

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH TRUNG BÌNH**

Câu 1. Trong các dãy số (u_n) với số hạng tổng quát sau, dãy số nào là cấp số cộng?

A. $u_n = 5^n$.

B. $u_n = 2 - 5n$.

C. $u_n = 5^n - 2$.

D. $u_n = 5 + n^2$.

Giải

Ở đáp án **B**, ta có: $u_n - u_{n-1} = (2 - 5n) - [2 - 5(n - 1)] = -5$ với mọi $n \geq 2$. Vậy dãy số (u_n) đã cho là một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = -3$ và công sai $d = -5$. Ở đáp án **A**, ba số hạng đầu của dãy số là: 5; 25; 125 nên dãy số cho ở đáp án **A** không là cấp số cộng. Tương tự, dãy số cho ở đáp án **C, D** cũng không là cấp số cộng. **Chọn B**

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 + u_7 = 19$. Giá trị của $u_2 + u_{10}$ là:

A. 38.

B. 29.

C. 12.

D. 19.

Giải

Áp dụng công thức của số hạng tổng quát, ta có:

$$u_5 + u_7 = (u_1 + 4d) + (u_1 + 6d) = 2u_1 + 10d = 19.$$

$$\text{Khi đó, } u_2 + u_{10} = (u_1 + d) + (u_1 + 9d) = 2u_1 + 10d = 19. \quad \textbf{Chọn D}$$

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 9$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_2 bằng

A. 11.

B. $\frac{9}{2}$.

C. 18.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } u_2 = u_1 + d = 9 + 2 = 11.$$

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 8$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_2 bằng

A. $\frac{8}{3}$.

B. 24.

C. 5.

D. 11.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức ta có: $u_2 = u_1 + d = 8 + 3 = 11$.

- Câu 5.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 7$ công sai $d = 2$. Giá trị u_2 bằng
- A.** 14. **B.** 9. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** 5

Lời giải

Chọn B

Vì (u_n) là một cấp số cộng thì $u_{n+1} = u_n + d \Rightarrow u_2 = u_1 + d = 7 + 2 = 9$

- Câu 6.** Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$. Tìm công sai d
- A.** $d = \frac{11}{3}$. **B.** $d = \frac{10}{3}$. **C.** $d = \frac{3}{10}$. **D.** $d = \frac{3}{11}$.

Lời giải

Chọn A

$$u_8 = u_1 + 7d \Leftrightarrow 26 = \frac{1}{3} + 7d \Leftrightarrow d = \frac{11}{3}$$

- Câu 7.** Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$. Biết tổng n số hạng đầu của dãy số (u_n) là $S_n = 253$. Tìm n .
- A.** 9. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Ta có
$$S_n = \frac{n(2u_1 + (n-1)d)}{2} \Leftrightarrow \frac{n(2.3 + (n-1).4)}{2} = 253$$

$$\Leftrightarrow 4n^2 + 2n - 506 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 \\ n = -\frac{23}{2} (L) \end{cases}$$

- Câu 8.** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3n - 2$. Tìm công sai d của cấp số cộng.
- A.** $d = 3$. **B.** $d = 2$. **C.** $d = -2$. **D.** $d = -3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có
$$u_{n+1} - u_n = 3(n+1) - 2 - 3n + 2 = 3$$

Suy ra $d = 3$ là công sai của cấp số cộng.

- Câu 9.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$, $u_6 = 27$. Tính công sai d .
- A.** $d = 7$. **B.** $d = 5$. **C.** $d = 8$. **D.** $d = 6$.

Lời giải

Chọn

D.

Ta có $u_6 = u_1 + 5d = 27 \Rightarrow d = 6$.

Câu 10. Cho dãy số vô hạn $\{u_n\}$ là cấp số cộng có công sai d , số hạng đầu u_1 . Hãy chọn khẳng định sai?

