

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HÓA
TRƯỜNG THPT HẠ LỘC I

.....✪.....

SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

MỘT SỐ DẠNG BÀI TẬP
TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT
KHI LUYỆN TẬP CHỦ ĐỀ PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG
TRONG HỆ TRỤC OXY

Người thực hiện:: Mai Thị Hà
Chức vụ: Giáo viên
Sáng kiến thuộc lĩnh vực: Toán học

THANH HÓA NĂM 2016

A. Đặt vấn đề

I. Lời mở đầu

Trong chương trình hình học 10, đường thẳng là một phạm trù kiến thức cơ bản và quan trọng xuyên suốt trong toàn bộ chương trình. Khái niệm về phương pháp tọa độ trong mặt phẳng được trình bày và xây dựng trên khái niệm vector, điều đó có nghĩa là vector và phương pháp tọa độ trong không gian có mối quan hệ mật thiết với nhau. Tuy nhiên học sinh không dễ dàng tiếp cận được khái niệm này, đa số các em đều không nhận thấy được mối quan hệ giữa các khái niệm trên. Các em thường gặp khó khăn trong khi giải các bài toán tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất về đường thẳng trong hình học tọa độ trong mặt phẳng, đặc biệt là sử dụng các kiến thức về đường thẳng vào giải bài toán về tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hình học tọa độ trong mặt phẳng.

Trong thực tế dạy học môn toán ở trường trung học phổ thông, việc làm cho học sinh nắm vững các kiến thức về đường thẳng và vận dụng vào giải các bài toán về tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hình học tọa độ trong mặt phẳng là một vấn đề quan trọng. Do đó để nâng cao chất lượng dạy và học, đáp ứng nhu cầu đổi mới giáo dục tôi đã quyết định lấy đề tài: ‘Giải một số bài toán về tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất về đường thẳng trong mặt phẳng’. Mong rằng đề tài này sẽ giúp học sinh học tốt hơn, toạ hứng thu và say mê cho học sinh đối với việc học môn toán.

II. Thực trạng của vấn đề nghiên cứu:

1. Thực trạng:

Toán học là môn học khó, khi học sinh tiếp cận bài học và vận dụng lý thuyết vào giải bài tập thì đòi hỏi học sinh cần phải có sự linh hoạt, hiểu rõ bản chất của kiến thức trong từng trường hợp của chương trình. Kiến thức về đường thẳng là một mảng kiến thức rộng trong toán học nhưng các dạng toán vận dụng kiến thức về đường thẳng vào giải các bài toán về tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hình học tọa độ trong mặt phẳng thì không nhiều. Do đó sẽ không đáp ứng được yêu cầu học tập và rèn luyện của học sinh. Khi gặp các dạng toán này học sinh không biết nên xoay sở thế nào để tìm ra cách giải, dẫn đến làm cho học sinh chán nản, không muốn tự mình tìm tòi và suy luận ra cách giải.

Chính vì vậy vấn đề đặt ra trong mỗi tiết dạy về tìm GTLN, GTNN liên quan đến đường thẳng hay phương pháp tọa độ trong mặt phẳng thì giáo viên cần phải khắc sâu cho học sinh các kiến thức trọng tâm, giúp học sinh nắm vững các kiến thức cơ bản và hiểu được mối quan hệ giữa đường thẳng với phương pháp tọa độ trong mặt phẳng. Do đó trong các tiết học giáo viên nên đưa ra nhiều dạng bài tập và định hướng phương pháp giải để học sinh có thể tự tìm tòi suy luận và tìm ra cách giải các bài toán để tiết học được phong phú và đạt hiệu quả cao hơn.

2. Kết quả, hiệu quả của thực trạng trên:

Từ thực trạng trên, tôi thấy cần thiết phải giúp học sinh biết vận dụng kiến thức về đường thẳng vào giải các bài toán về tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hình học tọa độ trong mặt phẳng. Bởi vậy tôi đã mạnh dạn đưa ra phương pháp

hướng dẫn học sinh vận dụng các kiến thức đường thẳng vào giải bài toán về tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hình học tọa độ trong mặt phẳng với mong muốn học sinh nắm được hệ thống kiến thức cơ bản vững chắc về đường thẳng, về phương pháp tọa độ trong mặt phẳng, biết vận dụng các kiến thức về đường thẳng vào giải toán hình học nói chung và giải bài toán về tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hình học tọa độ trong mặt phẳng nói riêng.

B. Giải quyết vấn đề.

I. Các biện pháp thực hiện.

1. Cách thức thực hiện:

Do thời gian dạy học trên lớp còn hạn chế, nên để áp dụng nội dung này thì giáo viên cần phải:

- Cung cấp đầy đủ các kiến thức cơ bản cho học sinh.
- Phải lựa chọn các kiến thức đưa ra cho học sinh, dự đoán được các tình huống xảy ra trong từng tiết học để học sinh chủ động tiếp thu kiến thức.
- Chọn phương pháp dạy học, phương tiện phù hợp với nội dung bài.
- Khắc sâu kiến thức kết hợp với luyện tập, ngoài ra phải đưa ra bài tập tự giải đưa ra bài tập tự giải cho học sinh tự giác làm.
- Tham khảo ý kiến của đồng nghiệp, của học sinh để chọn lựa phương pháp truyền đạt kiến thức phù hợp.

2. Phương pháp vận dụng các kiến thức vectơ vào việc giải bài toán về tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hình học tọa độ trong không gian.

Dạng 1:

Bài toán:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho 2 điểm $A(a; b)$; $B(a'; b')$ và đường thẳng (d): $ax + by + c = 0$. Tìm tọa độ điểm E thuộc (d) sao cho $|m\overrightarrow{EA} + n\overrightarrow{EB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Phương pháp giải:

- + Tìm tọa độ điểm P sao cho $m\overrightarrow{PA} + n\overrightarrow{PB} = \vec{0}$.
- + Tìm mối liên quan giữa điểm E và điểm P vừa tìm được.
- + Tìm tọa độ điểm E thỏa mãn điều kiện bài toán.

