PHẦN 1: MỞ ĐẦU

1.1. Lý do chọn đề tài

Trong chương trình Hình học 12, bài toán viết phương trình đường thẳng trong không gian là bài toán hay và không quá khó. Để làm tốt bài toán này đòi hỏi học sinh phải nắm vững kiến thức hình học không gian, mối quan hệ giữa đường thẳng, mặt phẳng. Là dạng toán luôn có mặt trong các đề thi tốt nghiệp THPT và thi vào Cao đẳng, Đại học nên yêu cầu học sinh phải làm tốt được dạng toán này là hết sức cần thiết.

Do đó trong quá trình dạy học đòi hỏi đội ngũ các thầy cô giáo phải tích cực học tập, không ngừng nâng cao năng lực chuyên môn, đổi mới phương pháp dạy học theo hướng phát huy tích cực, tự giác, chủ động và sáng tạo của học sinh, bồi dưỡng khả năng tự học, khả năng vận dụng kiến thức vào thực tế, đem lại sự say mê, hứng thú học tập cho học sinh.

Trong quá trình giảng dạy tôi thấy học sinh còn gặp nhiều lúng túng trong việc giải quyết một bài toán hình học tọa độ nói chung, có thể có rất nhiều nguyên nhân dẫn đến tình trạng nói trên, nhưng theo tôi, nguyên nhân chủ yếu là khi học hình học toạ độ, học sinh chỉ “giải hình học bằng đại số” mà không để ý đến các tính chất hình học.

Các phương pháp giải còn mang tính chất chủ quan, rời rạc, gặp bài toán nào thì chỉ chú trọng tìm cách giải cho riêng bài toán đó mà không có một cách nhìn tổng quát. Chính vì vậy dẫn đến tình trạng các em bị lúng túng trước các câu hỏi mặc dù các câu hỏi đó chỉ xoay quanh một vấn đề: Viết phương trình đường thẳng trong không gian.

Với vai trò là một giáo viên dạy Toán và qua nhiều năm giảng dạy, để trao đổi cùng các thầy cô đồng nghiệp với mong muốn tìm ra hướng giải quyết đơn giản nhất cho một bài toán, làm cho học sinh nhớ được kiến thức cơ bản trên cơ sở đó để sáng tạo.

Tôi xin trình bày một số kinh nghiệm của mình về việc giải quyết bài toán Viết phương trình đường thẳng trong không gian đó là:

"GIÚP HỌC SINH NHẬN DẠNG VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI CÁC BÀI TOÁN VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN".

Với ý tưởng trên, tôi đã phân ra các dạng bài tập viết phương trình đường thẳng từ dễ đến khó để học sinh tiếp cận một cách đơn giản, dễ nhớ và từng bước giúp học sinh hình thành tư duy tự học, tự giải quyết vấn đề. Ngoài ra, giúp cho các em làm tốt các bài thi tốt nghiệp cũng như thi vào các trường Cao đẳng và Đại học.

1. 2. Mục đích nghiên cứu

Mục đích nghiên cứu của đề tài với mong muốn giúp học sinh:

+ Khắc phục được những yếu điểm đã nêu ở trên, từ đó đạt được kết quả cao khi giải bài toán nói riêng và đạt kết quả cao trong quá trình học tập nói chung.

+ Tìm được một phương pháp tối ưu nhất để giải toán, cũng như nâng cao thêm về mặt kiến thức, kỹ năng, kỹ xảo trong việc nhận dạng và phương pháp giải các bài toán thích hợp. Từ đó phát huy, khơi dậy, sử dụng hiệu quả kiến thức vốn có của học sinh, gây hứng thú học tập cho các em.

1. 3. Đối tượng nghiên cứu.

- Các dạng toán viết phương trình của đường thẳng và phương pháp giảng dạy toán

- Học sinh lớp 12A1, 12A2 Trường THPT Tô Hiến Thành - TP Thanh Hóa năm học: 2015 - 2016.

1. 4. Phương pháp nghiên cứu:

- Phương pháp nghiên cứu lý luận: Nghiên cứu sách giáo khoa, sách bài tập, sách tài liệu tham khảo và các đề thi

- Phương pháp điều tra thực tiễn : Dự giờ, quan sát việc dạy và học phần bài tập này

- Phương pháp thực nghiệm sư phạm

- Phương pháp thống kê

PHẦN 2: NỘI DUNG

2.1. Cơ sở lý luận

<u>Kiến thức cơ bản</u>: Trong chương trình Sách giáo khoa Hình Học Lớp 12 Chuẩn thì phư¬ng tr×nh của đường thẳng trong không gian có hai dạng đó là: *Phương trình tham số* và *phương trình chính tắc.*

ĐÓ viÕt phư¬ng tr×nh của đường thẳng trong không gian cÇn ph¶i x¸c ®Þnh hai yÕu tè:

+ Mét ®iÓm mµ đường thẳng ®i qua.

+ Mét vÐc t¬ chỉ phương của đường thẳng.

Khi đó, nếu đường thẳng Δ đi qua ®iÓm $M(x_0;y_0;z_0)$ và nhËn vÐc t¬ $\vec{u}=(a;b;c)$ lµm vÐc t¬ chỉ phương thì:

Phương trình tham số của đường thẳng Δ có dạng: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ *(t là tham số)*

Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ có dạng :

$$\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}\ (a.b.c\neq 0)$$

<u>Kiến thức có liên quan:</u>

1. Phương trình tổng quát của (α) có dạng:

$$Ax+By+Cz+D=0\ (a^2+b^2+c^2\neq 0)$$

2. Nếu (α) có phương trình: $Ax+By+Cz+D=0$ thì véc tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}(A;B;C)$

3. Nếu (α) đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và nhận $\vec{n}(A;B;C)$ là véc tơ pháp tuyến thì phương trình của (α) là : $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$

