

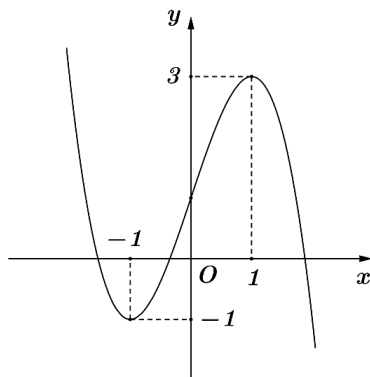
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Phát biểu nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$			3	
		-1			$-\infty$

- A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 3)$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Phát biểu nào sau đây đúng?



- A. $y_{CT} = -1, y_{CB} = 1$.
- B. $y_{CT} = -1, y_{CB} = 3$.
- C. $y_{CT} = 1, y_{CB} = 3$.
- D. $y_{CT} = 1, y_{CB} = 2$.

Câu 3. Cho hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = 3^x$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $F(x) = \frac{3^x}{\ln 3} + C$.
- B. $F(x) = 3^x \ln 3 + C$.
- C. $F(x) = (x - 1)3^x + C$.
- D. $F(x) = x \cdot 3^{x-1} + C$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; -1; 2)$ và có vector pháp tuyến $n = (3; -1; 4)$

- A. $3x - y + 4z - 10 = 0$ B. $x - y + 2z - 12 = 0$
 C. $3x - y + 4z - 12 = 0$ D. $x - y + 2z + 12 = 0$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng nào dưới đây nhận $u = (2; 4; -6)$ là vector chỉ phương?

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-3}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-3}$
 C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$ D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{3}$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu?

- A. $x^2 + (y-x)^2 + (z-2)^2 = 27$ B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 16$
 C. $(x-1)^2 - (y-4)^2 + (z+3)^2 = 81$ D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z = 16$

Câu 7. Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B , ký hiệu là $P(A|B)$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Nếu $P(A) > 0$ thì $P(A)P(A|B) = P(A \cap B)$
 B. Nếu $P(B) > 0$ thì $P(B)P(A|B) = P(A \cap B)$
 C. Nếu $P(A \cap B) > 0$ thì $P(A|B) = P(A \cap B)P(A)$
 D. Nếu $P(A \cap B) > 0$ thì $P(A|B) = P(A \cap B)P(B)$

Câu 8. Thời gian (phút) để học sinh hoàn thành bài thi được cho như sau:

Thời gian (phút)	$[0, 5; 10, 5)$	$[10, 5; 20, 5)$	$[20, 5; 30, 5)$	$[30, 5; 40, 5)$	$[40, 5; 50, 5)$
Số học sinh	2	10	6	4	3

Nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. $[0, 5; 10, 5)$ B. $[10, 5; 20, 5)$ C. $[20, 5; 30, 5)$ D. $[30, 5; 40, 5)$

Câu 9. Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 8, ta có kết quả sau:

Nhóm	Chiều cao (cm)	Số học sinh
------	----------------	-------------

1	$[150;152)$	5
2	$[152;154)$	18
3	$[154;156)$	40
4	$[156;158)$	26
5	$[158;160)$	8
6	$[160;162)$	3
		$N = 100$

Giá trị đại diện của nhóm thứ tư là

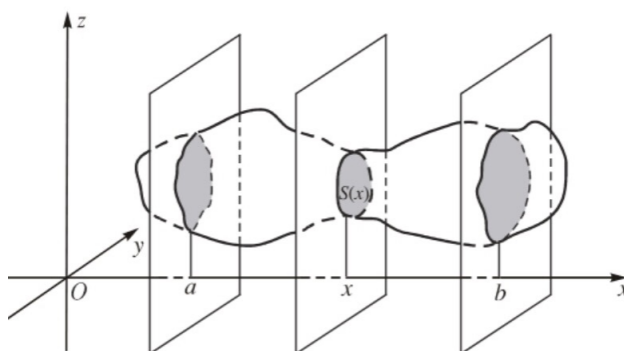
A. 156,5.

B. 157.

C. 157,5.

D. 158.

Câu 10. Trong không gian, cho một vật thể nằm trong khoảng không gian giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng vuông góc với trục Ox tại các điểm a và b . Mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($a \leq x \leq b$) cắt vật thể theo mặt cắt có diện tích $S(x)$. Nếu $S(x)$ là hàm số liên tục trên $[a; b]$ thì thể tích vật thể được tính bởi công thức:



A. $V = \pi \int_a^b S(x) dx$

B. $V = \frac{1}{\pi} \int_a^b S(x) dx$

C. $V = \int_a^b [S(x)]^2 dx$

D. $V = \int_a^b S(x) dx$

Câu 11. Khảo sát thời gian đọc sách mỗi ngày của một số học sinh thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

A. $[40; 60)$

B. $[20; 40)$

C. $[60; 80)$

D. $[80; 100)$

Câu 12. Giả sử một chất phóng xạ bị phân rã theo cách sao cho khối lượng $m(t)$ của chất còn lại (tính bằng kilôgam) sau t ngày được cho bởi hàm số $m(t) = 13e^{-0,015t}$. Tìm khối lượng của chất đó tại thời điểm $t = 0$.

