

CHƯƠNG I: HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ.....

BÀI 7: KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM PHÂN THỨC HỮU TỶ

(Số tiết dạy: 2)

Fb: Lương Nguyên Thị

Email: luongyd@gmail.com

☑A. KIẾN THỨC CƠ BẢN.

New 2020

☑1. Các bước khảo sát hàm phân thức hữu tỷ $y = \frac{ax+b}{cx+d}$:

✓ **Bước 1.** Tìm tập xác định của hàm số;

$$y' = \frac{ad - bc}{(cx+d)^2}$$

✓ **Bước 2.** Tính đạo hàm ;

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y; \lim_{x \rightarrow -\infty} y$$

✓ **Bước 3.** Tính giới hạn và tìm tiệm cận đứng, ngang;

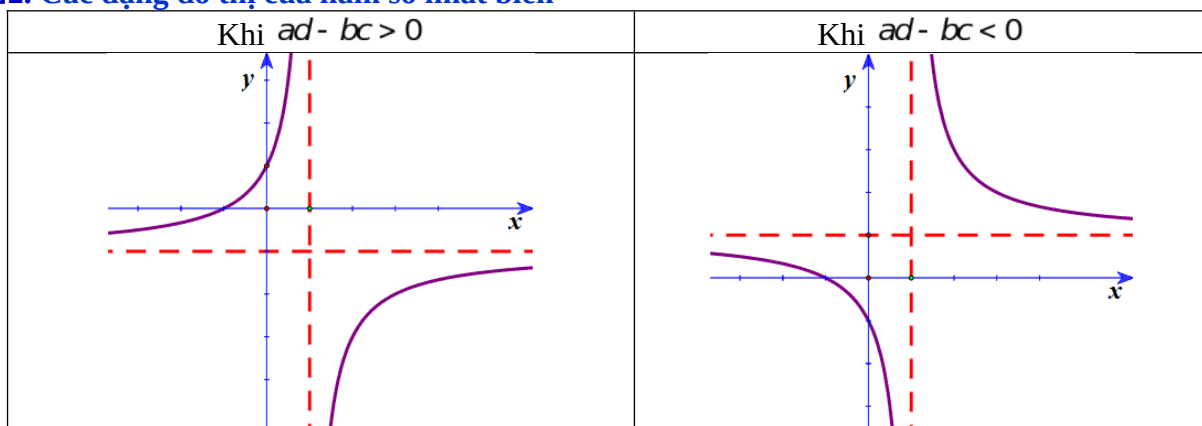
✓ **Bước 4.** Lập bảng biến thiên;

✓ **Bước 5.** Kết luận tính biến thiên và cực trị (nếu có);

✓ **Bước 6.** Tìm các điểm đặc biệt của đồ thị (giao với trục Ox , Oy , các điểm đối xứng, ...);

✓ **Bước 7.** Vẽ đồ thị.

☑2. Các dạng đồ thị của hàm số nhất biến $y = \frac{ax+b}{cx+d}, (ab - bc \neq 0)$



☑3. Một số phép biến đổi đồ thị

. Dạng 1

①

Từ đồ thị $(C): y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = f(|x|)$.

$$y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \geq 0 \\ f(-x) & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

Ta có:

và $y = f(|x|)$ là hàm chẵn nên đồ thị (C') nhận Oy làm trục đối xứng.

***8 Cách vẽ (C') từ (C) :**

- Giữ nguyên phần đồ thị bên phải Oy của đồ thị $(C): y = f(x)$.
- Bỏ phần đồ thị bên trái Oy của (C) , lấy đối xứng phần đồ thị được giữ qua Oy .

②. Dạng 2

Từ đồ thị $(C): y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = |f(x)|$.

$$y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{khi } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{khi } f(x) < 0 \end{cases}$$

Ta có:

* Cách vẽ (C') từ (C) :

- Giữ nguyên phần đồ thị phía trên Ox của đồ thị (C) : $y = f(x)$.
- Bỏ phần đồ thị phía dưới Ox của (C) , lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .

③. Dạng 3

Từ đồ thị $(C): y = u(x).v(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = |u(x)|.v(x)$.

$$y = |u(x)|.v(x) = \begin{cases} u(x).v(x) = f(x) & \text{khi } u(x) \geq 0 \\ -u(x).v(x) = f(x) & \text{khi } u(x) < 0 \end{cases}$$

Ta có:

* Cách vẽ (C') từ (C) :

- Giữ nguyên phần đồ thị trên miền $u(x) \geq 0$ của đồ thị $(C): y = f(x)$.
- Bỏ phần đồ thị trên miền $u(x) < 0$ của (C) , lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox .

VB. DẠNG TOÁN.

↪ Dạng ①: Nhận dạng hàm số (Biết đồ thị, BBT)

①. Phương pháp giải:

+ Dựa vào đồ thị, BBT suy ra tiệm cận của đồ thị hàm số;

+ Từ hình dáng đồ thị, BBT suy ra hàm số đồng biến/ngược biến từ đó biết được dấu của đạo hàm.

②. Casio: (Nếu có)

↪ Dạng ②: Nhận dạng đồ thị (Biết hàm số);

①. Phương pháp giải:

Hàm số nhất biến $y = \frac{ax+b}{cx+d} \quad (c \neq 0, ad - bc \neq 0)$

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$$

+ Tập xác định:

$$y = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$$

+ Đạo hàm:

- Nếu $ad - bc > 0$ hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Đồ thị nằm góc phần tư 2 và 4.

- Nếu $ad - bc < 0$ hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định. Đồ thị nằm góc phần tư 1 và 3.

+ Đồ thị hàm số có: TCĐ: $x = -\frac{d}{c}$ và TCN: $y = \frac{a}{c}$

+ Giao với trục Oy tại điểm $\left(0; \frac{b}{d} \right)$.

+ Đồ thị có tâm đối xứng: $I \left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c} \right)$

②. Casio: (Nếu có)

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{ax+b}{cx+d} \right) \Big|_{x=x_0} > 0$$

+ Tính (trong đó, lấy x_0 là điểm bất kỳ thuộc tập xác định của hàm số, $x_0 \neq -\frac{d}{c}$) thì hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Ngược lại, thì hàm số nghịch biến. Từ đó, suy ra dạng đồ

thị.

+) Giao với trục Oy tại điểm $\left(0; \frac{b}{d}\right)$.

👉 **Dạng ③: Xét dấu hệ số của biểu thức; Tính giá trị của biểu thức (Biết đồ thị, BBT)**

①. Phương pháp giải:

- Từ đồ thị/BBT ta biết được tiệm cận đứng, tiệm cận ngang và điểm thuộc đồ thị (thường là giao của đồ thị với trục Oy) từ đó suy ra dấu của các hệ số hoặc các đẳng thức liên hệ giữa các hệ số rồi đạt được yêu cầu bài toán.

②. Casio: (Nếu có)

👉 **Dạng ④: Sự tương giao của hai đồ thị**

①. Phương pháp giải:

Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ad - bc \neq 0$) có đồ thị (C) và đường thẳng $y = kx + n$ có đồ thị d . Lập phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d :

$$\frac{ax+b}{cx+d} = kx + n \Leftrightarrow \begin{cases} Ax^2 + Bx + C = 0 & (1) \\ x \neq -\frac{d}{c} \end{cases}$$

(C) và d có hai giao điểm $\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt khác $-\frac{d}{c}$.

②. Casio: (Nếu có)

Nhập PT: $\frac{ax+b}{cx+d} - (kx+n) = 0$. Dùng phím **CALC** để thử đáp án. Hoặc phím **Solve** để giải phương trình để tìm hoành độ giao điểm, sau đó suy ra tung độ giao điểm, hoặc số giao điểm.

👉 **Dạng ⑤: Phép biến đổi đồ thị**

①. Phương pháp giải:

Sử dụng phép biến đổi đồ thị ở trên.

②. Casio: (Nếu có)

👉 **Dạng ⑥: Tìm điểm đặc biệt của đồ thị hàm số**

①. Phương pháp giải:

- Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có tâm đối xứng là giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận ngang, là $I\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$

- **Điểm có tọa độ nguyên:** Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$

+ **Bước 1.** Tìm TXĐ

+ **Bước 2.** Giả sử $M(x_0; y_0)$ là điểm có tọa độ nguyên thỏa mãn bài toán

Suy ra: $y_0 = q + \frac{p}{cx_0 + d}$ (q, p là các số nguyên). Do x_0, y_0 là các số nguyên nên: $cx_0 + d$ là ước của p .

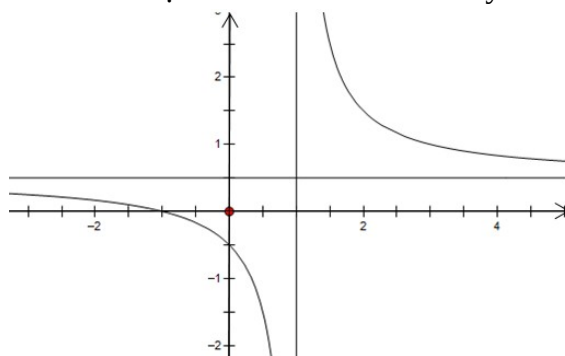
+ **Bước 3.** Cho $cx_0 + d$ bằng các ước của p . Tìm x_0, y_0 nguyên tương ứng

②. Casio: (Nếu có)

☑C. BÀI TẬP RÈN LUYỆN PHÂN CHIA MỨC ĐỘ.

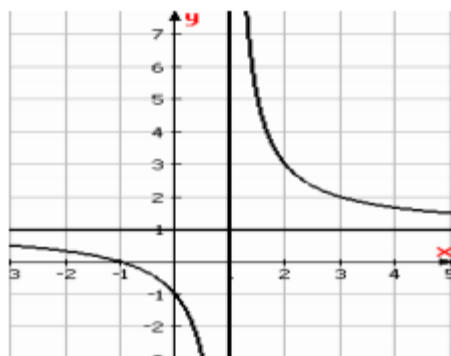
☑1. Nhận biết (15 câu).

Câu 1. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



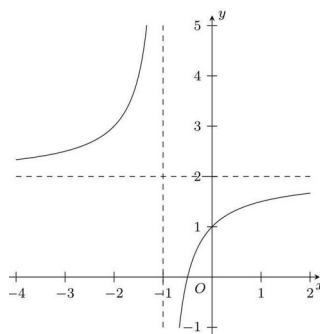
- A. $y = \frac{x+2}{2x-1}$. B. $y = \frac{2x}{3x-3}$. C. $y = \frac{x+1}{2x-2}$. D. $y = \frac{2x-4}{x-1}$.

