

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		0	3	0		$+\infty$	

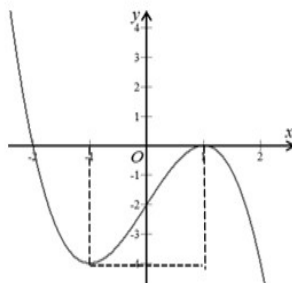
A. $(-\infty; -1)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(-1; +\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây



A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			2		-2		$+\infty$
	$-\infty$						

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x = 2$.

B. $x = -2$.

C. $x = 1$.

D. $x = 3$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$						
	$-\infty$		3		-5	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

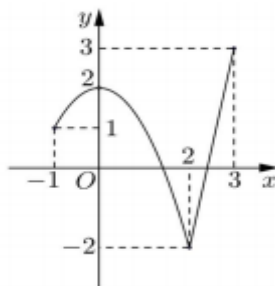
A. 3.

B. -1.

C. -5.

D. 1.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng



A. 1

B. 4

C. 5

D. 0

Câu 6. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$ là:

A. $\min_{[0; 3]} y = -3.$

B. $\min_{[0; 3]} y = \frac{1}{2}.$

C. $\min_{[0; 3]} y = -1.$

D. $\min_{[0; 3]} y = 1.$

A.

Câu 7. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $x = 2.$

B. $x = -1.$

C. $x = 3.$

D. $x = -2.$

Câu 8. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y						
	$-\infty$		2		-2	$+\infty$

A. $y = x^4 - 2x^2.$

B. $y = -x^3 + 3x.$

C. $y = \frac{x-2}{x+3}.$

D. $y = x^3 - 3x.$

Câu 9. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	$[14; 15)$	$[15; 16)$	$[16; 17)$	$[17; 18)$	$[18; 19)$
Số con hổ	1	3	8	6	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, điểm $A(-1; 0; 3)$, $B(0; 3; -4)$. Tìm tọa độ $\overrightarrow{AB}$

A. $\overrightarrow{AB} = (-1; 3; -7)$

B. $\overrightarrow{AB} = (1; 0; -7)$

C. $\overrightarrow{AB} = (-1; -3; 7)$

D. $\overrightarrow{AB} = (1; 3; -7)$

Câu 11. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^3 + 3x^2 - 3}{x^2 - 1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = 2x + 3.$

B. $y = 2x + 1.$

C. $y = x + 3.$

D. $y = x + 1.$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$ cho 2 véc tơ $a = (2; 1; -1)$; $b = (1; 3; m)$. Tìm m để $(a; b) = 90^\circ$.

A. $m = -5$.

B. $m = 5$.

C. $m = 1$.

D. $m = -2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Tốc độ của 20 xe hơi khi đi qua một trạm kiểm tra tốc độ (đơn vị: km/h) được thống kê lại như sau

Tốc độ (km/h)	[42; 46)	[46; 50)	[50; 54)	[54; 58)	[58; 62)
Số xe	3	7	4	3	3

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

a) Nhóm chứa trung vị là nhóm [46; 50).

b) Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm [46; 50).

c) Khoảng biến thiên $R = \frac{52}{7}$.

d) Khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = \frac{52}{7}$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vec tơ $a = (-2; 1; 2), b = (1; 1; -1)$. Khi đó

a) Độ dài của vec tơ a là $|a| = 3$

b) Tích vô hướng $a \cdot b = -3$.

c) Giá trị $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

d) $(a+b)(a-b) = 6$.

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

a) $\overline{AB} = \overline{A'B'} = \overline{DC} = \overline{D'C'}$.

b) $\overline{AC} = \overline{A'C'}$.

c) $\overline{AB} + \overline{A'D'} + \overline{CC'} = \overline{AC}$.

d) $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CC'} + \overline{C'D'} = \overline{AD'}$.

Câu 4. Trong 200 gam dung dịch muối nồng độ 15%, giả sử thêm vào dung dịch x (gam) muối tinh khiết và được dung dịch có nồng độ $f(x)\%$.

a) Hàm số $f(x) = \frac{100(x+200)}{x+30}$.

b) Đạo hàm của hàm số luôn nhận giá trị âm trên khoảng $(0; +\infty)$.

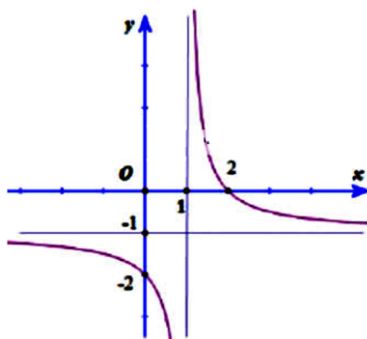
c) Thêm càng nhiều gam muối tinh khiết thì nồng độ phần trăm càng tăng và không vượt quá 100%.

d) Giới hạn của $f(x)$ khi x dần đến dương vô cực bằng 100.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; 2; -3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(x; y; -2)$ thẳng hàng. Khi đó giá trị $T = x + y$?

