

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

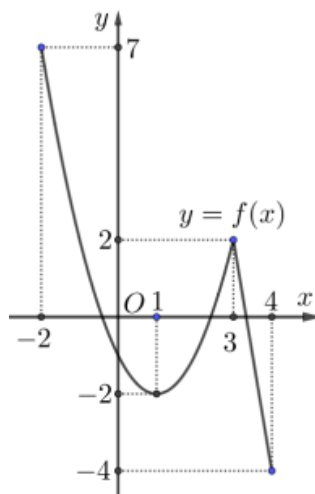
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$		-4		-1		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(0; 3)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-4; -1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$ như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 4]$ bằng



- A. 5 B. 3 C. 0 D. -2

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$-$	0	$-$

Mệnh đề nào sau đây đúng

- A. $\max_{(-1;1]} f(x) = f(0)$ B. $\max_{(0; +\infty)} f(x) = f(1)$
C. $\min_{(-\infty; -1)} f(x) = f(-1)$ D. $\min_{(-1; +\infty)} f(x) = f(0)$

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{x+1}$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

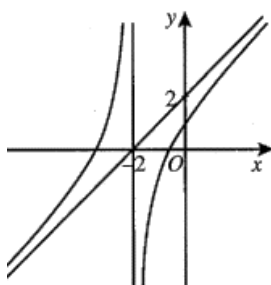
x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		-
y	1	$+\infty$	$-\infty$

$$y = f(x)$$

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

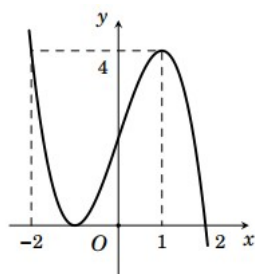
- A. $y = -1$. B. $y = 1$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi phương trình của đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là gì?



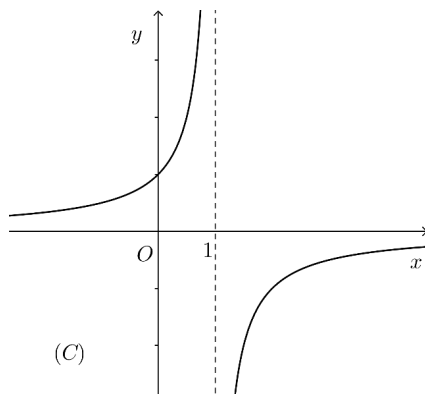
- A. $y = x + 2$. B. $y = 2x$. C. $y = x - 2$. D. $y = -2x$.

Câu 6: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số đã cho sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?



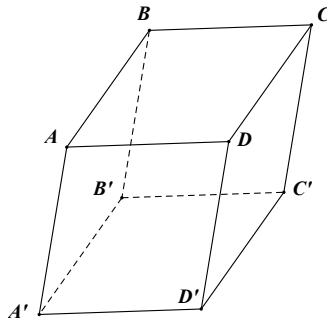
- A. $y = x^3 + 3x - 2$. B. $y = x^3 - 3x + 2$. C. $y = -x^3 + 3x + 2$. D. $y = -x^3 - 3x - 2$.

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ với $c \neq 0, ad - bc \neq 0$ có đồ thị như hình dưới. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số là



- A. $(0; 1)$. B. $(1; 0)$. C. $(0; 0)$. D. $(1; 1)$.

Câu 8: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.



Vector $\overrightarrow{BA}$ bằng với vector nào sau đây?

- A. $\overrightarrow{A'B'}$ B. $\overrightarrow{CD}$ C. $\overrightarrow{BC}$ D. $\overrightarrow{AB}$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$ có điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{k}$. Tọa độ của điểm M là

A. $M(2; 0; -3)$ B. $M(2; -3; 0)$ C. $M(0; 2; -3)$ D. $M(-2; 3; 0)$

Câu 10: Cho các vector $a = (1; -3; 4)$, $b = (-2; 6; -8)$, $c = (0; 1; 2)$, $d = (1; 2; 0)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. a và b ngược hướng. B. a và c vuông góc.
C. $a \cdot d = 5$. D. $|a| = 2$.

Câu 11: Bảng sau thống kê thành tích nhảy xa của một số học sinh lớp 12.

Thành tích (cm)	[150; 180)	[180; 210)	[210; 240)	[240; 270)	[270; 300)
Số học sinh	3	5	28	14	8

Tìm khoảng biến thiên thành tích nhảy xa của số học sinh này.

- A. 120. B. 30. C. 5. D. 150.

Câu 12: Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)
Số lần	4	6	8	4	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 5,98. B. 6. C. 2,44. D. 2,5.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = x^2 e^x$.