Câu 2. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



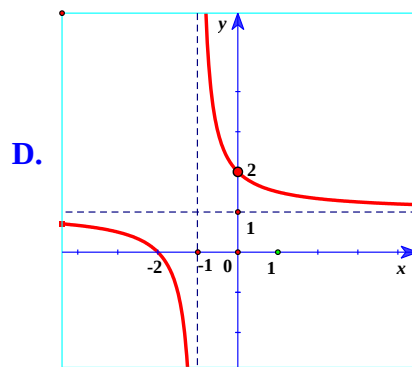
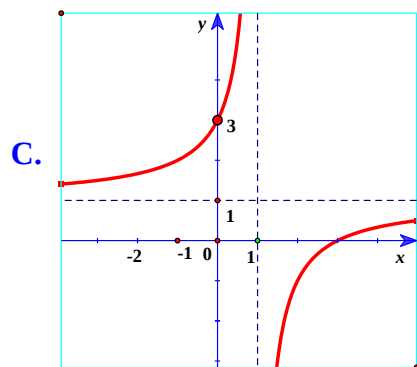
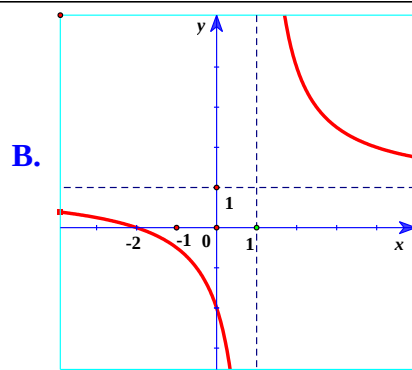
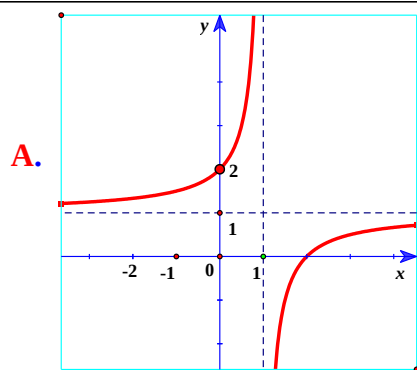
- A. $y = \frac{x+2}{1-x}$. B. $y = \frac{x-1}{x+1}$. C. $y = \frac{x+1}{x-1}$. D. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

Câu 3. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{x+2}{x+1}$. C. $y = \frac{2x+1}{x+1}$. D. $y = \frac{x+3}{1-x}$.

Câu 4. Hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời **đúng**?



Câu 5. Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	-1	$+\infty$	-1

A. $y = \frac{x+3}{x-1}$

B. $y = \frac{-x-2}{x-1}$

C. $y = \frac{-x+3}{x-1}$

D. $y = \frac{-x-3}{x-1}$

Câu 6. Hàm số $y = \frac{3x+2}{x-1}$ có bảng biến thiên nào dưới đây. Chọn đáp án đúng?

A.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	3	$+\infty$	3

B.

x	$-\infty$	-5	$+\infty$
y'	-		-
y	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

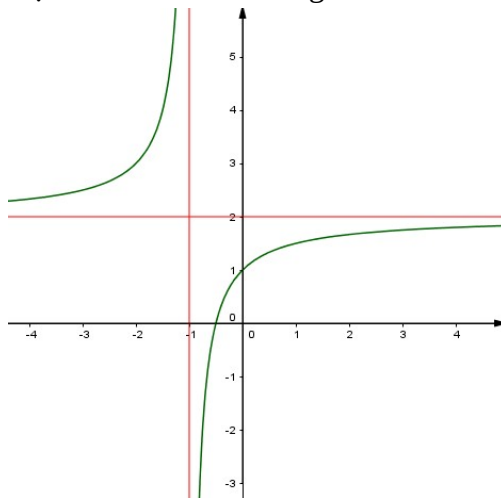
C.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

D.

x	$-\infty$	-5	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	3	$+\infty$	3

Câu 7. Đồ thị (bên dưới) là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



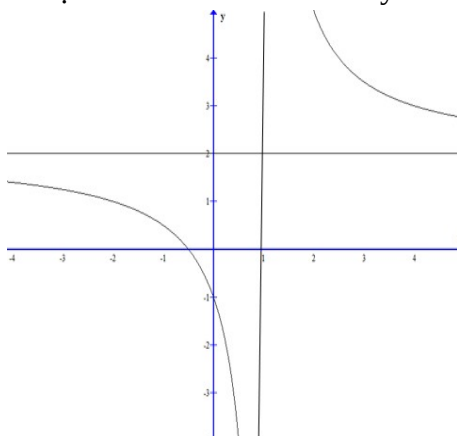
A. $y = \frac{x-1}{x+1}$

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$

C. $y = \frac{x+3}{1-x}$

D. $y = \frac{2x+3}{x+1}$

Câu 8. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



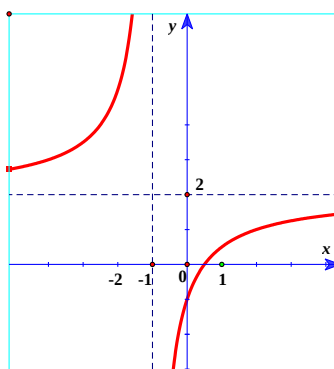
A. $y = x^4 + 2x^2 + 1$

B. $y = \frac{2x+1}{x-1}$

C. $y = x^3 - 2x + 3$

D. $y = \frac{x+1}{x-2}$

Câu 9. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là sai?



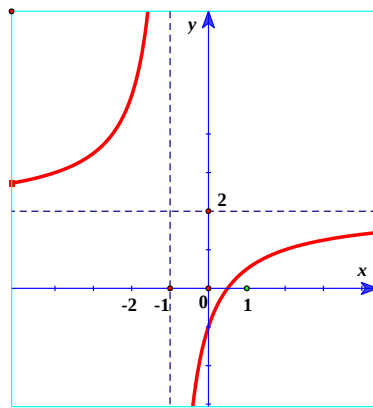
A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 2$.

B. Hàm số đồng biến trong khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận.

D. Hàm số có hai cực trị.

Câu 10. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?



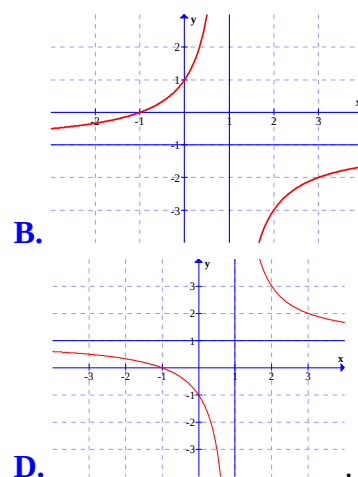
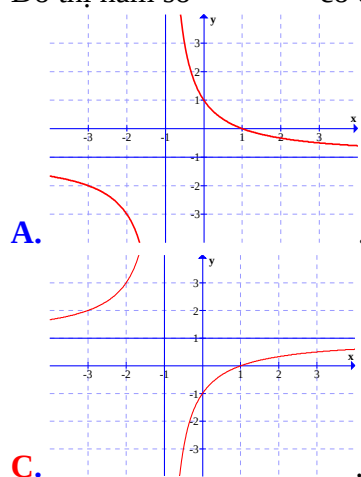
A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 2$.

B. Hàm số nghịch biến trong khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

C. Hàm số có hai cực trị.

D. Hàm số đồng biến trong khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 11. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{1-x}$ có dạng



Câu 12. Đường thẳng $y = x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ tại các điểm có tọa độ là

A. $(0; 2)$. **B.** $(-1; 0); (2; 1)$. **C.** $(0; -1); (2; 1)$. **D.** $(1; 2)$.

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = 2x - 3$. Số giao điểm của (C) và d là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 14. Số điểm có tọa độ là những số nguyên thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 15. Đồ thị hàm số nào sau đây có tâm đối xứng?

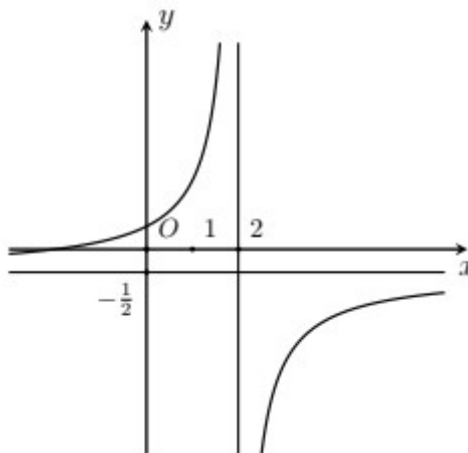
A. $y = \frac{3x-1}{x+2}$ **B.** $y = x^2$ **C.** $y = x^4 + 3x^2 - 1$ **D.** $y = |x|$

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.C	4.A	5.C	6.A	7.B	8.B	9.D	10.A
11.C	12.C	13.A	14.D	15.A					

2. Thông hiểu (20 câu).

Câu 1. Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



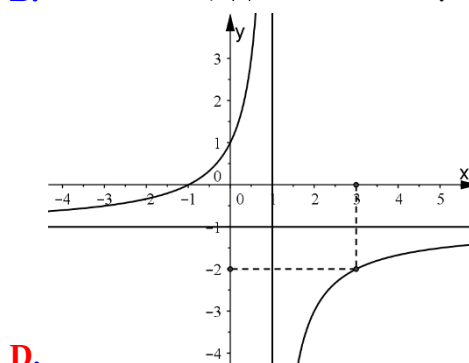
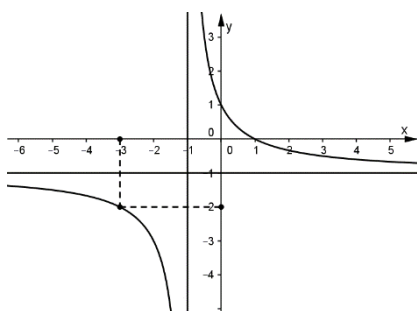
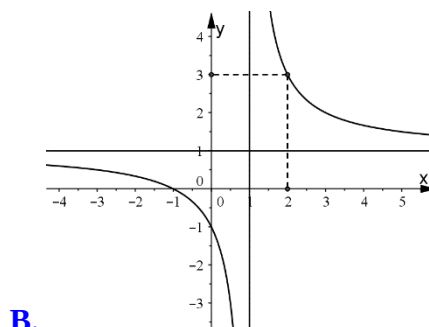
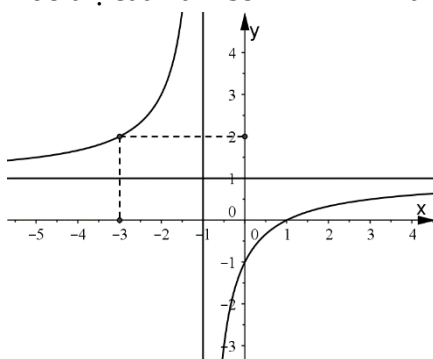
A. $y = \frac{x+2}{-2x+4}$

B. $y = \frac{2x-3}{x+2}$

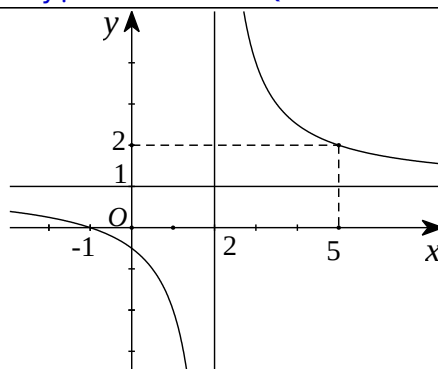
C. $y = \frac{-x+1}{x-2}$

D. $y = \frac{-x+3}{2x-4}$

Câu 2. Tìm đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{1-x}$ trong các đồ thị hàm số dưới đây



Câu 3. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



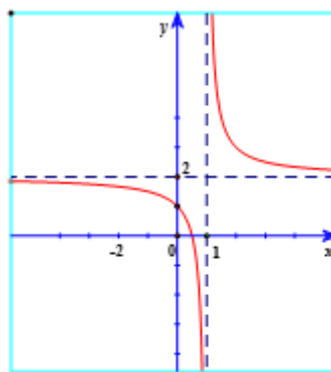
A. $y = \frac{x-1}{x-2}$.

B. $y = \frac{2x+1}{2x-2}$.

C. $y = \frac{-x+1}{-x-2}$.

D. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

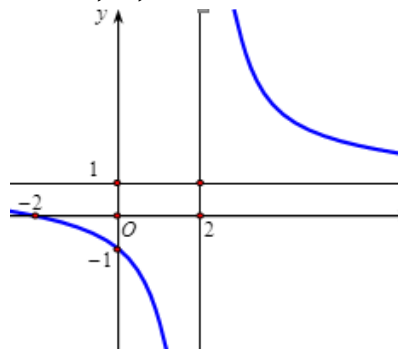
Câu 4. Xác định a, b, c để hàm số $y = \frac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?