4. Nếu (α) chứa hay song song với giá của hai vectơ không cùng phương $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$, $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$ thì véc tơ pháp tuyến của (α) là :

$$\vec{n}=\left[\vec{a};\vec{b}\right]=(a_2b_3-a_3b_2;a_3b_1-a_1b_3;a_1b_2-a_2b_1)$$

5. Cho $A(x_A;y_A;z_A)$ và điểm $B(x_B;y_B;z_B)$

- Vectơ $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A)$
- Toạ độ trung điểm I của AB là: $I=(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2};\frac{z_A+z_B}{2})$

<u>Chú ý</u>: Trªn c¬ së kiÕn thøc h×nh häc kh«ng gian líp 11, cã c¸c c¸ch x¸c ®Þnh đường thẳng như sau:

- Cã mét vµ chØ mét đường thẳng ®i qua hai ®iÓm phân biệt cho trước.
- Cã mét vµ chØ mét đường thẳng là giao tuyến của hai mặt phẳng.

... Ngoµi ra cßn rÊt nhiÒu c¸ch x¸c ®Þnh đường thẳng kh¸c n÷a.

2.2. Thực trạng của vấn đề trước khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm

Như vậy để viết phương trình của đường thẳng trong không gian (cụ thể là phương trình tham số hoặc phương trình chính tắc) ta cần phải xác định hai đại lượng:

+) Điểm mà đường thẳng đi qua.

+) Véctơ chỉ phương của đường thẳng.

Nhưng không phải trong mọi trường hợp, ta đều có thể tìm được một cách dễ dàng hai đại lượng nói trên, và cũng như nhiều vấn đề khác của toán học.

Bài toán viết phương trình đường thẳng cũng chủ yếu có hai dạng: *tường minh và không tường minh*

<u>Dạng tường minh</u>:

- Các đại lượng để giải quyết bài toán thì đề bài cho sẵn, dạng toán này chủ yếu để học sinh củng cố công thức.
- Dạng **tường minh** theo tôi đó là: Viết phương trình tham số (hoặc chính tắc) của đường thẳng biết:

1) Đường thẳng đi qua hai điểm.
2) Đường thẳng đi qua một điểm và có véctơ chỉ phương.

<u>Dạng không tường minh</u>:

- Các đại lượng để giải quyết bài toán thì đề bài không cho sẵn mà được ẩn dưới một số điều kiện nhất định nào đó.
- Dạng toán này đòi hỏi người học phải biết kết hợp kiến thức, có tư duy logíc toán học, vận dụng linh hoạt các điều kiện có trong đề bài.

Trong đề tài này tôi xin được bàn về các dạng toán không tường minh, đây cũng là dạng toán chủ yếu xuất hiện trong các đề thi tốt nghiệp và đại học. Tùy thuộc vào yêu cầu của các bài toán viết phương trình đường thẳng trong không gian, thì tôi chia thành hai bài toán để học sinh dễ nhận dạng:

<u>Bài toán 1</u>: Viết phương trình đường thẳng trong không gian biết một điểm mà đường thẳng đi qua.

+ Ở bài toán này: đề bài chỉ cho biết một điểm đi qua, không cho trực tiếp phương của đường thẳng.

+ Yêu cầu phải xác định phương của đường thẳng dựa vào các điều kiện của bài toán.

<u>Bài toán 2</u>: Viết phương trình đường thẳng thỏa mãn một số điều kiện cho trước

+ Ở bài toán này: đề bài không cho trực tiếp điểm đi qua và phương của đường thẳng,

+ Yêu cầu phải xác định các đại lượng đó dựa vào các điều kiện của bài toán.

Chú ý: Trong bài toán viết phương trình đường thẳng trong không gian tôi đặc biệt chú ý đến các điều kiện xác định của đường thẳng trong không gian đó là:

- Cã mét vµ chØ mét đường thẳng ®i qua hai ®iÓm phân biệt cho trước.

- Cã mét vµ chØ mét đường thẳng là giao tuyến của hai mặt phẳng.

Từ đó, tôi hướng cho học sinh giải quyết bài toán viết phương trình đường thẳng trong không gian theo hai cách sau:

Cách 1: Tìm hai điểm mà đường thẳng đi qua.

Cách 2: Xác định hai mặt phẳng cùng chứa đường thẳng cần tìm

Một vấn đề đặt ra ở đây là: Phương trình dạng tổng quát của đường thẳng không được trình bày trong sách giáo khoa, vậy nếu học sinh vẫn để dưới dạng tổng quát thì có được chấp nhận hay không? nếu không được chấp nhận thì làm thế nào?

Cách khắc phục không có gì khó khăn, ta có thể hướng dẫn học sinh chuyển về dạng tham số thông qua ví dụ sau:

Ví dụ 1: (Cách thứ nhất) Đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z - 5 = 0$ và $(\beta) = 2x + y + z - 1 = 0$.

Ta có thể đặt bất kì một ẩn làm tham số

Đặt: $z = 1 + t \Rightarrow \begin{cases} x - y - 3 + 2t = 0 \\ 2x + y + t = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 3 + 3t = 0 \\ 2x + y + t = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + t \end{cases}$

Vậy ta có phương trình dạng tham số của Δ: $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \in R)$

Ví dụ 2: (Cách thứ hai) Đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z - 5 = 0$ và $(\beta) = 2x + y + z - 1 = 0$.

+) Với $z = 1$ ta có: $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases} \quad (I) \Rightarrow$ Δ đi qua $M(1; -2; 1)$.

+) Đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng nên có một véctơ chỉ phương là tích có hướng của hai véc tơ pháp tuyến của hai mặt phẳng đó:

$$\vec{u}_\Delta = \left[\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta\right] = (-3; 3; 3)$$

Vậy Δ có phương trình dạng tham số: $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -2 + 3t \\ z = 1 + 3t \end{cases} \quad (t \in R)$

Ngoài ra trong từng trường hợp cụ thể, với các mối quan hệ trong từng bài toán cũng cần hướng cho học sinh sáng tạo, tìm tòi cách giải mới.

