

ĐỀ SỐ 13: ĐỀ TỰ LUYỆN BỒI DƯỠNG HSG CẤP HUYỆN LỚP 8
NĂM HỌC: 2023-2024

Thời gian làm bài 120 phút

I. Phần trắc nghiệm (8,0 điểm) Chọn một phương án đúng

Câu 1. Sau khi rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{x}{x^2 - 4} + \frac{2}{2 - x} + \frac{1}{x + 2} \right) : \left(x - 2 + \frac{10 - x^2}{x + 2} \right)$ với $x \neq \pm 2$ là:

- A. $A = \frac{1}{x - 2}$ B. $A = \frac{2}{x - 2}$ C. $A = \frac{1}{x + 2}$ D. $A = \frac{1}{2 - x}$

Câu 2. Giá trị biểu thức $P = \frac{2.1+1}{[1.(1+1)]^2} + \frac{2.2+1}{[2.(2+1)]^2} + \frac{2.3+1}{[3.(3+1)]^2} + \dots + \frac{2.99+1}{[99.(99+1)]^2}$ là:

- A. $P = \frac{999}{1000}$ B. $P = \frac{9999}{10000}$ C. $P = 1 - \frac{9999}{10000}$ D. $P = 1$

Câu 3. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^3 - 3xy^2 = 10$ và $y^3 - 3x^2y = 30$. Giá trị biểu thức $P = x^2 + y^2$ là:

- A. 10 B. 100 C. 1000 D. 40

Câu 4. Cho công thức $C = \frac{5}{9}(F - 32)$ với $C = 10$. Tính F , ta được kết quả:

- A. $F = 10$; B. $F = 32$; C. $F = 50$; D. $F = 40$

Câu 5. Tìm x , biết rằng lấy x trừ đi $\frac{1}{2}$, rồi nhân kết quả với $\frac{1}{2}$ thì được $\frac{1}{8}$.

- A. $x = \frac{3}{4}$; B. $x = \frac{4}{3}$; C. $x = \frac{1}{2}$; D. $x = \frac{1}{8}$

Câu 6. Các hằng số a và b sao cho đa thức $x^4 + ax + b$ chia hết cho $x^2 - 4$ là:

- A. $a = 0; b = -16$ B. $a = 0; b = 16$ C. $a = 0; b = -12$ D. $a = 0; b = 12$

Câu 7. Cho đa thức: $Q(x) = x^{2012} + x^{2011} - ax + b - x^{2012}$. Giá trị của a và b để $Q(x)$ chia $(x^2 - 1)$ được đa thức dư: $5x + 4$ là:

- A. $b = 4; a = -4$ B. $b = -4; a = 4$ C. $b = -4; a = -4$ D. $b = 4; a = 4$

Câu 8. Cho biểu thức $(2x^2 - x + 2)^{1009}$ sau khi khai triển là một đa thức bậc 2018, tổng các hệ số của đa thức là:

- A. 2018 B. 1009 C. 1 D. -1

Câu 9. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Tia phân giác của góc AHC cắt HC ở D. Gọi K là hình chiếu của D trên AC, $BC = 25\text{cm}$, $HD = 6\text{cm}$. Độ dài AB là:

- A. 12cm hoặc 15cm B. 10cm hoặc 15cm C. 8 cm hoặc 15cm D. Một số khác

Câu 10. Cho hình vuông ABCD cạnh a , điểm E thuộc cạnh BC, điểm F thuộc cạnh AD sao cho $CE = AF$. Các đường thẳng AE, BF cắt đường thẳng CD theo thứ tự ở M, N. Ta có:

- A. $AM \cdot BN = a^2$ B. $CM \cdot DN = MN^2$ C. $CM \cdot DN = a^2$ D. $AM \cdot BN = AB^2$

Câu 11. Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi I là giao điểm của các đường phân giác, M là trung điểm của BC, biết $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$. Số đo góc BIM là:

- A. 30° B. 50° C. 60° D. 90°

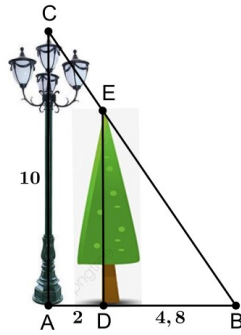
Câu 12. Cho tam giác ABC có $AB = 10\text{cm}$; $AC = 15\text{cm}$. Một đường thẳng đi qua M thuộc cạnh AB và song song với BC, cắt AC ở N, sao cho $AN = BM$, khi đó độ dài của đoạn AM là:

- A. 3cm B. 6cm C. 5cm D. 4cm

Câu 13. Cho tam giác ABC có $A = 2B$; $AC = 9\text{cm}$; $BC = 12\text{cm}$. Độ dài đoạn AB là:

- A. 7cm B. 16cm C. 8cm D. Đáp án khác

Câu 14: Một cột đèn cao 10 m chiếu sáng một cây xanh (như hình vẽ). Cây cách cột đèn 2 m và có bóng trải dài dưới mặt đất là 4,8 m. Tìm chiều cao của cây xanh đó (làm tròn đến mét).



Khi đó, chiều cao của cây xanh là (làm tròn đến mét):

- A. $DE \approx 7\text{ m}$ B. $DE \approx 14\text{ m}$ C. $DE \approx 5\text{ m}$ D. $DE \approx 24\text{ m}$

Câu 15: Đỉnh Fansipan (Lào Cai) là đỉnh núi cao nhất Đông Dương. Trên đỉnh núi người ta đặt một chóp làm bằng inox có dạng hình chóp tam giác đều cạnh đáy dài 60cm, chiều cao của tam giác mặt bên kẻ từ đỉnh là 90cm (hình bên). Tính diện tích xung quanh của hình chóp.



- A. 8100cm^2 ; B. 16200cm^2 ; C. 2700cm^2 ; D. 5400cm^2

Câu 16. Có 4 bình (đánh số là 1, 2, 3, 4) đựng số lượng các hòn bi bằng nhau. Lấy ra từ bình thứ nhất một số viên bi, lấy gấp đôi số đó từ bình thứ hai, lấy gấp ba số đó từ bình thứ ba và cuối cùng lấy gấp bốn số đó từ bình thứ tư. Khi đó tổng số bi còn lại trong cả bốn bình là 40 viên và bình thứ tư còn lại đúng 1 viên bi. Hỏi ban đầu số lượng bi trong bốn bình là bao nhiêu ?

- A. 98 B. 100 C. 104 D. 108

II. Phần tự luận (12,0 điểm)

Câu 1(3,5 điểm):

- Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^2 + 2y^2 + 3xy - x - y + 3 = 0$
- Chứng minh rằng: $n^3 + 6n^2 + 8n$ chia hết cho 48 với mọi số n chẵn

Câu 2 (3,0 điểm):

- Giải phương trình $(x + 3)(x + 5)(x + 4)^2 = 72$
- Cho a, b, c là các số hữu tỉ, đôi một khác nhau. Chứng minh rằng $N = \frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{(b-c)^2} + \frac{1}{(c-a)^2}$ là bình phương của một số hữu tỉ.

Câu 3 (4,5 điểm): Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh BC lấy điểm M, trên tia đối của tia DC lấy điểm N sao cho $BM = DN$.

- Chứng minh rằng tam giác AMN là tam giác vuông cân.
- Gọi E là giao điểm của AD với BN, F là giao điểm của AM với BD. Chứng minh rằng $EF \parallel DM$.
- Gọi K là giao điểm của MN với BD, AK cắt DC ở H. Lấy các điểm P, Q, I lần lượt là trung điểm của BH; BE, EH; AQ cắt CP tại J. Chứng minh D, I, J thẳng hàng.

Câu 4 (1,0 điểm): Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = (x - 2014)^2 + (x + 2015)^2$

-----**Hết**-----
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:.....