A. $u_5 = \frac{u_1 + u_9}{2}$.

B. $u_n = u_{n-1} + d, n \geq 2$.

C. $S_{12} = \frac{n}{2}(2u_1 + 11d)$.

D. $u_n = u_1 + (n-1).d, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải

Chọn C

Ta có công thức tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng là: $S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)d}{2}$

Suy ra $S_{12} = 12u_1 + \frac{12 \cdot 11 \cdot d}{2} = 6(2u_1 + 11d) \neq \frac{n}{2}(2u_1 + 11d)$

Câu 11. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150. Tìm công thức của số hạng tổng quát u_n .

A. $u_n = 1 + 4n$.

B. $u_n = 5n$.

C. $u_n = 3 + 2n$.

D. $u_n = 2 + 3n$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $S_{50} = \frac{50}{2}(2u_1 + 49d) = 5150 \Rightarrow d = 4$.

Số hạng tổng quát của cấp số cộng bằng $u_n = u_1 + (n-1)d = 1 + 4n$.

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$ có công sai là

A. $d = -3$.

B. $d = 3$.

C. $d = 5$.

D. $d = 6$.

Lời giải

Chọn B

Gọi d là công sai.

Ta có: $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 8d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}$

Vậy công sai $d = 3$.

Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15, u_{20} = 60$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này là:

A. $S_{10} = -125$.

B. $S_{10} = -250$.

C. $S_{10} = 200$.

D. $S_{10} = -200$.

Lời giải

Chọn A

Gọi u_1, d lần lượt là số hạng đầu và công sai của cấp số cộng.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_5 = -15 \\ u_{20} = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = -15 \\ u_1 + 19d = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -35 \\ d = 5 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S_{10} = \frac{10}{2} \cdot (2u_1 + 9d) = 5 \cdot [2 \cdot (-35) + 9 \cdot 5] = -125$$

- Câu 14.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12, u_{14} = 18$. Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này.
A. $S_{16} = -24$ **B.** $S_{16} = 26$ **C.** $S_{16} = -25$ **D.** $S_{16} = 24$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Gọi } d \text{ là công sai của cấp số cộng. Theo giả thiết, ta có } \begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -21 \\ d = 3 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó, } S_{16} = \frac{(2u_1 + 15d) \cdot 16}{2} = 8(-42 + 45) = 24$$

- Câu 15.** Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của cấp số cộng.
A. $u_1 = 2, d = 4$ **B.** $u_1 = 2, d = 3$ **C.** $u_1 = 2, d = 2$ **D.** $u_1 = 3, d = 2$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } u_5 = 18 \Leftrightarrow u_1 + 4d = 18 \quad (1)$$

$$4S_n = S_{2n} \Leftrightarrow 4 \left[nu_1 + \frac{n(n-1)d}{2} \right] = \left[2nu_1 + \frac{2n(2n-1)d}{2} \right] \Leftrightarrow 4u_1 + 2nd - 2d = 2u_1 + 2nd - d \Leftrightarrow 2u_1 - d = 0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } u_1 = 2, d = 4.$$

- Câu 16.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Tìm số hạng u_{10} .
A. $u_{10} = -2 \cdot 3^9$ **B.** $u_{10} = 25$ **C.** $u_{10} = 28$ **D.** $u_{10} = -29$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } u_{10} = u_1 + 9d = -2 + 9 \cdot 3 = 25$$

- Câu 17.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 11$ và công sai $d = 4$. Hãy tính u_{99} .
A. 401 **B.** 403 **C.** 402 **D.** 404

Lời giải

Chọn B

Ta có : $u_{99} = u_1 + 98d = 11 + 98.4 = 403$.

- Câu 18.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4; u_2 = 1$. Giá trị của u_{10} bằng
A. $u_{10} = 31$. **B.** $u_{10} = -23$. **C.** $u_{10} = -20$. **D.** $u_{10} = 15$.

Lời giải

Chọn

B.

$u_1 = 4; u_2 = 1 \Rightarrow d = -3$. Vậy $u_{10} = u_1 + 9d = 4 + 9.(-3) = -23$.

- Câu 19.** Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = 5$, số hạng thứ tư là
A. $u_4 = 23$. **B.** $u_4 = 18$. **C.** $u_4 = 8$. **D.** $u_4 = 14$.