2. 3. Các giải pháp đã thực hiện để giải quyết vấn đề.

Trên cơ sở các kiến thức cơ bản về hình học giải tích đã được trình bày trong sách giáo khoa Hình học 12. Kiến thức cơ bản về đường thẳng trong không gian lớp 11. Tôi xin được trình bày nội dung đề tài dưới hai dạng bài toán cơ bản mà phương pháp giải được rút ra từ hai phương pháp cơ bản nêu trên.

a. <u>Bài toán 1</u>: Viết phương trình đường thẳng trong không gian biết một điểm mà đường thẳng đi qua

+) Điểm đi qua đã cho trong đề bài.

+) Phương của đường thẳng xác định thông qua các đại lượng, các mối quan hệ trong bài toán.

<u>Ví dụ 1</u>: Trong không gian tọa độ Oxyz. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(-2;1;3)$ cắt cả hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và $\Delta_2: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{1}$

<u>Phân tích bài toán:</u> Đề bài đã cho các đại lượng nào, cần xác định đại lượng nào?

1) Đề cho:

+) Điểm đi qua của đường thẳng cần tìm : $A(-2;1;3)$.

+) Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $M(1;2;-1)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u_1}(1;-1;1)$.

+) Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $N(-2;3;-1)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u_2}(-1;2;1)$.

+) Quan hệ: Đường thẳng Δ cắt cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2.

2) Cần xác định véctơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

<u>Cách giải:</u>

<u>Cách 1</u>: Xác định hai điểm mà đường thẳng đi qua.

+) Đường thẳng Δ cắt đường thẳng Δ_1 tại P.

+) Đường thẳng Δ cắt đường thẳng Δ_2 tại Q.

Vậy đường thẳng Δ chính là đường thẳng PQ.

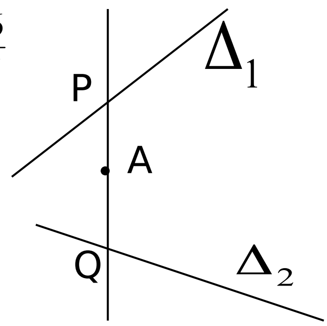
<u>Giải</u>: Gọi P là giao điểm của Δ và Δ_1, ta có $P \in \Delta_1 \Rightarrow P(1+t;2-t;-1+t)$

Gọi Q là giao điểm của Δ và Δ_2, ta có $Q \in \Delta_2 \Rightarrow Q(-2-t';3+2t';-1+t')$

Ta có: $\overrightarrow{QA}(t';-2-2t';4-t')$, $\overrightarrow{PA}(-3-t;-1+t;4-t)$.

Mặt khác ba điểm P, A, Q cùng thuộc đường thẳng Δ nên thẳng hàng do đó

$$\overrightarrow{QA}=k\overrightarrow{PA}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=-3k-tk\\-2-2t'=-k+tk\\4-t'=4k-tk\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'+3k+tk=0\\2t'-k+tk=-2\\t'+4k-tk=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=\dfrac{2}{15}\\k=\dfrac{8}{15}\\tk=-\dfrac{26}{15}\end{cases}$$



Với $t'=\frac{2}{15}$ ta có: $\overrightarrow{QA}\left(\frac{2}{15};-\frac{34}{15};\frac{58}{15}\right)$.

⇒ Đường thẳng Δ có véc tơ chỉ phương: $u(1;-17;29)$

⇒ phương trình $\Delta:\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{-17}=\frac{z-3}{29}$

<u>Cách 2</u>: Xác định hai mặt phẳng cùng chứa đường thẳng cần tìm

+) Đường thẳng Δ cắt đường thẳng Δ_1 nên xác định một mặt phẳng (α).

+) Đường thẳng Δ cắt đường thẳng Δ_2 nên xác định một mặt phẳng (β).

Vậy đường thẳng Δ là giao của hai mặt phẳng (α) và (β).

<u>Giải</u>: Gọi (α) là mặt phẳng xác định bởi hai đường thẳng cắt nhau Δ và Δ_1.

Khi đó (α) có hai véc tơ chỉ phương là: $\overrightarrow{AM}(3;1;-4)$ và $\vec{u_1}(1;-1;1)$

suy ra véc tơ pháp tuyến của (α): $\vec{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{AM};\vec{u_1}\right]=(-3;-7;-4)$.

Gọi (β) là mặt phẳng xác định bởi hai đường thẳng cắt nhau Δ và Δ_2. Khi đó (β) có hai véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AN}(0;2;-4)$ và $\vec{u_2}(-1;2;1)$

⇒ véc tơ pháp tuyến của (β): $\vec{n_\beta}=\left[\overrightarrow{AN};\vec{u_2}\right]=(10;4;2)$

⇒ véc tơ chỉ phương của Δ là: $u=\left[\vec{n_\alpha};\vec{n_\beta}\right]=(2;-34;58)$

⇒ phương trình $\Delta:\begin{cases}x=-2+t\\y=1-17t\\z=3+29t\end{cases}$

<u>Ví dụ 2</u>: Trong không gian tọa độ Oxyz. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;2;3)$ đồng thời vuông góc với d_1 và cắt d_2 biết $d_1:\begin{cases}x=6-2t\\y=1+4t\\z=4-t\end{cases}$, $d_2:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-3}{-1}$.

<u>Phân tích bài toán</u>**:** Đề bài đã cho các đại lượng nào, cần xác định đại lượng nào?

1) Đề cho:

+) Điểm đi qua của đường thẳng cần tìm : $A(1;2;3)$.

+) Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M(6;1;4)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u_1}(-2;4;-1)$.

+) Đường thẳng d_2 đi qua điểm $N(1;-2;3)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u_2}(2;1;-1)$.

