

I. Bài tập biến đổi đồng nhất:

$$P = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left( \frac{2}{x} - \frac{2-x}{x(\sqrt{x}+1)} \right)$$

**Bài 1:** Cho biểu thức:

- a) Rút gọn P
- b) Tìm x để  $P > 0$
- c) Tìm giá trị của P biết  $x = \frac{2}{2+\sqrt{3}}$
- d) Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\sqrt{P}$

$$P = \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{3x\sqrt{x}-2\sqrt{x}+1}{x-1}$$

**Bài 2:** Cho biểu thức:

- a) Rút gọn P
- b) Tìm x để  $P > 9$
- c) Tìm giá trị của P biết  $x = 4 - 2\sqrt{3}$

$$P = \left( \frac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{8x}{4-x} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$$

**Bài 3:** Cho biểu thức:

- a) Rút gọn P
- b) Tìm x để  $P > 0$
- c) Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\sqrt{P}$

$$P = \left( 1 - \frac{2\sqrt{x}}{3\sqrt{x}-1} \right) : \left( \frac{2}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$$

**Bài 4:** Cho biểu thức:

- a) Rút gọn P
- b) Tìm giá trị của x để  $P = \frac{6}{5}$
- c) Tìm x để  $P < 1$

$$P = \left( \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right) : \left( \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-1)} - \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right)$$

**Bài 5:** Cho biểu thức:

- Rút gọn P
- Tìm giá trị của x để  $P < 0$
- Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $P \in \mathbb{Z}$

$$P = \left( \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-2} + \frac{3-\sqrt{x}}{2x-2} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x\sqrt{x}-1} \right)$$

**Bài 6:** Cho biểu thức:

- Rút gọn P
- Chứng minh rằng  $P > 1$
- Tính giá trị của P biết  $|x+2\sqrt{x}|=3$

$$P = \left( \frac{3}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-3}{x-1} \right) : \left( \frac{x+2}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \right)$$

**Bài 7:** Cho biểu thức:

- Rút gọn P
- Tính giá trị của P biết  $x = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$
- Tìm các giá trị x thỏa mãn  $P = \sqrt{x}-1$

## II. Hàm số - Đồ thị - Phương trình bậc hai

**Bài 8:** Trong cùng mặt phẳng tọa độ gọi (P)  $y = x^2$  là đồ thị hàm số và (d) là đường thẳng  $y = -x + 2$

- Vẽ (P) và (d)
- Xác định tọa độ giao điểm A, B của (P) và (d).
- Tính diện tích  $\Delta AOB$

**Bài 9:** Cho đường thẳng (d):  $y = 2x + m + 1$  và (P)  $y = x^2$

- Tìm m để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt
- Tìm m để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt nằm bên phải trục tung
- Tìm m để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt nằm bên trái trục tung.
- Tìm m để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt thỏa mãn  $|x_1 - x_2| = 5$ .

**Bài 10:** Cho hàm số  $y = \frac{x^2}{6}$  và  $y = x + m$  có đồ thị lần lượt là (P) và (d)

- a) Vẽ (P) và (d) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
- b) Tìm m để (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt? Tiếp xúc nhau? Không có điểm chung.

**Bài 11:** Cho phương trình:  $x^2 + (m+1)x + m = 0$  (1)

- a) Giải phương trình với  $m = 2$ .
- b) Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm m.
- c) Tính theo m. Tìm m để  $y = x_1^2 + x_2^2$  đạt giá trị nhỏ nhất ( với  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình).

**Bài 12:** Cho phương trình:  $x^2 - 4x + m + 1 = 0$  (1)

- a) Tìm m để phương trình có nghiệm
- a) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn:  $x_1^2 + x_2^2 = 10$

**Bài 13:** Cho phương trình:  $x^2 - 10x - m^2 = 0$  (1)

- a) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có nghiệm trái dấu với mọi m khác 0.
- b) Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn:  $6x_1 + x_2 = 5$

**Bài 14:** Cho phương trình:  $x^2 - mx - m - 1 = 0$  (1)

- a) Chứng tỏ phương trình luôn có nghiệm m.
- b) Đặt  $A = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2$ . Tìm m để  $A = 8$ . Tính giá trị nhỏ nhất của A và giá trị m tương ứng.