Chú ý: Bài toán trên còn được mở rộng với 3 điểm A, B, C hoặc 4 điểm A, B, C, D thì ta cũng có phương pháp giải tương tự như trên.

Bài tập áp dụng:

Bài 1:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(1; -2)$, $B(0; 3)$ và đường thẳng (d) có phương trình: $x - y + 1 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng (d) sao cho: $|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải:

Gọi E (a; b) là điểm sao cho $2\overrightarrow{EA} - \overrightarrow{EB} = \vec{0}$.

Ta có: $\overrightarrow{EA} = (1 - a; -2 - b)$

$$\overrightarrow{EB} = (-a; 3-b)$$

$$2\overrightarrow{EA} - \overrightarrow{EB} = (2-a; -7-b)$$

$$\overrightarrow{EA} + 2\overrightarrow{EB} = \vec{0} \text{ khi } \begin{cases} 2-a=0 \\ -7-b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-7 \end{cases} \Rightarrow E(2; -7)$$

$$\text{Khi đó: } |2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{ME} + 2\overrightarrow{EA} - \overrightarrow{EB}| = |\overrightarrow{ME}|$$

$|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $|\overrightarrow{ME}|$ đạt giá trị nhỏ nhất tức M là giao điểm của đường thẳng đi qua E vuông góc với đường thẳng (d) và đường thẳng (d).

Gọi (d') là đường thẳng đi qua E và vuông góc với đường thẳng (d). (d') có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{d'} = \vec{n}_d = (1; -1)$ và đi qua E(2; -7) do đó (d') có phương trình tham số: $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -7 - t \end{cases}$

Tọa độ điểm M là giao điểm của (d) và (d'). Nên gọi M(t+2; -t-7). M thuộc mặt phẳng (d) nên ta có:

$$t+2 - (-t-7) + 1 = 0 \text{ suy ra } t = -5 \text{ hay } M(-3; -2)$$

$$\text{Khi đó } |2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{ME}| = \sqrt{(-3-2)^2 + (-2+7)^2} = 5\sqrt{2}$$

Bài 2:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm A(-1; -1), B(1; 0) và đường thẳng (d) có phương trình $x + y + 1 = 0$.

Tìm tọa độ điểm M thuộc (d) sao cho $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải:

Gọi E(a; b) là điểm sao cho $\overrightarrow{EA} + 2\overrightarrow{EB} = \vec{0}$.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{EA} = (-1-a; -1-b)$$

$$\overrightarrow{EB} = (1-a; -b)$$

$$\overrightarrow{EA} + 2\overrightarrow{EB} = (1-3a; -1-3b)$$

$$\overrightarrow{EA} + 2\overrightarrow{EB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-3a=0 \\ -1-3b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{3} \\ b=-\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow E(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3})$$

$$\text{Khi đó: } |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| = |3\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EA} + 2\overrightarrow{EB}| = 3|\overrightarrow{ME}|$$

$|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $|\overrightarrow{ME}|$ đạt giá trị nhỏ nhất tức M là giao điểm của đường thẳng đi qua E vuông góc với đường thẳng (d) và đường thẳng (d).

Gọi (d') là đường thẳng đi qua điểm E và vuông góc với đường thẳng (d). (d') có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_{d'} = (1; 1)$ và đi qua điểm E($\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}$). Phương trình tham số của đường thẳng (d') là:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{3} + t \\ y = -\frac{1}{3} + t \end{cases}$$

Khi đó: M là giao điểm của (d) và (d') nên

Gọi tọa độ M($\frac{1}{3} + t; -\frac{1}{3} + t$). M thuộc (d) do đó ta có:

$$\frac{1}{3} + t + (-\frac{1}{3} + t) + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2} \text{ suy ra } M(-\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}).$$

$$\text{Khi đó: } |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| = 3|\overrightarrow{ME}| = 3\sqrt{(-\frac{1}{6} - \frac{1}{3})^2 + (-\frac{5}{6} + \frac{1}{3})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Bài 3:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm A(3; -1), B(1; 4), C(-2; -5) và đường thẳng (d) có phương trình $x - 3y + 2 = 0$.

Tìm tọa độ điểm M thuộc (d) sao cho $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải:

Gọi E(a; b) là điểm sao cho $\overrightarrow{EA} + 2\overrightarrow{EB} - 2\overrightarrow{EC} = \vec{0}$.

Ta có: $\overrightarrow{EA} = (3 - a; -1 - b)$

$$\overrightarrow{EB} = (1 - a; 4 - b)$$

$$\overrightarrow{EC} = (-2 - a; -5 - b)$$

$$\overrightarrow{EA} + 2\overrightarrow{EB} - 2\overrightarrow{EC} = (9 - a; 17 - b)$$

$$\overrightarrow{EA} + 2\overrightarrow{EB} - 2\overrightarrow{EC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - a = 0 \\ 17 - b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 9 \\ b = 17 \end{cases} \Rightarrow E(9; 17)$$

Khi đó: $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EA} + 2\overrightarrow{EB} - 2\overrightarrow{EC}| = |\overrightarrow{ME}|$

$|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $|\overrightarrow{ME}|$ đạt giá trị nhỏ nhất tức M là giao điểm của đường thẳng đi qua E vuông góc với (d) và đường thẳng (d).