+) Quan hệ: Đường thẳng Δ cắt d_2, đường thẳng Δ vuông góc với d_1 (có thể cắt hoặc không cắt).

2) Cần xác định véctơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Từ mối quan hệ ta có thể có hai hướng giải quyết sau (không thể dựa vào điều kiện Δ cắt d_1 vì mối quan hệ này không chắc chắn xảy ra).

Cách giải:

Cách 1: Xác định hai điểm mà đường thẳng đi qua.

+) Đường thẳng Δ cắt đường thẳng d_2 tại P.

+) Đường thẳng Δ vuông góc với d_1 nên $\overrightarrow{AP} \perp \vec{u_1} \Leftrightarrow \overrightarrow{AP}.\vec{u_1} = 0$.

Suy ra đường thẳng Δ chính là đường thẳng PA.

Giải: Gọi giao của đường thẳng Δ với d_2 là P ta có $P \in d_2 \Rightarrow P(1+2t;-2+t;3-t)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AP}(2t;t-4;-t)$.

Mặt khác $\Delta \perp d_1 \Rightarrow \overrightarrow{AP} \perp \vec{u_1} \Leftrightarrow \overrightarrow{AP}.\vec{u_1} = 0 \Leftrightarrow -4t+4t-16+t=0 \Leftrightarrow t=16$

Ta có: $\overrightarrow{AP}(32;12;-16) \Rightarrow$ phương trình $\Delta: \dfrac{x-1}{8} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-3}{-4}$.

Cách 2: Xác định hai mặt phẳng cùng chứa đường thẳng cần tìm

+) Đường thẳng Δ cắt đường thẳng d_2 nên xác định một mặt phẳng (α).

+) Đường thẳng Δ vuông góc với d_1 nên xác định một mặt phẳng (β) qua A và vuông góc với d_1. Vậy đường thẳng Δ là giao của hai mặt phẳng (α) và (β).

Giải: Gọi (α) là mặt phẳng xác định bởi Δ và d_2

$\Rightarrow (\alpha)$ có véc tơ pháp tuyến là: $\vec{n_\alpha} = \left[\overrightarrow{NA}, \vec{u_2}\right] = (-4;0;-8)$

$\Rightarrow$ phương trình $(\alpha): x+2z-7=0$.

Gọi (β) là mặt phẳng qua A và vuông góc với d_1 nên nhận $\vec{u_1}(-2;4;-1)$ là véctơ pháp tuyến $\Rightarrow$ phương trình $(\beta): 2x-4y+z+3=0$.

Vì Δ là giao của (α) và (β) nên có véc tơ chỉ phương: $u = \left[\vec{n_\alpha}, \vec{n_\beta}\right] = (8;3;-4)$.

$\Rightarrow$ Phương trình của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1+8t \\ y = 2+3t \\ z = 3-4t \end{cases} \quad (t \in R)$.

Ví dụ 3: Trong không gian tọa độ Oxyz. Viết phương trình đường thẳng Δ đi

qua $A(3;-2;-1)$ vuông góc và cắt đường thẳng $d:\begin{cases}x=3+t\\y=4-5t\\z=-1+2t\end{cases}$

Phân tích bài toán: Đề bài đã cho các đại lượng nào, cần xác định đại lượng nào?

1) Đề cho:

+) Điểm đi qua của đường thẳng cần tìm : $A(3;-2;-1)$.

+) Đường thẳng d đi qua điểm $M(3;4;-1)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u}(1;-5;2)$.

+) Quan hệ: Đường thẳng Δ cắt d. Đường thẳng Δ vuông góc với d.

2) Cần xác định véctơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Cách giải:

Cách 1: Xác định hai điểm mà đường thẳng đi qua.

+) Đường thẳng Δ cắt đường thẳng d tại $P \Rightarrow P\in d \Rightarrow P(3+t;4-5t;-1+2t)$.

+) Đường thẳng Δ vuông góc với d nên $\overrightarrow{AP}\perp\vec{u}_1 \Leftrightarrow \overrightarrow{AP}.\vec{u}_1=0$.

Suy ra đường thẳng Δ chính là đường thẳng PA.

Cách 2: Xác định hai mặt phẳng cùng chứa đường thẳng cần tìm

+) Đường thẳng Δ cắt đường thẳng d nên xác định một mặt phẳng (α).

+) Đường thẳng Δ vuông góc với d nên xác định một mặt phẳng (β) qua A và vuông góc với d. Vậy đường thẳng Δ là giao của hai mặt phẳng (α) và (β).

Giải: Ta có: $\overrightarrow{AM}(0;6;0)$, gọi (α) là mặt phẳng qua A và chứa d

$\Rightarrow(\alpha)$ có véc tơ pháp tuyến là : $\vec{n}_\alpha=\left[\overrightarrow{AM},\vec{u}\right]=(12;0;-6)$

Gọi (β) là mặt phẳng qua A và vuông góc với d

$\Rightarrow(\beta)$ có véc tơ pháp tuyến là : $\vec{n}_\beta=\vec{u}(1;-5;2)$

Vậy đường thẳng cần tìm có chỉ phương: $\vec{u}_1=\left[\vec{n}_\alpha;\vec{n}_\beta\right]=(-30;-30;-60)$

Phương trình của đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{2}$.

Nhận xét: Qua các ví dụ trên cho thấy, mỗi bài toán không phải chỉ có một cách giải mà trong từng trường hợp cụ thể, học sinh có thể định hướng cho mình nhiều cách giải khác nhau, phù hợp với đặc điểm của bài toán đó.

b. Bài toán 2: Viết phương trình đường thẳng thỏa mãn một số điều kiện cho trước.

+ Điểm mà đường thẳng đi qua

+ Phương của đường thẳng

Đều được xác định thông qua các đại lượng cho trước và các mối quan hệ hình học.

