

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Dạng 1. Xác định phương trình đường thẳng

1. **Dạng 1.** Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và dạng chính tắc (nếu có), biết d đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $u_d = (a_1; a_2; a_3)$.

Phương pháp. Ta có:

$$d: \begin{cases} \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTCP: } u_d = (a_1; a_2; a_3) \end{cases}$$

Phương trình đường thẳng d dạng tham số

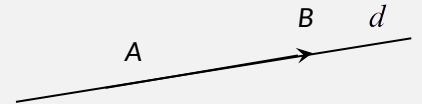
$$d: \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$$

Phương trình đường thẳng d dạng chính tắc

$$d: \frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3}, (a_1 a_2 a_3 \neq 0).$$

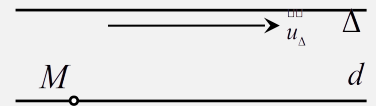
2. **Dạng 2.** Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d đi qua A và B .

Phương pháp. Đường thẳng

$$d: \begin{cases} \text{Qua } A \text{ (hay } B) \\ \text{VTCP: } u_d = \overrightarrow{AB} \end{cases} \text{ (dạng 1)}$$


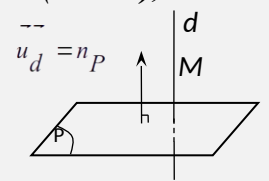
3. **Dạng 3.** Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết d đi qua điểm M và song song với đường thẳng Δ .

Phương pháp. Ta có

$$d: \begin{cases} \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTCP: } u_d = u_\Delta \end{cases} \text{ (dạng 1)}$$


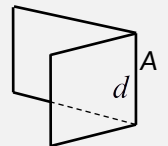
4. **Dạng 4.** Viết phương trình đường thẳng d dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$.

Phương pháp. Ta có

$$d: \begin{cases} \text{Qua } M \\ \text{VTCP: } u_d = n_{(P)} = (a; b; c) \end{cases} \text{ (dạng 1)}$$


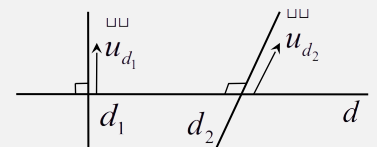
5. **Dạng 5.** Viết phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) cho trước.

Phương pháp. Ta có

$$d: \begin{cases} \text{Qua } A = (P) \cap (Q) \\ \text{VTCP: } u_d = [n_{(P)}, n_{(Q)}] \end{cases} \text{ (dạng 1)}$$


6. **Dạng 6.** Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với hai đường thẳng d_1, d_2 cho trước.

Phương pháp. Ta có

$$d: \begin{cases} \text{Qua } M \\ \text{VTCP: } u_d = [u_{d_1}, u_{d_2}] \end{cases} \text{ (dạng 1)}$$


7. Dạng 7. Viết phương trình đường thẳng d qua M và song song với hai mặt phẳng (P) , (Q) .

$$d: \begin{cases} \square \text{ Qua } M \rightarrow \\ \square \text{ VTCP: } u_d = [n_P, n_Q] \end{cases} \text{ (dạng 1)}$$

Phương pháp. Ta có

8. Dạng 8. Viết phương trình đường thẳng d qua M , vuông góc đường d' và song song mặt (P) .

$$d: \begin{cases} \square \text{ Qua } M \rightarrow \\ \square \text{ VTCP: } u_d = [u_{d'}, n_P] \end{cases} \text{ (dạng 1)}$$

Phương pháp. Ta có

9. Dạng 9. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt (P) , song song mặt (Q) và qua M .

$$d: \begin{cases} \square \text{ Qua } M \rightarrow \\ \square \text{ VTCP: } u_d = [n_P, n_Q] \end{cases} \text{ (dạng 1)}$$

Phương pháp. Ta có

10. Dạng 10. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A , vuông góc và cắt đường thẳng d' .

Phương pháp.

Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A , vuông góc d' .

$$(P): \begin{cases} \square \text{ Qua } A \rightarrow \\ \square \text{ VTPT: } n_P = u_{d'} \end{cases}$$

Nghĩa là mặt phẳng

Tìm $B = d' \cap (P)$. Suy ra đường thẳng d qua A và B (dạng 1)

Lưu ý: Trường hợp d' là các trục tọa độ thì $d \equiv AB$, với B là hình chiếu của A lên trục.

11. Dạng 11. Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d đi qua điểm M và cắt đường thẳng d_1 và vuông góc d_2 cho trước.