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

I. Phần trắc nghiệm (8,0 điểm) Mỗi câu đúng 0,5 điểm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	D	B	A	C	A	A	A	D	B	C
Câu	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Đáp án	D	D	A	A	A	B				

HƯỚNG DẪN

Câu 1. Cho biểu thức $A = \left(\frac{x}{x^2 - 4} + \frac{2}{2 - x} + \frac{1}{x + 2} \right) : \left(x - 2 + \frac{10 - x^2}{x + 2} \right)$

$$A = \frac{-1}{x - 2}$$

Câu 2. Tính : $B = \frac{2.1+1}{[1.(1+1)]^2} + \frac{2.2+1}{[2.(2+1)]^2} + \frac{2.3+1}{[3.(3+1)]^2} + \dots + \frac{2.99+1}{[99.(99+1)]^2}$

Với $n \geq 1$, ta có $\frac{2.n+1}{[n.(n+1)]^2} = \frac{(n+1)^2 - n^2}{(n+1)^2 . n^2} = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2}$

Áp dụng vào bài toán ta có : $B = \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{99^2} - \frac{1}{100^2} = 1 - \frac{1}{100^2} = \frac{9999}{10000}$

Câu 3. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^3 - 3xy^2 = 10$ và $y^3 - 3x^2y = 30$.

Tính giá trị biểu thức $P = x^2 + y^2$.

Ta có: $x^3 - 3xy^2 = 10 \Rightarrow (x^3 - 3xy^2)^2 = 100 \Rightarrow x^6 - 6x^4y^2 + 9x^2y^4 = 100$

và $y^3 - 3x^2y = 30 \Rightarrow (y^3 - 3x^2y)^2 = 900 \Rightarrow y^6 - 6x^2y^4 + 9x^4y^2 = 900$

Suy ra: $x^6 + 3x^4y^2 + 3x^2y^4 + y^6 = 1000 \Rightarrow (x^2 + y^2)^3 = 1000 \Rightarrow x^2 + y^2 = 10$

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình sau $x^2 - 2x + 1 < 9$ là:

Giải

$$x^2 - 2x + 1 < 9 \Leftrightarrow (x-1)^2 < 9 \Leftrightarrow |x-1| < 3$$

$$\Leftrightarrow -3 < x-1 < 3 \Leftrightarrow -2 < x < 4$$

Câu 5. Giải phương trình $|x - 2| + |x - 3| = 4$ (1).

Giải:

Ta lập bảng xét dấu $f(x) = |x - 2| + |x - 3|$

x	- ∞	2	3	+ ∞
$ x - 2 $	2 - x	0	x - 2	x - 2

$ x-3 $	$3-x$	$3-x$	0	$x-3$
$f(x)$	$5-2x$	1		$2x-5$

Theo bảng trên ta có:

- Nếu $x < 2$ phương trình (1) $\Leftrightarrow 5 - 2x = x \Leftrightarrow 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ thoả mãn $x < 2$.

- Nếu $2 \leq x \leq 3$ do $1 \neq 4$ nên phương trình vô nghiệm.

- Nếu $x > 3$ phương trình (1) $\Leftrightarrow 2x = 9 \Leftrightarrow x = \frac{9}{2}$ (thoả mãn $x > 3$)

Tóm lại: Phương trình (1) có nghiệm là $x = \frac{1}{2}$ hoặc $x = \frac{9}{2}$.

Câu 6. Xác định các hằng số a và b sao cho đa thức $x^4 + ax + b$ chia hết cho $x^2 - 4$

$x^4 + ax + b$ chia cho $x^2 - 4$ được thương là $x^2 + 4$ dư $ax + (b + 16)$

Vậy $x^4 + ax + b$ chia hết cho $x^2 - 4$ khi $ax + (b + 16) = 0x + 0$

Suy ra $a = 0$ và $b = -16$

Câu 7. Cho đa thức: $Q(x) = x^{2012} + x^{2011} - ax + b - x^{2012}$

a-Tìm bậc của $Q(x)$

b-Tìm a và b để $Q(x) : (x^2 - 1)$ được đa thức dư là : $5x + 4$

$Q(x) : (x^2 - 1)$ được đa thức dư là: $5x + 4$

Ta có: $Q(x) = P(x)(x^2 - 1) + (5x + 4)$

$\Leftrightarrow Q(x) = P(x)(x-1)(x+1) + (5x + 4)$

Mà $Q(1) = 1 - a + b = 0 + 5 + 4$

$\Leftrightarrow 1 - a + b = 9 \Leftrightarrow -a + b = 8$ (1)

Tương tự: $Q(-1) = -1 + a + b = 0 + (-5) + 4$

$\Leftrightarrow -1 + a + b = -1 \Leftrightarrow a + b = 0$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $\begin{cases} -a + b = 8 & (1) \\ a + b = 0 & (2) \end{cases}$

từ (2) $\Rightarrow a = -b$ (*)