Ví dụ 1: Trong không gian tọa độ Oxyz. Viết phương trình của đường thẳng Δ biết nó vuông góc với mặt phẳng (P) : $x+y-z-4=0$ và cắt cả hai đường thẳng chéo nhau $\Delta_1:\begin{cases}x=2-t\\y=3+t\\z=1-2t\end{cases}$ và $\Delta_2:\begin{cases}x=2+3t'\\y=1-t'\\z=t'\end{cases}$

Phân tích bài toán: Đề bài đã cho các đại lượng nào, cần xác định đại lượng nào?

1) Đề cho:

+) Mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_P(1;1;-1)$.

+) Đường thẳng Δ_1 đi qua $M_1(-1;1;-2)$ có chỉ phương $\vec{u}_1(2;3;1)$.

+) Đường thẳng Δ_2 đi qua $M_2(2;1;0)$ có chỉ phương $\vec{u}_1(3;-1;1)$.

+) Quan hệ: Đường thẳng $\Delta\perp(P)$. Đường thẳng Δ cắt cả Δ_1 và Δ_2.

2) Cần xác định điểm đi qua và véctơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Cách giải:

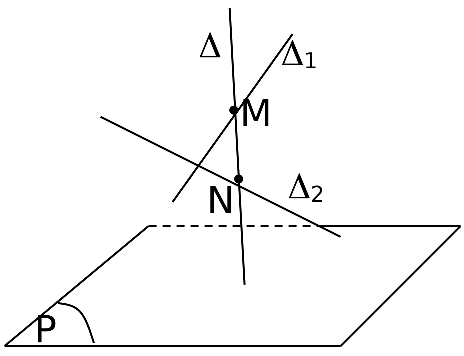
Cách 1: Xác định hai điểm mà đường thẳng đi qua.

Giải: Gọi M, N lần lượt là giao điểm của đường thẳng Δ với hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2. Ta có:

+) $M\in\Delta_1\Rightarrow M(2-t;3+t;1-2t)$

+) $N\in\Delta_2\Rightarrow N(2+3t';1-t';t')$

+) $\overrightarrow{MN}(3t'+t;-2-t'-t;-1+t'+2t)$



Theo giả thiết $\Delta\perp(P)$ nên:

$\overrightarrow{MN}=k\vec{n}_P\Leftrightarrow\begin{cases}3t'+t=k\\-2-t'-t=k\\-1+t'+2t=-k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3t'+t-k=0\\t'+t+k=-2\\t'+2t+k=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=-2\\t=3\\k=-3\end{cases}$

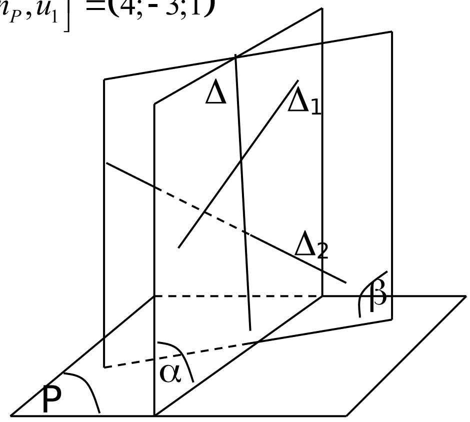
Do đó: $M(-1;6;-5)$ và $N(-4;3;-2\Rightarrow\overrightarrow{MN}(-3;-3;3)$

$\Rightarrow$ Đường thẳng Δ có phương trình : $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-6}{1}=\dfrac{z+5}{-1}$

Cách 2: Xác định hai mặt phẳng cùng chứa đường thẳng cần tìm

Giải: Gọi (α) là mặt phẳng chứa Δ_1 và vuông góc với (P)

Theo bài ra ta có véc tơ pháp tuyến của (α) là: $\vec{n}_{\alpha}=\left[\vec{n}_P,\vec{u}_1\right]=(4;-3;1)$



$\Rightarrow(\alpha)$ có phương trình $4x-3y+z+9=0$

Gọi (β) là mặt phẳng chứa Δ_2 và vuông góc với (P)

Theo bài ra ta có véc tơ pháp tuyến của (β) là:

$\vec{n}_{\beta}=\left[\vec{n}_P,\vec{u}_2\right]=(0;-4;-4)$

$\Rightarrow(\beta)$ có phương trình $y+z-1=0$

Đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β). Đặt $z=t\Rightarrow x=-\frac{3}{2}-t;\ \ y=1-t.$

$\Rightarrow$ Đường thẳng D có phương trình: $\begin{cases}x=-\frac{3}{2}-t\\ y=\ \ 1-t\\ z=\ \ \ \ \ \ \ t\end{cases}\quad(t\in R)$

<u>Ví dụ 2</u>: Trong không gian tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (*P*) : $x+3y-5z+6=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-7}{1}$. Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ nằm trong (*P*), cắt và vuông góc với d.

<u>Phân tích bài toán</u>: Đề bài đã cho các đại lượng nào, cần xác định đại lượng nào?

1) Đề cho:

+) Mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_P(1;3;-5)$.

+) Đường thẳng d đi qua $M(2;1;7)$ và có chỉ phương $\vec{u}_d(1;2;1)$.

+) Quan hệ: Đường thẳng $\Delta\subset(P)$. Đường thẳng Δ cắt cả d và $d\perp\Delta$.

2) Cần xác định điểm đi qua và véctơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

<u>Cách giải:</u>

<u>Cách 1</u>: Xác định hai điểm mà đường thẳng đi qua.

<u>Giải</u>: Gọi $M(x;y;z)$ là điểm thuộc đường thẳng Δ. Vì đường thẳng Δ cắt *d* và nằm trong mặt phẳng (P) nên đi qua giao điểm của *d* và (P). Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ:

$\begin{cases}x+3y-5z+6=0\\ \frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-7}{1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+3y-5z+6=0\\ y=2x-3\\ \ldots\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=14\\ y=25\\ z=19\end{cases}\Rightarrow$ Δ đi qua điểm $M(14;25;19)$.