- a) Đạo hàm $y' = (x^2 + 2x)e^x$.
b) $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hay $x = 2$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 1]$ bằng $\frac{1}{e}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$.

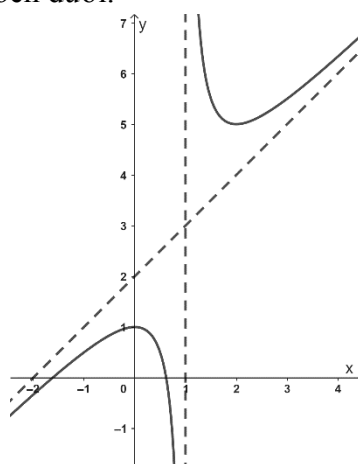
$$y' = \frac{x^2 - 2x - 2}{(x - 1)^2}$$

a) Đạo hàm với $x \neq 1$.

b) Hàm số có giá trị cực đại bằng 5.

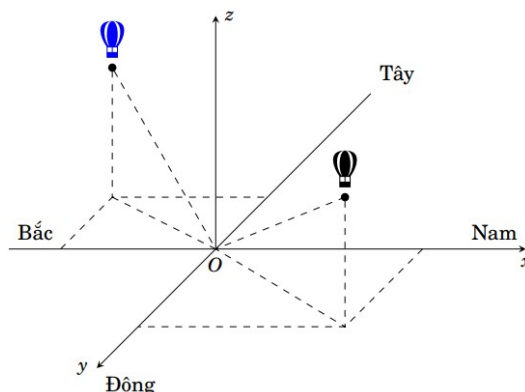
c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm $I(1; 3)$.

d) Hàm số có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Câu 3: Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,5 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và 1,5 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,8 km.

Chọn hệ trục $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (Hình bên dưới), đơn vị đo lấy theo kilomet.



a) Với hệ tọa độ đã chọn, tọa độ khinh khí cầu thứ nhất là $(2; 1; 0,5)$.

b) Với hệ tọa độ đã chọn, tọa độ khinh khí cầu thứ hai là $(-1; 1,5; 0,8)$.

c) Khoảng cách từ điểm xuất phát đến khinh khí cầu thứ nhất bằng $\sqrt{21}$ km.

d) Khoảng cách hai chiếc khinh khí cầu là 3,92 km (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4: Bảng sau thống kê lại tổng số giờ nắng trong tháng 6 của các năm từ 2002 đến 2021 tại hai trạm quan trắc đặt ở Nha Trang và Quy Nhơn.

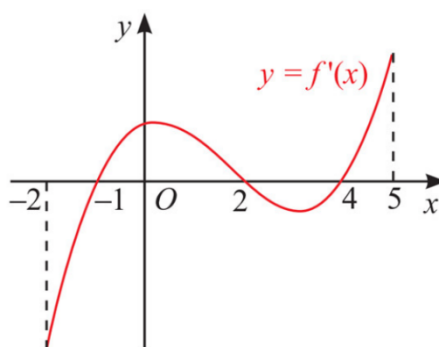
Số giờ nắng	[130;160)	[160;190)	[190;220)	[220;250)	[250;280)	[280;310)
Số năm ở Nha Trang	1	1	1	8	7	2
Số năm ở Quy Nhơn	0	1	2	4	10	3

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

- Khoảng biến thiên số giờ nắng ở Quy Nhơn là 180
- Khoảng tứ phân vị của số giờ nắng ở Nha Trang là 39,64
- Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị thì số giờ nắng trong tháng 6 của Quy Nhơn đồng đều hơn
- Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì số giờ nắng trong tháng 6 của Nha Trang đồng đều hơn

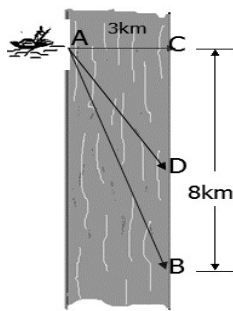
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây

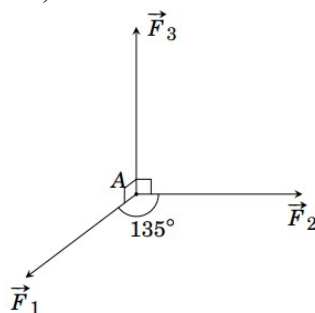


Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

- Câu 2:** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0,035x^2(15 - x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Liều lượng thuốc cần tiêm (đơn vị miligam) cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất x_0 . Giá trị x_0 là bao nhiêu?
- Câu 3:** Bạn Hoa cần gấp một hộp quà có dạng hình lăng trụ tứ giác đều với diện tích toàn phần là 200 cm^2 . Hộp quà mà bạn Hoa gấp được có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu centimet khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?
- Câu 4:** Bác An muốn di chuyển từ vị trí A tới vị trí B về phía hạ lưu bờ đối diện, càng nhanh càng tốt, trên một bờ sông thẳng rộng 3km (như hình vẽ). Bác An có thể chèo thuyền của mình thẳng qua sông để đến C và sau đó chạy đến B , hay có thể chèo trực tiếp đến B , hoặc bác có thể chèo thuyền đến một điểm D giữa C và B và sau đó chạy đến B . Biết bác ấy có thể chèo thuyền với tốc độ 6km/h, chạy với tốc độ 8km/h và quãng đường $BC = 8\text{ km}$. Biết tốc độ của dòng nước là không đáng kể so với tốc độ chèo thuyền của bác. Tính khoảng thời gian ngắn nhất để bác An di chuyển đến B (làm tròn đến hàng đơn vị của phút).



Câu 5: Một chất điểm A nằm trên mặt phẳng nằm ngang (α) , chịu tác động bởi ba lực F_1, F_2, F_3 . Các lực F_1, F_2 có giá nằm trong (α) và $(F_1, F_2) = 135^\circ$, còn lực F_3 có giá vuông góc với (α) và hướng lên trên. (Tham khảo hình vẽ bên dưới)



Cường độ hợp lực của các lực F_1, F_2, F_3 (làm tròn đến hàng phần trăm) là a (N). Giá trị của a bằng bao nhiêu, biết rằng độ lớn của ba lực đó lần lượt là $20\text{ N}, 15\text{ N}$ và 10 N .

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2. Cạnh bên SA vuông góc với (ABC) và có độ dài bằng 1. Góc giữa hai vectơ $\vec{AB}, \vec{SC}$ làm tròn đến hàng độ là a° . Hỏi a bằng bao nhiêu?

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ MẪU

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	B	B	B	A	C	B	B	A	A	D	C

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- ☞ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- ☞ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- ☞ Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- ☞ Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.
a) Đ	a) S	a) Đ	a) S

b) S	b) S	b) S	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) S	c) Đ
d) S	d) Đ	d) Đ	d) S

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được ^{0,5} Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	3	10	190	82	17,3	63

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-4	-1	$-\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

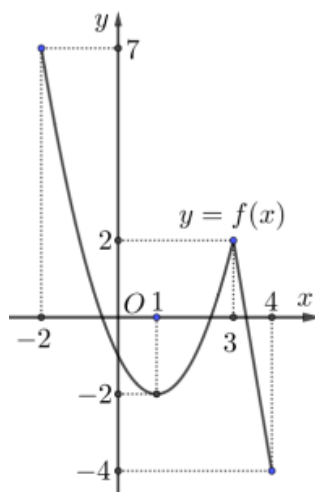
- A. $(-\infty; 1)$. B. $(0; 3)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-4; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 3)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$ như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 4]$ bằng



- A. 5 B. 3 C. 0 D. -2

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số ta có

$$m = \min_{x \in [-2; 4]} f(x) = -4 \quad M = \max_{x \in [-2; 4]} f(x) = 7$$

Khi đó $M + m = 3$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$-$	0	$+$

Mệnh đề nào sau đây đúng

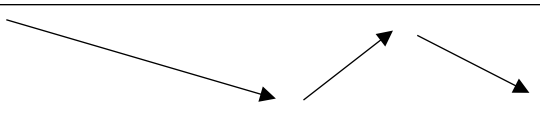
- A. $\max_{(-1; 1]} f(x) = f(0)$. B. $\max_{(0; +\infty)} f(x) = f(1)$.

- C. $\min_{(-\infty; -1)} f(x) = f(-1)$. D. $\min_{(-1; +\infty)} f(x) = f(0)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm, ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y							

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: $\max_{(0; +\infty)} f(x) = f(1)$.

- Câu 4: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{x+1} (a, b \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	$+$		$-$
y	1	$+\infty$	1

$y = f(x)$

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

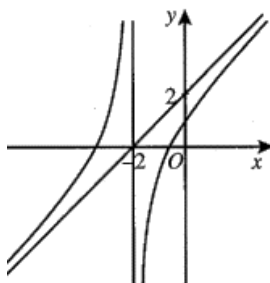
- A. $y = -1$. B. $y = 1$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên của hàm số ta có tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 1$.

- Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi phương trình của đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là gì?



