|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **TRƯỜNG THPT CHUYÊN**  **TRẦN PHÚ**  **TP HẢI PHÒNG** | | **HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CỤM DUYÊN HẢI ĐỒNG BẰNG BẮC BỘ LẦN MÔN THI: TOÁN - LỚP 11** | | |
| **Bài** | **Nội dung** | | **Điểm** |
| **1**  **(4 điểm)** | a) Với mỗi số nguyên dương , xét hàm số .  Có ; và  là hàm liên tục, đơn điệu tăng trên khoảng  nên PT (1) có duy nhất một nghiệm dương . | | 1,5 |
| b) .  Lại có ..  hữu hạn và .  Suy ra .  Cho . | | 1,5 |
| Có  Cho . | | 1,0 |
| **Bài** | **Nội dung** | | **Điểm** |
| **2**  **(4 điểm)** | +Áp dụng BĐT Bunhiacôpxki:  .  Vậy . Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi . | | 1,0 |
| Giả sử .  Ta có  Mà      Vậy . Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  và các hoán vị. | | 3,0 |
| **Bài** | **Nội dung** | | **Điểm** |
| **3**  **(4 điểm)** | Gọi  là trực tâm tam giác ,  là giao điểm của  và .  Ta có  (vì )  . Mà   là trung trực đoạn  (1). | | 2,0 |
| (2).  Lại có hai tứ giác  và  nội tiếp suy ra  (3).  Từ (2) và (3) suy ra  là trung trực đoạn .  Dẫn đến . Hoàn toàn tương tự c/m .  Kết hợp (1) suy ra 4 đoạn thẳng  bằng nhau đpcm. | | 2,0 |
| **Bài** | **Nội dung** | | **Điểm** |
| **4**  **(4 điểm)** | Bằng phương pháp chứng minh quy nạp ta có | | 1,5 |
| Do  Vì vậy .  Hơn nữa  Vì vậy  Ta có .  Mà , đpcm. | | 2,5 |
| **Bài** | **Nội dung** | | **Điểm** |
| **5**  **(4 điểm)** | Với mỗi , kí hiệu .  Khi đó .  Chú ý  +  +  Suy ra | | 2,0 |
| Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi 2 điều kiện sau được thỏa mãn:  + Với mọi  thì  + Với mọi  thì  Vậy có tất cả  hoán vị thỏa mãn. | | 2,0 |