A. $a=2, b=-1, c=1$. B. $a=2, b=1, c=1$.

C. $a=2, b=2, c=-1$. D. $a=2, b=1, c=-1$.

Câu 5. Tìm a, b, c để hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ sau:



A. $a=1; b=1; c=-1$. B. $a=1; b=-2; c=1$.

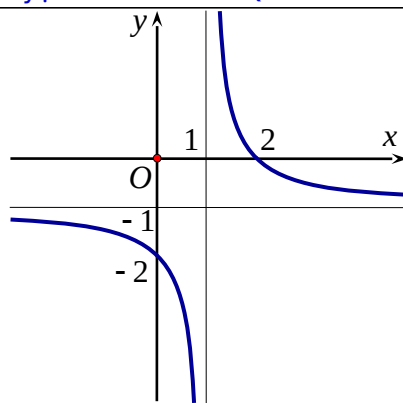
C. $a=1; b=2; c=1$. D. $a=2; b=-2; c=-1$.

Câu 6. Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ và đường thẳng $d: y = x - m$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt?

A. $-5 < m < -1$ B. $m < -5$ hoặc $m > -1$

C. $m > -1$ D. $m < -5$

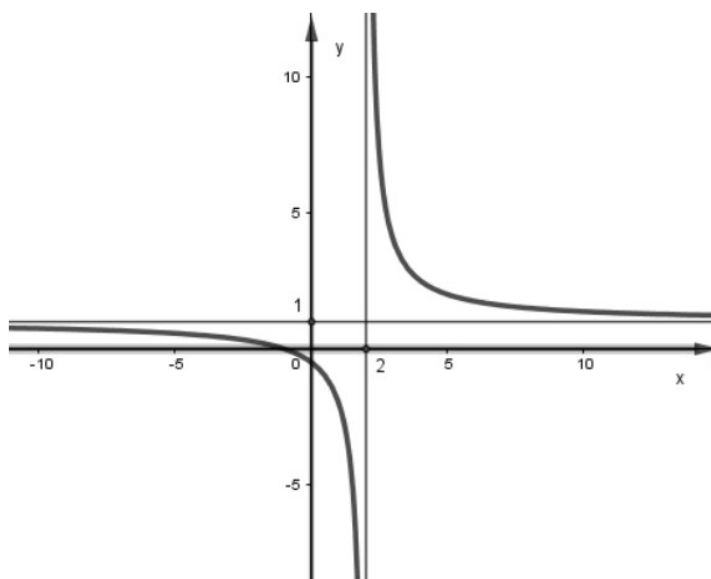
Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình dưới.



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

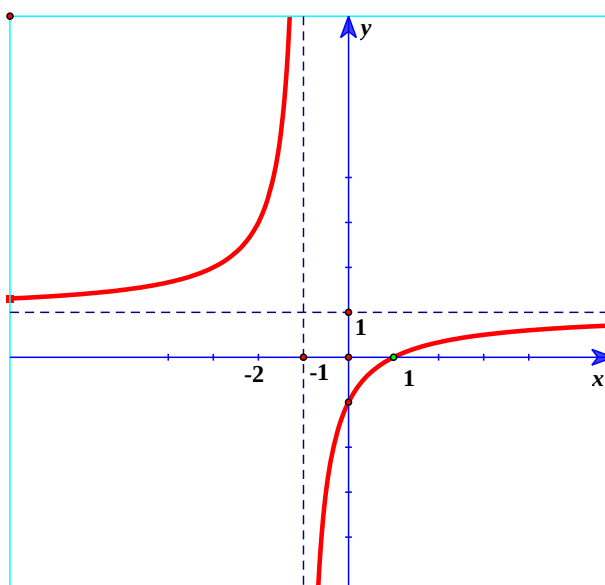
- A. $b < 0 < a$. B. $0 < b < a$. C. $b < a < 0$. D. $0 < a < b$.

Câu 8. Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $T = a+b$.



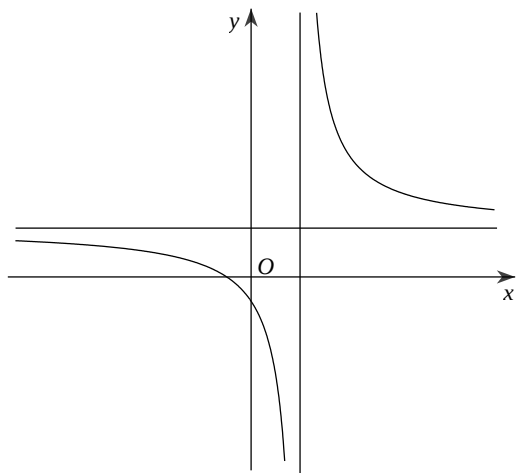
- A. $T = 3$ B. $T = 0$ C. $T = 2$ D. $T = -1$

Câu 9. Xác định a, b để hàm số $y = \frac{ax-1}{x+b}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?



- A. $a = 1, b = -1$. B. $a = 1, b = 1$ C. $a = -1, b = 1$. D. $a = -1, b = -1$.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{bx - c}{x - a}$ ($a \neq 0$ và $a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào dưới đây đúng?



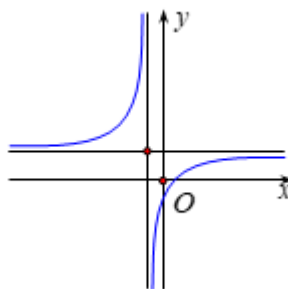
A. $a > 0, b > 0, c - ab < 0$.

B. $a < 0, b > 0, c - ab < 0$.

C. $a < 0, b < 0, c - ab > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c - ab < 0$.

Câu 11. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$.



Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. $ab < 0, ad < 0$.

B. $bd > 0, ad > 0$.

C. $ad > 0, ab < 0$

D. $bd < 0, ab > 0$.

Câu 12. Tọa độ giao điểm có hoành độ nhỏ hơn 1 của đường $(C): y = \frac{3x - 1}{x - 1}$ và đường thẳng $d: y = x + 1$ là:

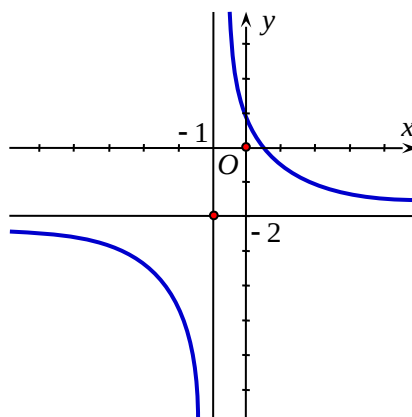
A. $A(0; -1)$

B. $A(0; 1)$

C. $A(-1; 2)$

D. $A(-2; 7)$

Câu 13. Tìm a, b để hàm số $y = \frac{ax + b}{x + 1}$ có đồ thị như hình vẽ bên



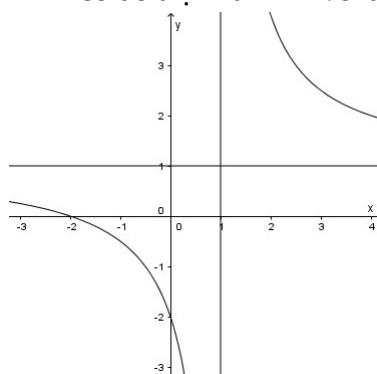
A. $a = -2, b = 1$

B. $a = -1, b = -2$

C. $a = 2, b = 1$

D. $a = 1, b = -2$.

Câu 14. Giá trị của a, b để hàm số $y = \frac{ax+b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ là

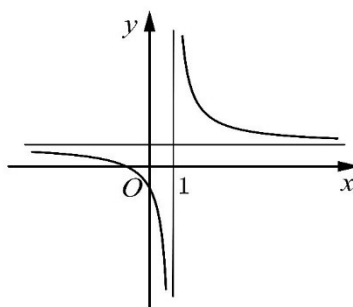


- A. $a=1, b=-2$ B. $a=1, b=2$ C. $a=-1, b=-2$ D. $a=-1, b=2$.

Câu 15. Cho đồ thị (C) có phương trình $y = \frac{x+2}{x-1}$, biết rằng ĐTHS $y = f(x)$ đối xứng với (C) qua trục tung. Khi đó $f(x)$ là

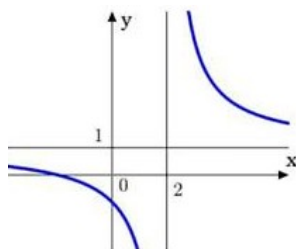
- A. $f(x) = -\frac{x+2}{x-1}$ B. $f(x) = -\frac{x-2}{x+1}$ C. $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$ D. $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$.

Câu 16. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, c, b, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. B. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. C. $y' > 0, \forall x \neq 1$. D. $y' < 0, \forall x \neq 1$.

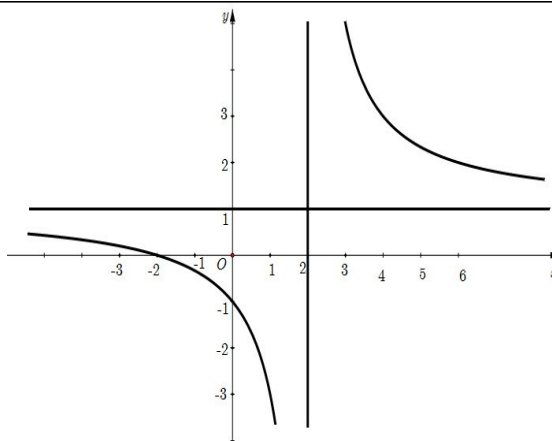
Câu 17. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $y' > 0, \forall x \neq 2$. B. $y' < 0, \forall x \neq 2$. C. $y' < 0, \forall x \neq 1$. D. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Câu 18. Tìm a, b để hàm số $y = \frac{ax+2}{x+b}$ có đồ thị như hình bên dưới



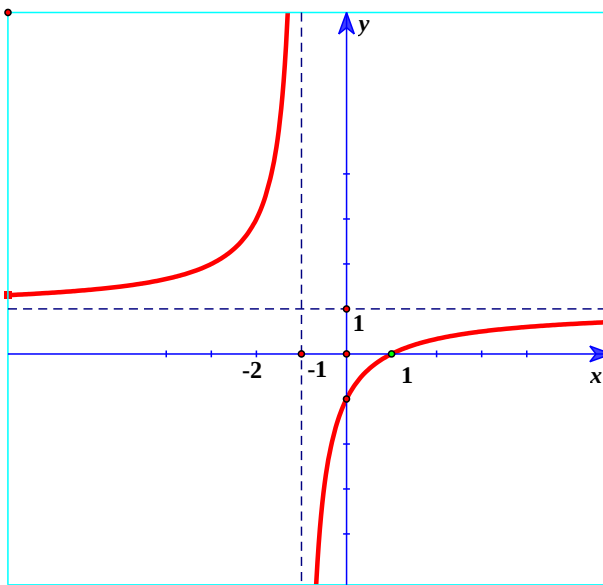
A. $a=1, b=1$.

B. $a=1, b=2$.

C. $a=1, b=-2$.

D. $a=2, b=2$.

Câu 19. Xác định a, b để hàm số $y = \frac{ax-1}{x+b}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?