Phương pháp. Giả sử $d \cap d_1 = H$, ($H \in d_1$, $H \in d$)

$$\Rightarrow H(x_1 + a_1t; x_2 + a_2t; x_3 + a_3t) \in d_1.$$

$$\forall t \quad MH \perp d_2 \Rightarrow \overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{u_{d_2}} = 0 \Rightarrow t \Rightarrow H.$$

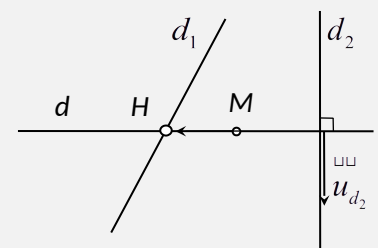
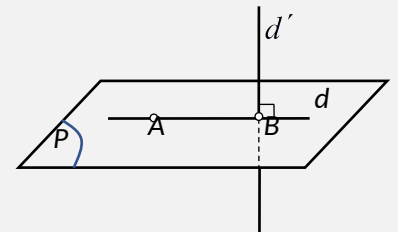
$$d: \begin{cases} \square \text{ Qua } M \rightarrow \\ \square \text{ VTCP: } u_d = \overrightarrow{MH} \end{cases} \text{ (dạng 1)}$$

Suy ra đường thẳng

Dạng 12. d đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và cắt hai đường thẳng d_1, d_2 :

• **Cách 1:** Gọi $M_1 \in d_1$, $M_2 \in d_2$. Từ điều kiện M, M_1, M_2 thẳng hàng ta tìm được M_1, M_2 . Từ đó suy ra phương trình đường thẳng d .

• **Cách 2:** Gọi $(P) = (M_0, d_1)$, $(Q) = (M_0, d_2)$. Khi đó $d = (P) \cap (Q)$, do đó, một VTCP của



d có thể chọn là $a = [n_P, n_Q]$.

Dạng 13. d nằm trong mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 :

Tìm các giao điểm $A = d_1 \cap (P), B = d_2 \cap (P)$. Khi đó d chính là đường thẳng AB .

Dạng 14. d song song với Δ và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 :

Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa Δ và d_1 , mặt phẳng (Q) chứa Δ và d_2 .

Khi đó $d = (P) \cap (Q)$.

Dạng 15. d là đường vuông góc chung của hai đường thẳng d_1, d_2 chéo nhau:

• **Cách 1:** Gọi $M \in d_1, N \in d_2$. Từ điều kiện $\begin{cases} MN \perp d_1 \\ MN \perp d_2 \end{cases}$, ta tìm được M, N .
Khi đó, d là đường thẳng MN .

• **Cách 2:**

– Vì $d \perp d_1$ và $d \perp d_2$ nên một VTCP của d có thể là: $a = [a_{d_1}, a_{d_2}]$.

– Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa d và d_1 , bằng cách:

+ Lấy một điểm A trên d_1 .

+ Một VTPT của (P) có thể là: $n_P = [a, a_{d_1}]$.

– Tương tự lập phương trình mặt phẳng (Q) chứa d và d_1 .

Khi đó $d = (P) \cap (Q)$.

Dạng 16. Viết phương trình đường thẳng d là hình chiếu vuông góc của đường thẳng Δ lên mặt (P) .

Phương pháp: Xét vị trí tương đối của đường thẳng Δ và (P) .

▮ Nếu $\Delta \parallel (P)$.

Chọn một điểm M trên Δ .

Tìm H là hình chiếu của M lên (P) .

Hình chiếu $d: \begin{cases} \text{Qua } H \\ \text{VTCP: } u_d = u_\Delta \end{cases}$.

▮ Nếu $\Delta \cap (P) = I$.

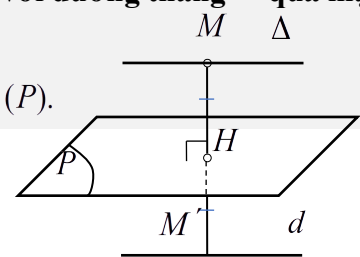
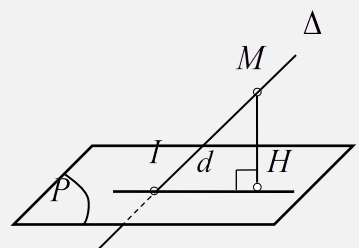
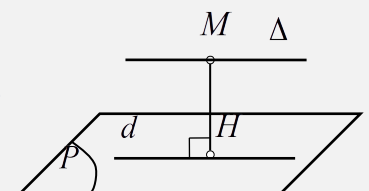
Chọn một điểm $M \neq I$ trên Δ .

Tìm H là hình chiếu của M lên (P) .

Hình chiếu vuông góc của Δ lên (P) là $d \equiv IH$.

Dạng 17. Viết đường thẳng d là đường thẳng đối xứng với đường thẳng Δ qua mặt phẳng (P) .

Phương pháp: Xét vị trí tương đối của đường thẳng Δ và (P) .



▮ Nếu $\Delta \parallel (P)$.

Chọn một điểm M trên Δ .

Tìm H là hình chiếu của M lên (P) .

Tìm M' đối xứng với M qua (P) .

Đường thẳng đối xứng $d: \begin{cases} \text{Qua } M' \\ \text{VTCP: } \vec{u_d} = \vec{u_\Delta} \end{cases}$.

▮ Nếu $\Delta \cap (P) = I$.

Chọn một điểm M trên Δ .

Tìm H là hình chiếu của M lên (P) .

Tìm M' đối xứng với M qua (P) .

Đường thẳng đối xứng $d: \begin{cases} \text{Qua } M' \\ \text{VTCP: } \vec{u_d} = \vec{IM'} \end{cases}$.