A. 14 kg.

B. 12 kg.

C. 13 kg.

D. 15 kg.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=-t \\ z=-1+t \end{cases}$ và điểm $A(1;3;-1)$.
a) Đường thẳng Δ đi qua $M(2;-1;0)$.

b) Gọi α là góc giữa đường thẳng Δ và trục Ox . Khi đó $\cos \alpha$ bằng $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

c) Hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng d là điểm $H(a;b;c)$. Khi đó $a+b+c=5$.

d) Đường thẳng d đi qua điểm A , cắt và vuông góc với đường thẳng Δ đi qua $M(2;-1;0)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)=\frac{x^2-x+2}{x-2}$ có đồ thị (C)

a) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=2$.

b) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=x-1$

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

d) Đồ thị (C) cắt đường thẳng $y=-1$ tại hai điểm.

Câu 3: Một công ty kinh doanh bất động sản có 20 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng/ tháng thì tất cả các căn hộ đều có người thuê. Nhưng cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 200 nghìn đồng/tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống.

a) Nếu công ty cho thuê mỗi căn hộ với giá 2,6 triệu đồng/tháng thì có 3 phòng bị bỏ trống.

b) Nếu công ty cho thuê mỗi căn hộ với giá 2,6 triệu đồng/tháng thì doanh thu của công ty trong tháng đó là 34 triệu.

c) Nếu công ty cho thuê mỗi căn hộ với giá tăng thêm là $200x$ ($x \in \mathbb{N}^*$) thì doanh thu được tính theo công thức $T(x)=(20-x)(2000+200x)$ (nghìn đồng).

d) Công ty khi cho thuê mỗi căn hộ với giá 2,8 triệu tổng số tiền thu được là lớn nhất.

Câu 4: Ở cửa ra vào của một nhà sách có một thiết bị cảnh báo hàng hóa chưa được thanh toán khi qua cửa. Thiết bị phát chuông cảnh báo với 99% các hàng hóa ra cửa mà chưa thanh toán và 0,1% các hàng hóa đã thanh toán. Tỷ lệ hàng hóa qua cửa không được thanh toán là 0,1%. Chọn ngẫu nhiên một hàng hóa khi đi qua cửa.
a) Xác suất để hàng qua cửa đã thanh toán là 99,9%.

- b) Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là 1% .
- c) Xác suất để hàng qua cửa đã thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là $0,1\%$.
- d) Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị không phát chuông cảnh báo là $0,001\%$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Người ta dự định lắp kính cho cửa của một mái vòm có dạng hình parabol. Hãy tính diện tích mặt kính cần lắp vào, biết rằng vòm cửa cao 21 m và rộng 70 m (**Hình bên dưới**)



(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

Hình 33

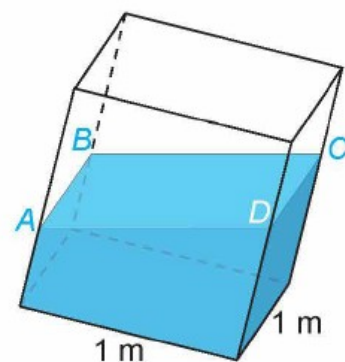
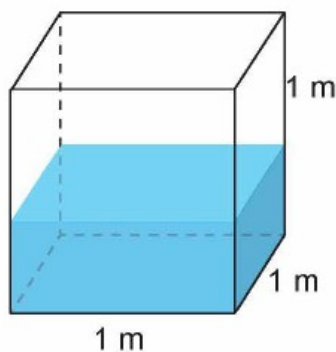
Câu 2. Sau khi đo kích thước của thùng rượu vang (Hình 36), bạn Quân xác định thùng rượu vang có dạng hình tròn xoay được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -0,011x^2 - 0,071x + 40$, trục Ox và hai đường thẳng $x = -35$, $x = 35$ quay quanh trục Ox . Tính thể tích thùng rượu vang đó, biết đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimet.



(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

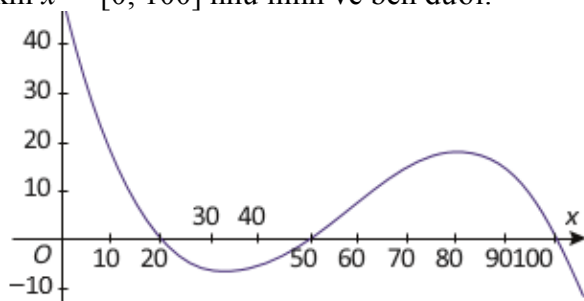
Hình 36

Câu 3. Trong một bể hình lập phương cạnh 1 m có chứa một ít nước. Người ta đặt đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang. Biết rằng, lúc đó mặt nước có dạng hình bình hành $ABCD$ và khoảng cách từ điểm A, B, C đến đáy bể tương ứng là $40\text{ cm}, 44\text{ cm}, 48\text{ cm}$. Đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang một góc bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?

