|  |  |
| --- | --- |
| **BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI** | **CỘNG HÒA XA HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM**  **Độc lập – Tự do – Hạnh phúc**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** |

**Bài 1. (2,0 điểm)**

Cho biểu thức với 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tìm sao cho đúng với mọi giá trị 

**Bài 2. (3,0 điểm)**

1. Trong hệ trục tọa độ cho hai đường thẳng và là tham số). Tìm các giá trị của để hai đường thẳng và là song song.
2. Cho phương trình: là tham số). Tìm các giá trị của để phương trình trên có 2 nghiệm thỏa mãn: 
3. Hai ô tô cùng khởi hành một lúc trên quãng đường từ A đến dài . Vì mỗi giờ ô tô thứ nhát chạy nhanh hơn ô tô thứ hai là nên đến trước ô tô thứ hai là giờ. Tính vận tốc mỗi ô tô, biết rằng vận tốc của mỗi ô tô là không đổi trên cả quãng đường 

**Bài 3. (1,5 điểm)**

|  |  |
| --- | --- |
| Bác An muốn làm một cửa sổ khuôn gỗ, phía trên có dạng nửa hình tròn, phía dưới có dạng hình chữ nhật. Biết rằng : đường kính của nửa hình tròn cũng là cạnh phía trên của hình chữ nhật và tổng độ dài các khuôn gỗ (các đường in đậm vẽ trong hình bên, bỏ qua độ rộng của khuôn gỗ) là Em hãy giúp bác An tính độ dài các cạnh của hình chữ nhật để cửa sổ có diện tích lớn nhất |  |

**Bài 4. (3,0 điểm)**

Cho đường tròn và một điểm nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến với đường tròn (B là tiếp điểm) và đường kính Trên đoạn thẳng lấy điểm (khác C và O). Đường thẳng cắt tại hai điểm và (nằm giữa A và E). Gọi là trung điểm của đoạn thẳng 

1. Chứng minh 
2. Đường thẳng đi qua điểm song song với cắt tại điểm Chứng minh 
3. Tia cắt tại điểm tia cắt tại điểm Chứng minh tứ giác là hình chữ nhật

**Bài 5. (0,5 điểm)** Tìm các số thực thỏa mãn các điều kiện sau:



**ĐÁP ÁN**

**Bài 1.**

1. **Rút gọn biểu thức **

Với  ta có:





Vậy .

1. **Tìm sao cho đúng với mọi giá trị **

Điều kiện: Ta có:



Vì nên 

Do đó thì 

Vậy 

**Bài 2.**

1. **Tìm các giá trị của để hai đường thẳng song song**

Ta có hai đường thẳng và song song



Vậy thì đường thẳng và song song.

1. **Tìm m để **

Xét phương trình: , ta có:

Phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi 

Áp dụng hệ thức Vi et ta có: 

Vì là nghiệm của phương trình đã cho nên ta có:



Theo đề bài ta có:



Vậy thỏa mãn điều kiện bài toán

1. **Tính vận tốc mỗi ô tô**

Gọi vận tốc của ô tô thứ nhất là 

Thời gian ô tô thứ nhất đi hết quãng đường là 

Vận tốc của ô tô thứ nhất lớn hơn vận tốc của ô tô thứ hai là Vận tốc của ô tô thứ hai là : 

Thời gian của ô tô thứ hai đi hết quãng đường là : 

Vì ô tô thứ nhất đến B trước ô tô thứ hai là nên ta có phương trình:



Vậy vận tốc của ô tô thứ nhất là và vận tốc của ô tô thứ hai:

**Bài 3. Tính độ dài cạnh và diện tích lớn nhất**

****

Gọi đường kính của nửa hình tròn là Bán kính của nửa đường tròn 

Khi đó cạnh phía trên của hình chữ nhật: 

Gọi cạnh còn lại của hình chữ nhật là 

Độ dài nửa đường tròn phía trên: 

Khi đó ta có tổng độ dài các khuôn gỗ: 



Diện tích của cửa số: 



Dấu xảy ra 



Vậy khi cửa sổ có diện tích lớn nhất thì độ dài cạnh trên của hình chữ nhật là: và cạnh bên của hình chữ nhật là 

**Bài 4.**

****

1. **Chứng minh **

Xét và có: chung; (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn 

(hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ )

1. **Chứng minh **

Vì là trung điểm của nên (tính chất đường kính và dây cung)



Xét tứ giác có : (do là tiếp tuyến của 

là tứ giác nội tiếp

(hai góc nội tiếp cùng chắn cung OH)

Mà (so le trong do 

Tứ giác là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau).

(hai góc nội tiếp cùng chắn cung 

Mà (hai góc nội tiếp cùng chắn (hai góc nội tiếp cùng chắn cung . Lại có hai góc này ở vị trí đồng vị bằng nhau



1. **Chứng minh là hình chữ nhật**

Kẻ tiếp tuyến với đường tròn 

Xét tứ giác có: là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 

(hai góc nội tiếp cùng chắn cung 

Lại có: (hai góc nội tiếp cùng chắn cung 

Tứ giác là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện)(hai góc nội tiếp cùng chắn 

Mà (đối đỉnh)(hai góc nội tiếp cùng chắn 



Xét và có: (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau);

( tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

(hai góc tương ứng)

Từ (1) và (2) 



là góc nội tiếp chắn nửa đườn tròn (O) nên là đường kính của 

là trung điểm của 

Xét tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường là hình bình hành. Lại có: nên là hình chữ nhật 

**Bài 5.**

Ta có: 



Chứng minh tương tự ta có: 

Cộng vế theo vế các bất đẳng thức ta được :



Dấu xảy ra 

Vậy có duy nhất 1 cặp số thỏa mãn yêu cầu bài toán 