Lời giải

Chọn

B.

$u_4 = u_1 + 3d = 3 + 5.3 = 18$.

- Câu 20.** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Tính u_5 .
A. 11. **B.** 15. **C.** 12. **D.** 14.

Lời giải

Chọn#A.

Ta có $u_5 = u_1 + 4d = 3 + 4.2 = 11$.

- Câu 21.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 123$, $u_3 - u_{15} = 84$. Số hạng u_{17} bằng
A. 235 . **B.** 11 . **C.** 96000cm^3 . **D.** 81000cm^3 .

Lời giải

Chọn

B.

Giả sử cấp số cộng (u_n) có công sai d .

Theo giả thiết ta có: $u_3 - u_{15} = 84 \Leftrightarrow u_1 + 2d - u_1 - 14d = 84 \Leftrightarrow -12d = 84 \Leftrightarrow d = -7$.

Vậy $u_{17} = u_1 + 16d = 123 + 16.(-7) = 11$.

- Câu 22.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$. Tổng $S_{10} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{10}$ bằng:
A. $S_{10} = 110$. **B.** $S_{10} = 100$. **C.** $S_{10} = 21$. **D.** $S_{10} = 19$.

Lời giải

Chọn

B.

* Áp dụng công thức $S_n = \frac{n(u_n + u_1)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$ ta được:

$$S_{10} = \frac{10[2 + (10-1)2]}{2} = 100$$

- Câu 23.** Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$. Giá trị của u_{15} bằng
A. 27. **B.** 31. **C.** 35. **D.** 29.

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$ suy ra ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} u_1 + d = 3 \\ u_1 + 3d = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}$$

Vậy $u_{15} = u_1 + 14d = 29$.

- Câu 24.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$ và $q = -5$. Viết bốn số hạng đầu tiên của cấp số nhân.
A. -2; 10; 50; -250. **B.** -2; 10; -50; 250.
C. -2; -10; -50; -250. **D.** -2; 10; 50; 250.

Lời giải

$$\begin{cases} u_1 = -2 \\ q = -5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u_1 = -2 \\ u_2 = u_1 q = 10 \\ u_3 = u_2 q = -50 \\ u_4 = u_3 q = 250 \end{cases}$$

- Câu 25.** Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?
A. $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$. **B.** $u_n = \frac{1}{3^n} - 1$. **C.** $u_n = n + \frac{1}{3}$. **D.** $u_n = n^2 - \frac{1}{3}$.

Lời giải

Dãy $u_n = \frac{1}{3^{n-2}} = 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$ là cấp số nhân có
$$\begin{cases} u_1 = 3 \\ q = \frac{1}{3} \end{cases}$$

- Câu 26.** Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?
A. $u_n = 7 - 3n$. **B.** $u_n = 7 - 3^n$. **C.** $u_n = \frac{7}{3n}$. **D.** $u_n = 7 \cdot 3^n$.

Lời giải

Dãy $u_n = 7 \cdot 3^n$ là cấp số nhân có
$$\begin{cases} u_1 = 21 \\ q = 3 \end{cases}$$

- Câu 27.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_2 là:

A. $u_2 = -6$.

B. $u_2 = 6$.

C. $u_2 = 1$.

D. $u_2 = -18$.

Lời giải

Số hạng u_2 là: $u_2 = u_1 \cdot q = -6$

Câu 28. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = \frac{2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $u_5 = -\frac{27}{16}$.

B. $u_5 = -\frac{16}{27}$.

C. $u_5 = \frac{16}{27}$.

D. $u_5 = \frac{27}{16}$.

Lời giải

$$\begin{cases} u_1 = -3 \\ q = \frac{2}{3} \end{cases} \rightarrow u_5 = u_1 q^4 = -3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = -3 \cdot \frac{16}{81} = -\frac{16}{27}.$$

Câu 29. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_n = 81$ và $u_{n+1} = 9$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $q = \frac{1}{9}$.

B. $q = 9$.

C. $q = -9$.

D. $q = -\frac{1}{9}$.

Lời giải

Công bội $q = \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{9}{81} = \frac{1}{9}$.