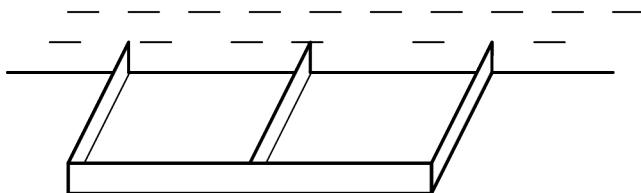


Câu 4. Có hai hộp chứa bi, hộp thứ nhất chứa 2 bi trắng và 8 bi đen, hộp thứ hai chứa 9 bi trắng và 1 bi đen. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ hộp thứ nhất bỏ sang hộp thứ hai, sau đó lấy ngẫu nhiên ba viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để trong ba viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có 2 viên bi trắng (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm)

Câu 5. Một phần đường ray tàu lượn siêu tốc có dạng đồ thị hàm số bậc ba: $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$). Trục Ox mô tả quãng đường tàu di chuyển theo chiều ngang (tính bằng centimét), trục Oy mô tả chiều cao của đường ray (tính bằng centimét) tại mỗi vị trí x . Chiều cao xuất phát là 50 cm. Tàu xuống dưới mặt đất lần thứ nhất từ vị trí $x = 20$ cm, tàu lên khỏi mặt đất ở vị trí $x = 50$ cm và sau đó xuống dưới mặt đất lần thứ hai ở vị trí $x = 100$ cm. Xét đồ thị của hàm số đã cho khi $x \in [0; 100]$ như hình vẽ bên dưới:



Câu 6. Một người nông dân có 15 000 000 đồng với dự định làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) nhằm rào một khu đất có hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60000 đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50000 đồng một mét. Tìm diện tích lớn nhất của khu đất rào được (đơn vị m^2)



ĐÁP ÁN

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	B	A	C	B	B	B	B	B	D	A	C

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.

✧ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.

✱ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.

✱ Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) S	b) S	b) S
c) S	c) S	c) Đ	c) Đ
d) S	d) S	d) S	d) Đ

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	980	281	2,3	0,31	180	6250

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Phát biểu nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 3)$.

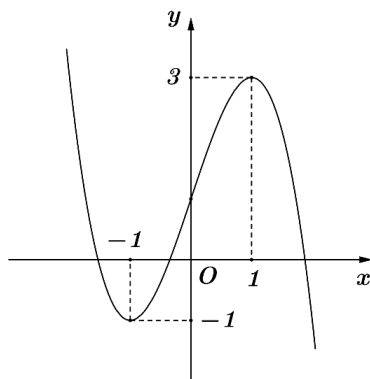
D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Phát biểu nào sau đây đúng?



- A. $y_{CT} = -1, y_{CB} = 1$.
 B. $y_{CT} = -1, y_{CB} = 3$.
 C. $y_{CT} = 1, y_{CB} = 3$.
 D. $y_{CT} = 1, y_{CB} = 2$.

Giải

Chọn B

Từ đồ thị suy ra hàm số $y = f(x)$ có $y_{CT} = -1, y_{CB} = 3$.

Câu 3. Cho hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = 3^x$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $F(x) = \frac{3^x}{\ln 3} + C$.
 B. $F(x) = 3^x \ln 3 + C$.
 C. $F(x) = (x-1)3^x + C$.
 D. $F(x) = x \cdot 3^{x-1} + C$.

Giải

Chọn A

Ta có $\int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; -1; 2)$ và có vector pháp tuyến $n = (3; -1; 4)$

- A. $3x - y + 4z - 10 = 0$.
 B. $x - y + 2z - 12 = 0$.
 C. $3x - y + 4z - 12 = 0$.
 D. $x - y + 2z + 12 = 0$.

Giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm điểm $A(1; -1; 2)$ và có vector pháp tuyến $n = (3; -1; 4)$ là

$$3(x-1) - (y+1) + 4(z-2) = 0 \Leftrightarrow 3x - y + 4z - 12 = 0$$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng nào dưới đây nhận $u = (2; 4; -6)$ là vector chỉ phương?

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-3} & \text{B. } \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-3} \\ \text{C. } \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3} & \text{D. } \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{3} \end{array}$$

Giải

Chọn B

Phương trình đường thẳng $u = (2; 4; -6)$ là vector chỉ phương nên nhận vector $v = (1; 2; -3)$ là vector chỉ phương.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu?

$$\begin{array}{ll} \text{A. } x^2 + (y-x)^2 + (z-2)^2 = 27 & \text{B. } (x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 16 \\ \text{C. } (x-1)^2 - (y-4)^2 + (z+3)^2 = 81 & \text{D. } (x-1)^2 + (y-2)^2 + z = 16 \end{array}$$

Giải

Chọn B

Phương trình đường tròn tâm $I(a; b; c)$ bán kính R có dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

Câu 7. Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B , ký hiệu là $P(A|B)$. Phát biểu nào sau đây đúng?