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ a, b, c là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$ bằng

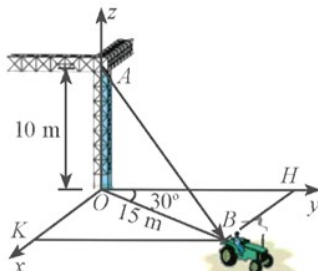


Câu 3. Một nhóm 20 học sinh dùng một thiết bị đo đường kính của một nhân tế bào cho kết quả như sau:

Kết quả (μm)	$[4; 5; 5)$	$[5; 5; 5)$	$[5; 5; 6)$	$[6; 6; 5)$
Số học sinh	3	8	7	2

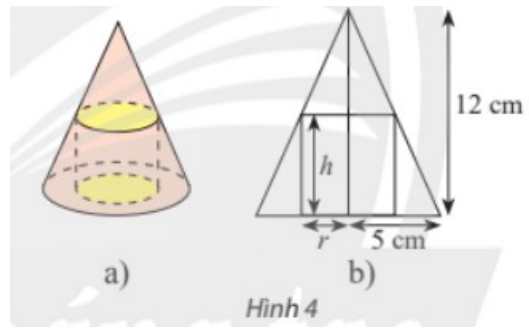
Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 4. Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ như hình với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng 1 m. Tìm hoành độ của vector $\overrightarrow{AB}$.



Câu 5. Trong 18 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -t^3 + 18t^2 + t + 3$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Chất điểm có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu mét trên giây trong 18 giây đầu tiên đó?

Câu 6. Cho một hình trụ nội tiếp trong hình nón có chiều cao bằng 12 cm và bán kính đáy bằng 5 cm . Người ta cắt hình nón, trụ này theo mặt phẳng chứa đường thẳng nối đỉnh và tâm hình tròn đáy của hình nón thì thu được một hình phẳng như hình. Tìm h để khối trụ có thể tích lớn nhất.



ĐÁP ÁN

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được $0,25$ điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	B	D	A	C	C	A	D	C	D	A	B

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được $0,1$ điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được $0,25$ điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được $0,50$ điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) Đ	a) Đ	a) S	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) S	b) S
c) Đ	c) S	c) Đ	c) Đ
d) S	d) Đ	d) Đ	d) S

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được $0,5$ Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	1	- 9	26	7.5	6	4

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (3; 2; -1)$, $\vec{v} = (5; -4; 2)$. Tọa độ của vector $\vec{u} - \vec{v}$ là:
A. $(-2; 6; -3)$ **B.** $(2; -6; 3)$ **C.** $(-2; -2; -3)$ **D.** $(2; 2; 1)$

Lời giải

Chọn A

$$\vec{u} - \vec{v} = (3 - 5; 2 - (-4); -1 - 2) = (-2; 6; -3)$$

Câu 2. Người ta tiến hành phỏng vấn 40 người về một mẫu quần mới. Người phỏng vấn yêu cầu cho điểm mẫu quần đó theo thang điểm là 100. Kết quả được trình bày theo mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở Bảng 4. Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó là:

- A.** 75. **B.** 70,8. **C.** 78,8. **D.** 74,8.

Giải

Số phần tử của mẫu là $n = 40$. Ta có: $\frac{n}{2} = \frac{40}{2} = 20$ mà $8 < 20 < 33$. Suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 20. Xét nhóm 3 có $r = 70$; $d = 10$; $n_3 = 25$ và nhóm 2 có $cf_2 = 8$.

Trung vị của mẫu số liệu đó là: $M_e = 70 + \frac{20 - 8}{25} \cdot 10 = 74,8$. **Chọn D.**

Câu 3. Xét mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở Bảng 4. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đó là

- A.** 9,08 **B.** 82,4375 **C.** 74,75 **D.** 50.

Lời giải

Chọn B

Số trung bình cộng của mẫu số liệu đó là

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 55 + 5 \cdot 65 + 25 \cdot 75 + 4 \cdot 85 + 3 \cdot 95}{40} = 74,75.$$

Phương sai của mẫu số liệu đó là:

$$s^2 = \frac{3(55 - 74,75)^2 + 5(65 - 74,75)^2 + 25(75 - 74,75)^2 + 4(85 - 74,75)^2 + 3(95 - 74,75)^2}{40} = 82,4375$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Bảng 5 biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày.

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[40; 50)	5	5
[50; 60)	8	13
[60; 70)	25	38
[70; 80)	20	58
[80; 90)	2	60
	$n = 60$	

Bảng 5

- a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên là 65 (nghìn đồng).
b) Trung vị của mẫu số liệu trên là $66,8$ (nghìn đồng).
c) Tứ phân vị nhất Q_1 của mẫu số liệu trên là $60,8$ (nghìn đồng).
d) Một của mẫu số liệu trên là 65 (nghìn đồng).

