

Mã đề: 001

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

**Câu 1:** Hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông có cạnh bằng 20cm. Thể tích của khối trụ tương ứng bằng:

- A.  $800\pi \text{ cm}^3$       B.  $8000\pi \text{ cm}^3$       C.  $400\pi \text{ cm}^3$       D.  $2000\pi \text{ cm}^3$

**Câu 2:** Chọn khẳng định sai:

- A. Hàm số  $y = \ln x$  không có cực trị trên  $(0; +\infty)$ .  
 B. Hàm số  $y = \ln x$  có đồ thị nhận trục tung làm đường tiệm cận đứng.  
 C. Hàm số  $y = \ln x$  luôn đồng biến trên  $(0; +\infty)$ .  
 D. Hàm số  $y = \ln x$  có giá trị nhỏ nhất trên  $(0; +\infty)$  bằng 0.

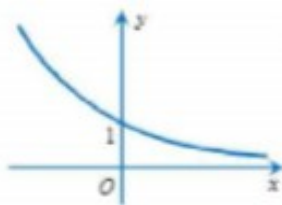
**Câu 3:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $BC = a, AC = b$ . Quay  $\triangle ABC$  quanh trục  $AB$  ta thu được hình nón có diện tích xung quanh bằng

- A.  $\pi ab$       B.  $2\pi ab$       C.  $\pi(a+b)b$       D.  $\frac{1}{3}\pi ab$

**Câu 4:** Từ 10 điểm phân biệt trong không gian có thể tạo thành bao nhiêu vectơ khác vectơ không?

- A.  $2^{10}$       B.  $P_{10}$       C.  $A_{10}^2$       D.  $C_{10}^2$

**Câu 5:** Đường cong trong hình vẽ là đồ thị hàm số nào dưới đây?



- A.  $y = \frac{1}{3^x}$       B.  $y = -x^3 + 1$       C.  $y = 3^x$       D.  $y = \log_{0,3} x$

**Câu 6:** Nếu có một khối chóp có thể tích và diện tích đáy lần lượt là  $a^3$  và  $a^2$  thì chiều cao của nó bằng

- A.  $\frac{a}{3}$       B.  $3a$       C.  $a$       D.  $\frac{a}{6}$

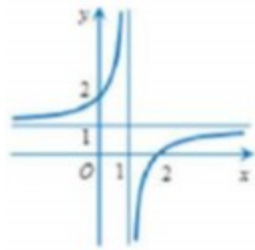
**Câu 7:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|      |           |           |           |
|------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $2$       | $+\infty$ |
| $y'$ | $-$       |           | $-$       |
| $y$  | $0$       |           | $+\infty$ |
|      |           | $-\infty$ | $-\infty$ |

Tổng số đường tiệm cận (bao gồm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số là:

- A. 0      B. 3      C. 2      D. 1

**Câu 8:** Đường cong trong hình vẽ là đồ thị hàm số nào dưới đây?



A.  $y = \frac{x-2}{x-1}$

B.  $y = \frac{x+2}{x+1}$

C.  $y = \frac{x+2}{x-1}$

D.  $y = \frac{x-2}{x+1}$

**Câu 9:** Bất phương trình  $3^x - 81 \leq 0$  có tất cả bao nhiêu nghiệm dương?

A. 3

B. 4

C. vô số

D. 5

**Câu 10:** Số điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = -x^4 - 1$  là

A. 2

B. 0

C. 1

D. 3

**Câu 11:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB=1, AD=2, AA'=3$ . Thể tích của khối chóp  $D.A'B'C'D'$  là:

A.  $V=2$

B.  $V=1$

C.  $V=6$

D.  $V=3$

**Câu 12:** Thể tích khối lăng trụ có chiều cao bằng  $h$  và diện tích đáy bằng  $B$  là:

A.  $V = \frac{1}{6} Bh$

B.  $V = 2Bh$

C.  $V = \frac{1}{3} Bh$

D.  $V = Bh$

**Câu 13:** Đạo hàm của hàm số  $y = \log_3(2-x)$  là:

A.  $y' = \frac{1}{(2-x)\ln 3}$

B.  $y' = \frac{\ln 3}{x-2}$

C.  $y' = \frac{1}{(x-2)\ln 3}$

D.  $y' = \frac{\ln 3}{2-x}$

**Câu 14:** Tập xác định  $D$  của hàm số  $y = (9x^2 - 1)^3$  là

A.  $D = \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$

B.  $D = \mathbb{R}$

C.  $D = \left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right\}$

**Câu 15:** Cho hai khối cầu có bán kính lần lượt bằng  $a$  và  $2a$ . Tỉ số thể tích của khối cầu nhỏ với thể tích của khối cầu lớn bằng:

A.  $\frac{1}{4}$

B. 4

C.  $\frac{1}{8}$

D. 8

**Câu 16:** Cho hình chóp  $SABC$  có  $SA, AB, BC$  đôi một vuông góc với nhau. Tính thể tích khối chóp  $SABC$  biết  $SA = a\sqrt{3}, AB = BC = a$ .

A.  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{9}$

B.  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$

C.  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$

D.  $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$

**Câu 17:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |     |      |           |     |
|---------|-----------|-----|------|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $0$ | $2$  | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$ | $-$  | $0$       | $+$ |
| $f(x)$  | $+\infty$ |     |      | $2$       |     |
|         | $-\infty$ |     | $-2$ |           |     |

Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = f(2)$  là:

A. 0

B. 2

C. 1

D. 3

**Câu 18:** Cho hàm số  $f(x) = \log_3 x$ . Khi đó giá trị của biểu thức  $f\left(\frac{27}{a}\right) + f(a)$  với  $a > 0$  bằng

- A.  $\frac{1}{3}$                                       B. 3                                      C. 27                                      D.  $\log_3 \frac{27+a^2}{a}$

**Câu 19:** Cắt khối cầu  $S(I;10)$  bởi mặt phẳng  $(P)$  cách tâm  $I$  một khoảng bằng 6 ta thu được thiết diện là hình tròn có chu vi bằng bao nhiêu?

- A.  $8\pi$                                       B.  $64\pi$                                       C.  $32\pi$                                       D.  $16\pi$

**Câu 20:** Biết phương trình  $\log_2^2 x - 2\log_2(2x-1) = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$ . Tính  $x_1 \cdot x_2$

- A.  $x_1 \cdot x_2 = 4$                                       B.  $x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{8}$                                       C.  $x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{2}$                                       D.  $x_1 \cdot x_2 = -3$

**Câu 21:** Tìm tổng tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{x-m}$  có hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích 5.

- A. 0                                      B. 5                                      C. 4                                      D. 2

**Câu 22:** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+2}$ . Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[0;3]$ . Tính  $M+m$

- A.  $M+m=2$                                       B.  $M+m=-1$                                       C.  $M+m=\frac{3}{2}$                                       D.  $M+m=\frac{1}{2}$

**Câu 23:** Đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 1$  có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng

- A.  $\frac{1}{2}$                                       B. 4                                      C. 2                                      D. 1

**Câu 24:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

|         |           |   |   |           |   |
|---------|-----------|---|---|-----------|---|
| $x$     | $-\infty$ | 0 | 2 | $+\infty$ |   |
| $f'(x)$ | -         | 0 | + | 0         | - |

Tổng giá trị tất cả các điểm cực trị của hàm số  $y = f(x-2019) + 2020$  là

- A. 4040                                      B. 6080                                      C. 2                                      D. 2021

**Câu 25:** Cho hình trụ có chiều cao bằng bán kính đáy bằng 5cm. Mặt phẳng  $(\alpha)$  song song với trục, cắt hình trụ theo một thiết diện có chu vi bằng 26cm. Khoảng cách từ  $(\alpha)$  đến trục của hình trụ bằng:

- A. 4cm                                      B. 5cm                                      C. 2cm                                      D. 3cm

**Câu 26:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AD = 2a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy,  $SA = 2a$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SD$  bằng:

- A.  $a\sqrt{2}$                                       B.  $\frac{2a}{\sqrt{5}}$                                       C.  $2a$                                       D.  $a$

**Câu 27:** Gọi  $T$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^4 - 2mx^2 + 1$  đồng biến trên khoảng  $(3; +\infty)$ . Tổng giá trị các phần tử của  $T$  bằng

- A. 9                                      B. 45                                      C. 55                                      D. 36

**Câu 28:** Nếu khối hộp chữ nhật có thể tích và chiều cao lần lượt bằng  $9a^3$  và  $a$  thì chu vi đáy nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

- A.  $4a\sqrt{3}$                                       B.  $12a$                                       C.  $6a$                                       D.  $a\sqrt{3}$

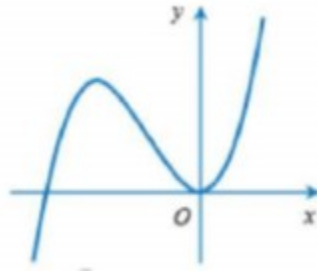
**Câu 29:** Cho hàm số  $y = e^{2x} - x$ . Chọn khẳng định đúng.

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\ln\sqrt{2}; +\infty)$

**D.**  $(-1; 0)$



**Câu 39:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $f(2|\sin x|) = f(m^2 + 6m + 10)$  có nghiệm?

A. 2

B. 3

C. 4

D. 1

**Câu 40:** Cho tứ diện đều có chiều cao bằng  $h$ . Thể tích của khối tứ diện đã cho là:

A.  $V = \frac{\sqrt{3}h^3}{4}$

B.  $V = \frac{\sqrt{3}h^3}{8}$

C.  $V = \frac{\sqrt{3}h^3}{3}$

D.  $V = \frac{2\sqrt{3}h^3}{3}$

**Câu 41:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Tỉ số thể tích của khối tứ diện  $ACB'D'$  và thể tích khối hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  bằng

A.  $\frac{2}{3}$

B.  $\frac{1}{6}$

C.  $\frac{1}{2}$

D.  $\frac{1}{3}$

**Câu 42:** Tổng các hệ số của tất cả các số hạng trong khai triển nhị thức  $(x - 2y)^{2020}$  là

A. 2021

B. 2020

C. -1

D. 1

**Câu 43:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 2m$ . Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số thực  $m$  để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 0

**Câu 44:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = a$ , tam giác  $ABC$  đều, tam giác  $SAB$  vuông cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ  $B$  đến mặt phẳng  $(SAC)$  bằng

A.  $\frac{a\sqrt{42}}{7}$

B.  $\frac{a\sqrt{42}}{14}$

C.  $\frac{a\sqrt{42}}{12}$

D.  $\frac{a\sqrt{42}}{6}$

**Câu 45:** Có tất cả bao nhiêu đường thẳng cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+3}{x-1}$  tại hai điểm phân biệt mà hai giao điểm đó có hoành độ và tung độ là các số nguyên?