Gọi (d') là đường thẳng đi qua điểm E và vuông góc với đường thẳng (d). (d') có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_{d'} = (1; -3)$ và đi qua điểm E(9; 17). Phương trình tham số của đường thẳng (d') là: $\begin{cases} x = 9 + t \\ y = 17 - 3t \end{cases}$

Khi đó: M là giao điểm của (d) và (d') nên

Gọi tọa độ M(9 + t; 17 - 3t). M thuộc (d) do đó ta có:

$$9 + t - 3(17 - 3t) + 2 = 0 \Leftrightarrow t = 4 \text{ suy ra } M(13; 5).$$

$$\text{Khi đó: } |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{ME}| = \sqrt{(9 - 13)^2 + (17 - 5)^2} = 4\sqrt{10}$$

Bài tập đề nghị:**Bài 1:**

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho A(-1; 2), B(1; 6) và đường thẳng (d) có phương trình $5x - 2y + 2 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng (d) sao cho: $|3\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 2:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm A(0; 1), B(-5; 6), C(1; 1) và đường thẳng (d) có phương trình: $\frac{x-9}{1} = \frac{y-7}{-1}$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng (d) sao cho: $|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Dạng 2:**Bài toán:**

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho 3 điểm A(a; b), B(c; d), C(u; r) và đường thẳng (d) có phương trình $Ax + By + C = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (d) sao cho: $mMA^2 + nMB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất hoặc đạt giá trị lớn nhất.

Phương pháp giải:

+ Tìm tọa độ điểm P sao cho $m\overrightarrow{PA} + n\overrightarrow{PB} = \vec{0}$.

- + Tìm mối liên quan giữa điểm M và điểm P vừa tìm được.
- + Tìm tọa độ điểm E thỏa mãn điều kiện bài toán.

Chú ý: Bài toán trên còn được mở rộng với 3 điểm A, B, C hoặc 4 điểm A, B, C, D thì ta cũng có phương pháp giải tương tự như trên.

Bài tập áp dụng:

Bài 1:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình: $x + y - 3 = 0$ và 2 điểm A(3; 0), B(1; - 6). Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng (d) sao cho :

- a) $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- b) $MA^2 - 2MB^2$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải:

a) Gọi E(a; b) là điểm sao cho $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} = \vec{0}$. Khi đó E là trung điểm của AB nên tọa độ điểm E(2; - 3). Ta có:

$$\begin{aligned} MA^2 + MB^2 &= \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 = (\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EA})^2 + (\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EB})^2 \\ &= 2\overrightarrow{ME}^2 + \overrightarrow{EA}^2 + \overrightarrow{EB}^2 + 2\overrightarrow{ME}(\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB}) = 2ME^2 + EA^2 + EB^2 \end{aligned}$$

$MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi ME đạt giá trị nhỏ nhất tức M là giao điểm của đường thẳng đi qua E vuông góc với (d) và đường thẳng (d).

Gọi (d') là đường thẳng đi qua E và vuông góc với (d). (d') có vector chỉ phương là $\overrightarrow{u_{d'}} = (1; 1)$. Do đó (d') có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + t \end{cases}$. M là giao điểm của (d) và (d') nên gọi tọa độ của M(2 + t; - 3 + t), mà M thuộc (d) nên ta có phương trình:

$$2 + t - 3 + t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \text{ hay } M(4; -1).$$

$$\text{Khi đó: } MA^2 + MB^2 = 2ME^2 + EA^2 + EB^2 = 2.(2^2 + 2^2) + (1^2 + 3^2) + (1^2 + 3^2) = 36.$$

b) Gọi E(a; b) là điểm sao cho $\overrightarrow{EA} - 2\overrightarrow{EB} = \vec{0}$. Khi đó E là trung điểm của EA nên tọa độ điểm E(- 1; - 12). Khi đó:

$$\begin{aligned} MA^2 - 2MB^2 &= \overrightarrow{MA}^2 - 2\overrightarrow{MB}^2 = (\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EA})^2 - 2(\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EB})^2 \\ &= -\overrightarrow{ME}^2 + \overrightarrow{EA}^2 - 2\overrightarrow{EB}^2 + 2\overrightarrow{ME}(\overrightarrow{EA} - 2\overrightarrow{EB}) = -ME^2 + EA^2 - 2EB^2 \end{aligned}$$

$MA^2 - 2MB^2$ đạt giá trị lớn nhất khi ME đạt giá trị nhỏ nhất tức M là giao điểm của đường thẳng đi qua E vuông góc với (d) và đường thẳng (d).

Gọi (d') là đường thẳng đi qua E và vuông góc với (d). (d') có vector chỉ phương là $\overrightarrow{u_{d'}} = (1; 1)$. Do đó (d') có phương trình tham số là $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -12 + t \end{cases}$. M là giao điểm của (d) và (d') nên gọi tọa độ của M(- 1 + t; - 12 + t), mà M thuộc (d) nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} -1 + t - 12 + t - 3 &= 0 \Leftrightarrow t = 8 \text{ hay } M(7; -4). \text{ Khi đó:} \\ MA^2 - 2MB^2 &= -ME^2 + EA^2 - 2EB^2 = -(8^2 + 8^2) + (4^2 + 12^2) - 2(6^2 + 2^2) = -48 \end{aligned}$$

Bài 2:

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng (d) có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{3}$ và 3 điểm A(1; -2), B(-1; 2), C(-2; 5). Tìm tọa độ điểm M thuộc (d) sao cho

- a) $MA^2 + 2MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
b) $MA^2 - 3MB^2 + MC^2$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải:

- a) Gọi E(a; b) là điểm sao cho $\overrightarrow{EA} + 2\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} = \vec{0}$. Khi đó:

$$\overrightarrow{EA} = (1 - a; -2 - b)$$

$$\overrightarrow{EB} = (-1 - a; 2 - b)$$

$$\overrightarrow{EC} = (-2 - a; 5 - b)$$

$$\overrightarrow{EA} + 2\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} = (-3 - 4a; 7 - 4b)$$