$$\begin{array}{ll} \text{A. Nếu } P(A) > 0 \text{ thì } P(A)P(A|B) = P(A \cap B) & \\ \text{B. Nếu } P(B) > 0 \text{ thì } P(B)P(A|B) = P(A \cap B) & \\ \text{C. Nếu } P(A \cap B) > 0 \text{ thì } P(A|B) = P(A \cap B)P(A) & \\ \text{D. Nếu } P(A \cap B) > 0 \text{ thì } P(A|B) = P(A \cap B)P(B) & \end{array}$$

Giải

Chọn B

$$\text{Nếu } P(B) > 0 \text{ thì } P(B)P(A|B) = P(A \cap B)$$

Câu 8. Thời gian (phút) để học sinh hoàn thành bài thi được cho như sau:

Thời gian (phút)	$[0, 5; 10, 5)$	$[10, 5; 20, 5)$	$[20, 5; 30, 5)$	$[30, 5; 40, 5)$	$[40, 5; 50, 5)$
Số học sinh	2	10	6	4	3

Nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm này là

$$\begin{array}{llll} \text{A. } [0, 5; 10, 5) & \text{B. } [10, 5; 20, 5) & \text{C. } [20, 5; 30, 5) & \text{D. } [30, 5; 40, 5) \end{array}$$

Giải

Chọn B

Nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm này là $[10, 5; 20, 5)$

Câu 9. Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 8, ta có kết quả sau:

Nhóm	Chiều cao (cm)	Số học sinh
1	[150;152)	5
2	[152;154)	18
3	[154;156)	40
4	[156;158)	26
5	[158;160)	8
6	[160;162)	3
		$N = 100$

Giá trị đại diện của nhóm thứ tư là

A. 156,5.

B. 157.

C. 157,5.

D. 158.

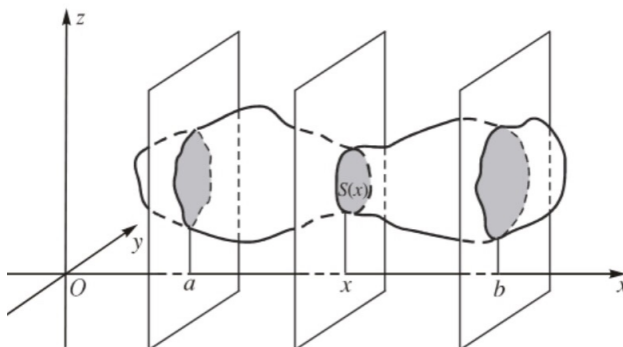
Giải

Chọn B

$$\frac{156+158}{2} = 157$$

Giá trị đại diện của nhóm thứ tư là

Câu 10. Trong không gian, cho một vật thể nằm trong khoảng không gian giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng vuông góc với trục Ox tại các điểm a và b . Mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($a \leq x \leq b$) cắt vật thể theo mặt cắt có diện tích $S(x)$. Nếu $S(x)$ là hàm số liên tục trên $[a; b]$ thì thể tích vật thể được tính bởi công thức:



A. $V = \pi \int_a^b S(x) dx$

B. $V = \frac{1}{\pi} \int_a^b S(x) dx$

C. $V = \int_a^b [S(x)]^2 dx$

D. $V = \int_a^b S(x) dx$

Giải

Chọn D

$$V = \int_a^b S(x) dx$$

Câu 11. Khảo sát thời gian đọc sách mỗi ngày của một số học sinh thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

- A.** [40; 60) **B.** [20; 40) **C.** [60; 80) **D.** [80; 100)

Giải

Chọn A

Ta có: $n = 42$ nên trung vị của mẫu số liệu trên là $Q_2 = \frac{x_{21} + x_{22}}{2}$

Mà $x_{21}, x_{22} \in [40; 60)$ suy ra nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là nhóm [40; 60)

Câu 12. Giả sử một chất phóng xạ bị phân rã theo cách sao cho khối lượng $m(t)$ của chất còn lại (tính bằng kilôgam) sau t ngày được cho bởi hàm số $m(t) = 13e^{-0,015t}$. Tìm khối lượng của chất đó tại thời điểm $t = 0$.

- A.** 14 kg. **B.** 12 kg. **C.** 13 kg. **D.** 15 kg.

Giải

Chọn C

Khi $t = 0, m(0) = 13e^{-0,015 \times 0} = 13e^0 = 13$. Vậy khối lượng của chất phóng xạ ban đầu là 13 kg.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1:

a) Đường thẳng Δ đi qua $M(2; -1; 0)$. **Mệnh đề a) đúng.**

b) Đường thẳng d có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}(1; -1; 1)$.

Trục Ox có một véc tơ chỉ phương là $\vec{i}(1; 0; 0)$.

Ta có $\cos(\Delta; Ox) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ **Mệnh đề b) đúng.**

c) Đường thẳng d có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}(1; -1; 1)$.