A. 1

B. 2

C. 3=6

D. 12

**Câu 46:** Có một bể hình hộp chữ nhật chứa đầy nước. Người ta cho ba khối nón giống nhau có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân vào bể sao cho ba đường tròn đáy của ba khối nón đôi một tiếp xúc với nhau, một khối nón có đường tròn đáy chỉ tiếp xúc với một cạnh của đáy bể và hai khối nón còn lại có đường tròn đáy tiếp xúc với hai cạnh của đáy bể. Sau đó người ta đặt lên đỉnh của ba khối nón một khối cầu có bán kính bằng  $\frac{4}{3}$  lần bán kính đáy của khối nón. Biết khối cầu vừa đủ ngập trong nước và tổng lượng nước trào ra là  $\frac{337\pi}{24}$

(lít). Thể tích nước ban đầu ở trong bể thuộc khoảng nào dưới đây (đơn vị tính: lít)

A. (150;151)

B. (151;152)

C. (139;140)

D. (138;139)

**Câu 47:** Gọi  $m_0$  là giá trị nhỏ nhất của tham số thực  $m$  sao cho phương trình  $(m-1)\log_{\frac{1}{2}}(x-2) - (m-5)\log_{\frac{1}{2}}x + m-1 = 0$  có nghiệm thuộc khoảng  $(2;4)$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $m_0 \in \left(-1; \frac{4}{3}\right)$

B.  $m_0 \in \left(2; \frac{10}{3}\right)$

C.  $m_0 \in \left(4; \frac{16}{3}\right)$

D.  $m_0 \in \left(-5; -\frac{5}{2}\right)$

**Câu 48:** Cho lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = \sqrt{6}$ ,  $AD = \sqrt{3}$ ,  $A'C = 3$  và mặt phẳng  $(ACC'A')$  vuông góc với mặt đáy. Biết hai mặt phẳng  $(ACC'A')$ ,  $(ABB'A')$  tạo với nhau góc  $\alpha$  có  $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ . Thể tích của khối lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  là

A.  $V = 12$

B.  $V = 6$

C.  $V = 8$

D.  $V = 10$

**Câu 49:** Cho hai hàm số  $y = \ln \left| \frac{x-2}{x} \right|$  và  $y = \frac{3}{x-2} - \frac{1}{x} + 4m - 2020$ . Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  để hai đồ thị hàm số cắt nhau tại một điểm duy nhất bằng

A. 506

B. 1011

C. 2020

D. 1010

**Câu 50:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AC = 2a$ , tam giác  $SAB$  và tam giác  $SCB$  lần lượt vuông tại  $A$  và  $C$ . Khoảng cách từ  $S$  đến mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $a$ . Cosin của góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCB)$  bằng

A.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

B.  $\frac{1}{3}$

C.  $\frac{2}{3}$

D.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$

### HƯỚNG DẪN GIẢI

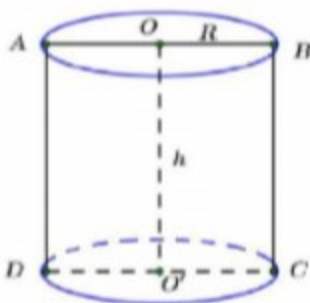
|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. D  | 2. D  | 3. A  | 4. C  | 5. A  | 6. B  | 7. C  | 8. A  | 9. B  | 10. C |
| 11. A | 12. D | 13. C | 14. D | 15. C | 16. C | 17. B | 18. B | 19. D | 20. A |
| 21. A | 22. D | 23. D | 24. A | 25. D | 26. A | 27. B | 28. B | 29. A | 30. C |
| 31. D | 32. C | 33. C | 34. C | 35. A | 36. A | 37. C | 38. B | 39. B | 40. B |
| 41. D | 42. D | 43. A | 44. A | 45. C | 46. B | 47. D | 48. C | 49. B | 50. C |

**Câu 1: Mặt trụ**

**Phương pháp:**

Công thức tính thể tích của khối trụ có bán kính đáy  $R$  và chiều cao  $h$ :  $V = \pi R^2 h$

**Cách giải:**



Hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông có cạnh bằng 20cm

$$\Rightarrow \begin{cases} h = 20cm \\ 2R = 20cm \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = 20cm \\ R = 10cm \end{cases}$$

$$\Rightarrow V = \pi R^2 h = \pi \cdot 10^2 \cdot 20 = 2000\pi \text{ cm}^3$$

**Chọn D.**

**Câu 2: Hàm số Lôgarit**

**Phương pháp:**

+) Hàm số  $y = \log_a x$  ( $0 < a \neq 1$ ) đồng biến trên  $(0; +\infty)$  khi  $a > 1$  và nghịch biến trên  $(0; +\infty)$  khi  $0 < a < 1$

+) Hàm số  $y = \log_a x$  ( $0 < a \neq 1$ ) nhận trục  $Oy$  làm TCĐ

+) Hàm số  $y = \log_a x (0 < a \neq 1)$  không có cực trị trên TXĐ

**Cách giải:**

Xét hàm số  $y = \ln x$  có TXĐ là:  $D = (0; +\infty)$

+) Có  $e > 0 \Rightarrow y = \ln x$  đồng biến trên  $(0; +\infty) \Rightarrow C$  đúng

+) Hàm số  $y = \ln x$  không có cực trị trên TXĐ  $\Rightarrow A$  đúng

+) Hàm số  $y = \ln x$  nhận trục  $Oy$  làm TCD  $\Rightarrow B$  đúng

+) Hàm số  $y = \ln x$  có TGT là  $G = (-\infty; +\infty)$  trên  $(0; +\infty) \Rightarrow D$  sai

**Chọn D.**

**Câu 3: Mặt nón**

**Phương pháp:**

Công thức tính diện tích xung quanh hình nón có bán kính đáy  $R$ , chiều cao  $h$  và đường sinh  $l$ :  $S_{xq} = \pi Rl$

**Cách giải:**

Khi quay  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  quanh trục  $AB$  ta thu được hình nón có đường sinh là  $l = BC$  và bán kính đáy  $R = AC$

$\Rightarrow$  Diện tích xung quanh của hình nón trên là  $S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot AC \cdot BC = \pi ab$

**Chọn A.**

**Câu 4: Hoán vị - Chỉnh hợp – Tổ hợp (lớp 11)**

**Phương pháp:**

Cứ hai điểm phân biệt thì tạo thành một vectơ khác vectơ không

Khi đó số vectơ khác vectơ không được tạo thành từ  $n$  điểm là:  $A_n^2$

**Cách giải:**

Số vectơ khác vectơ không được tạo thành từ 10 điểm là  $A_{10}^2$

**Chọn C.**

**Câu 5: Ôn tập chương 2: Hàm số lũy thừa. Hàm số mũ và hàm số lôgarit.**

**Phương pháp:**

Dựa vào đồ thị hàm số bài cho, nhận xét đáng điệu đồ thị, tính đơn điệu của hàm số rồi chọn hàm số tương ứng.

**Cách giải:**

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số nằm phía trên trục  $Ox$  và nhận trục  $Ox$  là TCN.

$\Rightarrow$  Đồ thị hàm số đã cho là đồ thị hàm số mũ

$\Rightarrow$  loại B, D

Mà đồ thị hàm số đi từ trên xuống  $\Rightarrow$  hàm số đã cho nghịch biến

$\Rightarrow$  loại đáp án C.

**Chọn A.**

**Câu 6: Khái niệm về thể tích của khối đa diện**

**Phương pháp:**

Hình chóp có thể tích  $V$ , diện tích đáy  $S$  thì chiều cao của khối chóp là:  $h = \frac{3V}{S}$

**Cách giải:**

Chiều cao của khối chóp đã cho là:  $h = \frac{3V}{S} = \frac{3a^3}{a^2} = 3a$

**Chọn B.**

**Câu 7: Đường tiệm cận**

**Phương pháp:**

+) Đường thẳng  $x = a$  được gọi là TCD của đồ thị hàm số  $y = f(x) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$

+) Đường thẳng  $y=b$  được gọi là TCN của đồ thị hàm số  $y=f(x) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)=b$

**Cách giải:**

Dựa vào BBT ta thấy  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)=0 \Rightarrow y=0$  là 1 đường TCN của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x)=\pm\infty \Rightarrow x=2$  là 1 TCD của đồ thị hàm số

$\Rightarrow$  Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận

**Chọn C.**

**Câu 8: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số**

**Phương pháp:**

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho, nhận xét các đường TCD và TCN của đồ thị hàm số

Từ đó suy ra hàm số tương ứng cần tìm

**Cách giải:**

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho, ta thấy đồ thị hàm số có TCD là  $x=1 \Rightarrow$  loại đáp án C và D

Đồ thị hàm số đi qua điểm  $(0;2) \Rightarrow$  Chọn A

**Chọn A.**

**Câu 9: Bất phương trình mũ và bất phương trình lôgarit**

**Phương pháp:**

Giải bất phương trình mũ:  $a^x \leq a^b \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ x \leq b \\ 0 < a < 1 \\ x \geq b \end{cases}$

**Cách giải:**

$3^x - 81 \leq 0 \Leftrightarrow 3^x \leq 81 \Leftrightarrow 3^x \leq 3^4 \Leftrightarrow x \leq 4$

$\Rightarrow$  Tập nghiệm nguyên dương của bất phương trình là  $S = \{1; 2; 3; 4\}$

**Chọn B.**

**Câu 10: Cực trị hàm số**

**Phương pháp:**

Số điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y=f(x)$  là số nghiệm bội lẻ của phương trình  $f'(x)=0$

**Cách giải:**

Ta có:  $y = -x^4 - 1 \Rightarrow y' = -4x^3 \Rightarrow y' = 0 \Rightarrow 4x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Ta thấy  $x=0$  là nghiệm bội ba của phương trình  $y'=0$

$\Rightarrow x=0$  là 1 điểm cực trị của hàm số đã cho.