Ta có: $\overrightarrow{EA} + 2\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - 4a = 0 \\ 7 - 4b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ b = \frac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow E(-\frac{3}{4}; \frac{7}{4})$

$$MA^2 + 2MB^2 + MC^2 = \overrightarrow{MA}^2 + 2\overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2 = (\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EA})^2 + 2(\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EB})^2 + (\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EC})^2$$

$$= 4\overrightarrow{ME}^2 + \overrightarrow{EA}^2 + 2\overrightarrow{EB}^2 + \overrightarrow{EC}^2 + 2\overrightarrow{ME}(\overrightarrow{EA} + 2\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC}) = 4\overrightarrow{ME}^2 + \overrightarrow{EA}^2 + 2\overrightarrow{EB}^2 + \overrightarrow{EC}^2$$

$MA^2 + 2MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi ME đạt giá trị nhỏ nhất tức M là giao điểm của đường thẳng đi qua E vuông góc với (d) và đường thẳng (d).

Gọi (d') là đường thẳng đi qua E và vuông góc với (d). (d') có vector pháp tuyến là $\vec{n}_{d'} = (1; 3)$. Do đó (d') có phương trình tổng quát là:

$$(x + \frac{3}{4}) + 3(y - \frac{7}{4}) = 0 \Leftrightarrow x + 3y - \frac{9}{2} = 0$$

(d) có phương trình tham số là: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 3t \end{cases}$

M là giao điểm của (d) và (d') nên gọi tọa độ của M(1 + t; -1 + 3t), mà M thuộc (d) nên ta có phương trình:

$$1 + t + 3(-1 + 3t) - \frac{9}{2} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{13}{20} \text{ hay } M(\frac{33}{20}; \frac{19}{20}).$$

Khi đó:

$$MA^2 + 2MB^2 + MC^2 = 4ME^2 + \overrightarrow{EA}^2 + 2\overrightarrow{EB}^2 + \overrightarrow{EC}^2$$

$$= 4 \cdot \left[\left(\frac{12}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 \right] + \left[\left(\frac{7}{4}\right)^2 + \left(-\frac{15}{4}\right)^2 \right] + 2 \left[\left(-\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 \right] + \left[\left(-\frac{5}{4}\right)^2 + \left(\frac{13}{4}\right)^2 \right]$$

$$= \frac{128}{5} + \frac{137}{8} + \frac{1}{4} + \frac{97}{8} = \frac{551}{10}$$

- b) Gọi E(a; b) là điểm sao cho $\overrightarrow{EA} - 3\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} = \vec{0}$. Khi đó:

$$\overrightarrow{EA} = (1 - a; -2 - b)$$

$$\overrightarrow{EB} = (-1 - a; 2 - b)$$

$$\overrightarrow{EC} = (-2 - a; 5 - b)$$

$$\overrightarrow{EA} - 3\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} = (2 + a; -3 + b)$$

Ta có: $\overrightarrow{EA} - 3\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 + a = 0 \\ -3 + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow E(-2; 3)$

$$MA^2 - 3MB^2 + MC^2 = \overrightarrow{MA}^2 - 3\overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2 = (\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EA})^2 - 3(\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EB})^2 + (\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EC})^2$$

$$= -\overrightarrow{ME}^2 + \overrightarrow{EA}^2 - 3\overrightarrow{EB}^2 + \overrightarrow{EC}^2 + 2\overrightarrow{ME}(\overrightarrow{EA} - 3\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC}) = -\overrightarrow{ME}^2 + \overrightarrow{EA}^2 - 3\overrightarrow{EB}^2 + \overrightarrow{EC}^2$$

$MA^2 - 3MB^2 + MC^2$ đạt giá trị lớn nhất khi ME đạt giá trị nhỏ nhất tức M là giao điểm của đường thẳng đi qua E vuông góc với (d) và đường thẳng (d).

Gọi (d') là đường thẳng đi qua E và vuông góc với (d). (d') có vector pháp tuyến là $\vec{n}_{d'} = (1; 3)$. Do đó (d') có phương trình tổng quát là:

$$(x + 2) + 3(y - 3) = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 7 = 0$$

(d) có phương trình tham số là: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 3t \end{cases}$

M là giao điểm của (d) và (d') nên gọi tọa độ của M(1 + t; -1 + 3t), mà M thuộc (d) nên ta có phương trình:

$$1 + t + 3(-1 + 3t) - 7 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{9}{10} \text{ hay } M\left(\frac{19}{10}; \frac{17}{10}\right).$$

Khi đó:

$$\begin{aligned} MA^2 - 3MB^2 + MC^2 &= -ME^2 + EA^2 - 3EB^2 + EC^2 \\ &= -\left[\left(\frac{39}{10}\right)^2 + \left(-\frac{13}{10}\right)^2\right] + [3^2 + 5^2] - 3[1^2 + (-1)^2] + [0^2 + 2^2] = -\frac{169}{10} + 34 - 6 + 4 = \frac{151}{10} \end{aligned}$$

Bài tập đề nghị:

Bài 1:

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho mặt phẳng (d) có phương trình: $x + y + 3 = 0$ và các điểm A(3;1), B(7;3). Tìm tọa độ điểm M thuộc

(d) sao cho:

a) $MA^2 + 2MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

b) $MA^2 - 3MB^2$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 2:

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng (d) có phương trình: $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1}$ và 3 điểm A(0; 2), B(-1; 5), C(-2;3). Tìm tọa độ điểm M thuộc (d) sao cho

a) $MA^2 + 2MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

b) $MA^2 - 3MB^2 + MC^2$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 3:

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng (d) có phương trình $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$ và 3 điểm A(2; 1), B(2; -1), C(1; 0). Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho:

a) $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

b) $MA^2 - 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị lớn nhất.