A. $a=1, b=-1$.

B. $a=1, b=1$.

C. $a=-1, b=1$.

D. $a=-1, b=-1$.

Câu 20. Cho hàm số $y = \frac{2}{3-x}$ có đồ thị (C) . Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận (tâm đối xứng) của (C) là

A. $I(2;3)$.

B. $I(3;-2)$.

C. $I(3;2)$.

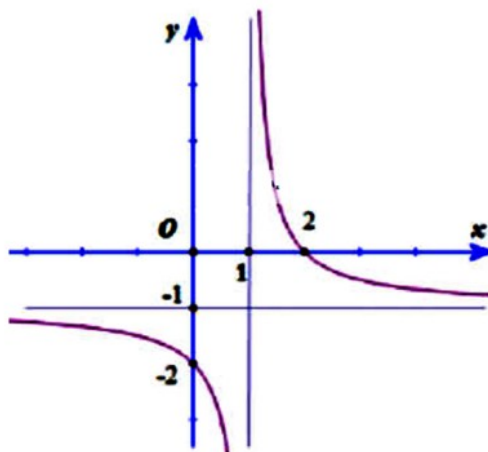
D. $I(3;0)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.D	4.D	5.B	6.B	7.C	8.C	9.B	10
11.C	12.B	13.A	14.B	15.C	16.D	17.B	18.C	19.B	20.D

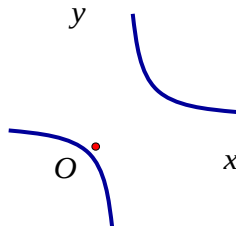
2. Vận dụng (15 câu).

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ a, b, c là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$ bằng:



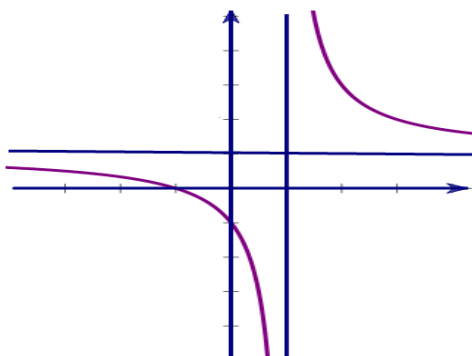
- A. $T = 12$. B. $T = 10$. C. $T = -7$. D. $T = -9$!

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



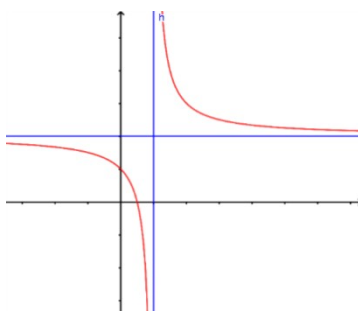
- A. $c < 0; b < 0$. B. $b < 0; c > 0$. C. $b > 0; c > 0$! D. $b > 0; c < 0$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{(a-1)x+b}{(c-1)x+d}, d < 0$ có đồ thị như hình trên. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



- A. $a > 1, b > 0, c < 1$. B. $a > 1, b < 0, c > 1$
C. $a < 1, b > 0, c < 1$. D. $a > 1, b > 0, c > 1$!

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ.

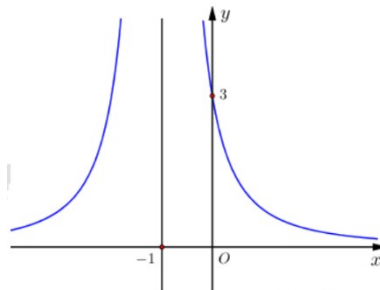


Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. $0 < ad < bc$. B. $ad < bc < 0$! C. $bc < ad < 0$. D. $ad < 0 < bc$.

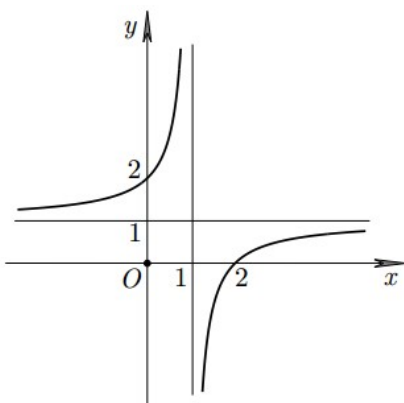
- Câu 5.** Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm M thuộc (C) có tung độ là số nguyên dương sao cho khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng bằng 3 lần khoảng cách từ M tới tiệm cận ngang của đồ thị (C) .
- A. 0 B. 3 C. 2 D. 1

- Câu 6.** Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như trong hình vẽ dưới đây:

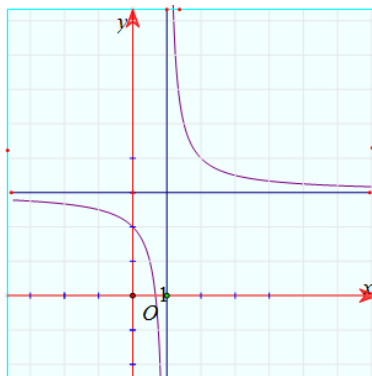


Biết rằng đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua điểm $A(0;4)$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

- A. $f(1)=2$ B. $f(2)=\frac{11}{2}$ C. $f(1)=\frac{7}{2}$ D. $f(2)=6$
- Câu 7.** Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có nhiều nghiệm thực nhất.



- A. $m > 0; m \neq 1$ B. $m > 2$ C. $m > 1$ D. $m > 0$
- Câu 8.** Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{3x-2}{x-1}$.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\frac{|3x-2|}{x-1} = m$ có hai nghiệm thực

dương?

A. $m > 3$.

B. $m < -3$.

C. $0 < m < 3$.

D. $-3 < m < 0$.

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{cx+d}$ có tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=2$ và đi qua điểm $A(2;-3)$.

Lúc đó hàm số $y = \frac{ax+1}{cx+d}$ là hàm số nào trong bốn hàm số sau:

A. $y = \frac{-3}{5} \cdot \frac{2x+1}{x-1}$.

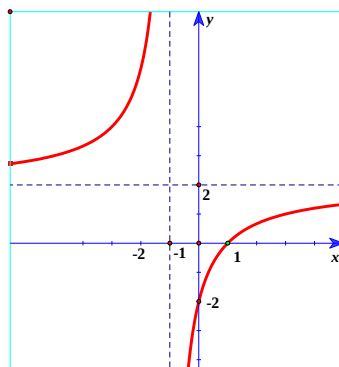
B. $y = \frac{2x-1}{1-x}$.

C. $y = \frac{-2x-1}{-x+1}$.

D. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

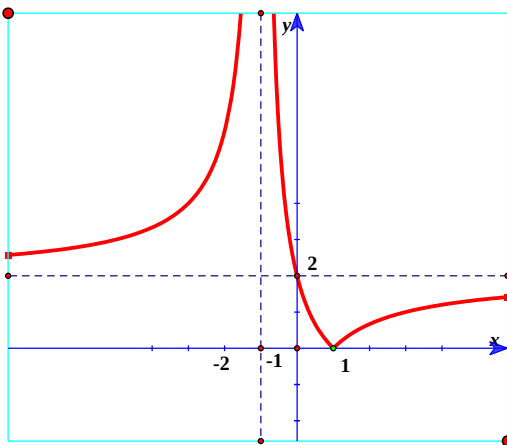
A

Câu 10. Biết đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ là hình vẽ sau:

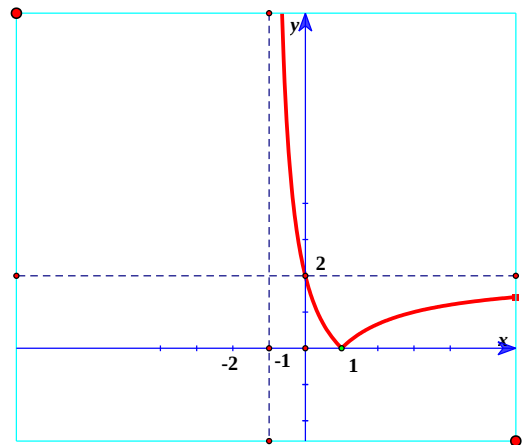


Đồ thị hàm số $y = \left| \frac{2x-2}{x+1} \right|$ là hình vẽ nào trong 4 hình vẽ sau:

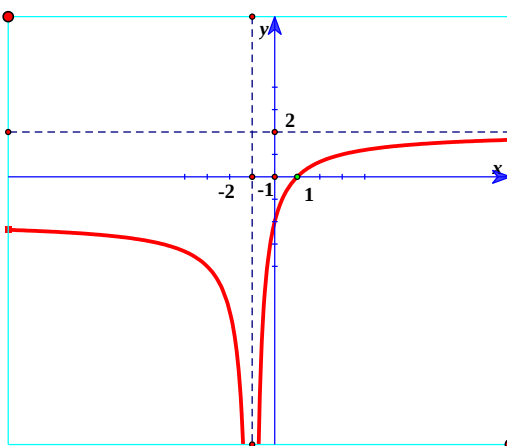
A



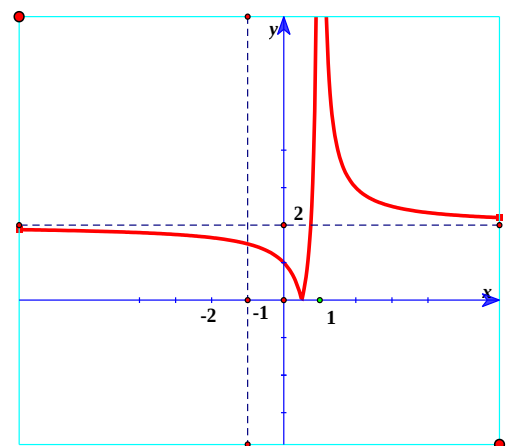
B



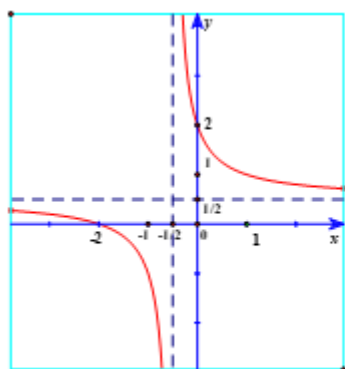
C



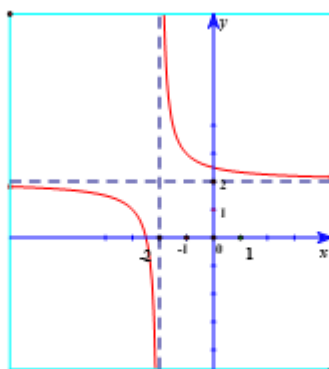
D



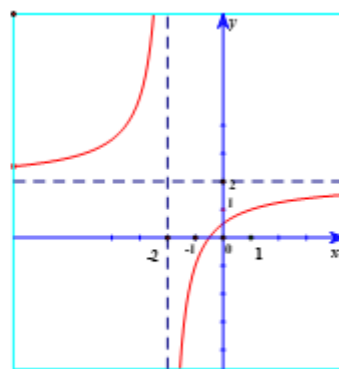
Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{mx+1}{x+m}$. Các đồ thị nào dưới đây có thể là đồ thị biểu diễn hàm số đã cho? Hãy chọn đáp án **sai**?



Hình (I)



Hình (II)



Hình (III)

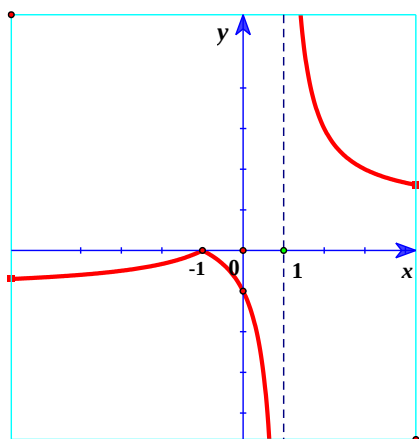
A. Hình (I) và (III). B. Hình (III).