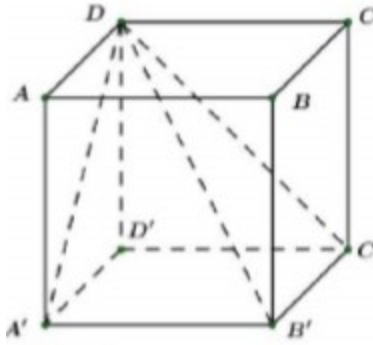
**Chọn C**

**Câu 11: Khái niệm về thể tích của khối đa diện**

**Phương pháp:**

Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy  $S$  và chiều cao  $h$  là:  $V = \frac{1}{3}Sh$

**Cách giải:**



Ta có:  $V_{D.A'B'C'D'} = \frac{1}{3} DD'.AB.AD = \frac{1}{3}.3.1.2 = 2$

**Chọn A.**

**Câu 12: Khái niệm về thể tích của khối đa diện**

**Phương pháp:**

Công thức tính thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy  $B$  và chiều cao  $h$  là:  $V = Bh$

**Cách giải:**

Công thức tính thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy  $B$  và chiều cao  $h$  là:  $V = Bh$

**Chọn D.**

**Câu 13: Hàm số Lôgarit**

**Phương pháp:**

Công thức tính đạo hàm của hàm số Lôgarit là:  $(\log_a f(x))' = \frac{f'(x)}{f(x) \cdot \ln a}$

**Cách giải:**

TXĐ:  $D = (-\infty; 2)$

Ta có:  $y' = [\log_3(x-2)]' = \frac{-1}{(2-x)\ln 3} = \frac{1}{(x-2)\ln 3}$

**Chọn C.**

**Câu 14: Hàm số lũy thừa**

**Phương pháp:**

$$\text{Hàm số } x^n \text{ xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R} \text{ khi } n \in \mathbb{Z}^+ \\ x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ khi } n \in \mathbb{Z}^- \\ x \in (0; +\infty) \text{ khi } n \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

**Cách giải:**

$$\text{Hàm số } y = (9x^2 - 1)^{-3} \text{ xác định} \Leftrightarrow 9x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq \frac{1}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -\frac{1}{3} \\ x \neq \frac{1}{3} \end{cases}$$

**Chọn D.**

**Câu 15: Mặt cầu**

**Phương pháp:**

Công thức tính thể tích của khối cầu có bán kính  $r$ :  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

**Cách giải:**

Thể tích khối cầu có bán kính  $r = a$  là:  $V_1 = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi a^3$

Thể tích khối cầu có bán kính  $R = 2a$  là:  $V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi (2a)^3 = \frac{32}{3}\pi a^3$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3}\pi a^3}{\frac{32}{3}\pi a^3} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$$

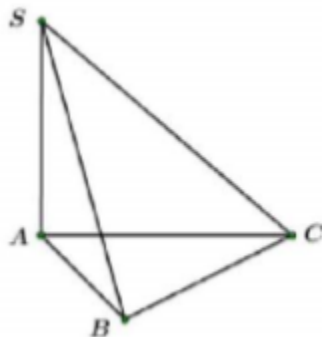
**Chọn C.**

**Câu 16: Khái niệm về thể tích của khối đa diện**

**Phương pháp:**

Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy  $S$  và chiều cao  $h$  là:  $V = \frac{1}{3}Sh$

**Cách giải:**



Ta có:  $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot \frac{1}{2}AB \cdot BC = \frac{1}{6}SA \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{6}a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

**Chọn C.**

**Câu 17: Tương giao đồ thị hàm số và biện luận nghiệm của phương trình**

**Phương pháp:**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy  $f(2) = -2$

Số nghiệm của phương trình  $f(x) = f(2)$  là số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đường thẳng  $y = f(2) = -2$

Dựa vào BBT rồi biện luận số nghiệm của phương trình.

**Cách giải:**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy  $f(2) = -2$

Số nghiệm của phương trình  $f(x) = f(2)$  là số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đường thẳng  $y = f(2) = -2$

Dựa vào BBT ra thấy đường thẳng  $y = -2$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại 2 điểm phân biệt

Vậy phương trình  $f(x) = f(2)$  có hai nghiệm phân biệt

**Chọn B.**

**Câu 18: Hàm Lôgarit**

**Phương pháp:**

Tính giá trị của các biểu thức  $f(x)$  tại  $x = \frac{27}{a}$  và  $x = a$

Sau đó tính giá trị biểu thức  $f\left(\frac{27}{a}\right) + f(a)$  rồi chọn đáp án đúng

Áp dụng các công thức biến đổi:  $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$ ;  $\log_a b^m = m \log_a b$ ;  $\log_a a = 1$

**Cách giải:**

Điều kiện:  $x > 0$

$$\Rightarrow f\left(\frac{27}{a}\right) + f(a) = \log_3 \frac{27}{a} + \log_3 a = \log_3 27 - \log_3 a + \log_3 a = \log_3 3^3 = 3$$

**Chọn B.**

**Câu 19: Ôn tập tổng hợp: Chương 1,2 (Hình học 12)**

**Phương pháp:**

Gọi  $R$  là bán kính mặt cầu  $(S)$ ,  $d = d(I; (P))$  là khoảng cách từ tâm  $I$  đến mặt phẳng  $(P)$  và  $r$  là bán kính đường tròn giao tuyến mà  $(P)$  cắt  $(S)$ . Khi đó ta có:  $r = \sqrt{R^2 - d^2}$

Công thức tính chu vi đường tròn bán kính  $r$  là:  $C = 2\pi r$

**Cách giải:**

Theo đề bài ra ta có:  $R = 10, d(I, (P)) = 6$

$\Rightarrow$  Bán kính đường tròn giao tuyến của  $(S)$  và  $(P)$  là:  $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

$\Rightarrow$  Chu vi đường tròn giao tuyến là  $C = 2\pi r = 2\pi \cdot 8 = 16\pi$

**Chọn D.**

**Câu 20: Phương trình mũ và phương trình lôgarit**

**Phương pháp:**

Tìm điều kiện xác định

Giải phương trình đã cho bằng phương pháp đặt ẩn phụ  $\log_2 x = t$ . Sau đó suy ra ẩn  $x$  rồi tính giá trị biểu thức  $x_1 \cdot x_2$

**Cách giải:**

Điều kiện:  $x > 0$

$$\log_2^2 x - 2\log_2(2x) - 1 = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x - 2\log_2 2 - 2\log_2 x - 1 = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x - 2\log_2 x - 3 = 0 \quad (*)$$

Đặt  $\log_2 x = t$ . Khi đó ta có:

$$(*) \Leftrightarrow t^2 - 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow (t+1)(t-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t+1=0 \\ t-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ t=3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = -1 \\ \log_2 x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^{-1} = \frac{1}{2} (tm) \\ x = 2^3 = 8 (tm) \end{cases} \Rightarrow x_1 x_2 = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4$$

**Chọn A.**

**Câu 21: Ôn tập chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số**

**Phương pháp:**

Tìm các đường TCD  $x=a$  và TCN  $y=b$  của đồ thị hàm số

Khi đó hình chữ nhật được tạo thành có kích thước là  $|a|, |b| \Rightarrow S = |ab|$

Giải phương trình trên tìm  $m$

**Cách giải:**

Xét hàm số  $y = \frac{x-1}{x-m}$  ta có:

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$$

TCD của đồ thị hàm số là:  $x=m$  và TCN của đồ thị hàm số là  $y=1$

Khi đó hình chữ nhật được tạo bởi hai đường tiệm cận và hai trục tọa độ có các kích thước là  $|m|$  và 1.

$$\Rightarrow S = |m| = 5 \Rightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -5 \end{cases} \Rightarrow m_1 + m_2 = 0$$

**Chọn A.**

**Câu 22: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số**

**Phương pháp:**

Xét hàm số bậc nhất trên bậc nhất  $y = \frac{ax+b}{cx+d} \left( x \neq -\frac{d}{c} \right)$  trên đoạn  $[x_1; x_2]$  ta có:

$$+) \text{ Với } y' > 0 \forall x \in [x_1, x_2] \Rightarrow \begin{cases} \min_{[x_1, x_2]} y = y(x_1) \\ \max_{[x_1, x_2]} y = y(x_2) \end{cases}$$

$$+) \text{ Với } y' < 0 \forall x \in [x_1, x_2] \Rightarrow \begin{cases} \min_{[x_1, x_2]} y = y(x_2) \\ \max_{[x_1, x_2]} y = y(x_1) \end{cases}$$

**Cách giải:**

Xét hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+2}$  trên  $[0; 3]$  ta có:

$$y' = \frac{5}{(x+2)^2} > 0 \forall x \in [0; 3] \Rightarrow \text{Hàm số đã cho đồng biến trên } [0; 3]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M = \max_{[0; 3]} y = y(3) = 1 \\ m = \min_{[0; 3]} y = y(0) = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M + m = \frac{1}{2}$$

**Chọn D.**

**Câu 23: Cực trị hàm số**

**Phương pháp:**

Khảo sát hàm số đã cho, tìm các điểm cực trị của hàm số.