Lời giải

Ý	a)	b)	c)	d)
Kết quả	S	Đ	Đ	S

- a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$\bar{x} = \frac{5.45 + 8.55 + 25.65 + 20.75 + 2.85}{60} = 66 \quad (\text{nghìn đồng})$$

- b) Số phần tử của mẫu là $n = 60$. Ta có: $\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$ mà $13 < 30 < 38$. Suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 30. Xét nhóm 3 có $r = 60$; $d = 10$; $n_3 = 25$ và nhóm 2 có $cf_2 = 13$.

$$M_e = 60 + \frac{30 - 13}{25 - 13} \cdot 10 = 66,8 \quad (\text{nghìn đồng}).$$

- c) Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{60}{4} = 15$ mà $13 < 15 < 38$. Suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 15. Xét nhóm 3 có $r = 60$; $d = 10$; $n_3 = 25$ và nhóm 2 có $cf_2 = 13$.

$$Q_1 = 60 + \frac{15 - 13}{25 - 13} \cdot 10 = 60,8 \quad (\text{nghìn đồng}).$$

- d) Ta thấy nhóm 3 là nhóm có tần số lớn nhất với $u = 60$; $g = 10$; $n_3 = 25$. Nhóm 2 có tần số $n_2 = 8$, nhóm 4 có tần số $n_4 = 20$.

$$M_o = 60 + \frac{25 - 8}{25 - 20} \cdot 10 = 68 \quad (\text{nghìn đồng}).$$

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x - \sin 2x$

a) $f'(x) = 1 + 2\cos 2x$

b) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2}$

c) Trên đoạn $[0; p]$ phương trình $f'(x) = 0$ có đúng một nghiệm $\frac{5p}{6}$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0; p]$ là $\frac{5p}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Ý	a)	b)	c)	d)
Kết quả	S	S	S	Đ

Ta có:

$$f'(x) = 1 - 2\cos 2x.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - 2\cos 2x = 0 \Leftrightarrow -2\cos 2x = -1 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2}.$$

$$\Leftrightarrow 2x = \pm \frac{p}{3} + 2kp \Leftrightarrow x = \pm \frac{p}{6} + kp (k \in \mathbb{Z})$$

Với $x \in [0; p]$ thì phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm $\frac{p}{6}$ và $\frac{5p}{6}$.

Trên đoạn $[0; p]$:

$$x = 0 \Rightarrow y = 0;$$

$$x = \frac{p}{6} \Rightarrow y = \frac{p}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$x = \frac{5p}{6} \Rightarrow y = \frac{5p}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$x = p \Rightarrow y = p.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; p]$ là $\frac{5p}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy a) S, b) S, c) S, d) Đ.

Câu 3. Trong 200 gam dung dịch muối nồng độ 15%, giả sử thêm vào dung dịch x (gam) muối tinh khiết và được dung dịch có nồng độ $f(x)\%$.

$$f(x) = \frac{100(x + 200)}{x + 30}.$$

a) Hàm số

b) Đạo hàm của hàm số luôn nhận giá trị âm trên khoảng $(0; +\infty)$.

c) Thêm càng nhiều gam muối tinh khiết thì nồng độ phần trăm càng tăng và không vượt quá 100%.

d) Giới hạn của $f(x)$ khi x dần đến dương vô cực bằng 100.

Lời giải

Ý	a)	b)	c)	d)
Kết quả	S	S	Đ	Đ

a) Trong 200 gam dung dịch muối nồng độ 15% có $200 \cdot \frac{15}{100} = 30$ (gam) muối tinh khiết. Khi thêm x (gam) muối tinh khiết vào 200 gam dung dịch muối nồng độ 15% thì có $(x + 30)$ (gam) muối tinh khiết. Khi đó, ta có hàm số là

$$f(x) = \frac{100(x + 30)}{x + 200} \quad \text{. Suy ra a) sai.}$$

b) Ta có $f'(x) = \frac{17000}{(x + 200)^2} > 0, \forall x \in (0; +\infty)$. **Suy ra b) sai.**

c) Vì $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ nên khi x tăng thì $f(x)$ tăng. Nghĩa là khi thêm càng nhiều gam muối tinh khiết thì dung dịch có nồng độ phần trăm càng tăng.

Vì $x + 30 < x + 200$ với mọi $x \in (0; +\infty)$ nên $\frac{x + 30}{x + 200} < 1$ dẫn đến $f(x) = \frac{100(x + 30)}{x + 200} < 100$. Nghĩa là nồng độ phần trăm không vượt quá 100% khi cho thêm nhiều gam muối tinh khiết vào. **Suy ra c) đúng.**

d) Ta có :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{100(x + 30)}{x + 200} = 100. \quad \text{Suy ra d) đúng.}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Giả sử hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ đạt cực đại tại $x = a$ và đạt cực tiểu tại $x = b$. Giá trị của biểu thức $A = 2a + b$ là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: $A = 5$

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = 3$

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 3$ nên suy ra $a = 1, b = 3$.

Vậy $A = 2a + b = 5$

Câu 2. Trong 18 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -t^3 + 18t^2 + t + 3$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Chất điểm có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu mét trên giây trong 18 giây đầu tiên đó?

Lời giải

Trả lời: 109

Ta có vận tốc tức thời là $s'(t) = -3t^2 + 36t + 1$. Lập bảng biến thiên của hàm số $s'(t)$ ta có vận tốc tức thời đạt giá trị lớn nhất bằng 10^9 m/s.