C. Hình (I).

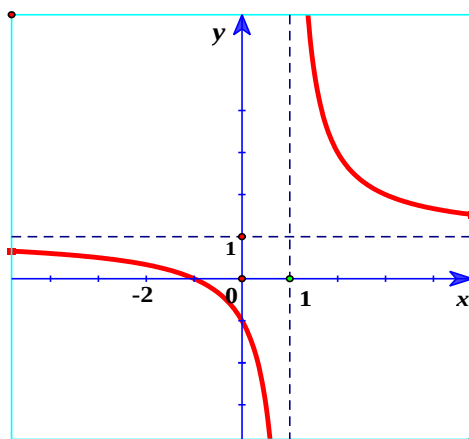
D. Hình (II).

Câu 12. Đồ thị hàm số $y = \frac{|x+1|}{x-1}$ là hình vẽ nào trong các hình vẽ sau

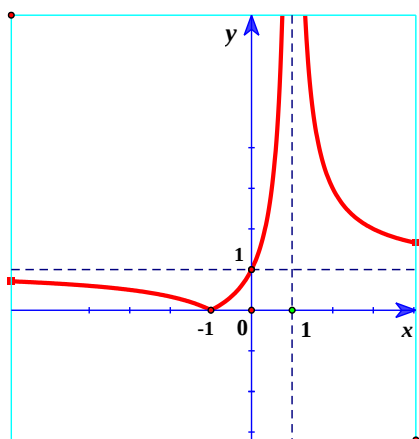
A.



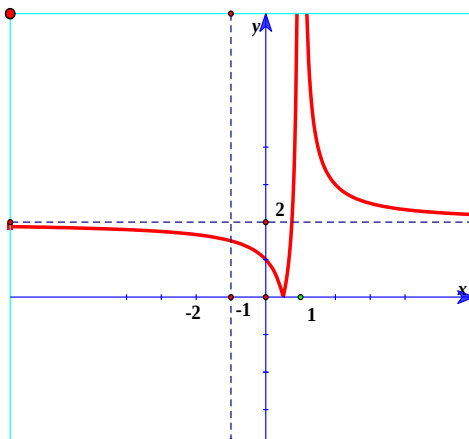
B.



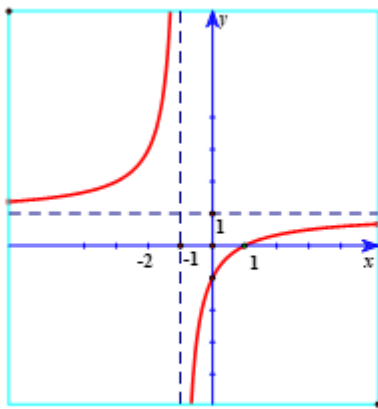
C.



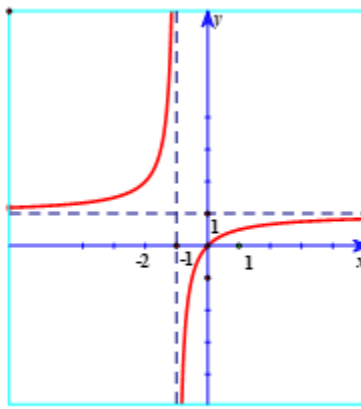
D.



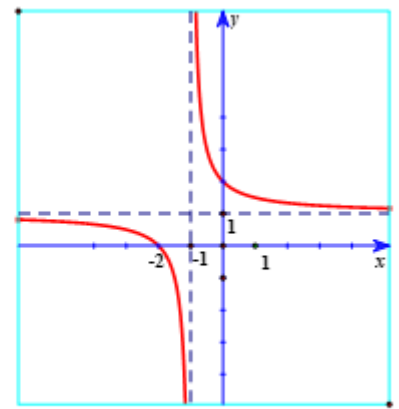
Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{x-m^2-1}{x+1}$. Các đồ thị nào dưới đây có thể là đồ thị biểu diễn hàm số đã cho?



Hình (I)



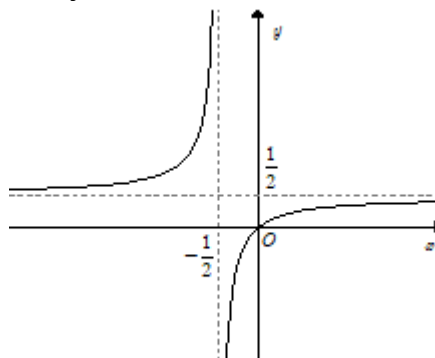
Hình (II)



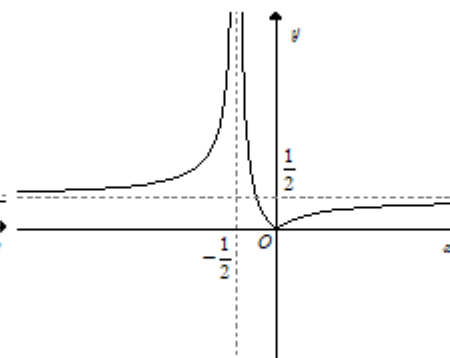
Hình (III)

- A. Hình (I) và (II). B. Hình (I). C. Hình (I) và (III). D. Hình (III).

Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{x}{2x+1}$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào trong các đáp án A, B, C, D dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \left| \frac{x}{2x+1} \right|$

B. $y = \frac{|x|}{2|x|+1}$

C. $y = \frac{x}{2|x|+1}$

D. $y = \left| \frac{|x|}{2|x|+1} \right|$

Câu 15. Hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để

phương trình $\frac{2x+1}{|x-1|} = m$ có hai nghiệm phân biệt.

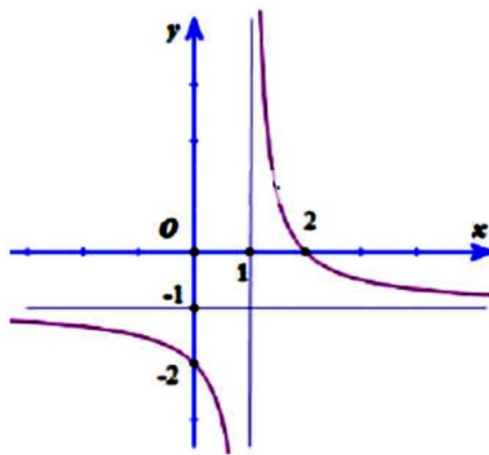
- A. $m > 2$. B. Không có giá trị của m .
C. $m > -2$. D. Với mọi m .

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.D	4.B	5.C	6.D	7.A	8.D	9.B	10
11.D	12	13.B	14.A	15.A					

Hướng dẫn giải câu hỏi vận dụng

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ a, b, c là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$ bằng:



A. $T = 12$.

B. $T = 10$.

C. $T = -7$.

D. $T = -9$

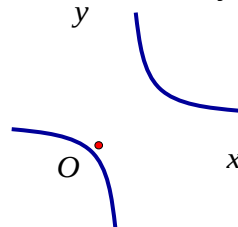
Chọn D

Đồ thị hàm số trên hình vẽ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$ mà $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = a$,
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = a$ nên đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = a$ suy ra $a = -1$

Suy ra $y = \frac{-x+b}{x+c}$

Đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(0; -2), B(2; 0)$ suy ra $\begin{cases} \frac{b}{c} = -2 \\ 0 = \frac{-2+b}{2+c} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ c = -1 \end{cases}$
 $T = a - 3b + 2c = -1 - 6 - 2 = -9$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $c < 0; b < 0$.

B. $b < 0; c > 0$.

C. $b > 0; c > 0$

D. $b > 0; c < 0$.

Lời giải

Chọn C

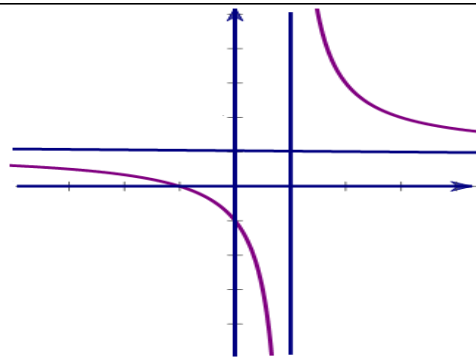
Giao điểm với trục tung: $x = 0 \Rightarrow y = -b$.
 Mà $-b < 0 \Rightarrow b > 0$.

Mặt khác, tiệm cận ngang $y = \frac{1}{c}$.

Mà $\frac{1}{c} > 0 \Rightarrow c > 0$.

$y = \frac{(a-1)x+b}{(c-1)x+d}, d < 0$

Câu 3. Cho hàm số có đồ thị như hình trên. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



A. $a > 1, b > 0, c < 1$.

B. $a > 1, b < 0, c > 1$.

C. $a < 1, b > 0, c < 1$.

D. $a > 1, b > 0, c > 1$.

Lời giải

Chọn D

$$(H) y = f(x) = \frac{(a-1)x + b}{(c-1)x + d}, d < 0$$

Nhìn đồ thị:

+ $f(0) < 0 \Leftrightarrow \frac{b}{d} < 0$, mà $d < 0$. Suy ra $b > 0$.

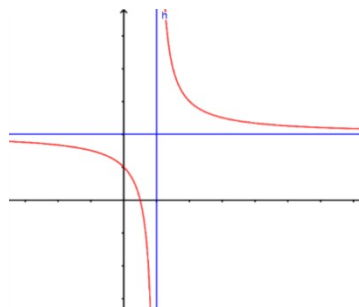
+ (H) cắt trục Ox tại điểm có hoành độ âm. Suy ra $-\frac{b}{a-1} < 0$, mà $b > 0$.
Suy ra $a-1 > 0 \Leftrightarrow a > 1$.

+ (H) có tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c-1}$, và $-\frac{d}{c-1} > 0$ mà $d < 0$.

Suy ra $c-1 > 0 \Leftrightarrow c > 1$.

Vậy $a > 1, b > 0, c > 1$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $0 < ad < bc$.

B. $ad < bc < 0$.

C. $bc < ad < 0$.

D. $ad < 0 < bc$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ ta thấy:

+ Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ là hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định, suy ra $y' < 0 \Leftrightarrow ad - bc < 0 \Leftrightarrow ad < bc$, loại đáp án C.

$$x = -\frac{d}{c} > 0 \Rightarrow cd < 0 \quad (1)$$

+ Đồ thị hàm số có đường TCD là đường thẳng:

$$y = \frac{a}{c} > 0 \Rightarrow ac > 0 \quad (2)$$

+ Đồ thị hàm số có đường TCN là đường thẳng:

Từ (1), (2) suy ra $ad < 0$ nên loại đáp án A.

$$x = -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow ab < 0 \quad (3)$$

+ Đồ thị hàm số giao với trục Ox tại điểm có hoành độ

Từ (2), (3) suy ra $bc < 0$ nên loại đáp án D.

Vậy mệnh đề đúng là B.

$$y = \frac{2x+1}{x-1}$$

Câu 5. Cho hàm số có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm M thuộc (C) có tung độ là số nguyên dương sao cho khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng bằng 3 lần khoảng cách từ M tới tiệm cận ngang của đồ thị (C).

A. 0

B. 3

C. 2

D. 1

Lời giải

Chọn C

$$M \in (C) \Rightarrow M \left(m; 2 + \frac{3}{m-1} \right)$$

Khoảng cách từ M tới TCĐ là $|m-1|$.