Câu 30. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 \neq 0$ và $q \neq 0$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $u_7 = u_4 \cdot q^3$.

B. $u_7 = u_4 \cdot q^4$.

C. $u_7 = u_4 \cdot q^5$.

D. $u_7 = u_4 \cdot q^6$.

Lời giải

$$\begin{cases} u_4 = u_1 q^3 \\ u_7 = u_1 q^6 \end{cases} \rightarrow u_7 = (u_1 q^3) \cdot q^3 = u_4 q^3.$$

Câu 31. Cho cấp số nhân $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \dots; \frac{1}{4096}$. Hỏi số $\frac{1}{4096}$ là số hạng thứ mấy trong cấp số nhân đã cho?

A. 11.

B. 12.

C. 10.

D. 13.

Lời giải

Cấp số nhân: $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \dots; \frac{1}{4096} \rightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow u_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2^n}.$

$$u_n = \frac{1}{4096} \Leftrightarrow \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2^{12}} \Leftrightarrow n = 12.$$

Câu 32. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3}{2} \cdot 5^n$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (u_n) không phải là cấp số nhân.

B. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q=5$ và số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$.

C. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q=5$ và số hạng đầu $u_1 = \frac{15}{2}$.

D. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = \frac{5}{2}$ và số hạng đầu $u_1 = 3$.

Lời giải

$u_n = \frac{3}{2} \cdot 5^n$ là cấp số nhân công bội $q=5$ và $u_1 = \frac{15}{2}$.

DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ- GIỎI

Câu 33. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội $q > 1$ với $u_2 = -3$ và $u_1 + u_2 + u_3 = -13$. Số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân đó là:

A. $u_1 = 1, q = 3$.

B. $u_1 = -1, q = -3$.

C. $u_1 = -1, q = 3$.

D. $u_1 = 1, q = -3$.

Giải

Từ giả thiết, ta có:
$$\begin{cases} u_1 \cdot q = -3 \\ u_1 (1 + q + q^2) = -13. \end{cases}$$

Từ đó, suy ra:
$$\frac{1 + q + q^2}{q} = \frac{13}{3} \Leftrightarrow 3q^2 - 10q + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \\ q = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Mà $q > 1$ nên $q = 3$. Thay $q = 3$ vào phương trình $u_1 \cdot q = -3$, ta được $u_1 = -1$.

Vậy cấp số nhân đó có số hạng đầu $u_1 = -1$ và công bội $q = 3$. **Chọn C**

Câu 34. Cho tam giác ABC biết ba góc tam giác lập thành cấp số cộng và

$\sin A + \sin B + \sin C = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}$ tính các góc của tam giác

A. $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

B. $20^\circ, 60^\circ, 100^\circ$

C. $10^\circ, 50^\circ, 120^\circ$

D. $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$

Lời giải

Chọn A

. Từ giả thiết bài toán ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} A+B+C=180^\circ \\ A+C=2B \\ C=5A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C=5A \\ B=3A \\ 9A=180^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=20^\circ \\ B=60^\circ \\ C=100^\circ \end{cases}$$

Ba góc của tam giác: $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

Câu 35. Cho $x^2; \frac{1}{2}; y^2$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{3}xy + y^2$. Tính $S = M + m$

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $x^2; \frac{1}{2}; y^2$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng $x^2 + y^2 = 1$.

Đặt $x = \sin \alpha$, $y = \cos \alpha$.

$$P = \sqrt{3}xy + y^2 = \sqrt{3} \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2\alpha + \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \Leftrightarrow 2P - 1 = \sqrt{3} \sin 2\alpha + \cos 2\alpha$$

Giả sử P là giá trị của biểu thức $\Rightarrow 2P - 1 = \sqrt{3} \sin 2\alpha + \cos 2\alpha$ có nghiệm.