Thay vào (1) ta có $b + b = 8$

$\Rightarrow 2b = 8 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow a = -4$

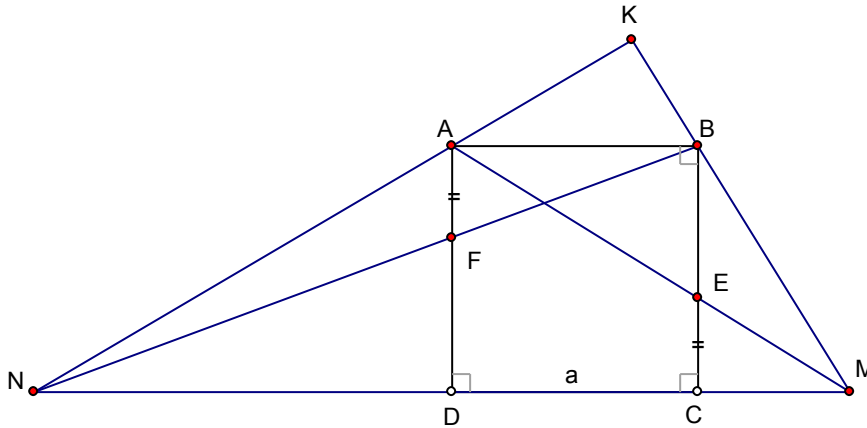
Câu 8. Cho biểu thức $(2x^2 - x + 2)^{1009}$ sau khi khai triển là một đa thức bậc 2018 tổng các hệ số của đa thức

là: -1

Câu 9. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Tia phân giác của góc AHC cắt HC ở D. Gọi K là hình chiếu của D trên AC, BC=25cm, HD=6cm. Độ dài AB là: 10cm hoặc 15cm (Bồi dưỡng HSG toán Hình học 8 Trang 122)

Câu 10. Cho hình vuông ABCD cạnh a, điểm E thuộc cạnh BC, điểm F thuộc cạnh AD sao cho CE = AF. Các đường thẳng AE, BF cắt đường thẳng CD theo thứ tự ở M, N.

a/ Chứng minh: $CM.DN = a^2$



a/ $AB \parallel MN$, ta có:

$$\frac{CM}{AB} = \frac{CE}{BE} \quad (1) \quad \frac{AF}{FD} = \frac{AB}{DN} \quad (2) \quad \text{mà} \quad \frac{AF}{FD} = \frac{CE}{BE} \quad (\text{gt})$$

$$\Rightarrow \frac{CM}{AB} = \frac{CE}{BE} = \frac{AF}{FD} = \frac{AB}{DN} \Rightarrow CM.DN = AB^2 = a^2$$

Câu 11. Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi I là giao điểm của các đường phân giác, M là trung điểm của BC, biết $Ab=6\text{cm}$, $AC \text{ cm}$. Số đo góc BIM là: 90° (Bồi dưỡng HSG toán Hình học 8 Trang 125)

Câu 12.

Câu 13. Cho tam giác ABC vuông ở A, $AH \perp BC$, $HE \perp AB$, $HF \perp AC$ ($H \in BC$, $E \in AB$, $F \in AC$). Chứng minh rằng: $AE.AB = AF.AC$; $BH = BC.\cos^2 B$.

* $\triangle AHB$ vuông tại H, có $HE \perp AB$ nên

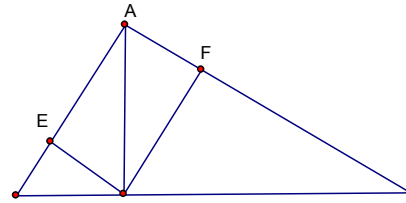
$$AH^2 = AB.AE. \quad (1)$$

Tương tự: $AH^2 = AC.AF \quad (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra: $AB.AE = AC.AF$.