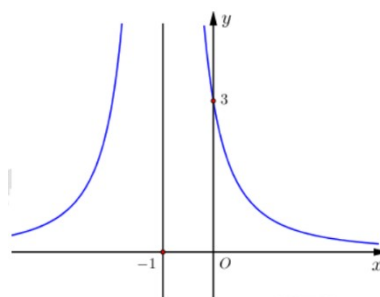
Khoảng cách từ M tới TCN là $\frac{3}{|m-1|}$

$$\Leftrightarrow |m-1| = 3 \cdot \frac{3}{|m-1|} \Leftrightarrow \begin{cases} m=4 \\ m=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(4;3) \\ M(-2;1) \end{cases}$$

YCBT

$$y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \quad f'(x)$$

Câu 6. Cho hàm số có đồ thị hàm số như trong hình vẽ dưới đây:



Biết rằng đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua điểm $A(0; 4)$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $f(1) = 2$.

B. $f(2) = \frac{11}{2}$.

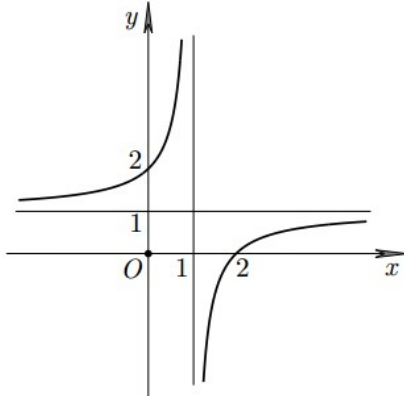
C. $f(1) = \frac{7}{2}$.

D. $f(2) = 6$.

Lời giải

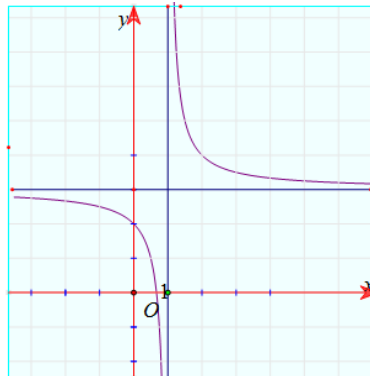
Từ đồ thị ta có: $f(0) = \frac{b}{d} = 4$; $f'(0) = \frac{ad - bc}{d^2} = 3$; TCD: $-\frac{d}{c} = -1$. Suy ra, $\begin{cases} a = 7d \\ b = 4d \\ c = d \end{cases}$
 $\Rightarrow f(2) = \frac{2a+b}{2c+d} = 6$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có nhiều nghiệm thực nhất.



- A.** $m > 0; m \neq 1$. **B.** $m > 2$. **C.** $m > 1$. **D.** $m > 0$.

Câu 8. Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{3x-2}{x-1}$.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\frac{|3x-2|}{x-1} = m$ có hai nghiệm thực dương?

- A.** $m > 3$. **B.** $m < -3$. **C.** $0 < m < 3$. **D.** $-3 < m < 0$.

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{cx+d}$ có tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=2$ và đi qua điểm $A(2; -3)$.

Lúc đó hàm số $y = \frac{ax+1}{cx+d}$ là hàm số nào trong bốn hàm số sau:

- A.** $y = \frac{-3}{5} \cdot \frac{2x+1}{x-1}$. **B.** $y = \frac{2x-1}{1-x}$. **C.** $y = \frac{-2x-1}{-x+1}$. **D.** $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

A.

Lời giải

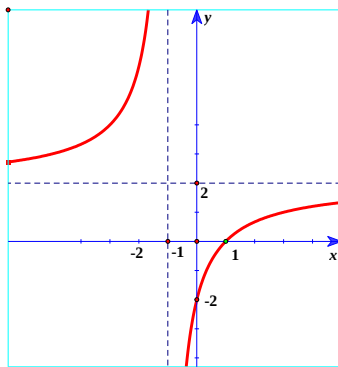
Chọn B

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax-1}{cx+d}$ có tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$, tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$

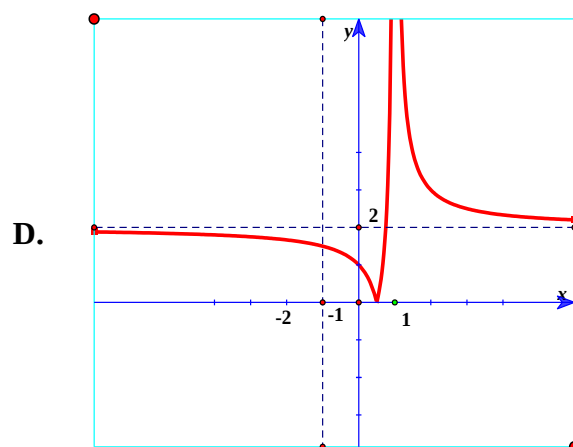
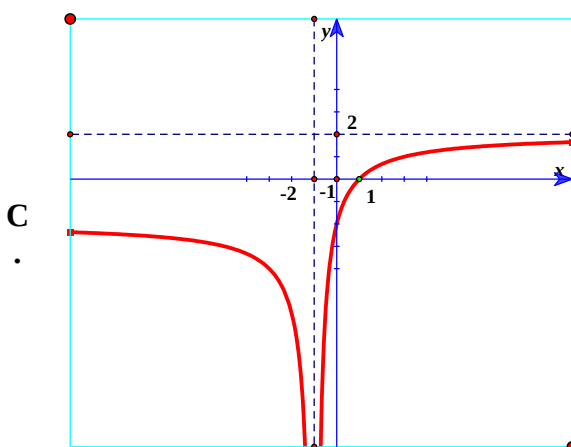
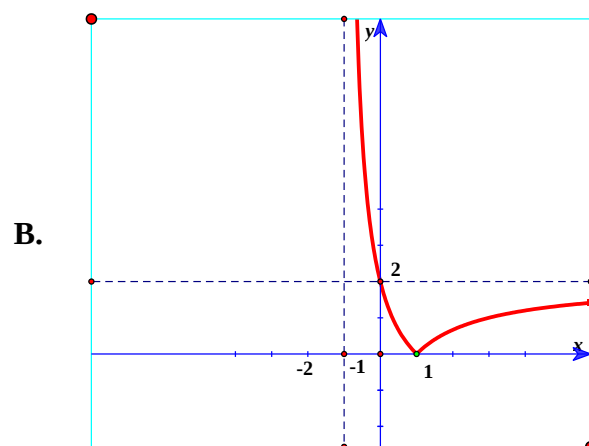
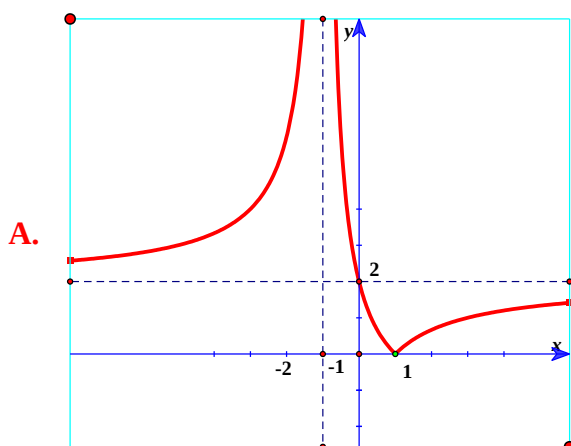
$$\begin{cases} \frac{a}{c} = 2 \\ -\frac{d}{c} = 2 \\ \frac{a \cdot 2 - 1}{c \cdot 2 + d} = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2c \\ -d = 2c \\ 2a - 1 = -6c - 3d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 2c = 0 \\ 2c + d = 0 \\ 2a + 6c + 3d = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ c = -1 \\ d = 1 \end{cases}$$

Theo đề bài ta có

Câu 10. Biết đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 2}{x + 1}$ là hình vẽ sau:



Đồ thị hàm số $y = \left| \frac{2x - 2}{x + 1} \right|$ là hình vẽ nào trong 4 hình vẽ sau:



Lời giải

Chọn A

$$y = \left| \frac{2x-2}{x+1} \right| = \begin{cases} \frac{2x-2}{x+1} & \text{nếu } \frac{2x-2}{x+1} \geq 0 \\ -\frac{2x-2}{x+1} & \text{nếu } \frac{2x-2}{x+1} < 0 \end{cases}$$

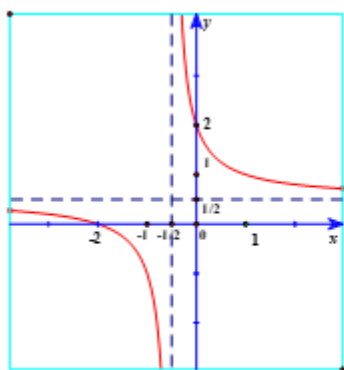
Ta có

Đồ thị hàm số $y = \left| \frac{2x-2}{x+1} \right|$ có được bằng cách:

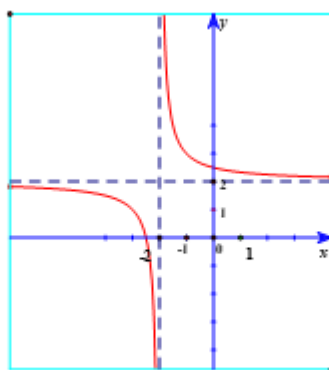
+ Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ nằm phía trên trục hoành.

+ Lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ nằm phía dưới trục hoành qua trục hoành.

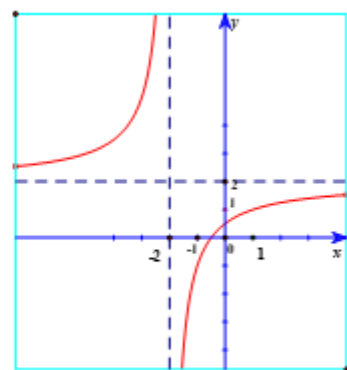
Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{mx+1}{x+m}$. Các đồ thị nào dưới đây có thể là đồ thị biểu diễn hàm số đã cho? Hãy chọn đáp án **sai**?



Hình (I)



Hình (II)



Hình (III)

A. Hình (I) và (III). B. Hình (III).

C. Hình (I).

D. Hình (II).

Lời giải

Chọn D

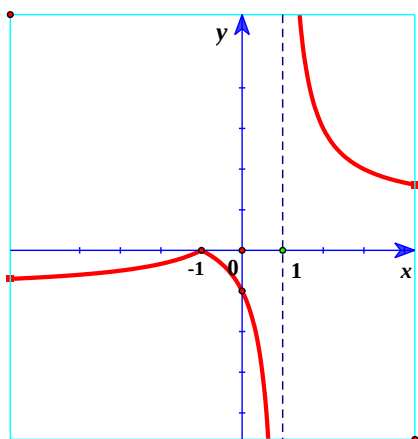
Hàm số $y = \frac{mx+1}{x+m}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$. Ta có $y' = \frac{m^2 - 1}{(x+m)^2}$,

$y' < 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 1$; $y' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}$. Hình (I) có $m = -\frac{1}{2} \in (-1; 1)$

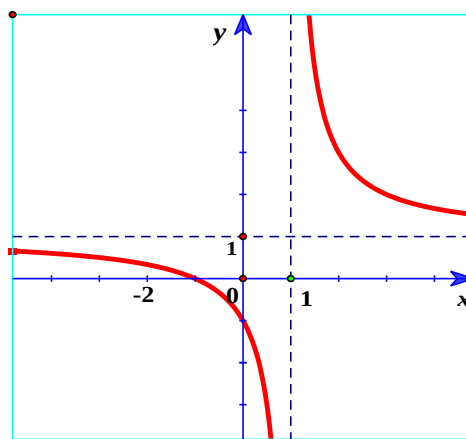
nên $y' < 0$ suy ra hàm số nghịch biến, do đó Hình (I) đúng. Hình (II) có $m = -\frac{3}{2} < -1$ nên $y' > 0$ suy ra hàm số đồng biến, do đó Hình (II) sai. Hình (III) có $m = -2 < -1$ nên $y' > 0$ suy ra hàm số đồng biến, do đó Hình (III) đúng.