- Câu 1. (Chuyên Đại Học Vinh 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho $E(-1; 0; 2)$ và $F(2; 1; -5)$. Viết phương trình đường thẳng EF
- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có một vector chỉ phương $a = (4; -6; 2)$. Viết phương trình tham số của Δ
- Câu 3. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019)** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(5; 4; -1)$
- Câu 4. (Chuyên Đại học Vinh - 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho $E(-1; 0; 2)$ và $F(2; 1; -5)$. Viết phương trình đường thẳng EF
- Câu 5. (Ngô Quyền - Hải Phòng 2019)** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và có vector chỉ phương $a(1; -4; -5)$
- Câu 6. (Sở Bình Thuận 2019)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(0; -1; 4)$ và nhận vector $u = (3; -1; 5)$ làm vector chỉ phương. Viết phương trình tham số của d ?
- Câu 7. (Mã 101 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$. Viết phương trình của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P)
- Câu 8. (Mã 103 - 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$. Viết phương trình của đường thẳng qua M và vuông góc với mặt phẳng (P)
- Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + z - 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P)
- Câu 10. (SGD Bắc Ninh 2019)** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$

- Câu 11.** (Nguyễn Huệ- Ninh Bình- 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P): 2x - 5y + z - 1 = 0$ và $A(1; 2; -1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua A và vuông góc với (P)
- Câu 12.** (Mã 103 - 2020 Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 0)$, $B(1; 1; 2)$ và $C(2; 3; 1)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A và song song với BC
- Câu 13.** (Nho Quan A - Ninh Bình - 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 0; 1)$, $B(-1; -2; 0)$, $C(2; 1; -1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua C và song song với AB
- Câu 14.** (Mã 101 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Ox
- Câu 15.** (Đề Tham Khảo 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2
- Câu 16.** (Đề Tham Khảo 2021) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng vuông góc với (P) , đồng thời cắt cả d_1 và d_2
- Câu 17.** (Mã 103 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d
- Câu 18.** (Mã 123 2017) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(-1; 1; 3)$ và hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$, $\Delta': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ và Δ' .
- Câu 19.** (Kinh Môn - Hải Dương 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; -1; 3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{-1}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A , vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt thẳng d_2 .
- Câu 20.** (Hội 8 trường chuyên 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -1; 2)$ và hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - 4t \\ z = 6 + 6t \end{cases}$, $d': \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-5}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua M , vuông góc với d và d' ?

- Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) .
- Câu 22.** (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(3; -1; 5)$ và cùng song song với hai mặt phẳng $(P): x - y + z - 4 = 0$ $(Q): 2x + y + z + 4 = 0$.
- Câu 23.** (Chu Văn An - Hà Nội - 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 1 = 0$ $(\beta): 2x + y - z = 0$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$.
- Câu 24.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , song song với mặt phẳng (Oxy) và vuông góc với AB .
- Câu 25.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(1; 3; -2)$, đồng thời song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x + y - 3 = 0$ và $(Q): 2x - y + z - 3 = 0$.
- Câu 26.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{2}$, mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 5 = 0$ và điểm $A(1; 1; -2)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với d .
- Câu 27.** (SP Đồng Nai - 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 9 = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A cắt d và song song với mặt phẳng (P) .
- Câu 28.** (Đề Tham Khảo 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z-3}{4}$. Viết phương trình đường thẳng hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x + 3 = 0$.
- Câu 29.** (Đề Tham Khảo 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Viết phương trình hình chiếu vuông góc của d trên (P) .

Dạng 2. Xác định một số phương trình đường thẳng đặc biệt (phân giác, trung tuyến, giao tuyến...)

Hai đường thẳng d_1, d_2 cắt nhau tại điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_1(a_1; b_1; c_1), \vec{u}_2(a_2; b_2; c_2)$

Đường thẳng phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng này có vectơ chỉ phương được xác định theo công thức

$$\vec{u} = \frac{1}{|\vec{u}_1|} \vec{u}_1 \pm \frac{1}{|\vec{u}_2|} \vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}} (a_1; b_1; c_1) \pm \frac{1}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}} (a_2; b_2; c_2)$$

Chỉ tiết có hai phân giác:

Nếu $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 > 0 \Rightarrow \vec{u} = \frac{1}{|\vec{u}_1|} \cdot \vec{u}_1 + \frac{1}{|\vec{u}_2|} \cdot \vec{u}_2$ là vécto chỉ phương của phân

giác tạo bởi góc nhọn giữa hai đường thẳng và $\vec{u} = \frac{1}{|\vec{u}_1|} \cdot \vec{u}_1 - \frac{1}{|\vec{u}_2|} \cdot \vec{u}_2$ là vécto chỉ phương của phân
giác tạo bởi góc tù giữa hai đường thẳng.

Nếu $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 > 0 \Rightarrow \vec{u} = \frac{1}{|\vec{u}_1|} \cdot \vec{u}_1 + \frac{1}{|\vec{u}_2|} \cdot \vec{u}_2$ là vécto chỉ phương của phân

giác tạo bởi góc tù giữa hai đường thẳng và $\vec{u} = \frac{1}{|\vec{u}_1|} \cdot \vec{u}_1 - \frac{1}{|\vec{u}_2|} \cdot \vec{u}_2$ là vécto chỉ phương của phân
giác tạo bởi góc nhọn giữa hai đường thẳng.