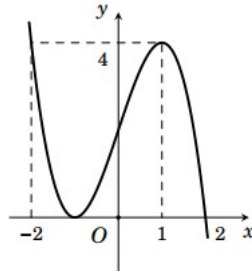
- A. $y = x + 2$. B. $y = 2x$. C. $y = x - 2$. D. $y = -2x$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình vẽ, đường tiệm cận xiên đi qua hai điểm ta có $(-2; 0)$ và $(0; 2)$. Đường thẳng đi qua hai điểm đó có phương trình là $y = x + 2$.

Câu 6: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số đã cho sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?



- A. $y = x^3 + 3x - 2$ B. $y = x^3 - 3x + 2$ C. $y = -x^3 + 3x + 2$ D. $y = -x^3 - 3x - 2$

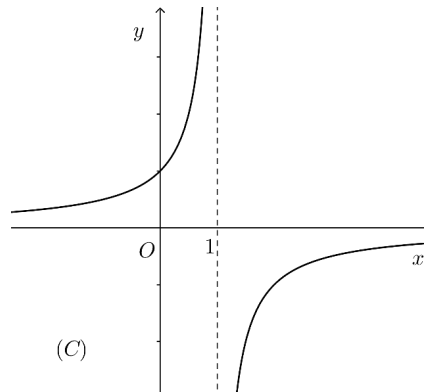
Lời giải

Chọn C

Quan sát đồ thị, ta thấy nhánh cuối của đồ thị hướng xuống dưới nên $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$, suy ra hệ số $a < 0$. Như vậy A và B không thỏa mãn.

Mặt khác hàm số có hai điểm cực trị nên hàm số $y = -x^3 - 3x - 2$ có $y' = -3x^2 - 3 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ không thỏa mãn.

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $c \neq 0, ad - bc \neq 0$ có đồ thị như hình dưới. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số là



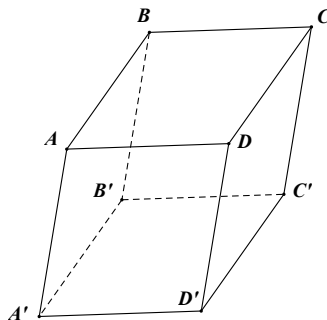
- A. (0;1) B. (1;0) C. (0;0) D. (1;1)

Lời giải

Chọn B

Ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là $x = 1; y = 0$. Từ đó suy ra tâm đối xứng là $I(1;0)$.

Câu 8: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.



Vector $\overrightarrow{BA}$ bằng với vector nào sau đây?

A. $\overrightarrow{A'B'}$.

B. $\overrightarrow{CD}$.

C. $\overrightarrow{BC}$.

D. $\overrightarrow{AB}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$ có điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{k}$. Tọa độ của điểm M là

A. $M(2; 0; -3)$.

B. $M(2; -3; 0)$.

C. $M(0; 2; -3)$.

D. $M(-2; 3; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết ta có $\overrightarrow{OM} = 2\mathbf{i} + 0\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$. Theo định nghĩa ta suy ra $\overrightarrow{OM} = (2; 0; -3)$, suy ra $M(2; 0; -3)$.

Câu 10: Cho các vector $a = (1; -3; 4)$, $b = (-2; 6; -8)$, $c = (0; 1; 2)$, $d = (1; 2; 0)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. a và b ngược hướng.

B. a và c vuông góc.

C. $a.d = 5$.

D. $|a| = 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $b = -2a$ nên a và b ngược hướng; $ac = 5 \neq 0$ nên a và c không vuông góc;
 $a.d = -5$; $|a| = \sqrt{26}$.

Câu 11: Bảng sau thống kê thành tích nhảy xa của một số học sinh lớp 12.

Thành tích (cm)	[150; 180)	[180; 210)	[210; 240)	[240; 270)	[270; 300)
Số học sinh	3	5	28	14	8

Tìm khoảng biến thiên thành tích nhảy xa của số học sinh này.

A. 120.

B. 30.

C. 5.

D. 150.

Lời giải

Chọn D

Đầu mút phải của nhóm ghép cuối cùng là 300, đầu mút trái của nhóm ghép đầu tiên là 150.

Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 300 - 150 = 150$.

Câu 12: Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)
Số lần	4	6	8	4	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 5,98.

B. 6.

C. 2,44.

D. 2,5.

Lời giải

Chọn C

Ta có bảng sau:

Thời gian giải rubik	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)
Giá trị đại diện	9	11	13	15	17
Số lần	4	6	8	4	3

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{4.9 + 6.11 + 8.13 + 4.15 + 3.17}{25} = 12,68$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{25} [4.9^2 + 6.11^2 + 8.13^2 + 4.15^2 + 3.17^2] - (12,68)^2 = 5,9776$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{5,9776} \approx 2,44$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là:

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = x^2 e^x$.

a) Đạo hàm $y' = (x^2 + 2x)e^x$.

b) $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hay $x = 2$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 1]$ bằng $\frac{1}{e}$.