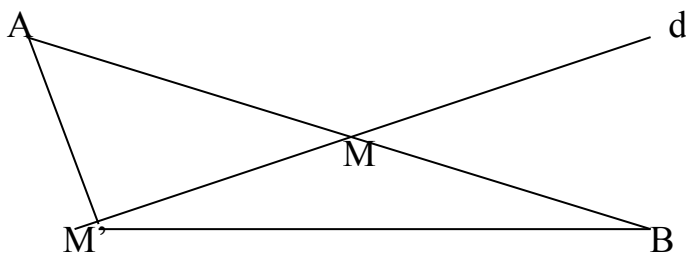
Dạng 3:

Bài toán:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho 2 điểm A(a; b), B(c; d) và đường thẳng (d) có phương trình: $Ax + By + C = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (d) sao cho MA + MB đạt giá trị nhỏ nhất.

Phương pháp giải:

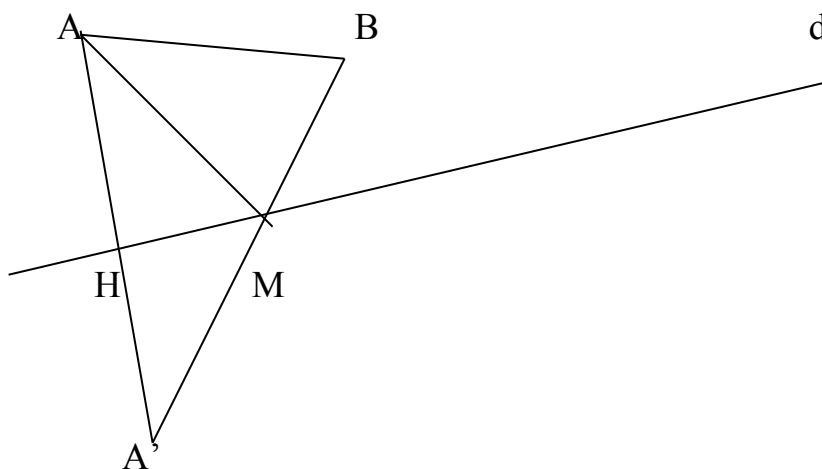
*) **TH1:** Nếu A, B nằm về hai phía đối với đường thẳng d.



+) **Bước 1:** Chứng minh điểm M là giao điểm của AB và đường thẳng d là điểm cần tìm.

+) **Bước 2:** Tìm tọa độ điểm M.

*) **TH2:** Nếu A, B nằm về cùng một phía đối với đường thẳng d.



+) **Bước 1:** Tìm điểm A' đối xứng với A qua d.

+) **Bước 2:** Chứng minh điểm M là giao điểm của A'B và đường thẳng d là điểm cần tìm.

+) **Bước 3:** Tìm tọa độ điểm M.

Bài tập áp dụng:

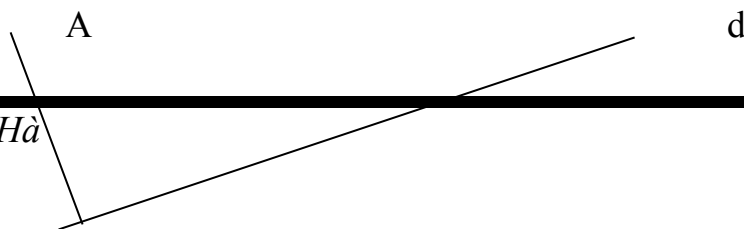
Bài 1:

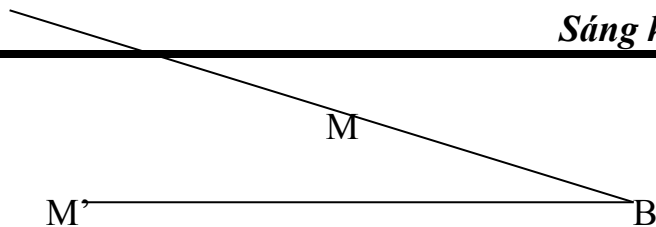
Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình $x + 3y - 1 = 0$ và 2 điểm $A(1; 2)$, $B(-1; -1)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (d) sao cho $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải:

Thay tọa độ A và B vào đường thẳng d ta có:

$(1 + 3 \cdot 2 - 1)(-1 + 3(-1) - 1) = 6 \cdot (-5) = -30 < 0$ do đó A, B nằm về hai phía đối với đường thẳng d.





Ta chứng minh $M = AB \cap d$ là điểm cần tìm.

Thật vậy giả sử M' là điểm bất kỳ thuộc đường thẳng d và $M' \neq M$.

Xét tam giác $M'AB$ có: $M'A + M'B > AB$

Mặt khác, $AB = MA + MB$ do đó $M'A + M'B > MA + MB$ hay M là điểm cần tìm.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; -3) \Rightarrow \vec{n}_{AB} = (3; -2)$ là véc tơ pháp tuyến của đường thẳng AB . Do đó AB có phương trình: $3(x - 1) - 2(y - 2) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + 1 = 0$.