Gọi $N(x;y;z)$ là điểm thuộc đường thẳng Δ. Ta có: $\overrightarrow{MN}(x-14;y-25;z-19)$.

Do $\begin{cases} MN \subset (P) \\ MN \perp d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{n_P} = 0 \\ \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_d} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-14)+3(y-25)-5(z-19)=0 \\ (x-14)+2(y-25)+(z-19)=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x+3y-5z+6=0 \\ x+2y+z-83=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=181-13z \\ y=-89+6z \end{cases}$

Đặt $z=t \Rightarrow$ phương trình tham số của đường thẳng: $\Leftrightarrow \begin{cases} x=181-13t \\ y=-89+6t \\ z=t \end{cases} \quad (t \in R)$

<u>Cách 2</u>: Xác định hai mặt phẳng cùng chứa đường thẳng cần tìm

<u>Gợi ý</u>: Trong cách 2 đường thẳng D chính là giao tuyến của mặt phẳng (a) với mặt phẳng (P) trong đó (a) chứa d và vuông góc với (P).

<u>Ví dụ 3</u>: Trong không gian tọa độ Oxyz cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=2+4t \\ y=3+2t \\ z=-3+t \end{cases}$ nằm trong mặt phẳng $(P): -x+y+2z+5=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong (P) và cách d một khoảng là $\sqrt{14}$.

<u>Phân tích bài toán</u>: Đề bài đã cho các đại lượng nào, cần xác định đại lượng nào?

1) Đề cho:

+) Mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}(-1;1;2)$.

+) Đường thẳng d đi qua $M(2;3;-3)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(4;2;1)$.

+) Quan hệ: Đường thẳng $\Delta \subset (P)$. Đường thẳng $\Delta // d$.

2) Cần xác định điểm đi qua và véctơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

<u>Cách giải:</u>

<u>Cách 1</u>: Xác định điểm mà đường thẳng đi qua.

<u>Giải</u>: Đường thẳng Δ có cùng chỉ phương $\vec{u}(4;2;1)$ với d. Gọi $A(x_0;y_0;z_0)$ là hình chiếu của M trên đường thẳng Δ suy ra:

$$\begin{cases} AM=\sqrt{14} \\ AM \perp d \\ A \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AM=\sqrt{14} \\ \overrightarrow{AM}.\vec{u}=0 \\ A \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x_0-2)^2+(y_0-3)^2+(z_0+3)^2=14 \\ 4(x_0-2)+2(y_0-3)+(z_0+3)=0 \\ -x_0+y_0+2z_0+5=0 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (x_0-2)^2+(y_0-3)^2+(z_0+3)^2=14 \\ 4x_0+2y_0+z_0-11=0 \\ -x_0+y_0+2z_0+5=0 \end{cases}$. Đặt $z_0=11-2t$ ta có hệ :

$$\Leftrightarrow \begin{cases}(x_0-2)^2+(y_0-3)^2+(14-2t)^2=14\\4x_0+2y_0-2t=0\\-x_0+y_0+22-4t+5=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(x_0-2)^2+(y_0-3)^2+(14-2t)^2=14\\y_0=-2x_0+t\\-3x_0-3t+27=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}(x_0-2)^2+(y_0-3)^2+(14-2t)^2=14\\y_0=-18+3t\\x_0=9-t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(7-t)^2+(3t-21)^2+(14-2t)^2=14\\y_0=-18+3t\\x_0=9-t\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}14t^2-196t+672=0\\y_0=-18+3t\\x_0=9-t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}t=8\\t=6\end{array}\right.\\y_0=-18+3t\\x_0=9-t\end{cases}$$

+ Với $t=8 \Rightarrow \begin{cases}x_0=1\\y_0=6\\z_0=-5\end{cases} \Rightarrow A(1;6;-5) \Rightarrow$ Δ có phương trình: $\frac{x-1}{4}=\frac{y-6}{2}=\frac{z+5}{1}$

+ Với $t=6 \Rightarrow \begin{cases}x_0=3\\y_0=0\\z_0=-1\end{cases} \Rightarrow A(3;0;-1) \Rightarrow$ Δ có phương trình: $\frac{x-3}{4}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{1}$

Vậy Δ có hai phương trình: $\frac{x-1}{4}=\frac{y-6}{2}=\frac{z+5}{1}$ và $\frac{x-3}{4}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{1}$.

Cách 2: Xác định hai mặt phẳng cùng chứa đường thẳng cần tìm

Giải: Đường thẳng Δ là giao của mặt phẳng (P) với mặt phẳng (α) vuông góc với (P) và cách d một khoảng bằng $\sqrt{14}$.

Mặt phẳng (α) có véctơ pháp tuyến: $\vec{n}_\alpha=\left[\vec{u}_d;\vec{n}_P\right]=(3;-9;6)$ nên phương trình có dạng: $x-3y+2z+d=0$

Mà $d(d,(\alpha))=\sqrt{14} \Leftrightarrow d(M,(\alpha))=\sqrt{14} \Leftrightarrow \frac{|2-9-6+d|}{\sqrt{1+9+4}}=\sqrt{14} \Leftrightarrow |d-13|=14 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}d=-1\\d=27\end{array}\right.$

+ Với $d=-1 \Rightarrow (\alpha): x-3y+2z-1=0$

Đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) với mặt phẳng (α)

$$\begin{cases}x-3y+2z-1=0\\-x+y+2z+5=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}y=0\\x+2z-1=0\\-x+2z+5=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=3\\y=0\\z=-1\end{cases} \Rightarrow \text{Δ có phương trình: } \begin{cases}x=3+4t\\y=2t\\z=-1+t\end{cases}$$

+ Với $d=27 \Rightarrow (\alpha): x-3y+2z+27=0$

Đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) với mặt phẳng (α)

$$\begin{cases} x-3y+2z+27=0 \\ -x+y+2z+5=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=6 \\ x+2z+9=0 \\ -x+2z+11=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=6 \\ z=-5 \end{cases} \Rightarrow \Delta$$ có phương trình:

$$\begin{cases} x=1+4t \\ y=6+2t \\ z=-5+t \end{cases}$$

Vậy có hai đường thẳng cần tìm: $\begin{cases} x=3+4t \\ y=\quad 2t \\ z=-1+t \end{cases}$ và $\begin{cases} x=1+4t \\ y=6+2t \\ z=-5+t \end{cases}$.