Câu 12. Đồ thị hàm số $y = \frac{|x+1|}{x-1}$ là hình vẽ nào trong các hình vẽ sau

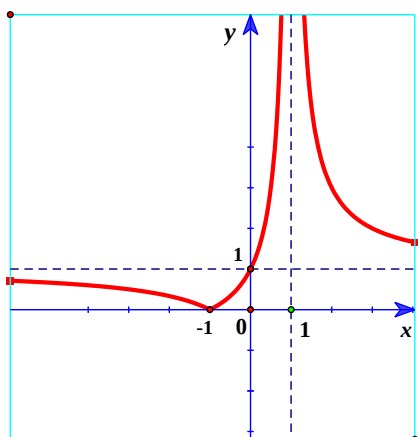
A.



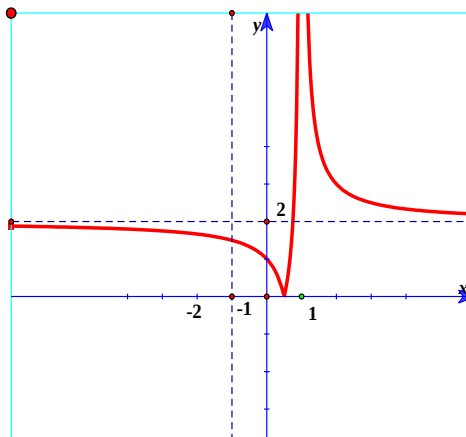
B.



C.



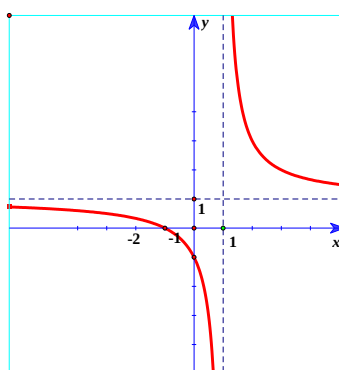
D.



Lời giải

Chọn A

Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$



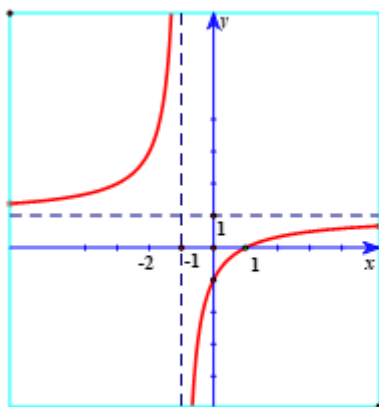
$$y = \frac{|x+1|}{x-1} = \begin{cases} \frac{x+1}{x-1} & \text{nếu } x \geq -1 \\ -\frac{x+1}{x-1} & \text{nếu } x < -1 \end{cases}$$

Đồ thị hàm số $y = \frac{|x+1|}{x-1}$ có được bằng cách:

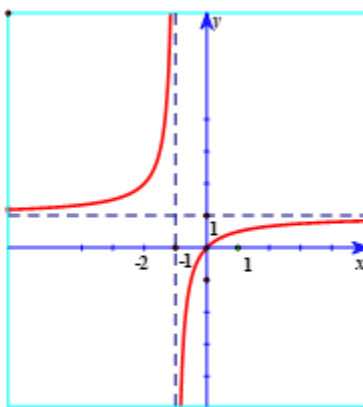
+ Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ nằm phía bên phải đường thẳng $x = -1$.

+ Lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ nằm phía bên trái đường thẳng $x = -1$ qua trục hoành.

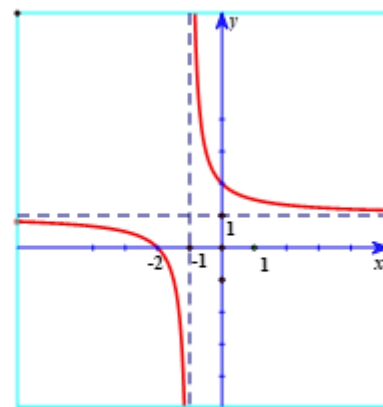
Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{x - m^2 - 1}{x + 1}$. Các đồ thị nào dưới đây có thể là đồ thị biểu diễn hàm số đã cho?



Hình (I)



Hình (II)



Hình (III)

A. Hình (I) và (II). **B. Hình (I).** C. Hình (I) và (III). D. Hình (III).

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = \frac{x - m^2 - 1}{x + 1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

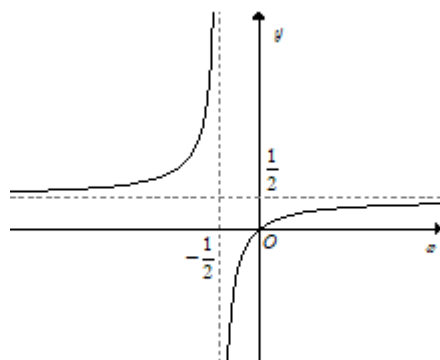
$y' = \frac{m^2 + 2}{(x + 1)^2}$ suy ra $y' > 0 \forall m$, và $y = \frac{x - m^2 - 1}{x + 1}$ đi qua điểm $(0; -1)$.

Hình (I) đúng.

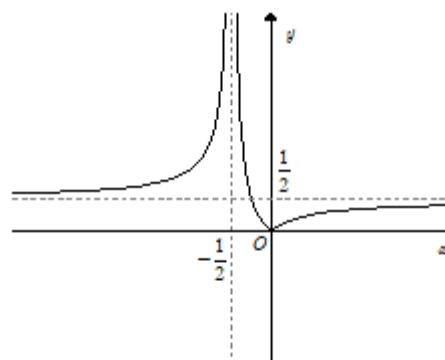
Hình (II) sai vì không đi qua điểm $(0; -1)$.

Hình (III) sai vì không đi qua điểm $(0; -1)$.

Câu 14. Cho hàm số $y = \frac{x}{2x + 1}$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào trong các đáp án A, B, C, D dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \left| \frac{x}{2x + 1} \right|$.

B. $y = \frac{|x|}{2|x| + 1}$.

C. $y = \frac{x}{2|x| + 1}$.

D. $y = \left| \frac{|x|}{2|x| + 1} \right|$.

Câu 15. Hình dưới đây là đồ thị của hàm số $\frac{2x + 1}{|x - 1|}$, Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để

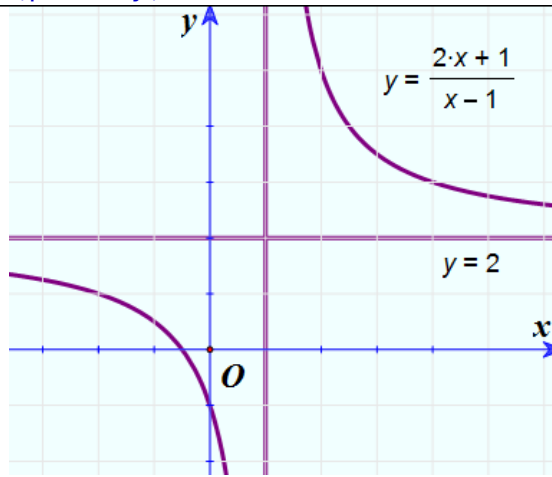
phương trình $\frac{2x + 1}{|x - 1|} = m$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $m > 2$.

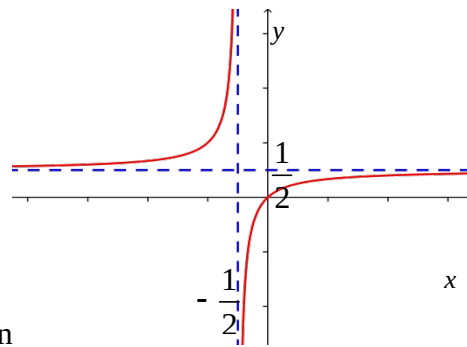
B. Không có giá trị của m .

C. $m > -2$.

D. Với mọi m .



2. Kiểm tra cuối bài (20 câu).



Câu 1. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên

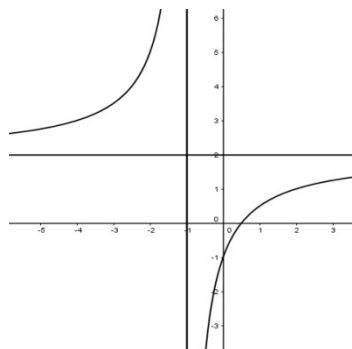
- A.** $y = \frac{x}{2x+1}$ **B.** $y = \frac{x-1}{2x+1}$ **C.** $y = \frac{x+1}{2x+1}$ **D.** $y = \frac{x+3}{2x+1}$

Câu 2. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'					
y	1		$-\infty$		1

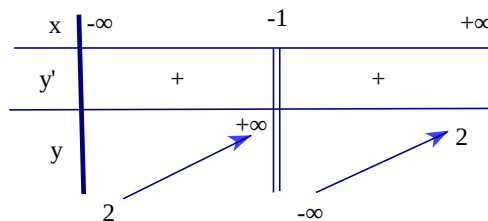
- A.** $y = \frac{x-3}{x-2}$ **B.** $y = \frac{x+3}{x-2}$ **C.** $y = \frac{2x-7}{x-2}$ **D.** $y = \frac{2x+3}{x-2}$

Câu 3. Đường cong bên là đồ thị của hàm số



- A.** $y = x^3 - 3x + 2$ **B.** $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 2$ **C.** $y = \frac{2x-1}{x+1}$ **D.** $y = \frac{-2x+1}{x+1}$

Câu 4. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên



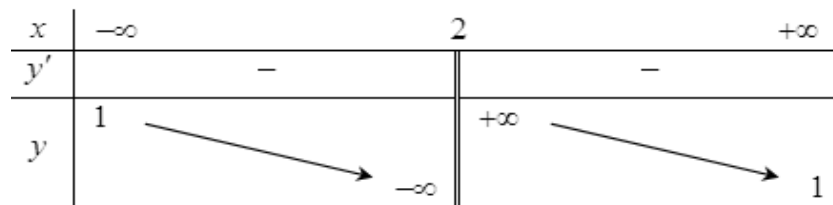
A. $y = \frac{2x-3}{x+1}$

B. $y = \frac{2x-3}{x-1}$

C. $y = \frac{x+3}{x-2}$

D. $y = \frac{2x+3}{1-x}$

Câu 5. Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?



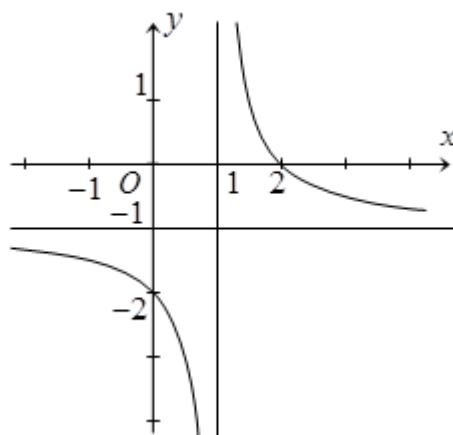
A. $y = \frac{x+1}{x+2}$

B. $y = \frac{x-1}{2x+1}$

C. $y = \frac{x+3}{x+2}$

D. $y = \frac{x+1}{x-2}$

Câu 6. Đồ thị sau đây là đồ thị của 1 trong 4 đồ thị của hàm số ở các phương án A, B, C, D dưới đây. Hãy chọn phương án đúng



A. $y = \frac{x+1}{x+2}$

B. $y = \frac{2-x}{x+1}$

C. $y = \frac{-x-2}{x-1}$

D. $y = \frac{2-x}{x-1}$

Câu 7. Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{2x+1}$ và $y = -x+1$

A. (1;1);(-1;2).

B. (1;0);(-1;2).

C. (1;0);(1;2).

D. (1;-2).

Câu 8. Trên đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2}{x+2}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

A. 4

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 9. Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y = x+1$ và đường cong $y = \frac{2x+4}{x-1}$. Tìm hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN .

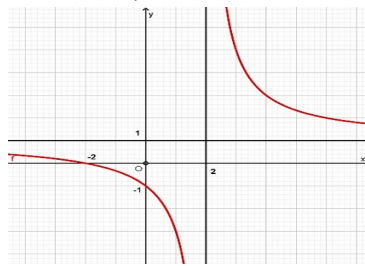
A. $-\frac{5}{2}$.

B. 1

C. 2.

D. $\frac{5}{2}$.

Câu 10. Tìm a, c, d để hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên



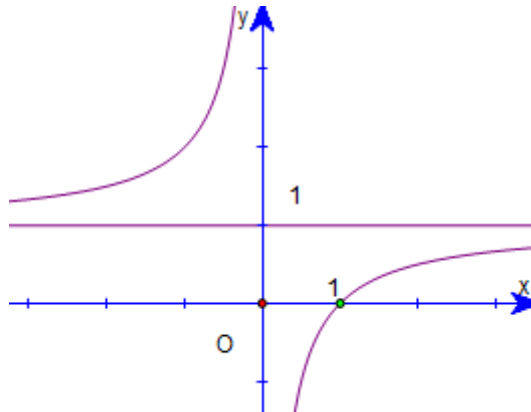
A. $a=2, c=-1, d=-2$.

B. $a=1, c=-1, d=1$.

C. $a=1, c=1, d=2$.

D. $a=1, c=1, d=-2$.

Câu 11. Đồ thị bên là đồ thị của hàm số nào?



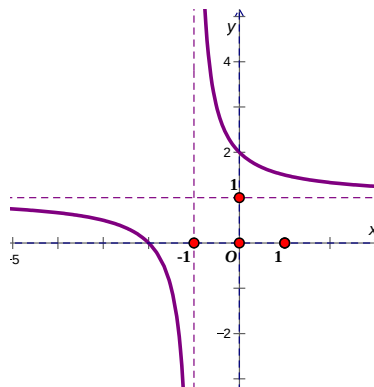
A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x-2}{x}$.

C. $y = \frac{x+1}{x}$.

D. $y = \frac{x-1}{x}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ.



Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $b < 0 < a$.

B. $0 < a < b$.

C. $a < b < 0$.

D. $0 < b < a$.

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{(m-1)x^2-x+3}$. Tìm m để đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = -1$

A. $m=1$.

B. $m=-1$.

C. $m=0$.

D. $m=2$.

Câu 14. Tìm m để đồ thị $(C): y = \frac{2x-m}{x+1}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.

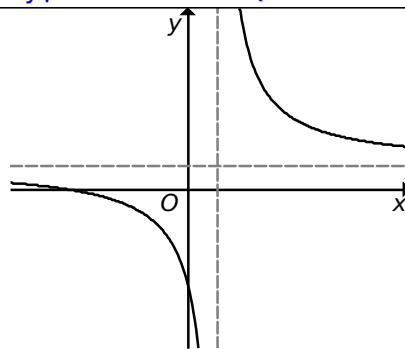
A. $m=2$.

B. $m=1$.

C. $m=-2$.

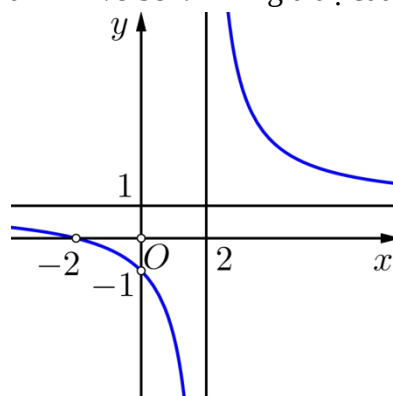
D. $m=-1$.

Câu 15. Hàm số $\frac{ax+b}{cx+d}$ với $a > 0$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A.** $b > 0; c > 0; d < 0$. **B.** $b < 0; c > 0; d < 0$.
C. $b < 0; c < 0; d < 0$. **D.** $b < 0; c > 0; d < 0$.

Câu 16. Cho hàm số $\frac{x-a}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính giá trị của biểu thức $P=a+b+c$

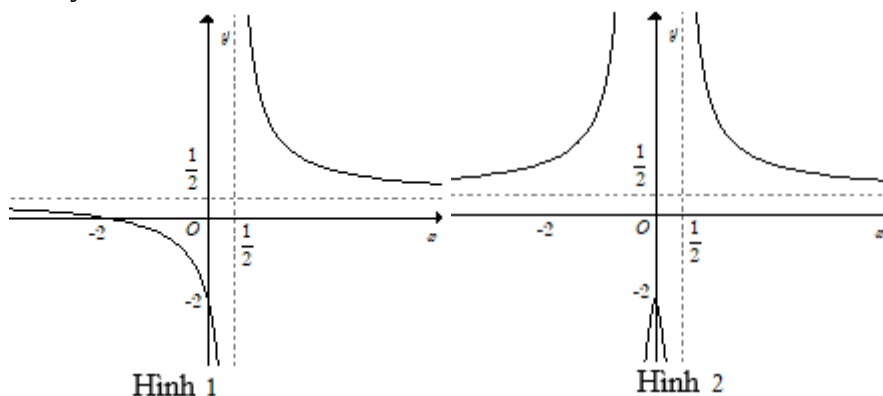


- A.** $P = -3$ **B.** $P = 1$ **C.** $P = 5$ **D.** $P = 2$ $P = 2$.

Câu 17. Cho hàm số $\frac{x+m}{x-1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[2;4]} y = 3$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A.** $m < -1$ **B.** $3 < m < 4$. **C.** $m > 4$ **D.** $1 \leq m < 3$.

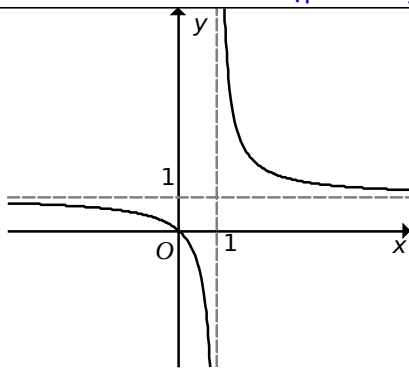
Câu 18. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x-1}$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào trong các đáp án A, B, C, D dưới đây?



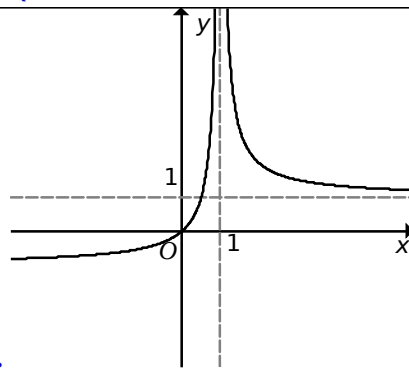
- A.** $y = -\frac{x+2}{2x-1}$ **B.** $y = \frac{|x|+2}{2|x|-1}$ **C.** $y = \left| \frac{x+2}{2x-1} \right|$ **D.** $y = \frac{|x|+2}{2x-1}$

Câu 19. Trong các đồ thị hàm số sau, đồ thị nào là đồ thị của hàm số $y = \frac{x}{|x-1|}$?

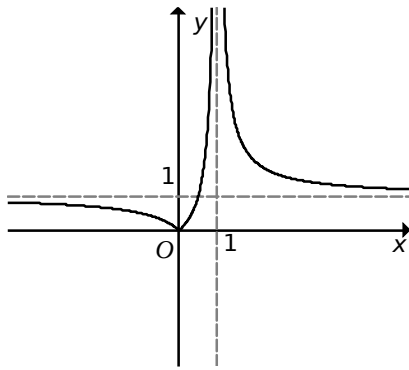
A.



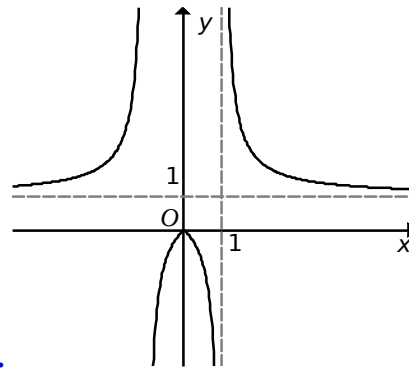
B.



C.



D.



Câu 20. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm hai đường tiệm cận của (C) . Biết tọa độ điểm $M(x_M; y_M)$ có hoành độ dương thuộc đồ thị (C) sao cho MI ngắn nhất. Khi đó giá trị $x_M - y_M$ bằng

- A. 0. B. $2\sqrt{3}$ C. 2 D. -2 .

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.C	4.A	5.D	6.D	7.B	8.A	9.B	10.D
11.D	12.B	13.C	14	15.A	16.A	17.C	18.B	19.B	20.A

Hướng dẫn giải

Câu 8.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x_0; y_0)$ với $x_0 \in \mathbb{Z} \setminus \{-2\}, y_0 \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_0 \in \mathbb{Z} \setminus \{-2\} \\ \frac{2}{x_0 + 2} \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow x_0 + 2 \in \{-2; -1; 1; 2\} \Rightarrow x_0 \in \{-4; -3; -1; 0\}$$

Vậy trên đồ thị (C) có bốn điểm có tọa độ nguyên.

Câu 12. **Chọn B**

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1 = a > 0$, $x = 0 \Rightarrow y = b = 2 > 0$.

Vậy $0 < a < b$

Dựa vào đồ thị, đồ thị hàm số có 3 cực trị nên đây là đồ thị của hàm bậc 4, $a < 0$.

Câu 15.

Hướng dẫn.

Từ đồ thị hàm số, ta thấy

• Khi $y = 0 \frac{3}{4} \Rightarrow x = -\frac{b}{a} < 0 \frac{3}{4} \Rightarrow b > 0$.

• Khi $x = 0 \frac{3}{4} \Rightarrow y = \frac{b}{d} < 0 \frac{3}{4} \Rightarrow d < 0$.

$x = -\frac{d}{c} > 0 \frac{3}{4} \Rightarrow c > 0$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng

Vậy $b > 0, c > 0, d < 0$.

Câu 19.

Hướng dẫn

Ta có $y = \frac{x}{|x-1|} = \begin{cases} \frac{x}{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ -\frac{x}{x-1} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.

Do đó đồ thị hàm số $y = \frac{x}{|x-1|}$ được suy từ đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ bằng cách:

• Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ phía bên phải đường thẳng $x = 1$.

• Phần đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ phía bên trái đường thẳng $x = 1$ thì lấy đối xứng qua trục hoành.

Hợp hai phần đồ thị ở trên ta được toàn bộ đồ thị hàm số $y = \frac{x}{|x-1|}$.

Câu 20.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M \left(a; \frac{a+2}{a-1} \right) \in (C)$ với $a > 0, a \neq 1$; tọa độ giao điểm các tiệm cận là $I(1;1)$, ta có

$$MI^2 = (a-1)^2 + \left(\frac{a+2}{a-1} - 1 \right)^2 = (a-1)^2 + \frac{9}{(a-1)^2} \geq 6$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $(a-1)^4 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{3} + 1 \\ a = -\sqrt{3} + 1 \end{cases}$. Vì M có hoành độ dương nên chọn

$a = \sqrt{3} + 1$, suy ra $M(\sqrt{3} + 1; \sqrt{3} + 1)$ nên $x_M - y_M = 0$.