* $BH = AB.\cos B$; $AB = BC.\cos B$

$$\text{Suy ra } BH = BC.\cos^2 B.$$



Câu 14. Cho tứ giác ABCD. Gọi O là giao điểm của 2 đường chéo (không vuông góc), I và K lần lượt là trung điểm của BC và CD. Gọi M và N theo thứ tự là điểm đối xứng của điểm O qua tâm I và K.

a) CM rằng tứ giác BMND là hình bình hành.

b) Với điều kiện nào của hai đường chéo AC và BD thì tứ giác BMND là hình chữ nhật.

c) Chứng minh 3 điểm M, C, N thẳng hàng.

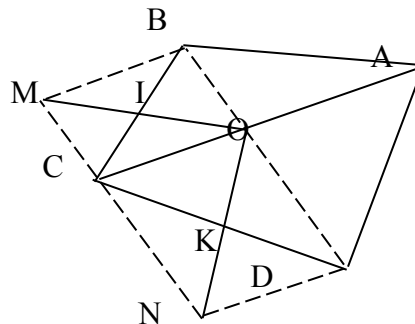
a) Ta thấy tứ giác MBCO và NDCO là hình bình hành (Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường)

Suy ra $MB=ND$ và $MB \parallel ND$ ($\parallel CO$)

Hay tứ giác BMND là hình bình hành

b) Ta thấy ngay tứ giác BMND là hình chữ nhật thì $BD \perp AC$ vì BMND là hình bình hành theo phần a nên chỉ cần $MB \perp BD$

c) Theo phần a ta có $MC \parallel BD$ và $NC \parallel BD$ nên suy ra M, C, N thẳng hàng (Theo tiên đề Ơ-clit)



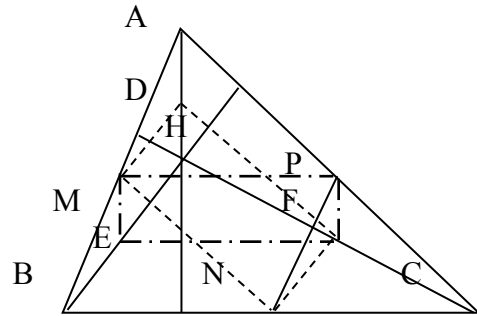
Câu 15. Cho tam giác ABC và H là trực tâm. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và CA. Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm các đoạn HA, HB và HC.

- Chứng minh rằng các tứ giác MNFD và MEFP là các hình chữ nhật.
- Để các đoạn MD, ME và DP bằng nhau thì ΔABC phải là tam giác gì?

a) Ta có MD và NF cùng song song với BH và bằng $\frac{1}{2} BH$ nên Tứ giác MNFD là hình bình hành. Mặt khác $MD \perp DF$ nên MNFD là các hình chữ nhật

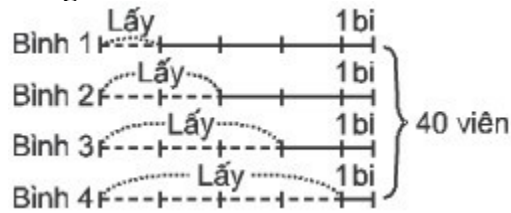
T-ơng tự tứ giác MEFP là các hình chữ nhật

b) Để $ME=MD=DP$ thì $HB=HA=HC$ hay H là tâm đ-ờng tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Nên tam giác ABC đều



Câu 16. Có 4 bình (đánh số là 1, 2, 3, 4) đựng số lượng các hòn bi bằng nhau. Lấy ra từ bình thứ nhất một số viên bi, lấy gấp đôi số đó từ bình thứ hai, lấy gấp ba số đó từ bình thứ ba và cuối cùng lấy gấp bốn số đó từ bình thứ tư. Khi đó tổng số bi còn lại trong cả bốn bình là 40 viên và bình thứ tư còn lại đúng 1 viên bi. Hỏi ban đầu số lượng bi trong bốn bình là bao nhiêu ?