Lời giải

Trả lời: Đ – S – Đ – S

a) $y' = (x^2)' \cdot e^x + x^2 \cdot (e^x)' = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x = (x^2 + 2x) \cdot e^x$.

b) $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0$ (vì $e^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$) $\Leftrightarrow x = 0$ hay $x = -2$.

c) Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			$\frac{4}{e^2}$			$+\infty$

Diagram showing the function's behavior: A curve starts from the bottom left, goes up to a peak at $x = -2$ with value $\frac{4}{e^2}$, then goes down to a local minimum at $x = 0$ with value 0 , and finally goes up towards $+\infty$ as $x \rightarrow +\infty$.

Từ đó, hàm số đồng biến trên các khoảng $(0; +\infty)$ và $(-\infty; -2)$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

d) Trên đoạn $[-1; 1]$, $y' = 0$ có nghiệm $x = 0$.

$$x = -1: y = \frac{1}{e}$$

$$x = 0: y = 0$$

$$x = 1: y = e$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 0.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$.

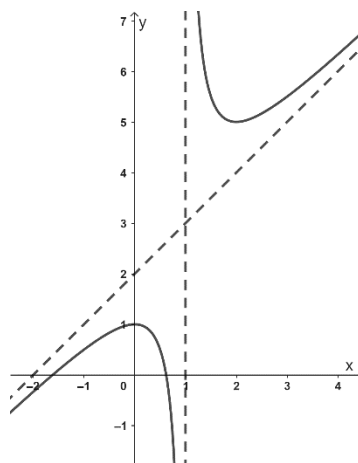
$$y' = \frac{x^2 - 2x - 2}{(x - 1)^2}$$

a) Đạo hàm với $x \neq 1$.

b) Hàm số có giá trị cực đại bằng 5.

c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm $I(1; 3)$.

d) Hàm số có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Lời giải

Trả lời: S – S – Đ – Đ

$$y' = \frac{(x^2 + x - 1)' \cdot (x - 1) - (x^2 + x - 1) \cdot (x - 1)'}{(x - 1)^2} = \frac{(2x + 1) \cdot (x - 1) - (x^2 + x - 1)}{(x - 1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}$$

a) với $x \neq 1$.

$$b) y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hay } x = 2.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	↗ 1 ↘	$-\infty$	↘ 5 ↗	$+\infty$

Từ đó, hàm số có giá trị cực đại bằng 1.

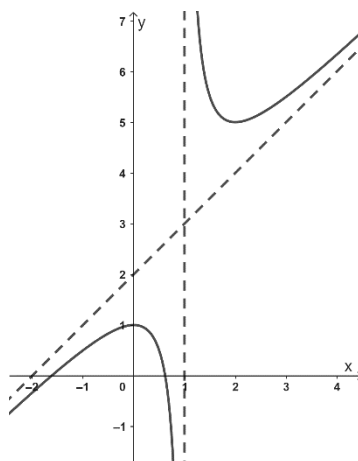
c) Tiệm cận đứng: vì $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ nên đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

Tiệm cận xiên: Ta có $y = x + 2 + \frac{1}{x - 1}$. Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (x + 2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x - 1} = 0$ và

$\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (x + 2)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x - 1} = 0$ nên tiệm cận xiên là $y = x + 2$.

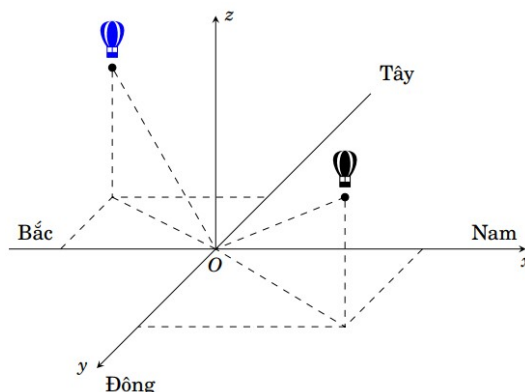
Giao điểm của hai đường tiệm cận là điểm $I(1;3)$. Vậy tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $I(1;3)$.

d) Đồ thị của hàm số:



Câu 3: Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,5 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và 1,5 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,8 km.

Chọn hệ trục $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (Hình bên dưới), đơn vị đo lấy theo kilomet.