Gọi $H(t+1; -t; t-1)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng d . Ta có $\vec{AH}(t; -t-3; t)$

và $\vec{AH} \perp \vec{u} \Rightarrow \vec{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 3t+3=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow H(0; 1; -2) \Rightarrow a+b+c=-1$. **Mệnh đề c) sai.**

d) Gọi B là giao điểm của hai đường thẳng d và Δ .

Vì $B \in \Delta$ nên tọa độ $B(1+t; -t; -1+t)$. Khi đó $\overrightarrow{BA} = (-t; t+3; -t)$.

Đường thẳng Δ có một vec tơ chỉ phương là $u = (1; -1; 1)$.

$$d \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} \perp u \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} \cdot u = 0 \Leftrightarrow t = -1.$$

Suy ra $\overrightarrow{BA} = (1; 2; 1)$.

Do đó đường thẳng d đi qua điểm A và nhận $\overrightarrow{BA}$ làm vector chỉ phương có

phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{1}$. Khi đó $M(2; -1; 0)$ không thuộc d . **Mệnh đề d) sai.**

a) Đ, b) Đ, c) S, d) S.

Câu 2:

$$y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 2} = x + 1 + \frac{4}{x - 2}.$$

a) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$. **Mệnh đề a) đúng**

b) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 1$. **Mệnh đề b) sai**

$$c) \quad y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 2} \Rightarrow f'(x) = \frac{x^2 - 4x}{(x - 2)^2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \vee x > 4 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x < 0 \vee x > 4.$$

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0); (4; +\infty)$. **Mệnh đề c) sai**

$$d) \text{ Phương trình } f(x) = -1 \Leftrightarrow \frac{x^2 - x + 2}{x - 2} = -1 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ (thỏa } x \neq 2 \text{)} : \text{ **Mệnh đề d) sai**}$$

Đáp án: a) Đ, b) S, c) S, d) S.

Câu 3:

Một công ty kinh doanh bất động sản có 20 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng/ tháng thì tất cả các căn hộ đều có người thuê. Nhưng cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 200 nghìn đồng/tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống.

a) Nếu công ty cho thuê mỗi căn hộ với giá 2,6 triệu đồng, tức là tăng giá 600 nghìn đồng. Suy ra có 3 phòng bị bỏ trống. **Mệnh đề a) đúng**

b) Nếu công ty cho thuê mỗi căn hộ với giá 2,6 triệu đồng/tháng thì doanh thu của công ty trong tháng đó là $(20 - 3)2,6 = 44,22$ (triệu đồng). **Mệnh đề b) sai**

c) Nếu công ty cho thuê mỗi căn hộ với giá tăng thêm là $200x$ (nghìn đồng) ($x \in \mathbb{N}^*$) thì doanh thu được tính theo công thức $T(x) = (20 - x)(2000 + 200x)$ (nghìn đồng). **Mệnh đề c) đúng**

Vì cứ tăng thêm 200 nghìn đồng vào giá thuê một căn hộ trên một tháng thì có một căn hộ bị bỏ trống.

Gọi số lần tăng 200 nghìn đồng vào giá thuê một căn hộ trên một tháng là x ($x \in \mathbb{N}^*$).

Khi đó x cũng là số căn hộ bị bỏ trống.

Tổng số tiền công ty thu được lúc này là $T(x) = (2000 + 200x)(20 - x) = 40000 + 2000x - 200x^2$

d) Công ty khi cho thuê mỗi căn hộ với giá 2,8 triệu tổng số tiền thu được là lớn nhất. **Mệnh đề d) sai**

Vì:

Xét hàm số $T(x) = 40000 + 2000x - 200x^2$ với $x \in \mathbb{N}^*$.

Ta có $T'(x) = 2000 - 400x$;

$T'(x) = 0 \Leftrightarrow 2000 - 400x = 0 \Leftrightarrow x = 5$ (thỏa mãn).

Bảng biến thiên

x	0	5	$+\infty$
$T'(x)$	+	0	-
$T(x)$	40 000	45 000	$-\infty$

Căn cứ vào bảng biến thiên trên, ta thấy hàm số $T(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 45000 khi $x = 5$.

Khi đó, số tiền tăng lên khi cho thuê một căn hộ là $200 \cdot 5 = 1000$ nghìn đồng = 1 triệu đồng.

Vậy công ty nên cho thuê mỗi căn hộ 3 triệu đồng/tháng thì tổng số tiền thu được là lớn nhất.

Đáp án: a) Đ, b) S, c) Đ, d) S.

- Câu 4:** Ổ cửa ra vào của một nhà sách có một thiết bị cảnh báo hàng hóa chưa được thanh toán khi qua cửa. Thiết bị phát chuông cảnh báo với 99% các hàng hóa ra cửa mà chưa thanh toán và 0,1% các hàng hóa đã thanh toán. Tỷ lệ hàng hóa qua cửa không được thanh toán là 0,1%. Chọn ngẫu nhiên một hàng hóa khi đi qua cửa.
- Xác suất để hàng qua cửa đã thanh toán là 99,9%.
 - Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là 1%.
 - Xác suất để hàng qua cửa đã thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là 0,1%.
 - Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị không phát chuông cảnh báo là 0,001%.