Giả sử ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là  $A(0; y_0), B(x_1, y_1), C(x_2, y_1)$

Khi đó ta có:  $\triangle ABC$  cân tại  $A$  và tính diện tích  $\triangle ABC$  bằng công thức  $S_{ABC} = \frac{1}{2} |y_0| \cdot BC$

**Cách giải:**

Xét hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 1$  ta có:

$$y' = 4x^3 - 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow A(0; 1) \\ x = -1 \Rightarrow B(-1; 0) \\ x = 1 \Rightarrow C(1; 0) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị là  $A(0; 1), B(-1; 0), C(1; 0)$  tạo thành  $\triangle ABC$  cân tại  $A$

Ta có:  $\overline{BC} = \sqrt{2} \Rightarrow BC = 2$

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} d(A; BC) = BC = \frac{1}{2} \cdot |y_A| \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1$$

**Chọn D.**

**Câu 24: Cực trị của hàm số**

**Phương pháp:**



Dựa vào BBT, tìm khoảng biến thiên của hàm số  $y = f(x)$

Từ đó khảo sát hàm số  $y = f(x - 2019) + 2020$

**Cách giải:**

Dựa vào BBT, ta thấy hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên  $(0; 2)$  và nghịch biến trên  $(-\infty; 0), (2; +\infty)$

Hàm số  $y = f(x)$  có hai điểm cực trị là  $x = 0, x = 2$

Xét hàm số  $y = f(x - 2019) + 2020$  ta có:

$$y' = f'(x - 2019) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow f'(x - 2019) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2019 = 0 \\ x - 2019 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2019 \\ x = 2021 \end{cases}$$

Ta có BXD:

| $x$  | $-\infty$ | 2019 |   | 2021 |   | $+\infty$ |
|------|-----------|------|---|------|---|-----------|
| $y'$ | -         | 0    | + | 0    | - |           |

$\Rightarrow$  Hàm số  $y = f(x - 2019) + 2020$  có hai điểm cực trị là  $x = 2019, x = 2021$

$$\Rightarrow 2019 + 2021 = 4040$$

**Chọn A.**

**Câu 25: Mặt trụ**

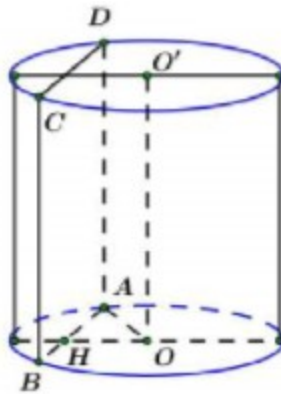
**Phương pháp:**

Mặt phẳng  $(\alpha)$  song song với trục, cắt hình trụ theo thiết diện là một hình chữ nhật  $ABCD$  với  $AD = BC = h = 5$

Gọi  $H$  là trung điểm của  $AB \Rightarrow OH \perp AB \Rightarrow OH \perp (ABCD)$  hay  $OH \perp (\alpha)$

$$\Rightarrow d(OO', (\alpha)) = d(O, (\alpha)) = OH$$

**Cách giải:**



Mặt phẳng  $(\alpha)$  song song với trục, cắt hình trụ theo thiết diện là một hình chữ nhật  $ABCD$  với  $AD = BC = h = 5$

$$\Rightarrow 2(AB + BC) = 2(AB + 5) = 26 \Leftrightarrow AB = 8 \text{ cm}$$

Gọi  $H$  là trung điểm của  $AB \Rightarrow OH \perp AB \Rightarrow OH \perp (ABCD)$  hay  $OH \perp (\alpha)$

$$\Rightarrow d(OO', (\alpha)) = d(O, (\alpha)) = OH$$

$$\Rightarrow AH = \frac{AB}{2} = 4 \text{ cm}$$

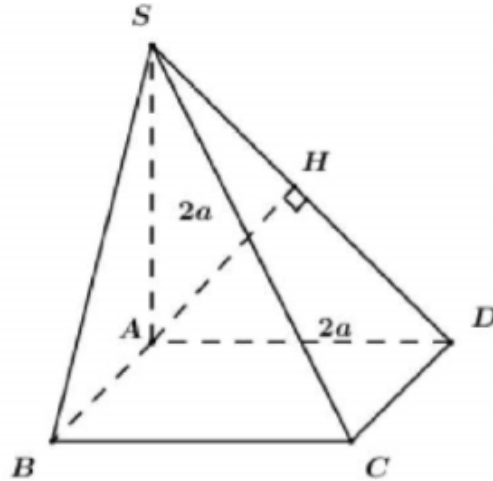
Áp dụng định lý Pytago cho  $\triangle AOH$  vuông tại  $H$  ta có:  $OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ cm}$

$$\Rightarrow d(OO', (\alpha)) = 3 \text{ cm}$$

**Chọn D.**

**Câu 26: Khoảng cách (Toán 11)****Phương pháp:**

- Sử dụng định lý: Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa đường thứ nhất đến mặt phẳng song song với nó và chứa đường thứ hai.
- Quy về bài toán tính khoảng cách từ chân đường vuông góc đến mặt phẳng.
- Dùng khoảng cách, sử dụng tính chất tam giác vuông cân hoặc hệ thức lượng trong tam giác vuông để tính khoảng cách.

**Cách giải:**

Ta có:  $AB \parallel CD$  (gt)  $\Rightarrow AB \parallel (SCD) \Rightarrow SD$   
 $\Rightarrow d(AB, SD) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD))$

Trong  $(SAD)$  kẻ  $AH \perp SD$  ( $H \in SD$ ) ta có:

$$\begin{cases} CD \perp SA \\ CD \perp AD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$$

$$\begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp CD \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD)$$

$$\Rightarrow d(A, (SCD)) = AH \Rightarrow d(AB, SD) = AH$$

Vì tam giác  $SAD$  vuông cân tại  $A$  có  $SA = AD = 2a \Rightarrow AH = \frac{SA}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$

Vậy  $d(AB, SD) = a\sqrt{2}$

**Chọn A.**

**Câu 27: Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số****Phương pháp:**

- Để hàm số đồng biến trên  $(3; +\infty)$  thì  $y' \geq 0 \forall x \in (3; +\infty)$  và bằng 0 tại hữu hạn điểm
- Cô lập  $m$ , đưa bất phương trình về dạng  $m \leq f(x) \forall x \in (3; +\infty) \Rightarrow m \leq \min_{[3; +\infty)} f(x)$
- Đánh giá hoặc lập BBT để tìm  $\min_{[3; +\infty)} f(x)$

**Cách giải:**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

Ta có:  $y' = 4x^3 - 4mx$

Để hàm số đồng biến trên  $(3; +\infty)$  thì  $y' \geq 0 \forall x \in (3; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 4x^3 - 4mx \geq 0 \forall x \in (3; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m \leq x^2 \forall x \in (3; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m \leq \min(x^2) \forall x \in (3; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m \leq 3^2 = 9$$

Kết hợp điều kiện bài toán ta có  $m$  là số nguyên dương  $\Rightarrow m \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$

$$\text{Vậy tổng các giá trị của } m \text{ là } 1 + 2 + 2 + \dots + 9 = \frac{9 \cdot 10}{2} = 45$$

**Chọn B.**

**Câu 28: Khái niệm về thể tích của khối đa diện**

**Phương pháp:**

- Sử dụng công thức tính thể tích khối hộp  $V = Bh$  trong đó  $B$  là diện tích đáy,  $h$  là chiều cao tương ứng, từ đó tính diện tích đáy khối hộp chữ nhật

- Sử dụng BĐT Cô-si cho hai số không âm:  $x + y \geq 2\sqrt{xy} \ (x, y \geq 0)$

**Cách giải:**

$$\text{Diện tích đáy của khối hộp chữ nhật là } S = \frac{9a^3}{a} = 9a^2$$

Gọi  $x, y$  là hai kích thước của đáy hộp chữ nhật, ta có  $S = xy = 9a^2$

$$\text{Chu vi đáy là } C = 2(x + y) \geq 2 \cdot 2\sqrt{xy} = 4 \cdot \sqrt{9a^2} = 12a$$

$$\Rightarrow C_{\min} = 12a \Leftrightarrow x = y. \text{ Khi đó ta có: } S = x^2 = 9a^2 \Leftrightarrow x = 3a = y$$

Chu vi đáy nhỏ nhất bằng  $12a$

**Chọn B.**

**Câu 29: Hàm số mũ**

**Phương pháp:**

- Khảo sát và lập BBT của đồ thị hàm số

- Từ BBT xác định các khoảng đồng biến của hàm số

**Cách giải:**

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}$$

$$\text{Ta có: } y' = 2e^{2x} - 1 = 0 \Leftrightarrow e^{2x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = \ln \frac{1}{2} = -\ln 2 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \ln 2 = -\ln \sqrt{2}$$

BBT:

|      |           |                              |           |
|------|-----------|------------------------------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-\ln \sqrt{2}$              | $+\infty$ |
| $y'$ |           |                              |           |
| $y$  | $+\infty$ | $\frac{1}{2} + \ln \sqrt{2}$ | $+\infty$ |

Dựa vào BBT ta thấy hàm số đồng biến trên  $(-\ln \sqrt{2}; +\infty)$

**Chọn A.**

**Câu 30: Hàm số mũ**

**Phương pháp:**

Sử dụng công thức  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

**Cách giải:**

Ta có:  $2a^{9x} = 2a^{3x \cdot 3} = 2(a^{3x})^3 = 2 \cdot 2^3 = 16$

**Chọn C.**

**Câu 31: Phương trình mũ và phương trình lôgarit**

**Phương pháp:**

- Lấy logarit cơ số 4 cả ba vế của phương trình  $4^a = 9^b = 6^c$

- Rút các tỷ số  $\frac{c}{a}, \frac{c}{b}$

- Sử dụng công thức  $\frac{1}{\log_a b} = \log_b a (0 < a, b \neq 1), \frac{\log_c b}{\log_c a} = \log_a b (0 < a, c \neq 1, b > 0)$ ,

$\log_a x + \log_a y = \log_a (xy) (0 < a \neq 1, x, y > 0), \log_a x^m = m \log_a x (0 < a \neq 1, x > 0)$

**Cách giải:**

$$4^a = 9^b = 6^c \Leftrightarrow a = b \log_4 9 = c \log_4 6 \Rightarrow \begin{cases} \frac{c}{a} = \frac{1}{\log_4 6} = \log_6 4 \\ \frac{c}{b} = \frac{\log_4 9}{\log_4 6} = \log_6 9 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \frac{c}{a} + \frac{c}{b} = \log_6 4 + \log_6 36 = 2$$

