrt{13}\pi a^2.$

Câu 48: [2D4-4.2-4] Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 8$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

FB tác giả: Trịnh Văn Thạch

Trường hợp 1: $z_0 = 8$. Thay vào phương trình ta có:

$$64 - 16(m+1) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 16m + 48 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = 12 \end{array}\right..$$

Thử lại: $m = 4, m = 12$ thỏa mãn.

Trường hợp 2: $z_0 = -8$. Thay vào phương trình ta có:

$$64 + 16(m+1) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 16m + 80 = 0 \Rightarrow PTVN.$$

Trường hợp 3: $z_0 = a + bi \ (a, b \in \mathbb{R}, b \neq 0)$.

Ta phải có $\Delta' = (m+1)^2 - m^2 = 2m + 1 < 0 \Leftrightarrow m < -\dfrac{1}{2}$.

Khi đó hai nghiệm của phương trình sẽ là z_0 và $\overline{z_0}$.

Theo định lí Viet ta có $z_0.\overline{z_0} = m^2 \Rightarrow m^2 = |z_0|^2 \Rightarrow m = \pm 8$.

Kết hợp với điều kiện $m<-\dfrac{1}{2}\Rightarrow m=-8$.

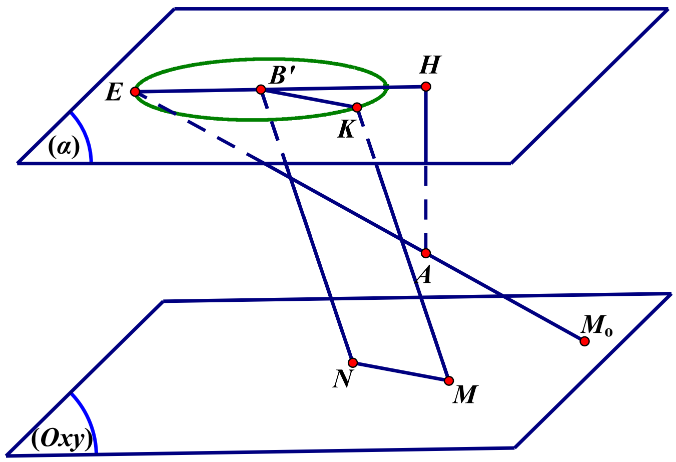
Vậy tóm lại có 3 giá trị của tham số m thỏa mãn yêu cầu của đề ra.

Câu 49: **[2H3-1.4-4]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2)$ và $B(-2;1;-4)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=4$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

A. $5\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{61}$. **D.** $\sqrt{85}$.

Lời giải

Fb tác giả: Trần Đức Nội



Gọi B' là điểm đối xứng với B qua mặt phẳng (Oxy), suy ra $B'(-2;1;4), BN=B'N$ và A, B' ở cùng phía so với mặt phẳng (Oxy).

Lấy điểm K sao cho $\overrightarrow{B'K}=\overrightarrow{NM}$ ($B'NMK$ là hình bình hành), khi đó $B'K=MN=4$, $B'N=MK$.

Do $B'K//MN$ nên $B'K$ nằm trên mặt phẳng (α) đi qua B' và song song với mặt phẳng (Oxy), suy ra (α) có phương trình $z=4$.

Do $B'K=4$ nên K thuộc đường tròn (C) nằm trên mặt phẳng (α) có tâm là B', bán kính $R=4$.

Gọi H là hình chiếu của A lên $(\alpha)\Rightarrow H(1;-3;4)$ và $HB'=5>R$, E là giao điểm của tia đối của tia $B'H$ với (C).

Ta có $|AM-BN|=|AM-B'N|=|AM-MK|\le AK=\sqrt{AH^2+HK^2}\le\sqrt{AH^2+HE^2}$.

Mà $AH=2, HE=HB'+B'E=5+4=9$ suy ra $|AM-BN|\le\sqrt{2^2+9^2}=\sqrt{85}$.