<u>Ví dụ 4</u>: Trong không gian tọa độ Oxyz. Viết phương trình hình chiếu vuông góc Δ của đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=1+t \end{cases}$ trên mặt phẳng $(\alpha): 2x+3y-z=0$

<u>Phân tích bài toán</u>: Đề bài đã cho các đại lượng nào, cần xác định đại lượng nào?

1) Đề cho:

+) Mặt phẳng (α) có véctơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_\alpha}(2;3;-1)$.

+) Đường thẳng *d* đi qua $A(1;1;1)$ có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}(1;0;1)$.

2) Cần xác định điểm đi qua và véctơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

<u>Cách giải:</u>

<u>Cách 1</u>: Xác định hai điểm mà đường thẳng đi qua.

+) Nếu d cắt (α) tại N thì N là một điểm đi qua của Δ, lấy một điểm M bất kì trên d không thuộc (α), xác định hình chiếu M' của M trên(α). Ta có hai điểm đi qua của Δ.

+) Nếu d không cắt (α) thì lấy hai điểm phân biệt M, N trên d, xác định hình chiếu M', N' của M và N trên (α). Ta có hai điểm đi qua của Δ.

<u>Giải</u>: Để xét sự tương giao của d và (α), ta xét hệ:

$$(I):\begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=1+t \\ 2x+3y-z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=1+t \\ 2(1+t)+3-(1+t)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=1+t \\ 2+2t+3-1-t=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=1 \\ z=-3 \\ t=-4 \end{cases}$$

Vậy *d* giao với (α) tại $N(-3;1;-3) \Rightarrow$ đường thẳng Δ đi qua điểm *N*.

Gọi *d'* là đường thẳng qua A và vuông góc với (α), nhận véctơ pháp tuyến của (α) là chỉ phương $\Rightarrow d'$ phương trình: $\begin{cases} x=1+2t_1 \\ y=1+3t_1 \\ z=1-t_1 \end{cases} (t_1 \in R)$

Hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (α) là giao điểm của đường thẳng *d'* với mặt phẳng (α). Có tọa độ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x = 1 + 2t_1 \\ y = 1 + 3t_1 \\ z = 1 - t_1 \\ 2x + 3y - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t_1 \\ y = 1 + 3t_1 \\ z = 1 - t_1 \\ 2(1 + 2t_1) + 3(1 + 3t_1) - (1 - t_1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{3}{7}, y = \dfrac{1}{7}, z = \dfrac{9}{7} \\ t_1 = -\dfrac{2}{7} \end{cases}$$

$\Rightarrow M'\left(\dfrac{3}{7};\dfrac{1}{7};\dfrac{9}{7}\right)$. Đường thẳng Δ cũng là đường thẳng NM' đi qua $N(-3;1;-3)$ và có chỉ phương $\overrightarrow{NM'}\left(\dfrac{24}{7};-\dfrac{6}{7};\dfrac{30}{7}\right)$ nên có phương trình: $\begin{cases} x = -3 + 4t_2 \\ y = 1 - t_2 \\ z = -3 + 5t_2 \end{cases} \quad (t_2 \in R)$

<u>Cách 2</u>: Xác định hai mặt phẳng cùng chứa đường thẳng cần tìm

<u>Giải</u>: Gọi (β) là mặt phẳng chứa đường thẳng *d* và vuông góc với mặt phẳng(α)

Theo bài ra mp(β) đi qua $A(1;1;1)$ và có véctơ pháp tuyến: $\overrightarrow{n_\beta} = \left[\overrightarrow{n_\alpha};\overrightarrow{u_1}\right] = (3;-3;-3)$

$\Rightarrow$ phương trình $(\beta): x - y - z + 1 = 0$. Hình chiếu vuông góc cần tìm là giao của (α) và (β) thỏa mãn hệ: $\begin{cases} x - y - z + 1 = 0 \\ 2x + 3y - z = 0 \end{cases}$. Đặt $z = 1 + t$, ta có:

$$\begin{cases} x - y - t = 0 \\ 2x + 3y - 1 - t = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 2y - 2t = 0 \\ 2x + 3y - 1 - t = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \dfrac{1}{5} - \dfrac{1}{5}t \\ x = \dfrac{1}{5} + \dfrac{4}{5}t \end{cases}$$

Vậy đường thẳng cần tìm có phương trình: $\begin{cases} x = \dfrac{1}{5} + 4t \\ y = \dfrac{1}{5} - t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$

Bài tập tự luyện

<u>Bài 1</u>: Viết phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng

d: $\begin{cases} x = -4 - t \\ y = -1 + 8t \\ z = -3t \end{cases}$ trên mặt phẳng $(P): 3x + 2y + z - 5 = 0$.

<u>Bài 2:</u> Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho hai đường thẳng

d_1: $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+2}{1}$ và d_2: $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases}$ (t $\in$R). Viết phương trình đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P): 7x + y - 4z = 0$ và cắt cả hai đường thẳng d_1 và d_2

(Đề thi tuyển sinh đại học khối A năm 2007).

<u>Bài 3:</u> Lập phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(2;3;3)$, vuông góc với đường thẳng d_1: $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y+4}{1} = \dfrac{z+2}{1}$ và cắt đường thẳng d_2: $\begin{cases} x = -3 \\ y = 8 - t \\ z = 9 - t \end{cases}$ (t $\in$R).