**Chọn D.**

**Câu 32: Phương trình mũ và phương trình lôgarit**

**Phương pháp:**

- Lấy logarit cơ số  $b$  hai vế của phương trình  $a^x b^{x^2-1} = 1$ , đưa phương trình về dạng phương trình bậc hai ẩn  $x$

- Tìm điều kiện để phương trình bậc hai ẩn  $x$  có 2 nghiệm phân biệt

- Áp dụng định lý Viet:  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1 x_2 = \frac{c}{a}$

- Đặt ẩn phụ  $t = \log_b a$ , chứng minh  $t > 0$

- Áp dụng BĐT Cosi cho ba số  $a, b, c$  không âm:  $a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}$ . Dấu “=” xảy ra  $\Leftrightarrow a = b = c$

**Cách giải:**

$$a^x b^{x^2-1} = 1 \Leftrightarrow \log_b (a^x b^{x^2-1}) = \log_b 1$$

$$\Leftrightarrow \log_b a^x + \log_b b^{x^2-1} = 0$$

$$\Leftrightarrow x \log_b a + x^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (\log_b a)x - 1 = 0 (*)$$

Để phương trình ban đầu có 2 nghiệm phân biệt thì phương trình (\*) phải có 2 nghiệm phân biệt

$$\Rightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (\log_b a)^2 + 4 > 0 \text{ (luôn đúng)}$$

Gọi  $x_1, x_2$  là 2 nghiệm phân biệt của phương trình (\*), áp dụng định lý Viet ta có:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\log_b a \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases}$

Khi đó ta có:

$$S = \left( \frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} \right)^2 - 6x_1 - 6x_2 = \left( \frac{-1}{-\log_b a} \right)^2 - 6(-\log_b a) = \frac{1}{\log_b^2 a} + 6 \log_b a$$

Đặt  $t = \log_b a$  với  $a > 1, b > 1$  thì  $\log_b a > \log_b 1 = 0 \Rightarrow t > 0$ , khi đó:

$$S = \frac{1}{t^2} + 6t = \frac{1}{t^2} + 3t + 3t \geq 3\sqrt{\frac{1}{t^2} \cdot 3t \cdot 3t} = 3\sqrt{9}$$

$$\Rightarrow S_{\min} = \sqrt[3]{9}, \text{ dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \frac{1}{t^2} = 3t \Leftrightarrow t^3 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow t = \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$$

$$\Leftrightarrow \log_b a = \sqrt[3]{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow a = b^{\sqrt[3]{\frac{1}{3}}}$$

**Chọn C.**

**Câu 33: Ôn tập chương 2: Mặt nón, mặt trụ, mặt cầu**

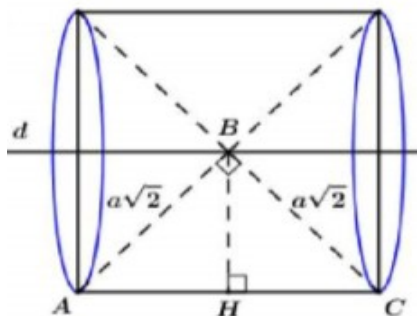
**Phương pháp:**

Sử dụng các công thức sau:

- Thể tích khối trụ có chiều cao  $h$ , bán kính đáy  $r$  là  $V = \pi r^2 h$

- Thể tích khối nón có chiều cao  $h$ , bán kính đáy  $r$  là  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

**Cách giải:**



Gọi  $H$  là trung điểm của  $AC \Rightarrow BH \perp AC$  (do tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $B$ )

Gọi  $V_1$  là thể tích khối trụ có chiều cao  $h_1 = AC$ , bán kính đáy  $r_1 = BH$

Gọi  $V_2$  là thể tích khối trụ có chiều cao  $h_2 = AH$ , bán kính đáy  $r_2 = BH$

Khi đó thể tích khối tròn xoay sinh bởi tam giác  $ABC$  khi quay quanh đường thẳng  $d$  đi qua  $B$  và song song với  $AC$  là  $V = V_1 - 2V_2$

Do tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $B$  có  $AB = BC = a\sqrt{2} \Rightarrow AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2a$

$$\Rightarrow BH = \frac{1}{2} AC = AH = a$$

$$\text{Khi đó ta có: } V_1 = \pi r_1^2 h_1 = \pi \cdot a \cdot 2a = 2\pi a^3, V_2 = \frac{1}{3} \pi r_2^2 h_2 = \frac{1}{3} \pi \cdot a^2 \cdot a = \frac{\pi a^3}{3}$$

$$\text{Vậy } V = V_1 - 2V_2 = 2\pi a^3 - \frac{\pi a^3}{3} = \frac{4\pi a^3}{3}$$

**Chọn C.**

**Câu 34: Mặt nón**

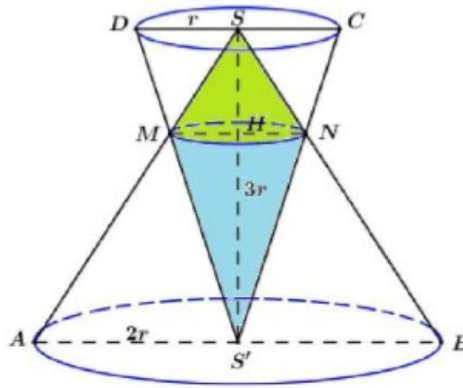
**Phương pháp:**

- Xác định thể tích phần chung là thể tích của hai khối nón

- Sử dụng định lý Ta-lét để tính chiều cao và bán kính đáy của từng khối nón

- Sử dụng công thức để tính khối nón. Thể tích khối nón có chiều cao  $h$ , bán kính đáy  $r$  là  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

**Cách giải:**



Giả sử một mặt phẳng chứa trục  $SS'$  cắt hình nón đỉnh  $S$  theo một thiết diện qua trục là  $\Delta SAB$ , cắt hình nón  $S'$  theo một thiết diện qua trục là  $\Delta S'CD$

Gọi  $M = SA \cap S'D, N = SB \cap S'C, H = SS' \cap MN$

Dễ thấy  $AB \parallel CD$  (cùng vuông góc với  $SS'$ ), do đó áp dụng định lý Ta-lét ta có:

$$\frac{SM}{AM} = \frac{SD}{S'A} = \frac{r}{2r} = \frac{1}{2}, \frac{SN}{BN} = \frac{SC}{S'B} = \frac{r}{2r} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{SM}{AM} = \frac{SN}{BN} \Rightarrow MN \parallel AB \parallel CD \text{ (định lý Ta-lét đảo)}$$

$$\Rightarrow \frac{SH}{SS'} = \frac{MH}{S'A} = \frac{SM}{SA} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} SH = \frac{1}{3}SS' = \frac{1}{3} \cdot 3r = r \\ MH = \frac{1}{3}S'A = \frac{1}{3} \cdot 2r = \frac{2r}{3} \end{cases} \Rightarrow HS' = SS' - SH = 3r - r = 2r$$

Thể tích phần chung của hai khối nón bao gồm:

+  $V_1$  là thể tích khối nón đỉnh  $S$  có chiều cao  $h_1 = SH = r$ , bán kính  $R_1 = MH = \frac{2r}{3}$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{3}\pi R_1^2 \cdot h_1 = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{2r}{3}\right)^2 \cdot r = \frac{4\pi r^3}{27}$$

+  $V_2$  là thể tích khối nón đỉnh  $S_1$  có chiều cao  $h_2 = S'H = 2r$ , bán kính  $R_2 = MH = \frac{2r}{3}$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{1}{3}\pi R_2^2 \cdot h_2 = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{2r}{3}\right)^2 \cdot 2r = \frac{8\pi r^3}{27}$$

$$\text{Vậy thể tích phần chung của hai khối nón là } V = V_1 + V_2 = \frac{4\pi r^3}{27} + \frac{8\pi r^3}{27} = \frac{4\pi r^3}{9}$$

**Chọn C.**

**Câu 35: Tương giao đồ thị hàm số và biện luận nghiệm của phương trình**

**Phương pháp:**

- Tìm TXĐ

- Xét phương trình hoành độ giao điểm, đưa phương trình về dạng phương trình bậc hai ẩn  $x$

- Tìm điều kiện để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn TXĐ

- Đối chiếu điều kiện đề bài để tìm các số nguyên  $m$  thỏa mãn

**Cách giải:**

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm:  $\frac{2x-3}{x-1} = x+m (x \neq 1)$

$$\Leftrightarrow 2x-3 = (x-1)(x+m)$$

$$\Leftrightarrow 2x-3 = x^2 + mx - x - m$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (m-3)x - m + 3 = 0 (*)$$

Để đường thẳng  $y = x+m$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-3}{x-1}$  tại hai điểm phân biệt thì phương trình (\*) phải có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta = (m-3)^2 - 4(-m+3) > 0 \\ 1 + (m-3) \cdot 1 - m + 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 9 + 4m - 12 > 0 \\ 1 \neq 0 \text{ (luôn đúng)} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < -1 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện bài toán suy ra  $m \in [-2020, -1) \cup (3, 2020], m \in \mathbb{Z}$

Vậy có  $2019 + 2017 = 4036$  giá trị của  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán

**Chọn A.**

**Câu 36: Logarit**

**Phương pháp:**

Sử dụng các công thức  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a} (0 < a, b \neq 1), \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y (0 < a \neq 1, x, y > 0)$

$$\log_a x^m = m \log_a x (0 < a \neq 1, x > 0)$$

**Cách giải:**

$$\begin{aligned} \log_{\frac{a^2}{b}} x &= \frac{1}{\log_x \frac{a^2}{b}} = \frac{1}{\log_x a^2 - \log_x b} = \frac{1}{2\log_x a - \log_x b} = \frac{1}{\frac{2}{\log_a x} - \frac{1}{\log_b x}} \\ &= \frac{1}{\frac{2}{2} - \frac{1}{5}} = \frac{1}{\frac{4}{5}} = \frac{5}{4} \end{aligned}$$