Câu 30. (Mã 102 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -3 \\ z = 5 + 4t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1; -3; 5)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}(1; 2; -2)$. Viết phương trình đường thẳng đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(2; 2; 1), B(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3})$. Viết phương trình đường thẳng đường phân giác trong của tam giác OAB

Câu 32. (THPT Gang Thép Thái Nguyên -2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $M(1; 2; 3), A(2; 4; 4)$ và hai mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 1 = 0$, $(Q): x - 2y - z + 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M , cắt $(P), (Q)$ lần lượt tại B, C sao cho tam giác ABC cân tại A và nhận AM làm đường trung tuyến.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -3 \\ z = 5 + 4t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1; -3; 5)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}(1; 2; -2)$. Viết phương trình đường thẳng đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ

Câu 34. (THPT Ninh Bình-Bạc Liêu-2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$, điểm $A(1; 3; 2)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm của đoạn MN .

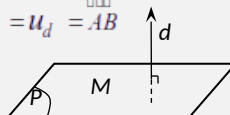
Câu 35. (Chuyên Nguyễn Trãi Hải Dương 2019) Viết phương trình đường thẳng Δ là giao của hai mặt phẳng $x + z - 5 = 0$ và $x - 2y - z + 3 = 0$

- Câu 36. (THPT Nghen - Hà Tĩnh - 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng
- $$d: \begin{cases} x=2-t \\ y=1+2t \\ z=4-2t \end{cases} \text{ và } d': \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{2}.$$
- Viết phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

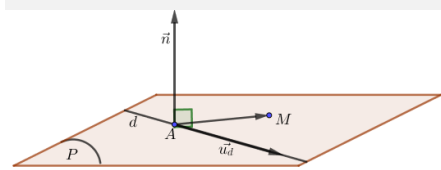
Dạng 3. Xác định phương trình mặt phẳng có yếu tố đường thẳng

Dạng 1. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với đường thẳng $d \equiv AB$.

Phương pháp.

$$(P): \begin{cases} \text{Qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTPT: } \vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = \vec{AB} \end{cases}$$


Dạng 2. Viết phương trình mặt phẳng qua M và chứa đường thẳng d với $M \notin d$.



Bước 1: Chọn điểm $A \in d$ và một VTCP $\vec{u}_d$. Tính $[\vec{AM}, \vec{u}_d]$.

Bước 2: Phương trình

$$\text{mp}(P) \begin{cases} \text{qua } M \\ \text{VTPT } \vec{n} = [\vec{AM}, \vec{u}_d] \end{cases}$$

- Câu 37. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1)** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 1; -1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$

- Câu 38. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+1}{-2}$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua M và vuông góc với Δ

- Câu 39. (Mã 123 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3; -1; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1}$?

- Câu 40. (Bắc Giang - 2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với d

- Câu 41. (Chuyên Vĩnh Phúc - 2018)** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với d .

Câu 42. (SGD&ĐT Đồng Tháp - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng (d)

Dạng 4. Bài toán liên quan điểm (hình chiếu) thuộc đường, giao điểm đường với mặt phẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Câu 43. (Thpt Vĩnh Lộc - Thanh Hóa 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $t \hat{=} i$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 2 = 0$. Tìm tọa độ của điểm A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

Câu 44. (Bến Tre 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 5 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm M của đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

Câu 45. (SGD Thái Bình - lần 1 - 2022 - 2023) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2; 3; 5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 17 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm M của (d) và trục Oz

Câu 46. (SGD Hưng Yên 22-23) Tìm hình chiếu của điểm $M(2; 0; 1)$ trên mặt phẳng $(\alpha): x + y + z = 0$.

Câu 47. (SGD Hải Dương - 2022 - 2023) Cho $A(2; 1; -1)$ và $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) . Tìm tọa độ M thuộc d sao cho $OM = \sqrt{3}$.

Câu 48. (SGD Bắc Giang - Lần 2 - 2022 - 2023) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 5; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-7}{-2}$. Tìm điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d

Câu 49. (SGD Bình Thuận - Lần 01 - 2022 - 2023) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và mặt phẳng (P)

Câu 50. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - Lần 2 - 2022 - 2023) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{2}$. Gọi M là giao điểm của (d) với mặt phẳng $(P): x + y - z - 1 = 0$. Xác định tổng hoành độ, tung độ của điểm M

Câu 51. (Chuyên KHTN - Hà Nội - Lần 1B - 2022 - 2023) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 8 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P) .