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}K\equiv E\\ M\in AK, |AM-MK|=AK\end{cases}\Leftrightarrow M=AE\cap(Oxy)=M_0$.

Vậy giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng $\sqrt{85}$.

Câu 50: **[2D1-2.6-4]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-10)(x^2-25),\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f(|x^3+8x|+m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 9. **B.** 25. **C.** 5. **D.** 10.

Lời giải

Cách 1:

Fb tác giả: Trần Đức Nội

Với mọi $x\in\mathbb{R}$ ta có $g(-x)=f(|-x^3-8x|+m)=f(|x^3+8x|+m)=g(x)$, do đó $g(x)$ là hàm số chẵn, suy ra đồ thị hàm số $y=g(x)$ nhận Oy làm trục đối xứng. Do đó số điểm cực trị của hàm số $g(x)$ bằng $2a+1$ với a là số điểm cực trị dương của hàm số $h(x)=f(x^3+8x+m)$.

Theo bài ra ta có $2a+1\ge 3\Leftrightarrow a\ge 1$, vì vậy ta cần tìm m để hàm số $h(x)$ có ít nhất một điểm cực trị dương.

Ta có $f'(x)=(x-10)(x-5)(x+5)\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow x=10, x=\pm 5$.

$$h'(x)=(3x^2+8)f'(x^3+8x+m),\ h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3+8x+m=10\quad(1)\\x^3+8x+m=5\quad(2)\\x^3+8x+m=-5\ (3)\end{array}\right..$$

Đặt $u(x)=x^3+8x+m, u'(x)=3x^2+8>0,\forall x\ge 0$.

Bảng biến thiên

x	0	$+\infty$
$u'(x)$	$+$	
$u(x)$	m $\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy (1), (2) và (3) nếu có nghiệm $x>0$ thì đó là nghiệm duy nhất.

Phương trình $h'(x)=0$ có nghiệm $x>0$ khi và chỉ khi ít nhất một trong ba phương trình (1), (2) (3) có nghiệm $x>0$, điều này tương đương với $m<\max\{-5;5;10\}=10$.

Do m nguyên dương nên $m\in\{1;2;,,,;9\}$, vậy có 9 giá trị nguyên dương của tham số m cần tìm.

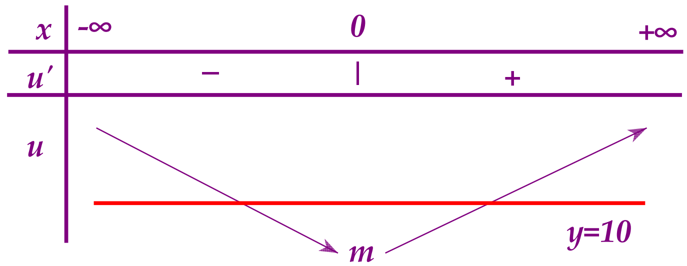
Cách 2:

Tác giả: Thông Đình Đình

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow(x-10)(x^2-25)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=10\\x=5\\x=-5\end{array}\right.$.

Đặt $u=\left|x^3+8x\right|+m=\left|x\right|\left(x^2+8\right)+m \Rightarrow u'=\begin{cases}3x^2+8>0 & khi\ x>0\\ -3x^2-8<0 & khi\ x<0\end{cases}$.

Bảng biến thiên của $u=\left|x^3+8x\right|+m$:



Ta có $y=f\left(u\right)\Rightarrow y'=u'.f'\left(u\right)=0 \Leftrightarrow f'\left(u\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}u=10\\ u=5\\ u=-5\end{array}\right.$ (1).

Khi đó, để hàm số $g\left(x\right)=f\left(\left|x^3+8x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị thì (1) có ít nhất hai nghiệm đơn hoặc bội lẻ khác 0.

Suy ra $m<10$. Mà m là số nguyên dương nên ta có: $m\in\left\{1;2;...;9\right\}$.

Vậy có 9 giá trị nguyên dương của tham số m cần tìm.