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x - 2y + 1 = 0 \\ x + 3y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1}{11} \\ y = \frac{4}{11} \end{cases} \Rightarrow M \left(-\frac{1}{11}; \frac{4}{11} \right)$$

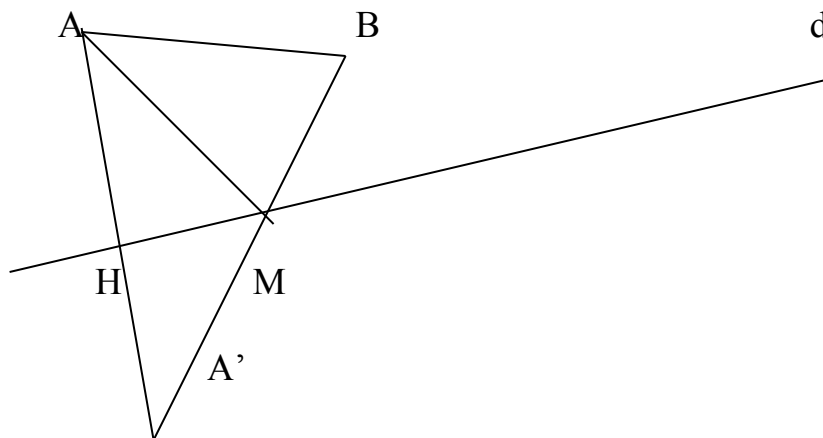
Khi đó $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\sqrt{13}$.

Bài 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình $x + 3y - 1 = 0$ và 2 điểm $A(1; 2)$, $B(0; 3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (d) sao cho $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải:

Thay tọa độ A và B vào đường thẳng d ta có:

$(1 + 3 \cdot 2 - 1)(0 + 3 \cdot 3 - 1) = 6 \cdot 8 = 48 > 0$ do đó A, B nằm về cùng một phía đối với đường thẳng d .



Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường thẳng d .

Ta có: $\vec{n}_d = (1; 3)$ là véc tơ pháp tuyến của đường thẳng d nên véc tơ chỉ phương của d là: $\vec{u}_d = (3; -1)$

Do $AA' \perp d$ nên AA' có véc tơ pháp tuyến là: $\vec{n}_{AA'} = \vec{u}_d = (3; -1)$

Phương trình đường thẳng AA' là: $3(x - 1) - (y - 2) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - 1 = 0$

Gọi H là giao điểm của AA' và d . Tọa độ điểm H là nghiệm của phương trình:

$$\begin{cases} 3x - y - 1 = 0 \\ x + 3y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{13} \\ y = \frac{2}{13} \end{cases} \Rightarrow H \left(\frac{5}{13}; \frac{2}{13} \right)$$

Khi đó H là trung điểm của AA' nên $\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = 4 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = 11 \end{cases} \Rightarrow A'(4; 11)$

Ta chứng minh $M = A'B \cap d$ là điểm cần tìm.

Thật vậy giả sử M' là điểm bất kỳ thuộc đường thẳng d và $M' \neq M$.

Xét tam giác M'A'B có: $M'A' + M'B > A'B$

Mặt khác, $A'B = MA' + MB = MA + MB$ do đó $M'A + M'B > MA + MB$ hay M là điểm cần tìm.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-4; -8) \Rightarrow \vec{n}_{AB} = (8; -4)$ là véc tơ pháp tuyến của đường thẳng AB. Do đó AB có phương trình: $8(x - 1) - 4(y - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 3 = 0$.

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ x + 3y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{8}{7} \\ y = -\frac{6}{7} \end{cases} = M(-\frac{8}{7}; -\frac{6}{7})$$

Khi đó $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{34}{7}$.

Bài tập đề nghị:

Bài 1 : Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình $2x + y - 9 = 0$ và 2 điểm A(1; 2), B(4; 2). Tìm tọa độ điểm M thuộc (d) sao cho $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 2 : Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình $2x + y - 9 = 0$ và 2 điểm A(1; 2), B(2; 4). Tìm tọa độ điểm M thuộc (d) sao cho $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

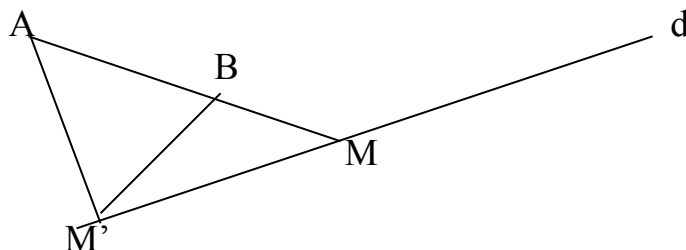
Dạng 4:

Bài toán:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm A(a; b), B(c; d) và đường thẳng d có phương trình: $Ax + By + C = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d sao cho $|MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất.

Phương pháp giải:

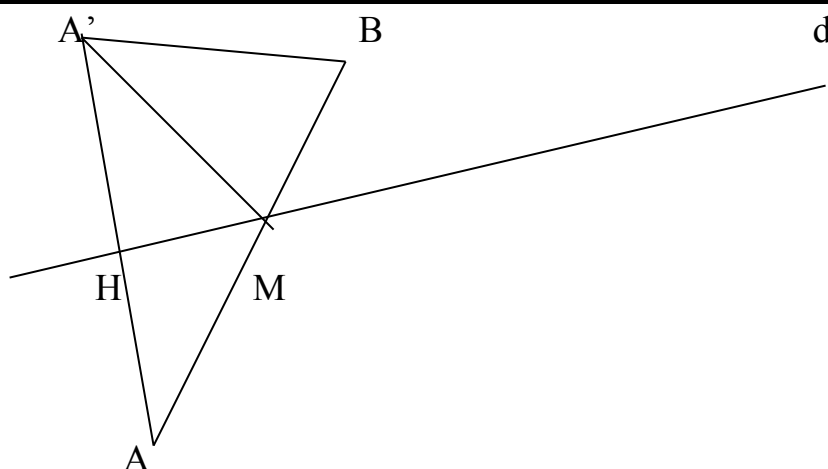
*) **TH1:** Nếu A, B nằm về cùng một phía đối với đường thẳng d.



+) **Bước 1:** Chứng minh điểm M là giao điểm của AB và đường thẳng d là điểm cần tìm.