$$\Leftrightarrow (2P - 1)^2 \leq (\sqrt{3})^2 + 1^2 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq P \leq \frac{3}{2}$$

$$M = \frac{3}{2}; m = -\frac{1}{2} \Rightarrow S = 1$$

Vậy

Câu 36. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên k sao cho $C_{14}^k, C_{14}^{k+1}, C_{14}^{k+2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

- A.** 12. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $0 \leq k \leq 12$

$C_{14}^k, C_{14}^{k+1}, C_{14}^{k+2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng ta có

$$C_{14}^k + C_{14}^{k+2} = 2C_{14}^{k+1} \Leftrightarrow \frac{14!}{k!(14-k)!} + \frac{14!}{(k+2)!(12-k)!} = 2 \frac{14!}{(k+1)!(13-k)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(14-k)(13-k)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{2}{(k+1)(13-k)}$$

$$\Leftrightarrow (14-k)(13-k) + (k+1)(k+2) = 2(14-k)(k+2)$$

$$\Leftrightarrow k^2 - 12k + 32 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 4 \text{ (tm)} \\ k = 8 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Có $4 + 8 = 12$.

Câu 37. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc đoạn $[0; 2018]$ sao cho ba số

$$5^{x+1} + 5^{1-x}; \frac{a}{2}; 25^x + 25^{-x},$$

theo thứ tự đó, lập thành một cấp số cộng?

A. 2008.

B. 2006.

C. 2018.

D. 2007.

Lời giải

Chọn

D.

Ba số $5^{x+1} + 5^{1-x}; \frac{a}{2}; 25^x + 25^{-x}$, theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi

$$a = (5^{x+1} + 5^{1-x}) + (25^x + 25^{-x}) \geq 2\sqrt{5^{x+1} \cdot 5^{1-x}} + 2\sqrt{25^x \cdot 25^{-x}} = 12.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} 5^{x+1} = 5^{1-x} \\ 25^x = 25^{-x} \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$$

Như vậy nếu xét $a \in [0; 2018]$ thì ta nhận $a \in [12; 2018]$. Có 2007 số a thỏa đề

Câu 38. Chu vi một đa giác là $158cm$, số đo các cạnh của nó lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 3cm$. Biết cạnh lớn nhất là $44cm$. Số cạnh của đa giác đó là?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn B

Giả sử đa giác đã cho có n cạnh thì chu vi của đa giác là: $S_n = \frac{(u_1 + u_n)n}{2}$ với u_1 là cạnh nhỏ nhất.

$$\text{Suy ra: } 158 = \frac{(u_1 + 44)n}{2} \Leftrightarrow 316 = (u_1 + 44)n \Leftrightarrow 2^2 \cdot 79 = (u_1 + 44)n$$

Do đó $u_1 + 44$ là ước nguyên dương của $316 = 2^2 \cdot 79$ và đa giác có ít nhất ba cạnh nên

$$\frac{316}{3} > u_1 + 44 > 44. \text{ Suyra: } u_1 + 44 = 79 \Leftrightarrow u_1 = 35.$$

$$\text{Số cạnh của đa giác đã cho là: } \frac{44 - 35}{3} + 1 = 4 \text{ (cạnh).}$$

Câu 39. Cho hai cấp số cộng $(x_n): 4, 7, 10, \dots$ và $(y_n): 1, 6, 11, \dots$. Hỏi trong 2018 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số có bao nhiêu số hạng chung?

A. 404.

B. 673.

C. 403.

D. 672.

Lời giải

Chọn C

Số hạng tổng quát của cấp số cộng (x_n) là: $x_n = 4 + (n - 1).3 = 3n + 1$.

Số hạng tổng quát của cấp số cộng (y_n) là: $y_m = 1 + (m - 1).5 = 5m - 4$.

Giả sử k là 1 số hạng chung của hai cấp số cộng trong 2018 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số.

Vì k là 1 số hạng của cấp số cộng (x_n) nên $k = 3i + 1$ với $1 \leq i \leq 2018$ và $i \in \mathbb{N}^*$.

Vì k là 1 số hạng của cấp số cộng (y_n) nên $k = 5j - 4$ với $1 \leq j \leq 2018$ và $j \in \mathbb{N}^*$.