Lời giải

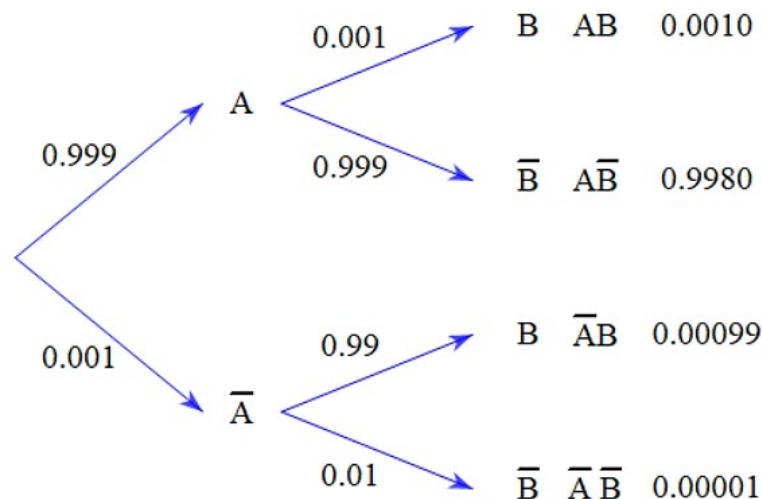
Gọi A là biến cố “Hàng qua cửa đã được thanh toán” và B là biến cố “Thiết bị phát chuông cảnh báo”.

Tỷ lệ hàng qua cửa không được thanh toán là 0,1% tức là $P(\bar{A}) = 0,1\%$ suy ra $P(A) = 100\% - 0,1\% = 99,9\%$.

Ta có $P(B|A) = 0,1\%$ và $P(B|\bar{A}) = 99\%$; **Mệnh đề a) đúng**

$P(\bar{B}|A) = 100\% - P(B|A) = 99,9\%$; $P(\bar{B}|\bar{A}) = 100\% - P(B|\bar{A}) = 1\%$

Ta có sơ đồ hình cây như sau:



Từ đây ta có:

Xác suất để hàng qua cửa đã thanh toán là 99,9% .

Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là $P(\bar{A}B) = 0,099\%$. **Mệnh đề b) sai**

Xác suất để hàng hóa qua cửa đã thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là $P(\bar{A}B) = 0,1\%$. **Mệnh đề c) đúng**

Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị không phát chuông cảnh báo là $P(\bar{A}\bar{B}) = 0,001\%$. **Mệnh đề d) đúng**

Đáp án: a) Đ, b) S, c) Đ, d) Đ.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

HƯỚNG DẪN GIẢI:

Câu 1. Người ta dự định lắp kính cho cửa của một mái vòm có dạng hình parabol. Hãy tính diện tích mặt kính cần lắp vào, biết rằng vòm cửa cao 21 m và rộng 70 m (**Hình bên dưới**)

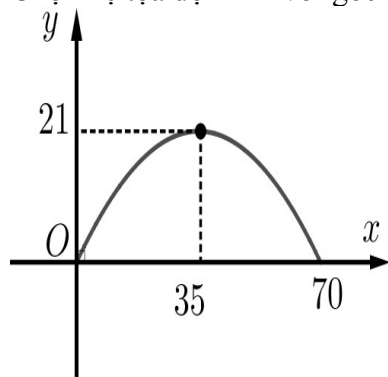


(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

Hình 33

Giải

Chọn hệ tọa độ Oxy với gốc tọa độ O trùng với chân cửa bên trái như hình dưới đây.



Gọi đồ thị hàm số biểu thị cho cửa đã cho có dạng: $y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$

Đồ thị hàm số này đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ và các điểm $A(35;21)$, $B(70;0)$ nên

$$\begin{cases} c = 0 \\ 1225a + 35b + c = 21 \\ 4900a + 70b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{175} \\ b = \frac{6}{5} \\ c = 0 \end{cases}$$

Suy ra: $y = -\frac{3}{175}x^2 + \frac{6}{5}x$

Diện tích mặt kính cần lắp là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -\frac{3}{175}x^2 + \frac{6}{5}x$, trục Ox và hai đường thẳng $x=0; x=70$.

Ta có:
$$S = \int_0^{70} \left(-\frac{3}{175}x^2 + \frac{6}{5}x \right) dx = \left(-\frac{1}{175}x^3 + \frac{3}{5}x^2 \right) \Big|_0^{70} = 980 \text{ (m}^2\text{)}$$

Câu 2. Sau khi đo kích thước của thùng rượu vang (Hình bên dưới), bạn An xác định thùng rượu vang có dạng hình tròn xoay được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -0,011x^2 - 0,071x + 40$, trục Ox và hai đường thẳng $x = -35, x = 35$ quay quanh trục Ox và đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimét. Tính thể tích V (dm^3) của thùng rượu vang đó (làm tròn đến hàng đơn vị).