+) **Bước 2:** Tìm tọa độ điểm M.

*) **TH2:** Nếu A, B nằm về hai phía đối với đường thẳng d.



+) **Bước 1:** Tìm điểm A' đối xứng với A qua d.

+) **Bước 2:** Chứng minh điểm M là giao điểm của A'B và đường thẳng d là điểm cần tìm.

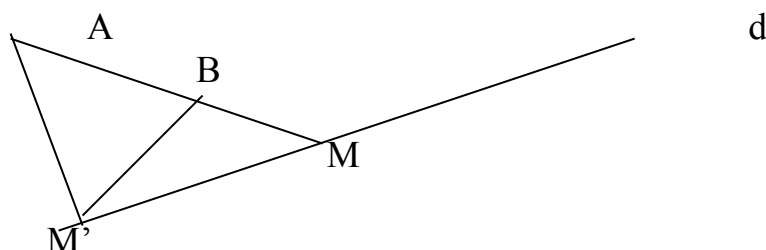
+) **Bước 3:** Tìm tọa độ điểm M.

Bài tập áp dụng:

Bài 1:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm A(1; -2), B(-1; -1) và đường thẳng (d) có phương trình $2x - y + 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng (d) sao cho $|MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải:



Thay tọa độ A và B vào đường thẳng d ta có:

$(2 \cdot 1 + 2 + 3)(2(-1) - (-1) + 3) = 7 \cdot 2 = 14 > 0$ do đó A, B nằm về cùng một phía đối với đường thẳng d.

Ta chứng minh $M = AB \cap d$ là điểm cần tìm.

Thật vậy giả sử M' là điểm bất kỳ thuộc đường thẳng d và $M' \neq M$.

Xét tam giác M'AB có: $|M'A - M'B| < AB$

Mặt khác, $AB = |MA - MB|$ do đó $|M'A - M'B| < |MA - MB|$ hay M là điểm cần tìm.

Ta có: $\vec{AB} = (-2; 1) \Rightarrow \vec{n}_{AB} = (1; 2)$ là véc tơ pháp tuyến của đường thẳng AB. Do đó AB có phương trình: $(x - 1) + 2(y + 2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 3 = 0$.

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + 2y + 3 = 0 \\ 2x - y + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{15}{7} \\ y = -\frac{3}{7} \end{cases} \Rightarrow M(-\frac{15}{7}; -\frac{3}{7})$$

Khi đó $|MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{5}$.

Bài 2:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1; 2)$, $B(-2; -3)$ và đường thẳng (d) có phương trình $x + y + 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng (d) sao cho $|MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất.

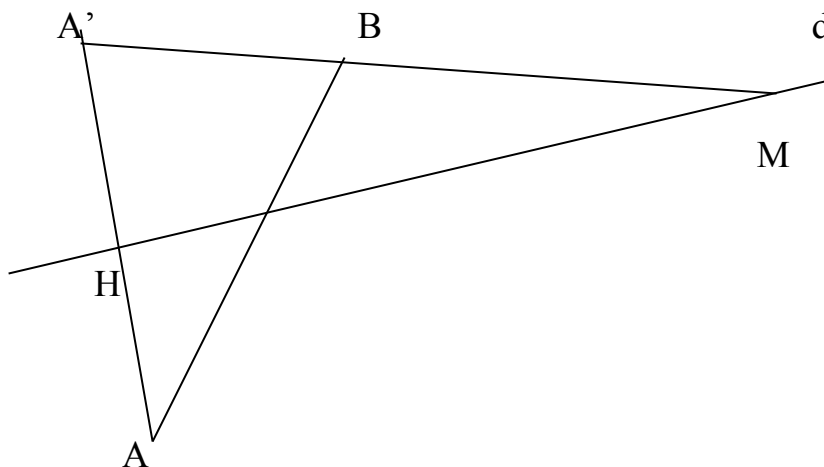
Lời giải:

Thay tọa độ A và B vào đường thẳng d ta có:

$(1 + 2 + 3)(-2 - 3 + 3) = 6 \cdot (-2) = -12 < 0$ do đó A, B nằm về hai phía đối với đường thẳng d .

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường thẳng d .

Ta có: $\vec{n}_d = (1; 1)$ là véc tơ pháp tuyến của đường thẳng d nên véc tơ chỉ phương của d là: $\vec{u}_d = (1; -1)$



Do $AA' \perp d$ nên AA' có véc tơ pháp tuyến là: $\vec{n}_{AA'} = \vec{u}_d = (1; -1)$

Phương trình đường thẳng AA' là: $(x - 1) - (y - 2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 1 = 0$

Gọi H là giao điểm của AA' và d . Tọa độ điểm H là nghiệm của phương trình:

$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x + y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow H(-2; -1)$$

Khi đó H là trung điểm của AA' nên $\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = -5 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = -4 \end{cases} \Rightarrow A'(-5; -4)$

Ta chứng minh $M = A'B \cap d$ là điểm cần tìm.

Thật vậy giả sử M' là điểm bất kỳ thuộc đường thẳng d và $M' \neq M$.

Xét tam giác $M'A'B$ có: $|M'A' - M'B| < A'B$ mà $M'A' = M'A$

nên $|M'A - M'B| < AB$

Mặt khác, $A'B = |MA' - MB| = |MA - MB|$ do đó $|M'A - M'B| < |MA - MB|$ hay M là điểm cần tìm.

Ta có: $\vec{AB} = (3; 1) \Rightarrow \vec{n}_{AB} = (1; -3)$ là véc tơ pháp tuyến của đường thẳng AB . Do đó AB có phương trình: $(x + 2) - 3(y + 3) = 0 \Leftrightarrow x - 3y - 7 = 0$.