Do đó $3i + 1 = 5j - 4 \Rightarrow 3i = 5j - 5 \Rightarrow i : 5 \Rightarrow i \in \{5; 10; 15; \dots; 2015\} \Rightarrow$ có 403 số hạng chung.

- Câu 40.** Cho một dãy số có các số hạng đầu tiên là 1, 8, 22, 43,... Hiệu của hai số hạng liên tiếp của dãy số đó lập thành một cấp số cộng: 7, 14, 21,..., 7n. số 35351 là số hạng thứ mấy của cấp số đã cho?
A. 99. **B.** 101. **C.** 100. **D.** 102.

Lời giải

Chọn B

Theo đầu bài ta có:

$$\begin{cases} u_2 - u_1 = 7 \\ u_3 - u_2 = 14 \\ u_4 - u_3 = 21 \\ \dots\dots\dots \\ u_n - u_{n-1} = 7(n-1) \end{cases}$$

Cộng các vế của các phương trình của hệ ta được:

$$\Leftrightarrow u_n - u_1 = 7 + 14 + 21 + \dots + 7(n-1) = 7 \frac{n(n-1)}{2} \quad (1)$$

$$\text{Đặt: } u_n = 35351 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow 35351 - 1 = 7 \frac{n(n-1)}{2} \Leftrightarrow n^2 - n - 10100 = 0 \rightarrow n = 101$$

Do đó: 35351 là số hạng thứ 101 của dãy số.

- Câu 41.** Sinh nhật lần thứ 17 của An vào ngày 01 tháng 5 năm 2018. Bạn An muốn mua một chiếc máy ảnh giá 3850000 đồng để làm quà sinh nhật cho chính mình nên An quyết định bỏ ống heo 1000 đồng vào ngày 01 tháng 02 năm 2018. Trong các ngày tiếp theo, ngày sau bỏ ống nhiều hơn ngày trước 1000 đồng. Hỏi đến ngày sinh nhật của mình, An có bao nhiêu tiền (tính đến ngày 30 tháng 4 năm 2018)?
A. 4095000 đồng. **B.** 89000 đồng. **C.** 4005000 đồng. **D.** 3960000 đồng.

Lời giải

Chọn C

* Số tiền bỏ heo của An mỗi ngày tạo thành một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 1000$ công sai $d = 1000$

* Tổng số tiền bỏ heo tính đến ngày thứ n là:

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$$

* Tính đến ngày 30 tháng 4 năm 2018 (tính đến ngày thứ 89) tổng số tiền bỏ heo là:

$$S_{89} = \frac{89[2.1000 + (89-1).1000]}{2} = 45.89.1000 = 4005000$$

đồng.

Câu 42. Người ta trồng 3003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Số hàng cây được trồng là

A. 77.

B. 79.

C. 76.

D. 78.

Lời giải

Chọn A

Gọi số cây ở hàng thứ n là u_n .

Ta có: $u_1 = 1$, $u_2 = 2$, $u_3 = 3$, ... và $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = 3003$.

Nhận xét dãy số (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 1$, công sai $d = 1$.

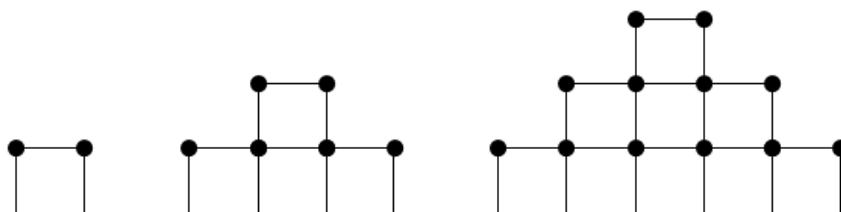
Khi đó
$$S = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = 3003.$$

Suy ra
$$\frac{n[2.1 + (n-1)1]}{2} = 3003 \Leftrightarrow n(n+1) = 6006 \Leftrightarrow n^2 + n - 6006 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 77 \\ n = -78 \end{cases} \Leftrightarrow n = 77$$

(vì $n \in \mathbb{N}$).