(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

Hình 36

Thể tích thùng rượu vang đó là:

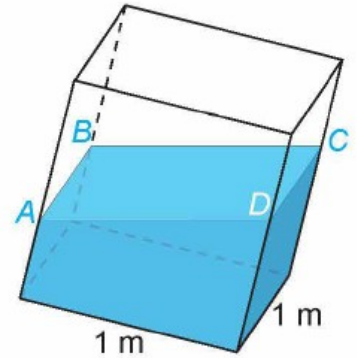
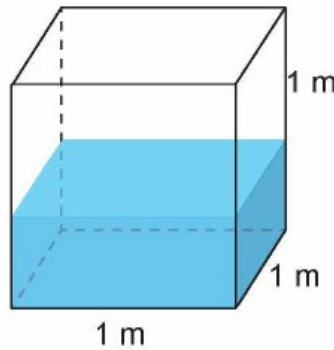
$$V = \pi \int_{-35}^{35} (-0,011x^2 - 0,071x + 40)^2 dx$$

$$V = \pi \int_{-35}^{35} (0,000121x^4 + 0,001562x^3 - 0,874959x^2 - 5,68x + 1600) dx$$

$$V = \pi(0,0000242x^5 + 0,0003905x^4 - 0,291653x^3 - 2,84x^2 + 1600x) \Big|_{-35}^{35}$$

$$V \approx 281(dm^3)$$

Câu 3. Trong một bể hình lập phương cạnh $1m$ có chứa một ít nước. Người ta đặt đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang. Biết rằng, lúc đó mặt nước có dạng hình bình hành $ABCD$ và khoảng cách từ điểm A, B, C đến đáy bể tương ứng là $40cm, 44cm, 48cm$. Đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang một góc bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?



Lời giải:

Chọn hệ trục như hình vẽ,

$$\Rightarrow A(0;1;0,4), B(1;1;0,44), C(1;0;0,48)$$

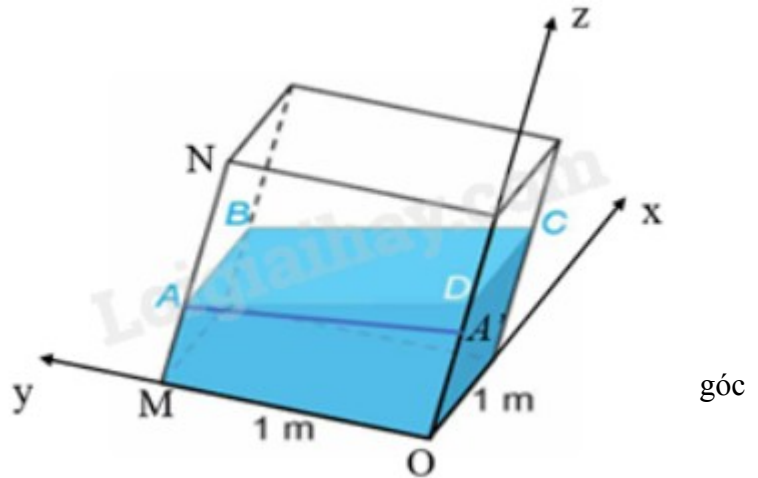
$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow D(0;0;0,44) \Rightarrow AD = \frac{\sqrt{626}}{25}$$

Ta có

$$AA' = d(A, (Oxz)) = 1$$

$$\Rightarrow \cos(AA', AD) = \frac{AA'}{AD} \Rightarrow (AA', AD) \approx 2,3^\circ$$

Vậy đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang một góc gần bằng $2,3^\circ$.



Câu 4. Có hai hộp chứa bi, hộp thứ nhất chứa 2 bi trắng và 8 bi đen, hộp thứ hai chứa 9 bi trắng và 1 bi đen. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ hộp thứ nhất bỏ sang hộp thứ hai, sau đó lấy ngẫu nhiên ba viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để trong ba viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có 2 viên bi trắng (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm)

Giải

Gọi A là biến cố “ Trong ba viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có 2 bi trắng ”

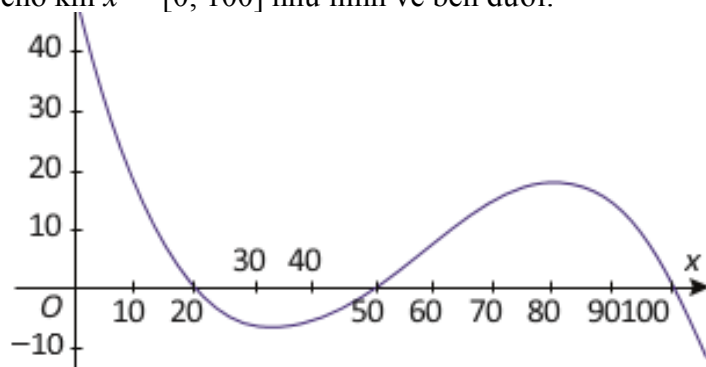
B_i là biến cố “ Trong hai viên bi bỏ từ hộp thứ nhất sang hộp thứ hai có i bi trắng ”, với $i = 0; 1; 2$

$$P(A) = P(B_0).P(A | B_0) + P(B_1).P(A | B_1) + P(B_2).P(A | B_2) =$$

$$= \frac{C_2^2}{C_{10}^2} \cdot \frac{C_9^2}{C_{12}^3} + \frac{C_8^1 \cdot C_2^1}{C_{10}^2} \cdot \frac{C_{10}^2 \cdot C_2^1}{C_{12}^3} + \frac{C_8^2}{C_{10}^2} \cdot \frac{C_{11}^2 \cdot C_1^1}{C_{12}^3} = \frac{772}{2475} \approx 0,31$$