Bài giải:



Số bi lấy ra từ bình 1 là :

$$(40 - 1 \times 4) : (3 + 2 + 1) = 6 \text{ (viên).}$$

Lúc đầu số lượng bi trong bốn bình là : $(6 \times 4 + 1) \times 4 = 100 \text{ (viên).}$

II. Phần tự luận (12,0 điểm)

Câu 1(3,0 điểm):

a. Tìm nghiệm nguyên của ph-ơng trình: $x^2 + 2y^2 + 3xy - x - y + 3 = 0$

Giải

Biến đổi ph-ơng trình về dạng $(x+y)(1-x-2y) = 3$

Đ- a ra bốn tr-ờng hợp và tìm đúng các giá trị x, y t-ơng ứng

Kết luận đúng các giá trị $(x,y) = (-6,5), (-8;5), (6;-3), (4;-3)$

b. Chứng minh rằng:

a/ $n^3 + 6n^2 + 8n$ chia hết ch 48 với mọi số n chẵn

Giải

$$\begin{aligned} a/ n^3 + 6n^2 + 8n &= n(n^2 + 6n + 8) = n(n^2 + 4n + 2n + 8) = n[n(n + 4) + 2(n + 4)] \\ &= n(n+2)(n + 4) \end{aligned}$$

Với n chẵn, $n = 2k$ ta có:

$$n^3 + 6n^2 + 8n = 2k(2k + 2)(2k + 4) = 8.k.(k + 1)k + 2) : 48$$

Câu 2 (4,0 điểm): a. Giải phương trình $(x + 3)(x + 5)(x + 4)^2 = 72$

$$(x + 3)(x + 5)(x + 4)^2 = 72$$

Đặt $x + 4 = t$

Ta có: $(x + 4 - 1)(x + 4 + 1)(x + 4)^2 = 72$

$(t - 1)(t + 1)t^2 = 72 \Leftrightarrow (t^2 - 1)t^2 = 72$

$t^4 - t^2 = 72 \Leftrightarrow t^4 - t^2 - 72 = 0 \Leftrightarrow t^4 - 9t^2 + 8t^2 - 72 = 0$

$(t^4 - 9t^2) + (8t^2 - 72) = 0 \Leftrightarrow t^2(t^2 - 9) + 8(t^2 - 9) = 0$

$(t^2 + 8)(t^2 - 9) = 0$

Vì $t^2 + 8 > 0$ nên $t^2 - 9 = 0 \Rightarrow t^2 = 3^2 \Rightarrow t = 3, t = -3$

* Thay $t = 3$ vào $x + 4 = t$, ta có: $x + 4 = 3 \Rightarrow x = 3 - 4 \Rightarrow x = -1$

* Thay $t = -3$ vào $x + 4 = t$, ta có: $x + 4 = -3 \Rightarrow x = -3 - 4 \Rightarrow x = -7$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{-1; -7\}$

b. Cho a, b, c là các số hữu tỉ, đôi một khác nhau. Chứng minh rằng

$$N = \frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{(b-c)^2} + \frac{1}{(c-a)^2} \text{ là bình phương của một số hữu tỉ.}$$

Xét $\left(\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a}\right)^2 =$

$$= \frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{(b-c)^2} + \frac{1}{(c-a)^2} + \frac{2}{(a-b)(b-c)} + \frac{2}{(b-c)(c-a)} + \frac{2}{(a-b)(c-a)}$$

$$= N + \frac{2(c-a) + 2(a-b) + 2(b-c)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = N + 0 = N$$

$$\Rightarrow N = \left(\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-a}\right)^2$$

Vậy N là bình phương của một số hữu tỉ.

Câu 3 (4,5 điểm): Cho hình vuông $ABCD$. Trên cạnh BC lấy điểm M , trên tia đối của tia DC lấy điểm N sao cho $BM = DN$.

1. Chứng minh rằng tam giác AMN là tam giác vuông cân.

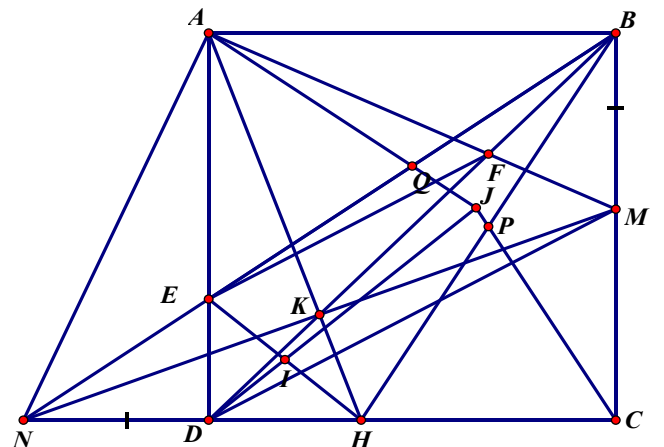
2. Gọi E là giao điểm của AD với BN , F là giao điểm của AM với BD . Chứng minh rằng $EF \parallel DM$.