Câu 52. (SỞ GIÁO DỤC HÀ TĨNH-2022-2023) Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$; $d': \begin{cases} x = t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua $M(3; 2; 1)$, vuông góc với d và cắt d' . Tìm tọa độ giao điểm của Δ và mặt phẳng Oyz

Dạng 5. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Ta có định lý sau:

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng phân biệt Δ_1, Δ_2 lần lượt đi qua các điểm M_1, M_2 và tương ứng có u_1, u_2 là hai vector chỉ phương. Khi đó, ta có:

$$\begin{aligned}\Delta_1 // \Delta_2 &\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1, \vec{u}_2 \text{ cùng phương} \\ \vec{u}_1, \vec{M}_1 M_2 \text{ không cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = \vec{0} \\ [\vec{u}_1, \vec{M}_1 M_2] \neq \vec{0} \end{cases} \\ \Delta_1 \perp \Delta_2 &\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1, \vec{u}_2 \text{ không cùng phương} \\ \vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{M}_1 M_2 \text{ cùng phẳng} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq \vec{0} \\ [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{M}_1 M_2 = 0 \end{cases} \\ \Delta_1 \text{ và } \Delta_2 \text{ chéo nhau} &\Leftrightarrow [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{M}_1 M_2 \neq 0. \end{aligned}$$

Câu 53. (SGD Cần Thơ - Lần 01 - 2022 - 2023) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x+y-2z+5=0$ và điểm $A(1; -1; 2)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A , cắt d và (P) lần lượt tại M, N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN . Biết Δ có một vector chỉ phương $u=(a; b; 4)$, tính giá trị của $a+b$.

Câu 54. (THPT Kiến Thụy – Hải Phòng – 2022 – 2023) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$, điểm $I(1; 3; 2)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng MN .

Câu 55. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng:
a) Chứng minh rằng $d // d'$.

b) Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d và d' .

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng:
Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng d và d' .

Câu 57. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 trong mỗi trường hợp sau:

a) $\Delta_1: \begin{cases} x = -2 + 3t_1 \\ y = 4 + 6t_1 \\ z = -1 - 12t_1 \end{cases}, \Delta_2: \begin{cases} x = 5 - t_2 \\ y = -1 - 2t_2 \\ z = 3 + 4t_2 \end{cases} (t_1, t_2 \text{ là tham số})$

b) $\Delta_1: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+4}{3}, \Delta_2: \frac{x-6}{-5} = \frac{y+5}{4} = \frac{z+5}{7};$

$$\Delta_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z}{3}, \Delta_2: \begin{cases} x = -11 + 5t \\ y = -2 + 3t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \quad (t \text{ là tham số}).$$

Câu 58. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 trong mỗi trường hợp sau:

$$\text{a) } \Delta_1: \frac{x+7}{5} = \frac{y-1}{-7} = \frac{z+2}{-2} \quad \text{và} \quad \Delta_2: \begin{cases} x = -5 - 3t \\ y = -10 - 4t \\ z = 3 + 7t \end{cases} \quad (t \text{ là tham số});$$

$$\text{b) } \Delta_1: \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 1 - t \\ z = 3t \end{cases} \quad (t \text{ là tham số}) \quad \text{và} \quad \Delta_2: \frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{5} = \frac{z-1}{-6}$$

$$\text{c) } \Delta_1: \frac{x}{3} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-1}{-3} \quad \text{và} \quad \Delta_2: \frac{x-1}{-6} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-1}{6}.$$

Câu 59. Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng d và d' trong mỗi trường hợp sau:

$$\text{a) } d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 + 2t \\ z = 4 + 2t \end{cases} \quad \text{và} \quad d': \begin{cases} x = 8 + 9t' \\ y = 7 + 6t' \\ z = 8 + 6t' \end{cases}$$

$$\text{b) } d: \frac{x}{4} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{2} \quad \text{và} \quad d': \frac{x-5}{8} = \frac{y-5}{6} = \frac{z-3}{4};$$

$$\text{d) } d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-2}{3} \quad \text{và} \quad d': \begin{cases} x = 5 \\ y = 7 + 2t \\ z = 5 - t \end{cases}$$

Câu 60. Xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng d và d' trong mỗi trường hợp sau:

$$\text{a) } d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad \text{và} \quad d': \begin{cases} x = 2 + 2t' \\ y = 7 + 6t' \\ z = -1 - 2t' \end{cases}$$

$$\text{b) } d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{1} \quad \text{và} \quad d': \frac{x}{4} = \frac{y}{6} = \frac{z}{2};$$

$$\text{c) } d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - t \end{cases} \quad \text{và} \quad d': \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{1}$$

$$\text{d) } d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1} \quad \text{và} \quad d': \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + t \\ z = 7 \end{cases}$$

Dạng 6. Bài toán liên quan khoảng cách, góc

1. Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng – Khoảng cách giữa hai đường thẳng

▮ **Khoảng cách từ điểm M đến một đường thẳng d qua điểm M_0 có véc tơ chỉ phương u_d được**

$$d(M, d) = \frac{\left| \overrightarrow{MM_0} \cdot u_d \right|}{|u_d|}.$$

xác định bởi công thức

Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

▮ **Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau:** d đi qua điểm M và có véc tơ chỉ phương

$$d(d, d') = \frac{\left| \overrightarrow{u, u'} \cdot \overrightarrow{MM'} \right|}{|u, u'|}.$$

u và d' đi qua điểm M' và có véc tơ chỉ phương u' là

2. Góc giữa hai đường thẳng

Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 có véc tơ chỉ phương $u_1 = (a_1; b_1; c_1)$ và $u_2 = (a_2; b_2; c_2)$.