- Với hệ tọa độ đã chọn, tọa độ khinh khí cầu thứ nhất là $(2; 1; 0,5)$.
- Với hệ tọa độ đã chọn, tọa độ khinh khí cầu thứ hai là $(-1; 1,5; 0,8)$.
- Khoảng cách từ điểm xuất phát đến khinh khí cầu thứ nhất bằng $\sqrt{21}$ km.
- Khoảng cách hai chiếc khinh khí cầu là 3,92 km (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: Đ – S – S – Đ

a) Chiếc khinh khí cầu thứ nhất có tọa độ là $(2; 1; 0,5)$.

b) Chiếc khinh khí cầu thứ hai có tọa độ là $(-1; 1,5; 0,8)$.

c) Khoảng cách từ điểm xuất phát đến khinh khí cầu thứ nhất bằng $\sqrt{2^2 + 1^2 + 0,5^2} = \frac{\sqrt{21}}{2}$ (km)

d) Khoảng cách hai chiếc khinh khí cầu là

$$\sqrt{(-1-2)^2 + (1,5-1)^2 + (0,8-0,5)^2} = \sqrt{15,34} \approx 3,92(\text{km})$$

Câu 4: Bảng sau thống kê lại tổng số giờ nắng trong tháng 6 của các năm từ 2002 đến 2021 tại hai trạm quan trắc đặt ở Nha Trang và Quy Nhơn.

Số giờ nắng	[130;160)	[160;190)	[190;220)	[220;250)	[250;280)	[280;310)
Số năm ở Nha Trang	1	1	1	8	7	2
Số năm ở Quy Nhơn	0	1	2	4	10	3

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

- Khoảng biến thiên số giờ nắng ở Quy Nhơn là 180
- Khoảng tứ phân vị của số giờ nắng ở Nha Trang là 39,64
- Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị thì số giờ nắng trong tháng 6 của Quy Nhơn đồng đều hơn
- Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì số giờ nắng trong tháng 6 của Nha Trang đồng đều hơn

Lời giải

Trả lời: S – Đ – Đ – S

a) Khoảng biến thiên số giờ nắng ở Quy Nhơn là 180. **SAI**

Khoảng biến thiên giờ nắng ở Quy Nhơn là $310 - 160 = 150$

b) Khoảng tứ phân vị của số giờ nắng ở Nha Trang là 39,64. **ĐÚNG**

Cỡ mẫu: $n = 20$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{20}$ là mẫu số liệu gốc về số giờ nắng trong tháng 6 trong 20 năm của Nha Trang được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1 \in [130;160); x_2 \in [160;190); x_3 \in [190;220); x_4; \dots; x_{11} \in [220;250); x_{12}; \dots; x_{18} \in [250;280); x_{19}; x_{20} \in [280;310)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_5 + x_6) \in [220;250)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của

mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 220 + \frac{\frac{20}{4} - (1+1+1)}{8}(250 - 220) = 227,5$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) \in [250;280)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của

mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 250 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - (1+1+1+8)}{7}(280 - 250) = \frac{1870}{7}$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 39,64$

c) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị thì số giờ nắng trong tháng 6 của Quy Nhơn đồng đều hơn. **ĐÚNG**

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{50}$ là mẫu số liệu gốc về số giờ nắng trong tháng 6 trong 20 năm của Quy Nhơn được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:

$$y_1; \in [160; 190); y_2; y_3 \in [190; 220); y_4; \dots; y_7 \in [220; 250); y_8; \dots; y_{17} \in [250; 280); \\ y_{18}; \dots; y_{20} \in [280; 310)$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(y_5 + y_6) \in [220; 250)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất

của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1' = 220 + \frac{\frac{20}{4} - (1+2)}{4}(250 - 220) = 235$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(y_{15} + y_{16}) \in [250; 280)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của

mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3' = 250 + \frac{\frac{3.20}{4} - (1+2+4)}{10}(280 - 250) = 274$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q' = Q_3' - Q_1' = 39$

Vậy nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị thì số giờ nắng trong tháng 6 của Quy Nhơn đồng đều

d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì số giờ nắng trong tháng 6 của Nha Trang đồng đều hơn. **SAI**

Xét số liệu của Nha Trang:

Số trung bình: $\bar{x}_x = \frac{1.145 + 1.175 + 1.205 + 8.235 + 7.265 + 2.295}{20} = 242,5$

Độ lệch chuẩn: $\sigma_x = \sqrt{\frac{1.145^2 + 1.175^2 + 1.205^2 + 8.235^2 + 7.265^2 + 2.295^2}{20} - 242,5^2} \approx 35,34$

Xét số liệu của Quy Nhơn:

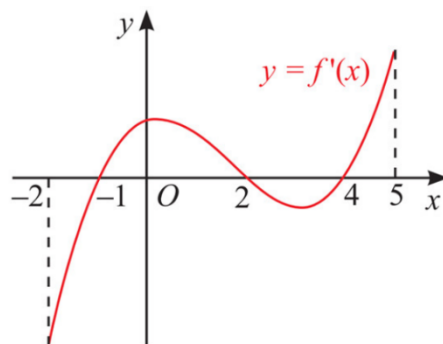
Số trung bình: $\bar{x}_y = \frac{1.175 + 2.205 + 4.235 + 10.265 + 3.295}{20} = 253$

Độ lệch chuẩn: $\sigma_y = \sqrt{\frac{1.175^2 + 2.205^2 + 4.235^2 + 10.265^2 + 3.295^2}{20} - 253^2} \approx 30,59$

Vậy nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì số giờ nắng trong tháng 6 của Quy Nhơn đồng đều hơn

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

Lời giải

Trả lời: 3

Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại 3 giao điểm có hoành độ là $x = -1; x = 2; x = 4$ nên số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là 3

Câu 2: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0,035x^2(15 - x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Liều lượng thuốc cần tiêm (đơn vị miligam) cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất x_0 . Giá trị x_0 là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: $x_0 = 10$

Điều kiện $x \in [0; 15]$ (vì độ giảm huyết áp không thể là số âm).

Có
$$G'(x) = 0,035 [2x(15 - x) - x^2] = 0,105x(10 - x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 10 \end{cases}$$

Ta có
$$G(0) = 0; G(10) = \frac{35}{2}; G(15) = 0$$

Bảng biến thiên

x	0	10	15
$G'(x)$	+	0	-
$G(x)$	0	$\frac{35}{2}$	0

Vậy huyết áp bệnh nhân giảm nhiều nhất khi tiêm cho bệnh nhân liều $x_0 = 10$ miligam.

Câu 3: Bạn Hoa cần gấp một hộp quà có dạng hình lăng trụ tứ giác đều với diện tích toàn phần là 200 cm^2 . Hộp quà mà bạn Hoa gấp được có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu centimet khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Trả lời: 192

Gọi độ dài cạnh đáy và chiều cao hộp quà lần lượt là x (cm) và y (cm) ($x > 0, y > 0$). Theo giả

thiết, ta có: $2x^2 + 4xy = 200 \Rightarrow y = \frac{50}{x} - \frac{x}{2}$ và $x < 10$ (vì $y > 0$).

$$V(x) = x^2 \cdot \left(\frac{50}{x} - \frac{x}{2} \right) = 50x - \frac{1}{2}x^3 \quad (0 < x < 10)$$

Xét hàm số là thể tích của hộp quà mà bạn Hoa gấp được.

$$V'(x) = 50 - \frac{3}{2}x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{10\sqrt{3}}{3}.$$

Ta có:

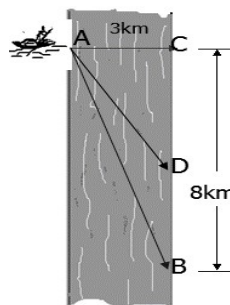
Bảng biến thiên của hàm số $V(x)$ là:

x	0	$\frac{10\sqrt{3}}{3}$	10
$V'(x)$	+	0	-
$V(x)$	0	$V\left(\frac{10\sqrt{3}}{3}\right)$	0

$$V\left(\frac{10\sqrt{3}}{3}\right) \approx 192 \text{ cm}^3.$$

Vậy bạn Hoa có thể gấp hộp quà có thể tích lớn nhất là

Câu 4: Bác An muốn di chuyển từ vị trí A tới vị trí B về phía hạ lưu bờ đối diện, càng nhanh càng tốt, trên một bờ sông thẳng rộng 3km (như hình vẽ). Bác An có thể chèo thuyền của mình thẳng qua sông để đến C và sau đó chạy đến B , hay có thể chèo trực tiếp đến B , hoặc bác có thể chèo thuyền đến một điểm D giữa C và B và sau đó chạy đến B . Biết bác ấy có thể chèo thuyền với tốc độ 6km/h, chạy với tốc độ 8km/h và quãng đường $BC = 8 \text{ km}$. Biết tốc độ của dòng nước là không đáng kể so với tốc độ chèo thuyền của bác. Tính khoảng thời gian ngắn nhất để bác An di chuyển đến B . (tính theo đơn vị phút, làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải

Trả lời: 80 phút.

Tổng quát, gọi x (km) là độ dài quãng đường BD ; $8 - x$ (km) là độ dài quãng đường CD .