**Chọn A.**

**Câu 37: Mặt cầu**

**Phương pháp:**

- Sử dụng định lý Cosin trong tam giác tính độ dài cạnh  $BC$ , từ đó sử dụng định lý Pytago đảo chứng minh  $\triangle ABC$

- Gọi  $I$  là trung điểm  $AC$ , chứng minh  $IA = IB = IC = IM = IN$  và suy ra bán kính mặt cầu

**Cách giải:**





**Chú ý:** Lưu ý khi tính đạo hàm của hàm số  $y = g(x) = f(x^2 + 1)$  vì đây là hàm hợp, áp dụng công thức tính đạo hàm hàm hợp  $[f(u)]' = u' \cdot f'(u)$

**Chọn B.**

**Câu 39: Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số**

**Phương pháp:**

- Đặt  $t = 2|\sin x|$ , tìm khoảng giá trị của  $t$

- Dựa vào tính đơn điệu của hàm số: Nếu hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[a, b]$  và đơn điệu trên  $(a, b)$  thì  $\forall x_1 < x_2$  ta có  $f(x_1) < f(x_2)$

- Giải bất phương trình tìm  $m$

**Cách giải:**

Đặt  $t = 2|\sin x|$ , ta có:  $0 \leq |\sin x| \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq 2$

Khi đó phương trình trở thành:  $f(t) = f(m^2 + 6m + 10)$  (\*) với  $t \in [0; 2]$

Dựa vào đồ thị hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[0; 2]$  ta thấy hàm số đồng biến, do đó

$f(t) = f(m^2 + 6m + 10) \Leftrightarrow t = m^2 + 6m + 10$ . Phương trình có nghiệm  $t \in [0; 2] \Leftrightarrow 0 \leq m^2 + 6m + 10 \leq 2$

$\Leftrightarrow 0 \leq (m+3)^2 + 1 \leq 2 \Leftrightarrow (m+3)^2 \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq m+3 \leq 1 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq -2$

Mà  $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-4; -3; -2\}$

Vậy có 3 giá trị của  $m$  thỏa mãn yêu cầu đề bài

**Chọn B.**

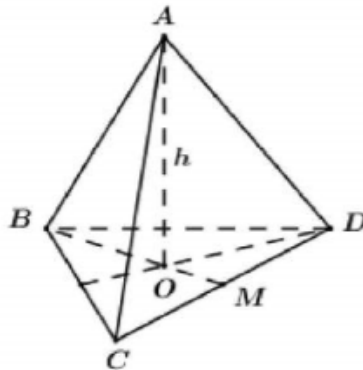
**Câu 40: Khái niệm về thể tích của khối đa diện**

**Phương pháp:**

- Gọi tứ diện đều  $ABCD$  cạnh  $a$ , sử dụng tính chất tam giác đều và định lý Pytago tính  $a$  theo  $h$

- Sử dụng công thức tính thể tích chóp có đường cao  $h$ , diện tích đáy  $B$  là  $V = \frac{1}{3} Bh$

**Cách giải:**



Gọi tứ diện đều  $ABCD$  cạnh  $a$ ,  $O$  là trọng tâm của tam giác đều  $BCD \Rightarrow AO \perp (BCD)$

Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Tam giác  $BCD$  đều cạnh  $a \Rightarrow BM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BO = \frac{2}{3} BM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông  $ABO$  ta có:

$$AB^2 = BO^2 + AO^2 \Leftrightarrow a^2 = \frac{a^2}{3} + h^2 \Leftrightarrow \frac{2a^2}{3} = h^2 \Leftrightarrow a^2 = \frac{3h^2}{2}$$

$$\Rightarrow S_{BCD} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3h^2}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}h^2}{8}$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = \frac{1}{3} AO \cdot S_{BCD} = \frac{1}{3} h \cdot \frac{3\sqrt{3}h^2}{8} = \frac{\sqrt{3}h^3}{8}$$

**Chọn B.**

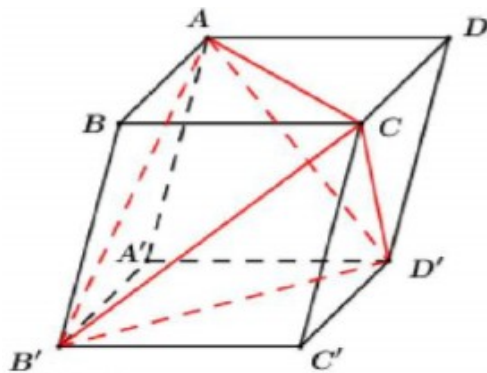
**Câu 41: Khái niệm về thể tích khối đa diện**

**Phương pháp:**

- Phân chia và lắp ghép các khối đa diện

- Muốn so sánh thể tích hai khối hình ta so sánh tỷ số chiều cao và tỉ số diện tích đáy của hai khối hình đó.

**Cách giải:**



$$\text{Đặt } V_{ABCD.A'B'C'D'} = V$$

$$\text{Ta có: } V_{ABCD.A'B'C'D'} = V_{ACB'D'} + V_{B'ABC} + V_{D'ACD} + V_{AA'B'D'} + V_{CB'C'D'}$$

$$\text{Ta có: } V_{B'ABC} = \frac{1}{3} d(B', (ABC)) \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} d(B', (ABCD)) \cdot \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{6} V$$

$$\text{Chứng minh tương tự ta có: } V_{D'ACD} = V_{AA'B'D'} = V_{CB'C'D'} = \frac{1}{6} V$$

$$\text{Khi đó ta có: } V = V_{ACB'D'} + 4 \cdot \frac{1}{6} V \Leftrightarrow V_{ACB'D'} = \frac{V}{3}$$

$$\text{Vậy } \frac{V_{ACB'D'}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{V}{3} : V = \frac{1}{3}$$

**Chọn D.**

**Câu 42: Nhị thức Niu – tơn (lớp 11)**

**Phương pháp:**

Muốn tính tổng hệ số của tất cả các số hạng trong khai triển nhị thức  $(ax + by)^n$  ta cho  $x = y = 1$

**Cách giải:**

$$\text{Thay } x = y = 1 \text{ có } (1 - 2 \cdot 1)^{2020} = (-1)^{2020} = 1$$

Vậy tổng hệ số của tất cả các số hạng trong khai triển nhị thức  $(x - 2y)^{2020}$  bằng 1

**Chọn D.**

**Câu 43: Cấp số cộng (lớp 11)**

**Phương pháp:**

- Xét phương trình hoành độ giao điểm. Giả sử phương trình có 3 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2, x_3$  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.

- Áp dụng tính chất CSC: Nếu ba số  $a, b, c$  theo thứ tự lập thành 1 CSC thì  $a + c = 2b$

- Sử dụng định lý Viet của phương trình bậc ba  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 (a \neq 0)$  có 3 nghiệm  $x_1, x_2, x_3$  thì

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}$$

- Tìm  $x_2$  theo  $m$ , thay nghiệm  $x_2$  vào phương trình ban đầu tìm  $m$

- Thử lại các giá trị  $m$  tìm được.

**Cách giải:**

Xét phương trình hoành độ giao điểm:  $x^3 - 3mx^2 + 2m = 0$  (\*)

Giả sử phương trình (\*) có 3 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2, x_3$  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Theo tính chất của CSC ta có:  $x_1 + x_3 = 2x_2$

Áp dụng định lý Viet ta có:  $x_1 + x_2 + x_3 = 3m \Rightarrow 3x_2 = 3m \Leftrightarrow x_2 = m$

Vì  $x_2 = m$  là 1 nghiệm của phương trình (\*) nên ta có:

$$m^3 - 3m.m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow -2m^3 + 2m = 0 \Leftrightarrow 2m(-m+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

Thử lại:

+ Với  $m = 0$  phương trình trở thành  $x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$  (loại)

+ Với  $m = 1$  phương trình trở thành  $x^3 - 3x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 - \sqrt{3} \\ x_2 = 1 \\ x_3 = 1 + \sqrt{3} \end{cases}$  và 3 nghiệm này lập thành 1 CSC

Vậy có duy nhất 1 giá trị  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán là  $m = 1$

**Chọn A.**

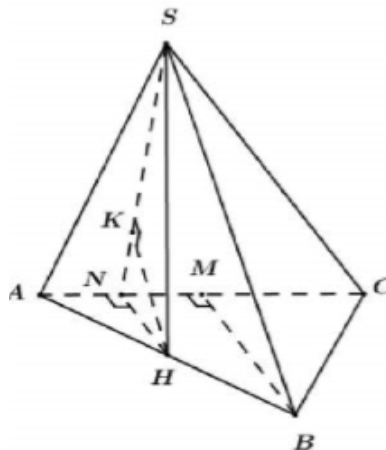
**Chú ý:** Sau khi tìm được  $m$  ta thử lại xem với giá trị  $m$  đó, phương trình có 3 nghiệm thỏa mãn lập thành CSC hay không, vì ban đầu chúng ta chỉ giả sử phương trình có 3 nghiệm phân biệt chứ chưa tìm điều kiện để phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

**Câu 44: Khoảng cách (Toán 11)**

**Phương pháp:**

- Gọi  $H$  là trung điểm của  $AB$ , chứng minh  $SH \perp (ABC)$
- Sử dụng phương pháp đối đỉnh, đối sang tính khoảng cách từ  $H$  đến  $(SAC)$
- Sử dụng phương pháp 3 nét để dựng khoảng cách từ chân đường cao đến mặt bên
- Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông để tính khoảng cách

**Cách giải:**



Gọi  $H$  là trung điểm của  $AB$ , do tam giác  $SAB$  vuông cân tại  $S$  nên  $SH \perp AB$

Ta có:  $\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) = AB \\ SH \subset (SAB), SH \perp AB \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABC)$

Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AC, BC$ . Do tam giác  $ABC$  đều nên  $BM \perp AC$  mà  $HN \parallel BM$  (do  $HN$  là đường trung bình của tam giác  $ABC$ )  $\Rightarrow HN \perp AC$