$$\cos(d_1; d_2) = \cos \alpha = \frac{|\overrightarrow{u_1} \cdot \overrightarrow{u_2}|}{|u_1| \cdot |u_2|} = \frac{|a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$$

với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

3. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Góc giữa đường thẳng d có véc tơ chỉ phương $u_d = (a; b; c)$ và mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến $n_{(P)} = (A; B; C)$ được xác định bởi công thức:

$$\sin \alpha = \left| \cos(n_{(P)}; u_d) \right| = \frac{|\overrightarrow{u_d} \cdot \overrightarrow{n_{(P)}}|}{|u_d| \cdot |n_{(P)}|} = \frac{|aA + bB + cC|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

Câu 61. (Đề Tham Khảo 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 1 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và (P) .

Câu 62. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -\sqrt{3}x + y + 1 = 0$. Tính góc tạo bởi (P) với trục Ox ?

Câu 63. (Chuyên Hạ Long - Lần 2 - 2022-2023) Trong không gian có hệ trục $Oxyz$, đường thẳng (d) có phương trình: $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và mặt phẳng $(\Delta): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Góc giữa (d) và (Δ) bằng α . Tính $\sin \alpha$.

Câu 64. (Chuyên Biên Hòa - Hà Nam - Lần 2 - 2022 - 2023) Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): \frac{x-2}{3} + \frac{y-1}{2} + \frac{z-4}{-6} = 1$ và $(Q): x + 2y + 3z + 7 = 0$. Tính tang góc tạo bởi hai mặt phẳng đã cho.

Câu 65. (SGD Vĩnh Phúc - Lần 02 - Năm 2022 - 2023) Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách giữa

đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 1 = 0$

Câu 66. (THPT-Thị Xã Quảng Trị-Lần 1-2022 2023) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y - 2z + 2 = 0$ và hai điểm $A(2;0;1)$, $B(1;1;2)$. Gọi d là đường thẳng nằm trong (α) và cắt đường thẳng AB , thỏa mãn góc giữa hai đường thẳng AB và d bằng góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (α) . Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d

Câu 67. Tính góc giữa hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 trong mỗi trường hợp sau (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ nếu cần):

a) $\Delta_1: \begin{cases} x = 3 + 2t_1 \\ y = -2 + t_1 \\ z = 0 \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 7 + t_2 \\ y = -3 - t_2 \\ z = 2t_2 \end{cases}$ (t_1, t_2 là tham số);

b) $\Delta_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 5 - 2t \\ z = 7 - 2t \end{cases}$ (t là tham số) và $\Delta_2: \frac{x+4}{2} = \frac{y+6}{2} = \frac{z-10}{-1}$;

c) $\Delta_1: \frac{x+1}{-1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-5}{-3}$ và $\Delta_2: \frac{x}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{-1}$.

Câu 68. Tính góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) trong mỗi trường hợp sau (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ):

a) $\Delta: \begin{cases} x = 18 - \sqrt{3}t \\ y = 11 \\ z = 5 + t \end{cases}$ (t là tham số) và $(P): x - \sqrt{3}y - z - 3 = 0$;

b) $\Delta: \frac{x-8}{2} = \frac{y-7}{-3} = \frac{z-6}{3}$ và $(P): 3x - 4y + 5z - 6 = 0$.

Câu 69. Tính góc giữa hai mặt phẳng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ):
 $(P_1): 5x + 12y - 13z + 14 = 0$ và $(P_2): 3x + 4y + 5z - 6 = 0$.

Câu 70. Tính góc α trong mỗi trường hợp sau:

a) α là góc giữa hai vectơ $a = (1; 2; -1)$ và $b = (2; 1; 9)$;

b) α là góc giữa hai đường thẳng

$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-5}{1}$ và $d': \frac{x+7}{3} = \frac{y-9}{1} = \frac{z-1}{2}$;

c) α là góc giữa hai mặt phẳng $(P): \sqrt{3}x + z + 9 = 0$ và $(Q): \sqrt{3}x - z + 4 = 0$;

d) α là góc giữa đường thẳng $d: \frac{x+4}{1} = \frac{y-7}{2} = \frac{z-5}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 11 = 0$.

Câu 71. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ đứng $OBC.O'B'C'$ với $O(0;0;0), B(3;0;0), C(0;2;0), O'(0;0;4)$.

a) Tính góc α giữa hai đường thẳng BO' và $B'C'$.

b) Tính góc β giữa đường thẳng $B'C$ và mặt phẳng $(O'BC)$.

Câu 72. Tính góc α trong mỗi trường hợp sau:

a) α là góc giữa hai vector $a = (1; 1; -1)$ và $b = (5; 2; 7)$.

$$d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2-\sqrt{3}t \\ z=5 \end{cases} \quad d': \begin{cases} x=1-\sqrt{3}t' \\ y=7+t' \\ z=9 \end{cases}$$

b) α là góc giữa hai đường thẳng

và

c) α là góc giữa hai mặt phẳng $(P): 4x + 2y - z + 9 = 0$ và $(Q): x + y + 6z - 11 = 0$.

d) α là góc giữa đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + y - z + 99 = 0$.