Câu 5. Một phần đường ray tàu lượn siêu tốc có dạng đồ thị hàm số bậc ba: $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$). Trục Ox mô tả quãng đường tàu di chuyển theo chiều ngang (tính bằng centimét), trục Oy mô tả chiều cao của đường ray (tính bằng centimét) tại mỗi vị trí x . Chiều cao xuất phát là 50 cm. Tàu xuống dưới mặt đất lần thứ nhất

từ vị trí $x = 20$ cm, tàu lên khỏi mặt đất ở vị trí $x = 50$ cm và sau đó xuống dưới mặt đất lần thứ hai ở vị trí $x = 100$ cm. Xét đồ thị của hàm số đã cho khi $x \in [0; 100]$ như hình vẽ bên dưới:



Biết điểm cao nhất của đường ray khi tàu lên khỏi mặt đất và toạ độ điểm thấp nhất của đường ray khi tàu xuống dưới mặt đất lần lượt có hoành độ là p và q . Tính $3p + q$.

a) Do đồ thị hàm số giao với trục hoành tại các điểm $x = 20$; $x = 50$; $x = 100$ nên phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm 20, 50, 100, từ đó ta có: $y = a(x - 20)(x - 50)(x - 100)$.

Mặt khác, tại điểm $x = 0$ ta có $y = 50$, suy ra: $50 = a(0 - 20)(0 - 50)(0 - 100)$ hay $a = -\frac{1}{2000}$.

Suy ra:
$$y = -\frac{1}{2000}(x - 20)(x - 50)(x - 100) = -\frac{1}{2000}x^3 + \frac{17}{200}x^2 - 4x + 50$$

b) Các điểm cần tìm chính là các điểm cực trị của hàm số:

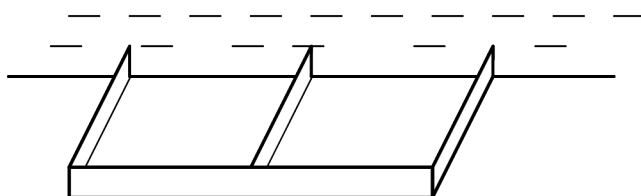
$$y = f(x) = -\frac{1}{2000}x^3 + \frac{17}{200}x^2 - 4x + 50$$

$$y' = -\frac{3}{2000}x^2 + \frac{17}{100}x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{100}{3}; x = 80$$

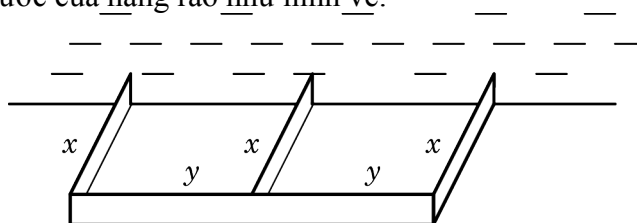
Ta có các điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

$$A\left(\frac{100}{3}; -\frac{200}{27}\right); B(80; 18) \rightarrow p = \frac{100}{3}; q = 80 \Rightarrow 3p + q = 180$$

Câu 6. Một người nông dân có 15 000 000 đồng với dự định làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) nhằm rào một khu đất có hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60000 đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50000 đồng một mét. Tìm diện tích lớn nhất của khu đất rào được.



Ta đặt các kích thước của hàng rào như hình vẽ:



Do bác nông dân trả 15 000 000 đồng để chi trả cho nguyên vật liệu và đã biết giá thành từng mặt nên ta có mối quan hệ:

$$3x \cdot 50000 + 2y \cdot 60000 = 15000000 \Leftrightarrow 15x + 12y = 1500 \Leftrightarrow y = \frac{1500 - 15x}{12} = \frac{500 - 5x}{4}.$$

Diện tích của khu vườn sau khi đã rào được tính bằng công thức

$$f(x) = 2 \cdot x \cdot y = 2x \cdot \frac{500 - 5x}{4} = \frac{1}{2}(-5x^2 + 500x).$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{2}(-5x^2 + 500x)$ trên $(0; +\infty)$.

Ta có $f'(x) = \frac{1}{2}(-10x + 500), f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 50$.

Bảng biến thiên:

f'	+	0	-
f		6250	

Vậy diện tích lớn nhất của khu đất được rào là 6250 (m²)

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>