Điều kiện: $x \in [0; 8]$. Cụ thể:

- ⊛ Khi $x=0$: $D \equiv B$, bác An chèo thuyền trực tiếp đến B .
- ⊛ Khi $x=8$: $D \equiv C$, bác An chèo thuyền thẳng qua sông để đến C và sau đó chạy đến B .

Thời gian chèo thuyền trên quãng đường $AD = \sqrt{x^2+9}$ là: $\frac{\sqrt{x^2+9}}{6}$ (giờ)

Thời gian chạy trên quãng đường DB là: $\frac{8-x}{8}$ (giờ)

Tổng thời gian di chuyển từ A đến B là $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+9}}{6} + \frac{8-x}{8}$

Xét hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+9}}{6} + \frac{8-x}{8}$ trên $[0;8]$.

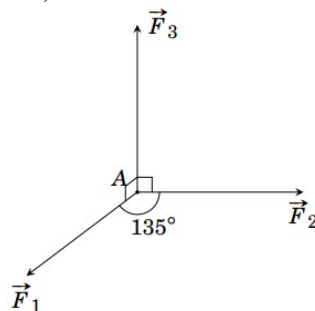
Ta có $f'(x) = \frac{x}{6\sqrt{x^2+9}} - \frac{1}{8}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{x^2+9} = 4x \Leftrightarrow x = \frac{9}{\sqrt{7}}$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{9}{\sqrt{7}}$	8
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$\frac{3}{2}$	$1 + \frac{\sqrt{7}}{8}$	$\frac{\sqrt{73}}{6}$

Dựa vào BBT ta thấy thời gian ngắn nhất để di chuyển từ A đến B là $1 + \frac{\sqrt{7}}{8} \approx 1,33$ giờ ≈ 80 phút.

Câu 5: Một chất điểm A nằm trên mặt phẳng nằm ngang (α) , chịu tác động bởi ba lực F_1, F_2, F_3 . Các lực F_1, F_2 có giá nằm trong (α) và $(F_1, F_2) = 135^\circ$, còn lực F_3 có giá vuông góc với (α) và hướng lên trên. (Tham khảo hình vẽ bên dưới)



Cường độ hợp lực của các lực F_1, F_2, F_3 (Làm tròn đến hàng phần mười) là $a(N)$. Giá trị của a bằng bao nhiêu, biết rằng độ lớn của ba lực đó lần lượt là $20\text{ N}, 15\text{ N}$ và 10 N .

Lời giải

Trả lời: $a = 17,3$.

Gọi F là hợp lực của các lực F_1, F_2, F_3 , tức là $F = F_1 + F_2 + F_3$, ta có

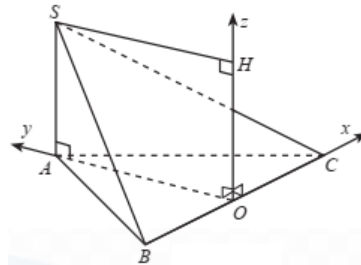
$$\begin{aligned} |F|^2 &= (F_1 + F_2 + F_3)^2 = F_1^2 + F_2^2 + F_3^2 + 2F_1 \cdot F_2 + 2F_2 \cdot F_3 + 2F_3 \cdot F_1 \\ &= 20^2 + 15^2 + 10^2 + 2 \cdot 20 \cdot 15 \cdot \cos 135^\circ = 725 - 300\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } a = |F| = \sqrt{725 - 300\sqrt{2}} \approx 17,3 \text{ (N)}.$$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2. Cạnh bên SA vuông góc với (ABC) và có độ dài bằng 1. Góc giữa hai vector $\vec{AB}, \vec{SC}$ làm tròn đến hàng độ là a° . Hỏi a bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: $a = 63$.



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ (O là trung điểm BC). Ta có $B(-1; 0; 0), C(1; 0; 0)$.

Do tam giác ABC đều nên đường cao $AO = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$, suy ra tọa độ $A(0; \sqrt{3}; 0)$.

Do cạnh bên SA vuông góc với (ABC) và có độ dài bằng 1 nên suy ra $S(0; \sqrt{3}; 1)$.

Ta có $\vec{AB} = (-1; -\sqrt{3}; 0), \vec{SC} = (1; -\sqrt{3}; -1)$

$$\cos(\vec{AB}, \vec{SC}) = \frac{(-1) \cdot 1 + (-\sqrt{3})(-\sqrt{3}) + 0 \cdot (-1)}{\sqrt{1+3+0} \cdot \sqrt{1+3+1}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

Từ đó tính được

Suy ra $(\vec{AB}, \vec{SC}) \approx 63^\circ$.