Trong  $(SHN)$  kẻ  $HK \perp SN$  ( $K \in SN$ ) ta có:

$$\begin{cases} AC \perp HN \\ AC \perp SH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SHN) \Rightarrow AC \perp HK$$

$$\begin{cases} HK \perp SN \\ HK \perp AC \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SAC)$$

$$\Rightarrow d(H, (SAC)) = HK$$

$$\text{Lại có: } BH \cap (SAC) = A \Rightarrow \frac{d(B, (SAC))}{d(H, (SAC))} = \frac{BA}{HA} = 2$$

$$\Rightarrow d(B, (SAC)) = 2d(H, (SAC)) = 2HK$$

$$\text{Tam giác } SAB \text{ vuông cân tại } S \text{ có } SA = a \Rightarrow AB = SA\sqrt{2} = a\sqrt{2} \text{ và } SH = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \text{Tam giác } ABC \text{ đều cạnh } a\sqrt{2} \Rightarrow BM = a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow HN = \frac{1}{2}BM = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

$$\text{Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông } SHN \text{ có: } HK = \frac{SH \cdot HN}{\sqrt{SH^2 + HN^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4}}{\sqrt{\frac{a^2}{2} + \frac{3a^2}{8}}} = \frac{a\sqrt{42}}{14}$$

$$\text{Vậy } d(B, (SAC)) = 2HK = \frac{a\sqrt{42}}{7}$$

**Chọn A.**

**Câu 45: Hoán vị - chỉnh hợp – tổ hợp (lớp 11)**

**Phương pháp:**

- Tìm các điểm có tọa độ nguyên thuộc đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+3}{x-1}$

- Sử dụng tổ hợp, xác định số đường thẳng đi qua những điểm có tọa độ nguyên vừa xác định được

**Cách giải:**

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

Trước hết ta đi tìm các điểm có tọa độ nguyên thuộc đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+3}{x-1}$

$$\text{Ta có: } y = \frac{2x+3}{x-1} = \frac{2x-2+5}{x-1} = 2 + \frac{5}{x-1}$$

$$\text{Để } y \in \mathbb{Z} \text{ thì } x-1 \in U(5) = \{\pm 1; \pm 5\}$$

Ta có bảng sau:

|       |   |    |   |    |
|-------|---|----|---|----|
| $x-1$ | 1 | -1 | 5 | -5 |
| $x$   | 2 | 0  | 6 | -4 |
| $y$   | 7 | -3 | 3 | 1  |

Do đó có 4 điểm có tọa độ nguyên thuộc đồ thị hàm số là  $(2, 7), (0, -3), (6, 3), (-4, 1)$

Cứ qua 2 trong 4 điểm trên ta vẽ được 1 đường thẳng và đường thẳng này thỏa mãn điều kiện cắt đồ thị hàm số tại 2 điểm mà giao điểm đó có tọa độ nguyên.

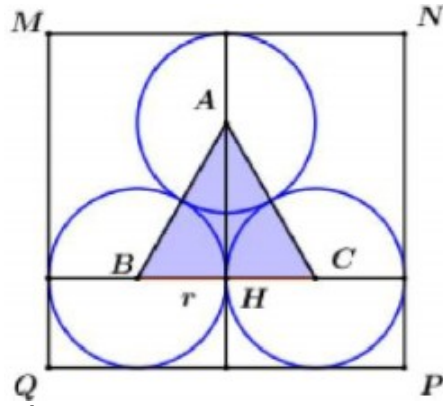
Vậy có  $C_4^2 = 6$  đường thẳng thỏa mãn

**Chọn C.**

**Câu 46: Ôn tập chương 2: Mặt nón, mặt trụ, mặt cầu**

**Cách giải:**

Ta có mặt đáy của bể nước hình hộp chữ nhật như sau:



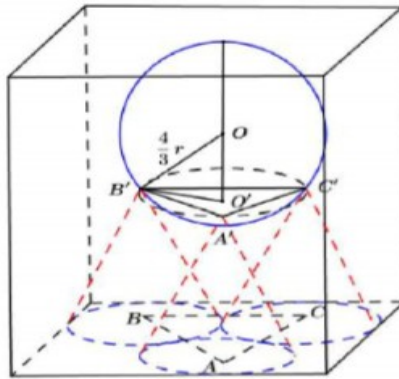
Gọi  $r$  là bán kính đáy hình nón  $A, B, C$  lần lượt là 3 tâm đường tròn đáy của hình nón là  $MNPQ$  là đáy của bể nước hình hộp chữ nhật

Ta có:  $MN = PQ = 4r$

Gọi  $H$  là trung điểm của  $BC$ , do tam giác  $ABC$  đều cạnh  $2r$  nên  $AH = \frac{2r\sqrt{3}}{2} = r\sqrt{3}$

$$\Rightarrow MQ = NP = AH + 2r = r\sqrt{3} + 2r = r(2 + \sqrt{3})$$

$$\Rightarrow S_{MNPQ} = MN \cdot MQ = 4(2 + \sqrt{3})r^2$$



Gọi  $A', B', C'$  lần lượt là 3 đỉnh của ba hình nón có tâm đường tròn đáy là  $A, B, C$  và  $O'$  là tâm tam giác đều  $A'B'C'$ . Dễ thấy  $\triangle A'B'C' = \triangle ABC$  nên có  $O'B' = \frac{2}{3} \cdot \frac{2r\sqrt{3}}{2} = \frac{2r\sqrt{3}}{3}$

$$\text{Ta có: } OB' = \frac{4}{3}r \text{ (gt), áp dụng định lý Pytago ta có: } OO' = \sqrt{OB'^2 - O'B'^2} = \sqrt{\frac{16r^2}{9} - \frac{4r^2}{3}} = \frac{2r}{3}$$

$$\text{Ta có: } OB' = \frac{4}{3}r \text{ (gt), áp dụng định lý Pytago ta có: } OO' = \sqrt{OB'^2 - O'B'^2} = \sqrt{\frac{16r^2}{9} - \frac{4r^2}{3}} = \frac{2r}{3}$$

Vì thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông cân nên hình nón có chiều cao bằng  $r$

$$\text{Suy ra chiều cao của khối hộp chữ nhật là: } h = \frac{4r}{3} + \frac{2r}{3} + r = 3r$$

$$\Rightarrow \text{Thể tích khối hộp là } V = S_{MNPQ} \cdot h = 12(2 + \sqrt{3})r^3$$

Ta có:

$$+ \text{ Thể tích 3 khối nón là } V_1 = 3 \cdot \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot r = \pi r^3$$

$$+ \text{ Thể tích khối cầu là } V_2 = \frac{4}{3} \pi \cdot \left( \frac{4}{3}r \right)^3 = \frac{256\pi r^3}{81}$$

$$\text{Khi đó thể tích phần nước trào ra là: } V_1 + V_2 = \frac{337\pi}{24} \Leftrightarrow \pi r^3 + \frac{256\pi r^3}{81} = \frac{337\pi}{24}$$

$$\Leftrightarrow \frac{337\pi r^3}{81} = \frac{337\pi}{24} \Leftrightarrow r^3 = \frac{27}{8} \Leftrightarrow r = \frac{3}{2}$$

Vậy thể tích khối hộp chữ nhật là  $V = 12(2 + \sqrt{3})r^3 = 324(2 + \sqrt{3}) \approx 151,15(l)$

**Chọn B.**

**Câu 47: Phương trình mũ và phương trình Lôgarit**

**Cách giải:**

Đặt  $t = \log_{\frac{1}{2}}(x - 2), x \in (2, 4) \Rightarrow x - 2 \in (0, 2) \Rightarrow t > -1$

Phương trình đã cho trở thành:  $(m - 1)t^2 - (m - 5)t + m - 1 = 0 (*)$

Để phương trình ban đầu có nghiệm thuộc  $(2, 4)$  thì phương trình  $(*)$  phải có nghiệm  $t > -1$

$$(*) \Leftrightarrow mt^2 - t^2 - mt + 5t + m - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t^2 - t + 1)m = t^2 - 5t + 1$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{t^2 - 5t + 1}{t^2 - t + 1} (**)$$

Để phương trình  $(*)$  có nghiệm  $t > -1$  thì phương trình  $(**)$  có nghiệm  $t > -1$

Xét hàm số  $f(t) = \frac{t^2 - 5t + 1}{t^2 - t + 1} (t > -1)$  ta có:

$$f'(t) = \frac{(2t - 5)(t^2 - t + 1) - (t^2 - 5t + 1)(2t - 1)}{(t^2 - t + 1)^2}$$

$$f'(t) = \frac{2t^3 - 2t^2 + 2t - 5t^2 + 5t - 5 - 2t^3 + 10t^2 - 2t + t^2 - 5t + 1}{(t^2 - t + 1)^2}$$

$$f'(t) = \frac{4t^2 - 4}{(t^2 - t + 1)^2}$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \pm 1$$

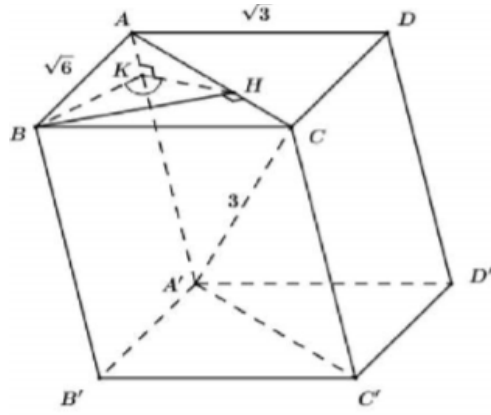
Khi đó ta có BBT như sau:

|         |               |    |           |
|---------|---------------|----|-----------|
| $t$     | -1            | 1  | $+\infty$ |
| $f'(t)$ | 0             | 0  | +         |
| $f(t)$  | $\frac{7}{3}$ | -3 | 1         |

**Chọn D.**

**Câu 48: Khái niệm về thể tích của khối đa diện**

**Cách giải:**



Trong  $(ABCD)$  kẻ  $BH \perp AC (H \in AC)$  ta có:

$$\begin{cases} (ABCD) \perp (ACC'A') = AC \\ AH \subset (ABCD), AH \perp AC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (ACC'A')$$