**Bài 15:** Cho đường thẳng (d) :  $y = mx + 1$  và parabol (P):  $y = \frac{1}{4}x^2$

- a) Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt m.
- b) Gọi A, B là giao điểm của (d) và (P). Tính diện tích theo tham số m
- c) Tìm m để  $S_{\Delta AOB} = 4$  (đvdt)

### III. Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

**Bài 16:** Trong tháng đầu hai tổ sản xuất được 800 chi tiết máy. Sang tháng thứ 2 tổ I vượt mức 15%, tổ II vượt mức 20%

Do đó cuối thngs cả hai tổ sản xuất được 945 chi tiết máy. Tính xem trong tháng đầu mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy.

**Bài 17:** Hai ca nô khởi hành cùng một lúc và chạy từ bến A đến bến B. Ca nô thứ nhất chạy với

vận tốc 20km/h, ca nô thứ hai chạy với vận tốc 24km/h. Trên đường đi ca nô thứ hai dừng lại 40 phút, sau đó tiếp tục chạy. Tính chiều dài khúc sông AB, biết rằng hai ca nô đến B cùng 1 lúc.

**Bài 18:** Lúc 7 giờ, một người đi xe máy khởi hành từ A với vận tốc 40km/h. Sau đó lúc 8h30 phút một người khác cũng đi xe máy từ A đuổi theo với vận tốc 60km/h. Hỏi hai người gặp nhau lúc mấy giờ?

**Bài 19:** Một máy bơm muốn bơm đầy nước vào một bể chứa trong một thời gian quy định thì mỗi giờ phải bơm được  $10m^3$ . Sau khi bơm được  $1/3$  thể tích bể chứa, người công nhân vận hành cho máy bơm hoạt động với công suất lớn hơn, mỗi giờ bơm được  $15m^3$ . Do đó so với quy định, bể chứa bơm được đầy bể trong 48 phút. Tính thể tích bể chứa.

**Bài 20:** Một ca nô xuôi dòng từ bến A đến bến B với vận tốc 30km/h, sau đó lại đi ngược từ B trở về A. Thời gian đi xuôi ít hơn thời gian đi ngược là 40 phút. Tính khoảng cách giữa hai bến A và B biết vận tốc dòng nước là 3km/h và vận tốc riêng của ca nô không thay đổi.

**Bài 21:** Hai ca nô cùng khởi hành từ hai bến A và B cách nhau 85km và đi ngược chiều nhau. Sau 1h 40 phút thì gặp nhau. Tính vận tốc riêng của mỗi ca nô biết rằng vận tốc ca nô đi xuôi lớn hơn vận tốc ca nô đi ngược là 9km/h và vận tốc dòng nước là 3km/h.

**Bài 22:** Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm 3 giờ và người thứ hai làm trong 6 giờ thì họ làm được 25% công việc. Hỏi mỗi người làm công việc đó trong mấy giờ thì xong?

**Bài 23:** Nếu hai vòi nước cùng chảy vào một bể chứa không có nước thì sau 1h 30 phút bể sẽ đầy. Nếu mở vòi thứ nhất trong 15 phút rồi khóa lại và mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 20 phút thì sẽ được  $1/5$  bể. Hỏi mỗi vòi chảy riêng thì sau bao lâu sẽ đầy bể?

**Bài 24:** Trong một hội trường có một số ghế băng, mỗi ghế băng quy định ngồi một số người như nhau. Nếu bớt hai ghế băng và mỗi ghế băng ngồi thêm 1 người thì thêm được 8 chỗ, nếu thêm 3 ghế băng và mỗi ghế rút đi 1 người thì giảm 8 chỗ. Tính số ghế băng trong hội trường.