Vậy số hàng cây được trồng là 77.

Câu 43. Một em học sinh dùng các que diêm để xếp thành hình tháp có quy luật được thể hiện như trong hình sau:



1 tầng

2 tầng

3 tầng

Hỏi cần bao nhiêu que diêm để xếp thành hình tháp có 10 tầng?

A. 69.

B. 39.

C. 420.

D. 210.

Lời giải

Chọn

D.

Ta có: Số que diêm để xếp được tầng đế của tháp là một cấp số cộng với $u_1 = 3; d = 4$.

Suy ra số que diêm để xếp được tầng đế của tháp 10 tầng là $u_{10} = u_1 + 9d = 39$.

Từ đó số que diêm để xếp được hình tháp 10 tầng là $S_{10} = u_1 + u_2 + \dots + u_{10} = \frac{10(3+39)}{2} = 210$.

- Câu 44.** Sinh nhật bạn của An vào ngày 01 tháng năm. An muốn mua một món quà sinh nhật cho bạn nên quyết định bỏ ống heo 100 đồng vào ngày 01 tháng 01 năm 2016, sau đó cứ liên tục ngày sau hơn ngày trước 100 đồng. Hỏi đến ngày sinh nhật của bạn, An đã tích lũy được bao nhiêu tiền? (thời gian bỏ ống heo tính từ ngày 01 tháng 01 năm 2016 đến ngày 30 tháng 4 năm 2016).
A. 738.100 đồng. B. 726.000 đồng. C. 714.000 đồng. D. 750.300 đồng.

Lời giải

Số ngày bạn An để dành tiền (thời gian bỏ ống heo tính từ ngày 01 tháng 01 năm 2016 đến ngày 30 tháng 4 năm 2016) là $31 + 29 + 31 + 30 = 121$ ngày.

Số tiền bỏ ống heo ngày đầu tiên là: $u_1 = 100$.

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ hai là: $u_2 = 100 + 1.100$.

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ ba là: $u_3 = 100 + 2.100$.

...

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ n là: $u_n = u_1 + (n-1)d = 100 + (n-1)100 = 100n$.

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ 121 là: $u_{121} = 100.121 = 12100$.

Sau 121 ngày thì số tiền An tích lũy được là tổng của 121 số hạng đầu của cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 100$, công sai $d = 100$.

Vậy số tiền An tích lũy được là $S_{121} = \frac{121}{2}(u_1 + u_{121}) = \frac{121}{2}(100 + 12100) = 738100$ đồng.

- Câu 45.** Trong sân vận động có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liên sau nhiều hơn dãy trước 4 ghế, hỏi sân vận động đó có tất cả bao nhiêu ghế?
A. 2250. B. 1740. C. 4380. D. 2190.

Lời giải

Gọi $u_1, u_2, \dots, u_{30}$ lần lượt là số ghế của dãy ghế thứ nhất, dãy ghế thứ hai, ... và dãy ghế số ba mươi.

Ta có công thức truy hồi ta có $u_n = u_{n-1} + 4$ ($n = 2, 3, \dots, 30$).

Ký hiệu: $S_{30} = u_1 + u_2 + \dots + u_{30}$, theo công thức tổng các số hạng của một cấp số cộng, ta được:

$$S_{30} = \frac{30}{2}(2u_1 + (30 - 1)4) = 15(2.15 + 29.4) = 2190$$

Câu 46. Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ hai giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5.000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50m mới có nước. Hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

A. 4.000.000 đồng. **B.** 10.125.000 đồng. **C.** 52.500.000 đồng. **D.** 52.500.000 đồng.

Lời giải

Chọn B

* Áp dụng công thức tính tổng của n số hạng đầu của cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 80.000$, công sai $d = 5.000$ ta được số tiền phải trả khi khoan đến mét thứ n là

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n - 1)d]}{2}$$

* Khi khoan đến mét thứ 50, số tiền phải trả là

$$S_{50} = \frac{50[2.80000 + (50 - 1).5000]}{2} = 10.125.000 \text{ đồng.}$$

Câu 47. Trong hội chợ tết Mậu Tuất 2018, một công ty sữa muốn xếp 900 hộp sữa theo số lượng 1, 3, 5, ... từ trên xuống dưới (số hộp sữa trên mỗi hàng xếp từ trên xuống là các số lẻ liên tiếp - mô hình như hình bên). Hàng dưới cùng có bao nhiêu hộp sữa?