3. Gọi K là giao điểm của MN với BD , AQ cắt DC ở H . Lấy các điểm P, Q, I lần lượt là trung điểm của $BH; BE, EH; AQ$ cắt CP tại J . Chứng minh D, I, J thẳng hàng.

Cho hình vuông $ABCD$. Trên cạnh BC lấy điểm M , trên tia đối của tia DC lấy điểm N sao cho $BM = DN$.

1. Chứng minh rằng tam giác AMN là tam giác vuông cân.

2. Gọi E là giao điểm của AD với BN , F là giao điểm của AM với BD . Chứng minh rằng $EF \parallel DM$.



3. Gọi K là giao điểm của MN với BD , AK cắt DC ở H . Lấy các điểm P, Q, I lần lượt là trung điểm của $BH; BE, EH$; AQ cắt CP tại J . Chứng minh D, I, J thẳng hàng.

Lời giải

1) Chứng minh được $\Delta ABM = \Delta ADN$ (c.g.c)

$$\Rightarrow AM = AN \text{ và } \angle BAM = \angle DAN \text{ (2 góc tương ứng)} \quad (1)$$

Mà $\angle BAM + \angle MAD = 90^\circ$ (vì $ABCD$ là hình vuông)

$$\Rightarrow \angle DAN + \angle MAD = 90^\circ \Rightarrow \angle MAN = 90^\circ \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \Delta AMN$ vuông cân

$$2) \Delta END \text{ có } AB \parallel CD \Rightarrow \frac{ED}{EA} = \frac{DN}{AB} \text{ (hệ quả talet)} \quad (3)$$

$$\Delta BFM \text{ có } BM \parallel AD \Rightarrow \frac{FM}{FA} = \frac{BM}{DA} \text{ (hệ quả talet)} \quad (4)$$

Mà $DN = BM$ (gt); $DN = BM$ (gt) và $AB = AD$ (cạnh hình vuông $ABCD$)

$$\text{Nên từ (3) và (4), ta có: } \frac{ED}{EA} = \frac{FM}{FA}$$

$$\text{Xét } \Delta ADM \text{ có: } E \in AD, F \in AM. \text{ Mà } \frac{ED}{EA} = \frac{FM}{FA} \text{ (cmt)}$$

Nên: $EF \parallel DM$ (talet đảo)

3) Chứng minh được $S_{JAB} + S_{JDC} = S_{JBC} + S_{JAD}$

$$S_{JAB} + S_{JDH} + S_{JHC} = S_{JEA} + S_{JED} + S_{JBC} \quad (1)$$

Mà Q là trung điểm của BE . Chứng minh được $S_{JAB} = S_{JEA}$

$$P \text{ là trung điểm của } BH. \text{ Chứng minh được } S_{JHC} = S_{JBC} \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có: $S_{JDH} = S_{JED}$

Mà E và H nằm trên hai nửa mặt phẳng bờ JD .

Gọi EH giao với JD là I' , h_1, h_2 là khoảng cách từ E và H đến JD

Vì $S_{JDH} = S_{JED}$ nên $h_1 = h_2$

Từ đó chứng minh I' là trung điểm của EH . Vậy I' trùng I

Vậy D, I, J thẳng hàng.

Câu 4 (1,0 điểm): Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = (x - 2014)^2 + (x + 2015)^2$

$$P = (x - 2014)^2 + (x + 2015)^2$$

$$P = x^2 - 4028x + 4\,056\,196 + x^2 + 4030x + 4\,060\,225$$

$$P = 2x^2 + 2x + \frac{1}{2} + 8\,116\,421 - \frac{1}{2}$$

$$P = \left(2x^2 + 2x + \frac{1}{2}\right) + \left(8\,116\,421 - \frac{1}{2}\right)$$

$$P = 2\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 8\,116\,420,5 \geq 8\,116\,420,5 \text{ với mọi } x$$

Vậy $P = 8\,116\,420,5$ là nhỏ nhất khi

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 0 \Rightarrow x + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

Hết