**Bài 25:** hai vòi nước cùng chảy vào 1 bể trong 1 giờ thì được  $3/10$  bể. Nếu vòi I chảy trong 3 giờ, vòi II chảy trong 2 giờ thì được  $4/5$  bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu mới đầy bể?

## **II/ Hình học**

**Bài 26:** Cho  $(O;R)$  và dây BC cố định. Điểm A thuộc cung lớn BC. Đường phân giác của góc BAC cắt  $(O)$  tại D, các tiếp tuyến của  $(O)$  tại D. Các tiếp tuyến của  $(O)$  tại C và D cắt nhau tại E. Tia CD cắt AB tại K, đường thẳng AD cắt CE tại I.

a) Chứng minh:  $BC \parallel DE$

- b) Chứng minh: Tứ giác AKIC nội tiếp.
- c) Cho  $BC = R\sqrt{3}$ . Tính theo R độ dài cung nhỏ BC của (O)
- d) Cho AD cắt BC ở M. Chứng minh:  $AB.AC = AM^2 + MB.MC$

**Bài 27:** Cho hình chữ nhật ABCD nội tiếp đường tròn (O). Tiếp tuyến tại C với đường tròn cắt AB, AD kéo dài lần lượt tại E, F.

- a) Chứng minh:  $AB.AE = AD.AF$
- b) Gọi M là trung điểm của EF. CM: AM vuông góc với BD.
- c) Tiếp tuyến tại B và D với (O) cắt EF lần lượt tại I và J. Chứng minh: I và J lần lượt là trung điểm của CE và CF.
- d) Tính diện tích phần hình tròn giới hạn bởi dây AD và cung nhỏ AD, biết  $AB = 6$  và  $AD = 6\sqrt{3}$
- e) PA là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác AFD.

**Bài 28:** Cho đoạn thẳng AB và điểm C thuộc đoạn AB. Trên cùng nửa mặt phẳng bờ AB kẻ hai tia Ax và By cùng vuông góc với AB. Trên Ax lấy M cố định, kẻ tại C tia Cz // CM tại C, tia Cz cắt tia By tại K. Vẽ đường tròn tâm O đường kính MC cắt MK tại E.

- a) Chứng minh: tứ giác CEKB nội tiếp
- b) Chứng minh :  $AM.BK = AC.BC$
- c) Chứng minh tam giác AEB vuông
- d) Cho A, B, M cố định. Tìm vị trí điểm C để diện tích tứ giác ABKM lớn nhất.

**Bài 29:** Cho (O;R) và điểm A cố định ngoài (O). Qua A kẻ hai tiếp tuyến AM, AN tới (O) (M, N là hai tiếp điểm). Một đường thẳng d đi qua A cắt (O;R) tại B và C ( $AB < AC$ ). Gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh:

- a) 5 điểm A, M, N, O, I cùng thuộc một đường tròn.
- b)  $AM^2 = AB.AC$
- c) Đường thẳng qua B và song song với AM cắt MN tại E. Chứng minh: IE // MC.
- d) CMR: Khi đường thẳng d quay quanh điểm A thì trọng tâm G của tam giác MBC thuộc một đường tròn cố định

**Bài 30:** Cho (O;R) và dây CD cố định. Điểm M thuộc tia đối của tia CD. Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới (O)

(A thuộc cung lớn CD). Gọi I là trung điểm của dây CD. Nối BI cắt (O) tại E (E khác B). Nối OM cắt AB tại H.

- a/ Chứng minh 5 điểm M, A, O, I, B thuộc cùng một đường tròn.

b/ Chứng minh:  $AE \parallel CD$

c/ Tìm vị trí của M để MA vuông góc với MB

d/ Chứng minh HB là tia phân giác của góc CHD