Câu 73. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 4. Mặt bên SAB là tam giác cân tại S có chiều cao bằng 6 và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy.

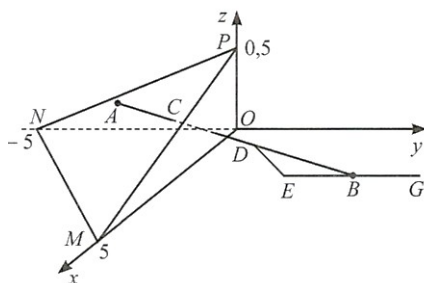
a) Tính góc α giữa hai đường thẳng SD và BC ;

b) Tính góc β giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SCD) .

Dạng 7. Một số ứng dụng của phương trình đường thẳng trong thực tiễn

Tương tự như phương trình mặt phẳng, phương trình đường thẳng có nhiều ứng dụng trong thực tiễn.

Câu 74. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí $A(3, 5, -2; 0, 4)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(3, 5, 5, 5; 0)$ trên đường băng EG .



a) Lập phương trình đường thẳng AB .

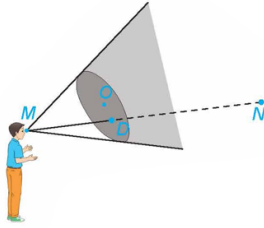
b) Hãy cho biết góc trượt (góc giữa đường bay AB và mặt phẳng nằm ngang (Oxy)) có nằm trong phạm vi cho phép từ $2,5^\circ$ đến $3,5^\circ$ hay không.

c) Có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(5; 0; 0), N(0; -5; 0), P(0; 0; 5)$. Tìm tọa độ của điểm C là vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh.

d) Tìm tọa độ của điểm D trên đoạn thẳng AB là vị trí mà máy bay ở độ cao 120 m.

e) Theo quy định an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm đầu $E(3,5; 4,5; 0)$ của đường băng ở độ cao tối thiểu là 120 m. Hỏi sau khi ra khỏi đám mây, người phi công có đạt được quy định an toàn đó hay không? Biết rằng tầm nhìn của người phi công sau khi ra khỏi đám mây là 900 m

Câu 75. Trong tình huống mở đầu hãy thực hiện các bước sau và trả lời câu hỏi đã được nêu ra.



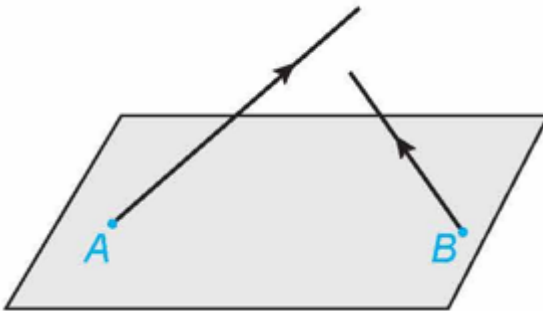
- Viết phương trình tham số của đường thẳng MN .
- Tính tọa độ giao điểm D của đường thẳng MN với mặt phẳng Oxy .
- Hỏi điểm D có nằm giữa hai điểm M và N hay không?

Câu 76. Tại một nút giao thông có hai con đường. Trên thiết kế, trong không gian $Oxyz$, hai con đường đó tương ứng thuộc hai đường thẳng:

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 0 \end{cases}, \Delta_2 : \begin{cases} x = 1 - 2s \\ y = 2s \\ z = 1. \end{cases}$$

Hỏi hai con đường trên có vuông góc với nhau hay không?

Câu 77. Trong không gian $Oxyz$, có hai vật thể lần lượt xuất phát từ $A(1; 2; 0)$ và $B(3; 5; 0)$ với vận tốc không đổi tương ứng là $v_1 = (2; 1; 3)$, $v_2 = (1; 2; 1)$. Hỏi trong quá trình chuyển động, hai vật thể trên có va chạm vào nhau hay không?



Câu 78. Tại một nút giao thông có hai con đường. Trên thiết kế, trong không gian $Oxyz$, hai con đường đó thuộc hai đường thẳng lần lượt có phương trình:

$$\Delta_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{3} \text{ và } \Delta_2 : \frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}.$$

- Hai con đường trên có vuông góc với nhau hay không?
- Nút giao thông trên có phải là nút giao thông khác mức hay không?