<u>Bài 4:</u> Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho điểm $A(1;2;3)$ và hai đường thẳng d_1: $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z-3}{1}$, d_2: $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A vuông góc với d_1 và cắt d_2

(Đề thi tuyển sinh đại học khối D năm 2006).

<u>Đáp số</u>

Bài 1: $\begin{cases} x = -\dfrac{34}{13} + \dfrac{9}{13}t \\ y = -\dfrac{167}{13} - \dfrac{40}{13}t \\ z = t \end{cases}$ **Bài 2**: $\dfrac{x-2}{7} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{-4}$

Bài 3: $\dfrac{x-2}{-5} = \dfrac{y-3}{7} = \dfrac{z-3}{8}$ **Bài 4**: $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-3} = \dfrac{z-3}{-5}$

2. 4. Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm.

a. Đánh giá định tính

Tôi đã áp dụng đề tài của mình vào tiết dạy của một lớp, qua quá trình thực nghiệm quan sát thì tôi thấy: ở lớp đối chứng học sinh rất ngại và rất ít em giải được bài toán kiểu này. Còn khi dạy cho lớp thực nghiệm, học sinh không còn ngại mà rất hứng thú. Các em đã giải khá tốt những bài toán giáo viên yêu cầu, một số em đã bước đầu sáng tạo được những cách giải khác cho những bài đó thông qua gợi ý giáo viên như ví dụ 3, ví dụ 4, ví dụ 6,...

Điều đó cũng rút ra cho mỗi giáo viên khi đứng lớp giảng dạy, nếu chúng ta chịu khó đọc các tài tiệu tham khảo kết hợp với sự sáng tạo trong phương pháp giảng dạy. Sẽ mang lại cho học sinh nhiều tiết dạy hiệu quả hơn, làm cho học sinh hiểu rõ được mọi vấn đề và giúp các em hứng thú hơn khi học môn toán, nhất là hình tọa độ trong không gian. *Chúng ta càng cụ thể bao nhiêu càng tốt, nên quy các bài toán về từng dạng. Từ đó giúp học sinh có cách nhìn khái quát tổng hợp hơn và tìm ra được phương pháp chung để giải toán*

b. Đánh giá định lượng

Kết quả làm bài của lớp đối chứng và lớp thực nghiệm qua bài kiểm tra như sau:

Điểm Lớp	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Tổng bài kiểm tra
Đối chứng (12A2)	5	6	5	5	3	6	3	2	1	0	0	36
Thựcnghiệm (12A1)	0	0	1	5	5	6	8	8	5	1	0	39

Loại Lớp	Yếu	TB	Khá	Giỏi	Tổng học sinh
Đối chứng (12A2)	50	42	8	0	36
Thực nghiệm (12A1)	15	49	33	3	39

Căn cứ vào kết quả này việc giúp các em khai thác và tìm ra cách giải cho các bài toán nói trên đã có kết quả khá tốt.

PHẦN 3: KẾT LUẬN, KIẾN NGHỊ

3.1. Kết luận

Khi áp dụng đề tài vào giảng dạy tôi thấy kết quả thu được ngoài dự kiến của tôi. Khi chưa có phương pháp chỉ có 20% học sinh nháp bài trong đó có 6-10% học sinh trong lớp có làm được theo một cách nào đó nhưng khá lúng túng và không tự tin mình đúng.

Sau khi áp dụng thì hầu hết đã bắt tay vào làm theo một trong hai cách đã học và nhất là cách 2. Các em làm xong nhanh hơn và có nhiều học sinh làm đúng và rất tự tin với kết quả mình làm.

Đề tài đã giúp cho học sinh một số công cụ hiệu quả để giải quyết các bài toán viết phương trình đường thẳng trong không gian .

Đề tài đã cung cấp không nhỏ các dạng bài tập viết phương trình đường thẳng trong không gian và còn gợi ý cho học sinh khả năng sáng tạo ra các cách giải khác hoặc mở rộng bài toán ở dạng tổng quát.

Không chỉ với các quả trên đây mà tôi nhận thấy khi áp dụng đề tài này đã giúp cho các em có sự tự tin trong việc tiếp cận với những bài toán khó và từ đó rèn luyện thêm cho các em tư duy về môn toán.

3.2 . Kiến nghị

Tôi viết đề tài này để cùng trao đổi với quý thầy cô dạy bộ môn toán về phần viết phương trình đường thẳng trong không gian bởi phần này ít có trong SGK hay sách bài tập nhưng lại có không ít trong các đề thi đại học, mong được sự góp ý và bổ sung thêm các cách làm hay và các bài toán cho dạng này.Vì kiến thức và thời gian còn nhiều hạn chế nên chắc rằng tài liệu có thể thiếu sót, tôi xin chân thành đón nhận sự góp ý của quý thầy cô để đề tài có chất lượng tốt hơn.

Hàng năm những sáng kiến có chất lượng đề nghị sở nên phổ biến rộng rãi để giáo viên có thể học hỏi và áp dụng vào thực tế.

Cuối cùng tôi xin trân trọng cảm ơn những ý kiến đóng góp bổ ích của các thầy cô trong tổ chuyên môn.

XÁC NHẬN CỦA THỦ TRƯỞNG ĐƠN VỊ

Thanh Hóa, ngày13 tháng 5 năm 2016

Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình viết, không sao chép nội dung của người khác.

Người thực hiện

Nguyễn Thị Thu Huyền

TÀI LIỆU THAM KHẢO

TT	Tên tác giả	Tên tài liệu tham khảo	Nhà xuất bản	Năm xuất bản
1	Nguyễn Văn Dũng – Nguyễn Tất Thu	18 chủ đề Hình Học 12	ĐHQG Hà Nội	2011
2	Phan Huy Khải	Bài tập Hình Học 12	GDVN	2011
3	Trần Văn Hạo	SGK Hình Học 12	GDVN	2008
4		Các đề thi tốt nghiệp THPT và các trường đại học những năm gần đây.		