|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO** | **ĐỀ KIỂM TRA ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH NĂM HỌC 2023 - 2024**  **Môn: Toán**  **Ngày kiểm tra: 14/10/2023**  *Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đề*  *(Đề thi có 01 trang, gồm 05 câu)* |

**Câu I. *(4,0 điểm)***

1. Cho biểu thức:

Rút gọn M và tìm giá trị của x để M >1

2. Cho x, y là các số thực thỏa mãn điều kiện 

Tính giá trị của biểu thức 

**Câu II. *(4,0 điểm)***

**1.** Giải phương trình .

**2.** Giải hệ phương trình 

**Câu III. *(4,0 điểm)***

**1.** Giải phương trình nghiệm nguyên: 

**2.** Có bao nhiêu số tự nhiên  không vượt quá 2023 thỏa mãn  chia hết cho 6.

**Câu IV. *( 6,0 điểm)***

Cho đường tròn  đường kính  Gọi  là điểm thỏa mãn tam giác  nhọn. Các đường thẳng  cắt đường tròn  tại điểm thứ hai tương ứng là  Trên cung  của  không chứa  lấy điểm  (). Đường thẳng  cắt  tại  và cắt đường tròn  ngoại tiếp tam giác  tại  ( không trùng với ).

**a)** Chứng minh 

**b)** Chứng minh 

**c)** Gọi  theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của  trên các đường thẳng  Các đường thẳng  và  cắt nhau tại  Chứng minh và tìm vị trí của điểm  để biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu V. *(2,0 điểm)***

Cho các số dương *x, y, z*  thỏa mãn điều kiện: *.*

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: 

**--- HẾT---**

Họ và tên thí sinh:………………………….Số báo danh:..............................................

Người coi thi số 1………………………………Người coi thi số 2……………..........................

**HƯỚNG DẪN CHẤM**

(*Hướng dẫn chấm gồm 06 trang*)

| **Câu** | **Lới giải** | **Điểm** |
| --- | --- | --- |
| **I.**  **(3,0 điểm)** | 1. Cho biểu thức:  Rút gọn M và tìm giá trị của x để M >1 | **2,0** |
| Điều kiện với | 0,25  0.5  0.5 |
| Vậy M= với  M>1  . Vậy M>1 khi 1<x<4 và x | 0,25  0,5 |
| 2. Cho x, y là các số thực thỏa mãn điều kiện  Tính giá trị của biểu thức | **2,0** |
| Ta có:        Ta lại có    Do đó | 0,5  0,5  0.5  0,5 |
| **II.**  **(4,0 điểm)** | **1.** Giải phương trình .(1) | **2,0** |
| Điều kiện | 0,25 |
| Có  nên  vì | 0,25 |
|  | 0,25 |
| Đặt  ta được phương trình | 0,5 |
| (vô nghiệm) | 0,25 |
| (thỏa mãn điều kiện)  Vậy pt có 2 nghiệm | 0,5 |
| **2.** Giải hệ phương trình | **2,0** |
| Điều kiện | 0,25 |
|  | 0,5 |
| vô nghiệm  vì | 0,5 |
| thay vào  ta được | 0,5 |
| Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất | 0,25 |
| **III. (4,0 điểm)** | 1.Giải phương trình nghiệm nguyên: | **2đ** |
| Ta có:  (\*)  Nếu x > 0 thì  suy ra  không là số chính phương nên không tồn tại số nguyên x,y thỏa mãn (\*).  Nếu x <-1 thì  suy ra  không là số chính phương nên không tồn tại số nguyên x,y thỏa mãn (\*).  Nếu x =-1 hoặc x = 0 thì từ (\*) suy ra  Vậy phương trình có nghiệm nguyên: | 0,5  0,5  0,75  0,25 |
| 2. Có bao nhiêu số tự nhiên  không vượt quá 2023 thỏa mãn  chia hết cho 6. | **2,0** |
| Đặt . Khi đó  chia hết cho 6 khi  chia hết cho 6. | 0,25 |
| Nếu  chẵn thì  lẻ, do đó  không chia hết cho 6. Suy ra | 0,5 |
| Với  không chia hết cho 6.  Với . không chia hết cho 6.  Với  chia hết cho 6. | 0,5 |
| Suy ra Mà  Vậy có tất cả 337 số tự nhiên  thỏa mãn đề bài. | 0,5  0,25 |
| **V. (7,0 điểm)** | Cho đường tròn  đường kính  Gọi  là điểm thỏa mãn tam giác  nhọn. Các đường thẳng  cắt đường tròn  tại điểm thứ hai tương ứng là  Trên cung  của  không chứa  lấy điểm  (). Đường thẳng  cắt  tại và cắt đường tròn  ngoại tiếp tam giác  tại  ( không trùng với ). |  |
| **a)** Chứng minh | **2,0** |
|  |  |
| Ta chứng minh được là 2 tam giác vuông đồng dạng( g.g) | 1 |
| (c.g.c) | 1 |
| **b)** Chứng minh | **2** |
| Theo câu a)  (1)  Mà dễ thấy ( kéo dài DO’ và dùng tính chất góc ngoài tam giác)  Tương tự nên (2)  Từ (1) và (2) suy ra:  Hay | 0,5  0,5  0,5 |
| Xét  và có: vàchung  Suy ra (g.g) (Đpcm) | 0,5 |
| **c)** Gọi  theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của  trên các đường thẳng  Các đường thẳng  và  cắt nhau tại  Chứng minh và tìm vị trí của điểm  để biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất. | **2** |
| Gọi J là giao điểm của FI và BH; Q là giao điểm của HK và AF. Ta chứng minh được  Dễ thấy ( góc có cạnh tương ứng vuông góc)  Và( So le trong, do FI//KD)  (g.g)  . Mà ( đối đỉnh)  và ( Do )  . Hay(\*)  Xét tứ giác BDAF có tông 4 góc bằng 3600. Mà dễ thấy  Suy ra: Mà ( kề bù)  Hay(\*\*)  Từ (\*) và (\*\*) suy ra (g.g) | 0,25  0,25  0,25  0,25 |
| Xét  và có  Và ta chứng minh được ( )  (1) | 0,25 |
| Tương tự tam giác IDF đồng dạng với tam giác HAF | 0,25 |
| Mà  nên:(2)  Từ (1) , (2) hay:    Mà suy ra: | 0,25 |
| Vậy  nên  nhỏ nhất khi  lớn nhất khi là trung điểm cung | 0,25 |
| **VI. (2,0 điểm)** | Cho các số dương *x, y, z*  thỏa mãn điều kiện: *.*  Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: . |  |
| Ta có  .  Tương tự , .  Vậy 2F  Dấu bằng xảy ra khi *x = y = z* =. Vậy giá trị nhỏ nhất của F là |  |
| 0,5  0,5  0,5  0,5 |