Trong  $(ACC'A')$  kẻ  $HK \perp AA' (K \in AA')$  ta có:  $\begin{cases} HK \perp AA' \\ BH \perp AA' \end{cases}$

$$AA' \perp (BHK) \Rightarrow AA' \perp BK$$

$$\begin{cases} (ACC'A') \cap (AA'B'B) = AA' \\ HK \subset (ACC'A'), HK \perp AA' \\ BK \subset (ACC'A'), BK \perp AA' \end{cases}$$

$$\Rightarrow \angle((ACC'A'), (ABB'A')) = \angle(HK, BK) = \angle BKH = \alpha$$

Ta có:  $BH \perp (ACC'A') \Rightarrow BH \perp HK \Rightarrow \Delta BHK$  vuông tại  $H$

$$\text{Ta có: } BH = \frac{AB \cdot BC}{\sqrt{AB^2 + BC^2}} = \frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{6+3}} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow HK = BH \cdot \cot \alpha = \sqrt{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông } ABC \text{ ta có: } AH = \frac{AB^2}{AC} = \frac{6}{\sqrt{6+3}} = 2$$

$$\text{Xét tam giác vuông } AHK \text{ có: } \sin HAK = \frac{HK}{AH} = \frac{4\sqrt{2}}{3} : 2 = \frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \cos HAK = \pm \sqrt{1 - \sin^2 HAK} = \pm \frac{1}{3} = \cos A'AC$$

Áp dụng định lý Cosin trong tam giác  $A'AC$  có:

$$\text{TH1: } \cos A'AC = \frac{1}{3}$$

$$\cos A'AC = \frac{AA'^2 + AC^2 - A'C^2}{2 \cdot AA' \cdot AC} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{AA'^2 + 9 - 9}{2 \cdot AA' \cdot 3} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{AA'}{6} \Leftrightarrow AA' = 2$$

$$\text{TH2: } \cos A'AC = -\frac{1}{3}$$

$$\cos A'AC = \frac{AA'^2 + AC^2 - A'C^2}{2AA' \cdot AC} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{AA'^2 + 9 - 9}{2 \cdot AA' \cdot 3} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{AA'}{6} \text{ (ktm)}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta A'AC} = \frac{1}{2} AA' \cdot AC \cdot \sin A'AC = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow S_{ACC'A'} = 2S_{\Delta A'AC} = 4\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow V_{B.ACC'A'} = \frac{1}{3}BH.S_{ACC'A'} = \frac{1}{3}.\sqrt{2}.4\sqrt{2} = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3}{2}V_{B.ACC'A'} = 4$$

$$\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = 2V_{ABC.A'B'C'} = 8$$

**Chọn C.**

**Câu 49: Phương trình mũ và phương trình lôgarit**

**Cách giải:**

ĐKXD:  $x \neq 0, x \neq 2$

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$\ln \left| \frac{x-2}{x} \right| = \frac{3}{x-2} - \frac{1}{x} + 4m - 2020$$

$$\Leftrightarrow \ln \left| \frac{x-2}{x} \right| - \frac{3}{x-2} + \frac{1}{x} = 4m - 2020$$

TH1:  $\begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases}$  phương trình trở thành  $\ln \frac{x-2}{x} - \frac{3}{x-2} + \frac{1}{x} = 4m - 2020$

Đặt  $f(x) = \ln \frac{x-2}{x} - \frac{3}{x-2} + \frac{1}{x}$  ta có:

$$f'(x) = \frac{-2}{x^2} : \frac{2-x}{x} + \frac{3}{(x+2)^2} - \frac{1}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{2}{x(x-2)} + \frac{3}{(x+2)^2} - \frac{1}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x(x-2) + 3x^2 - (x-2)^2}{x^2(x-2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^2 - 4x + 3x^2 - x^2 + 4x - 4}{x^2(x-2)^2} = \frac{4x^2 - 4}{x^2(x-2)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

BBT:

|         |                       |      |     |     |     |                         |
|---------|-----------------------|------|-----|-----|-----|-------------------------|
| $x$     | $-\infty$             | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $+\infty$               |
| $f'(x)$ | $+$                   | $0$  | $-$ | $-$ | $0$ | $+$                     |
| $f(x)$  | $0 \rightarrow \ln 3$ |      |     |     |     | $-\infty \rightarrow 0$ |

Dựa vào BBT ta thấy để phương trình có nghiệm duy nhất thì  $\begin{cases} 4m - 2020 = 0 \\ 4m - 2020 = \ln 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 505 \\ m = \frac{2020 + \ln 3}{5} \notin \mathbb{Z} (k\text{tm}) \end{cases}$

$$\Rightarrow m = 505$$

TH2:  $0 < x < 2$ , phương trình trở thành:  $\ln \frac{2-x}{x} - \frac{3}{x-2} + \frac{1}{x} = 4m - 2020$

Đặt  $f(x) = \ln \frac{2-x}{x} - \frac{3}{x-2} + \frac{1}{x}$  ta có:



$$f'(x) = \frac{-2}{x^2} : \frac{2-x}{x} + \frac{3}{(x+2)^2} - \frac{1}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{2}{x(x-2)} + \frac{3}{(x+2)^2} - \frac{1}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x(x-2) + 3x^2 - (x-2)^2}{x^2(x-2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^2 - 4x + 3x^2 - x^2 + 4x - 4}{x^2(x-2)^2} = \frac{4x^2 - 4}{x^2(x-2)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

BBT:

|         |           |      |           |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$       | $1$ | $2$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | +         | 0    | -         | -   | 0   | +         |
| $f(x)$  |           |      | $+\infty$ | $4$ |     | $+\infty$ |
|         |           |      |           |     |     |           |

Dựa vào BBT ta thấy để phương trình có nghiệm duy nhất thì  $4m - 2020 = 4 \Leftrightarrow m = 506 (tm)$

$$\Rightarrow m = 506$$

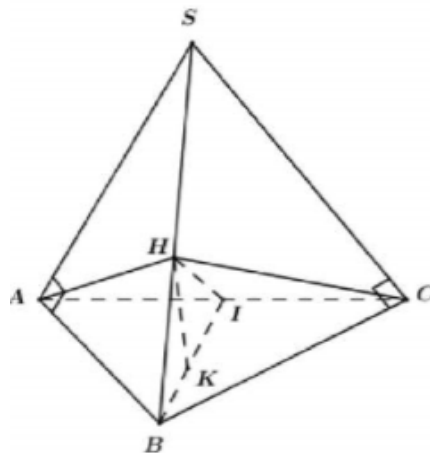
Kết hợp 2 TH ta có  $m \in [505; 506]$

Vậy tổng các giá trị của  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán là  $505 + 506 = 1011$

**Chọn B.**

**Câu 50: Hai đường thẳng vuông góc (lớp 11)**

**Cách giải:**



Xét  $\triangle SAB$  và  $\triangle SAC$  có:

$$\angle SAB = \angle SCB = 90^\circ$$

$SB$  chung

$$AB = CB \text{ (gt)}$$

$$\Rightarrow \triangle SAB = \triangle SCB \text{ (cạnh huyền – cạnh góc vuông)}$$

Trong  $(SAB)$  kẻ  $AH \perp SB (H \in SB)$  ta dễ dàng chứng minh được:

$$\triangle AHB = \triangle CHB \Rightarrow CH \perp SB \text{ và } CH = AH$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (SAB) \cap (SCB) = SB \\ AH \subset (SAB), AH \perp SB \Rightarrow \angle((SAB), (SCB)) = \angle(AH, CH) \\ CH \subset (SCB), CH \perp SB \end{cases}$$

Gọi  $I$  là trung điểm của  $AC \Rightarrow HI \perp AC$  và  $BI \perp AC \Rightarrow AC \perp (BHI)$

$$\text{Trong } (BHI) \text{ kẻ } HK \perp BI (K \in BI) \text{ ta có: } \begin{cases} HK \perp BI \\ HK \perp AC \end{cases} \Rightarrow HK \perp (ABC)$$

Đặt  $AH = CH = x$  ta có:

$$HI = \sqrt{AH^2 - AI^2} = \sqrt{x^2 - a^2}$$

$$BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{2a^2 - x^2}$$

$$BI = \frac{1}{2}CA = a$$

$$\Rightarrow HI^2 + BH^2 = x^2 - a^2 + 2a^2 - x^2 = a^2 = BI^2$$

$\Rightarrow \triangle BHI$  vuông tại  $H$  (định lý Pytago đảo)

$$\text{Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông } BHI \text{ ta có: } HK = \frac{BH \cdot HI}{BI} = \frac{\sqrt{2a^2 - x^2} \cdot \sqrt{x^2 - a^2}}{a}$$

$$\text{Ta có: } SH \cap (ABC) = B$$

$$\Rightarrow \frac{d(H, (ABC))}{d(S, (ABC))} = \frac{HB}{SB} = \frac{HB}{\frac{HB}{\cos \angle((SAB), (SCB))}} = \frac{HB^2}{AB^2} = \frac{2a^2 - x^2}{2a^2}$$

$$\Rightarrow \frac{HK}{a} = \frac{2a^2 - x^2}{2a^2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2a^2 - x^2} \cdot \sqrt{x^2 - a^2}}{a^2} = \frac{2a^2 - x^2}{2a^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x^2 - a^2}}{2} = \frac{2a^2 - x^2}{2} \Leftrightarrow 4(x^2 - a^2) = 2a^2 - x^2$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 = 6a^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{6a^2}{5}$$

$$\text{Xét tam giác } AHC \text{ có: } \cos \angle AHC = \frac{AH^2 + CH^2 - AC^2}{2AH \cdot CH} = \frac{\frac{6a^2}{5} + \frac{6a^2}{5} - 4a^2}{2 \cdot \frac{\sqrt{6a^2}}{\sqrt{5}}} = -\frac{2}{3} < 0$$

$$\text{Vậy } \cos \angle((SAB), (SCB)) = \frac{2}{3}$$

**Chọn C.**