

Tổng quan đề thi:

STT	Tên bài	Tên file chương trình	Tên file dữ liệu vào	Tên file Kết quả ra	Điểm	Thời gian
Bài 1	Nén tích	cp.*	cp.inp	cp.out	6	1 giây
Bài 2	Phạt tốc độ	payment.*	payment.inp	payment.out	7	1 giây
Bài 3	Trò chơi nhị phân	bg.*	bg.inp	bg.out	7	1 giây

Chú ý: Dấu '*' được thay thế bởi PAS hoặc CPP của ngôn ngữ lập trình tương ứng là Pascal hoặc C++.

Bài 1: Nén tích (6 điểm)

Dễ dàng chứng minh với số nguyên x cho trước, quá trình lặp lại nhiều lần việc tính tổng các chữ số cho đến khi nhận được số có một chữ số (sơ đồ nén) tương đương với việc lấy phần dư của phép chia x cho 9. Nếu x chia hết cho 9 thì kết quả cần tìm sẽ là 9.

Ví dụ:

$$x = 446 \rightarrow 4+4+6 = 14 \rightarrow 1+4 = 5 \qquad 446\%9 = 5$$

$$x = 864 \rightarrow 8+6+4 = 18 \rightarrow 1+8 = 9 \qquad 864\%9 = 0 \rightarrow 9$$

Phép % có tính chất phân phối nên chỉ cần một thừa số có $x\%9 = 0$, tích sẽ bằng 0.

Lưu trữ a và b dưới dạng xâu.

Gọi na và nb là độ dài các xâu a và b .

Nếu $na < nb$, kết quả lấy mô đun cho 9 sẽ bằng 0 (trong tích chứa thừa số dạng $99\dots9$).

Tính $ta = a\%9$, $tb = b\%9$.

Nếu $ta = 0$ hoặc $tb = 0$ hoặc $tb < ta$ sơ đồ nén tích các số sẽ cho kết quả 0. Trường hợp $ta \leq tb$: $m = 9 - ta$,

Thực hiện cộng số lớn, tính $a = a+m$,

Nếu $a < b$: sơ đồ nén tích các số sẽ cho kết quả 0. Trường hợp còn lại:

Tính $tg = (\prod_{ta}^{tb} i) \% 9$

Từ kết quả nhận được theo sơ đồ nên suy ra giá trị cần tìm.

Độ phức tạp của giải thuật: $\approx O(1)$.

Bài 2: Phạt tốc độ (7 điểm)

Tìm kiếm nhị phân

Giả thiết ở mỗi đoạn đường xe chạy vượt quá tốc độ cho phép một lượng không quá d , tức là ở đoạn i xe chạy với tốc độ không quá $v_i + d$. Khi đó thời gian đi hết đoạn đường thứ i là không quá $l_i / (v_i + d)$. Thời gian đi hết toàn tuyến không vượt quá $\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{v_i + d}$

Như vậy, có thể khẳng định việc vượt tốc độ so với mức cho phép một lượng không quá d khi

$$s + \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{v_i + d} \geq t$$

Việc xác định d nhỏ nhất có thể thực hiện bằng tìm kiếm nhị phân.

Với các ràng buộc đã nêu có thể tính thời gian đi hết tuyến bằng các phép tính số thực.

Độ phức tạp của giải thuật: $O(nq \log m)$.

Bài 3: Trò chơi nhị phân (7 điểm)

Quy hoạch động

Nhận xét:

Việc giữ 2 hay nhiều quân bài cùng giá trị là không tối ưu: thay vì việc giữ 2 quân bài giá trị x thì việc giữ quân bài x và quân bài $2 \times x$ sẽ mang lại nhiều khả năng đáp ứng với dãy a cho trước hơn.

Dễ dàng chứng minh việc giữ quân bài có giá trị tuyệt đối lớn hơn $4 \times \max\{|a_i|\}$ sẽ không giúp ích cho việc cực tiểu hoá số quân bài cần có. Việc giữ đồng thời 2 quân bài x và $-x$ là không tối ưu.

Nếu tất cả các số a_i đều chẵn thì việc giữ các quân bài 1 và -1 là không tối ưu. Trong quá trình xử lý: chỉ giữ một đại diện cho các giá trị giống nhau. Nếu trong dãy số có số lẻ - cần có quân bài 1 hoặc -1.

Trừ tất cả các số lẻ trong dãy đang xét cho 2, ta có bài toán tương tự với các giá trị cần xét nhỏ hơn.

Ở mỗi bước: có không quá 2 khả năng cần lựa chọn.

Số lượng bước: không vượt quá $\ln(\max\{|a_i|\})$.

Gọi c - số lượng bit có nghĩa của $\max\{|a_i|\}$

Độ phức tạp: $O(c \log c)$

----- **Hết** -----

Người ra đề: Vương Nữ Vi Linh; Điện thoại: 0983562884