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - 3y - 7 = 0 \\ x + y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = -\frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow M(-\frac{1}{2}; -\frac{5}{2})$$

Khi đó $|MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất bằng $2\sqrt{10}$.

Bài tập đề nghị:

Bài 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm A(1; 1), B(-2; -3) và đường thẳng (d) có phương trình $x - 3y + 5 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng (d) sao cho $|MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm A(0; 2), B(-1; -1) và đường thẳng (d) có phương trình $2x + 3y + 1 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng (d) sao cho $|MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất.

II. Kết quả và kiến nghị đề xuất

1. Kết quả đạt được

Sau khi thử nghiệm giảng dạy các bài tập vận dụng đường thẳng vào giải các bài toán về tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hình học tọa độ trong mặt phẳng bằng các chuyên đề, trong giờ dạy trên lớp, các giờ dạy tự chọn, bồi dưỡng, học sinh đã rất hứng thú học tập, tiếp thu kiến thức có hiệu quả, chất lượng học môn toán được nâng lên rõ rệt.

Việc áp dụng các dạng toán trong đề tài vào dạy học tôi nhận thấy học sinh đã biết định hướng và tự giải được các bài tập tương tự. Qua giảng dạy theo tinh thần của đề tài trên học sinh đã có những tiến bộ rõ rệt thể hiện ở các điểm sau:

- Học sinh nắm được mối quan hệ mật thiết giữa đường thẳng và phương pháp tọa độ trong mặt phẳng, hiểu rõ được vai trò của việc vận dụng các tính chất của đường thẳng vào giải toán hình học nói chung và giải các bài toán tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hình học trong mặt phẳng nói riêng.

- Học sinh nắm vững định nghĩa về véc tơ pháp tuyến của đường thẳng, điểm đối xứng nhau qua đường thẳng, các tính chất của đường thẳng cũng như các phương pháp sử dụng các kiến thức của đường thẳng vào giải các bài toán tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hình học tọa độ Oxy.

- Góp phần phát triển năng lực tư duy cho học sinh. Đặc biệt là phát triển các tư duy logic, tư duy thuật toán. Phát huy tính sáng tạo thông minh, linh hoạt của học sinh. Rèn luyện cách trình bày bài toán tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hình học trong mặt phẳng một cách đầy đủ, chặt chẽ, chính xác và khoa học.

- Chưa áp dụng đề tài trên vào giảng dạy tôi đã khảo sát chất lượng học tập của học sinh với kết quả sau:

Lớp	Số sĩ	Giỏi		Khá		TB		Yếu		Kém	
		Số lượng	%	Số lượng	%	Số lượng	%	Số lượng	%	Số lượng	%
10A6	45	2	4,4	5	11,1	33	73,4	5	11,1	0	0

Sau khi áp dụng đề tài trên vào giảng dạy ở một số lớp tôi đã khảo sát lại học sinh và thu được kết quả như sau:

Lớp	Số số	Giỏi		Khá		TB		Yếu		Kém	
		Số lượng	%	Số lượng	%	Số lượng	%	Số lượng	%	Số lượng	%
10A6	45	8	17,8	13	28,9	21	46,6	3	6,7	0	0

Như vậy với kết quả như trên tôi nhận thấy chất lượng học tập môn toán đã nâng lên rõ rệt.

2. Bài học kinh nghiệm:

Kiến thức của đường thẳng có ứng dụng rộng rãi trong các bài tập toán, tuy nhiên do thời gian tích lũy, thực hiện đề tài còn ngắn nên tôi chưa phân tích và tổng kết sâu rộng hơn được. Sau khi áp dụng đề tài “Giải một số bài toán tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trong mặt phẳng tọa độ Oxy” vào bài dạy tôi rút ra một số kinh nghiệm sau:

- Giáo viên phải nghiên cứu kỹ tài liệu, sách giáo khoa toán ở chương trình THPT, tham khảo tài liệu có liên quan.
- Chuẩn bị bài dạy, phương tiện dạy học kỹ trước khi lên lớp.
- Lựa chọn thời gian phù hợp để truyền thụ kiến thức mới, nâng cao kiến thức cho học sinh một cách tốt hơn.
- Chọn câu hỏi và bài tập phù hợp với đối tượng học sinh.
- Tham gia thảo luận với các đồng nghiệp, tham khảo và học hỏi những người đi trước để từng bước nâng cao trình độ chuyên môn, nghiệp vụ cho bản thân.
- Nhắc nhở và rèn luyện cho học sinh không ngại khó trong học tập.

3. Kiến nghị đề xuất:

Qua việc vận dụng đề tài giúp học sinh nâng cao chất lượng học tập môn toán tôi nhận thấy để thực hiện tốt công tác dạy học thì người giáo viên phải tốn không ít thời gian, công sức cho việc soạn nội dung và phương pháp giảng dạy của mình.

Ngoài ra, trong các tiết dạy, giáo viên cũng phải thường xuyên đầu tư thỏa đáng, phải điều chỉnh phương pháp dạy học hỏi của mình sao cho có hiệu quả cao và gây hứng thú cho học sinh. Vì vậy tôi xin có một số ý kiến đề xuất sau:

- + Cấp thêm máy chiếu đa năng, máy chiếu hắt.
- + Có phòng thực hành, phòng đọc riêng.
- + Cần mua thêm sách tham khảo cho giáo viên và học sinh.

Mặc dù đã cố gắng tự nghiên cứu, bồi dưỡng và học hỏi đồng nghiệp xong trong quá trình thực hiện đề tài tôi còn nhiều thiếu sót kính mong được sự góp ý, ý kiến bổ sung, phê bình của các đồng nghiệp.

Tôi xin chân thành cảm ơn !

Hậu Lộc, ngày 30 tháng 5 năm 2016

Người thực hiện

Mai Thị Hà