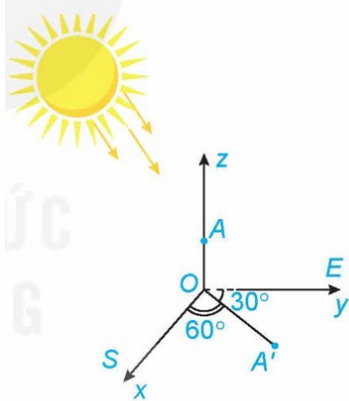


Câu 79. Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(1; 3; 4)$ và trong 3 giây, đầu đạn đi với vận tốc không đổi; vectơ vận tốc (trên giây) là $\mathbf{v} = (2; 1; 6)$. Hỏi viên đạn trên có bắn trúng mục tiêu trong mỗi tình huống sau hay không?

a) Mục tiêu đặt tại điểm $M\left(7; \frac{7}{2}; 21\right)$.

b) Mục tiêu đặt tại điểm $N(-3; 1; -8)$.

Câu 80. Trên mặt đất phẳng, người ta dựng một cây cột thẳng cao $6m$ vuông góc với mặt đất, có chân cột đặt tại vị trí O trên mặt đất. Tại một thời điểm, dưới ánh nắng mặt trời, bóng của đỉnh cột dưới mặt đất cách chân cột $3m$ về hướng $S60^\circ E$ (hướng tạo với hướng nam góc 60° và tạo với hướng đông góc 30°). Chọn hệ trục $Oxyz$ có gốc tọa độ là O , tia Ox chỉ hướng nam, tia Oy chỉ hướng đông, tia Oz chứa cây cột, đơn vị đo là mét. Hãy viết phương trình đường thẳng chứa tia nắng mặt trời đi qua đỉnh cột tại thời điểm đang xét.



Câu 81. Một mô hình cầu treo được thiết kế trong không gian $Oxyz$ như Hình. Viết phương trình tham số của làn đường d đi qua hai điểm $M(4; 3; 20)$ và $N(4; 1000; 20)$.



Câu 82. Trên một máy khoan bàn đã thiết lập sẵn một hệ tọa độ. Nêu nhận xét về vị trí giữa trục d của mũi khoan và trục d' của giá đỡ có phương trình lần lượt là:

$$d: \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1+t \end{cases} \quad \text{và} \quad d': \begin{cases} x=10 \\ y=20 \\ z=5+5t' \end{cases}.$$



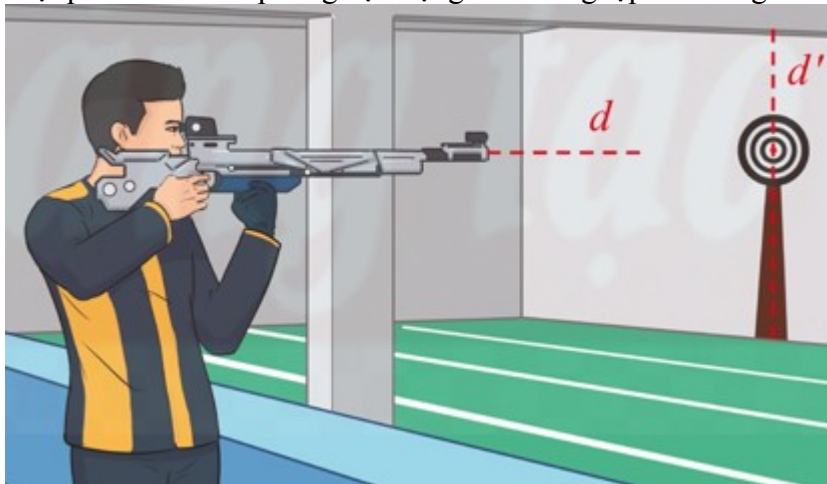
Câu 83. Trên phần mềm thiết kế chiếc cầu treo, cho đường thẳng d trên trụ cầu và đường thẳng d' trên sàn cầu có phương trình lần lượt là:

$$d: \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=50+t \end{cases} \quad \text{và} \quad d': \begin{cases} x=20 \\ y=t' \\ z=50 \end{cases}$$

Xét vị trí tương đối giữa d và d' .



Câu 84. Một phần mềm mô phỏng vận động viên đang tập bắn súng trong không gian $Oxyz$.



Cho biết trục d của nòng súng và cọc đỡ bia d' có phương trình lần lượt là:

$$d: \begin{cases} x=t \\ y=20 \\ z=9 \end{cases} \quad \text{và} \quad d': \begin{cases} x=10 \\ y=20 \\ z=1+3t' \end{cases}$$

Xét vị trí tương đối giữa d và d' , chúng có vuông góc với nhau không?

Câu 85. Trong không gian $Oxyz$, một xe tải có chiều cao bằng 1, di chuyển trên mặt phẳng (Oxy) và cần

$$\Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=-1+2t \\ z=2 \end{cases}$$

chui qua gầm của một cây cầu. Cây cầu đó thuộc đường thẳng

Hỏi chiều cao của

gầm cầu có đủ để xe tải chui qua hay không?

Câu 86. Trong không gian $Oxyz$, một người ở trong một căn phòng, mắt người đặt tại vị trí $A(1; 2; 3)$, nhìn ra ngoài khu vườn qua một khung cửa sổ có dạng hình tròn tâm $O(0; 0; 0)$, bán kính 2 và thuộc mặt phẳng (Oyz) . Hỏi qua khung cửa sổ, người đó có nhìn thấy bông hoa ở vị trí $M(-2; 1; 1)$ hay không?