A. 59. **B.** 30. **C.** 61. **D.** 57.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: p dụng công thức tính tổng n số hạng liên tiếp của CSC:

$$S_n = \frac{n}{2}[2u_1 + (n - 1)d] \Leftrightarrow 900 = \frac{n}{2}[2.1 + (n - 1).2] \Leftrightarrow n^2 = 900 \Rightarrow n = 30.$$

$$\text{Vậy } u_{30} = 1 + 29 \cdot 2 = 59.$$

Cách 2: Áp dụng công thức $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$, suy ra $n = 30$.

$$\text{Vậy } 2n - 1 = 59.$$

- Câu 48.** Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây....Số hàng cây trong khu vườn là
- A.** 31 . **B.** 30 . **C.** 29 . **D.** 28 .

Lời giải

Chọn B

Cách trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như trên lập thành một cấp số cộng (u_n) với số u_n là số cây ở hàng thứ n và $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

$$\text{Tổng số cây trồng được là: } S_n = 465 \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 465 \Leftrightarrow n^2 + n - 930 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 30 \\ n = -31(l) \end{cases}$$

Như vậy số hàng cây trong khu vườn là 30 .

- Câu 49.** Hùng đang tiết kiệm để mua một cây guitar. Trong tuần đầu tiên, anh ta để dành 42 đô la, và trong mỗi tuần tiếp theo, anh ta đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Cây guitar Hùng cần mua có giá 400 đô la. Hỏi vào tuần thứ bao nhiêu thì anh ấy có đủ tiền để mua cây guitar đó?
- A.** 47 . **B.** 45 . **C.** 44 . **D.** 46 .

Lời giải

Sau tuần đầu, Hùng cần thêm 358 đô la. Như vậy Hùng cần thêm $358 : 8 = 44,75$ tuần.

Vậy đến tuần thứ 46 Hùng đủ tiền.

- Câu 50.** Một công ti trách nhiệm hữu hạn thực hiện việc trả lương cho các kĩ sư theo phương thức sau: Mức lương của quý làm việc đầu tiên cho công ti là $4,5$ triệu đồng/quý, và kể từ quý làm việc thứ hai, mức lương sẽ được tăng thêm $0,3$ triệu đồng mỗi quý. Hãy tính tổng số tiền lương một kĩ sư nhận được sau 3 năm làm việc cho công ti.
- A.** $83,7$ (triệu đồng). **B.** $78,3$ (triệu đồng). **C.** $73,8$ (triệu đồng). **D.** $87,3$ (triệu đồng).

Lời giải

Ta có 3 năm bằng 12 quý.

Gọi $u_1, u_2, \dots, u_{12}$ là tiền lương kĩ sư đó trong các quý (từ quý 1 đến quý 12).

Suy ra (u_n) là cấp số cộng với công sai $4,5$.

Vậy số tiền lương kĩ sư nhận được là

$$S_{12} = n \frac{2u_1 + (n-1)d}{2} = 12 \frac{2 \times 4,5 + 11 \times 0,3}{2} = 73,8 \quad (\text{triệu đồng}).$$

- Câu 51.** Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây....Số hàng cây trong khu vườn là
- A.** 31 . **B.** 30 . **C.** 29 . **D.** 28 .

Lời giải

Cách trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như trên lập thành một cấp số cộng (u_n) với số u_n là số cây ở hàng thứ n và $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

$$\text{Tổng số cây trồng được là: } S_n = 465 \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 465 \Leftrightarrow n^2 + n - 930 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 30 \\ n = -31(l) \end{cases}$$

Như vậy số hàng cây trong khu vườn là 30.

- Câu 52.** Người ta trồng 1275 cây theo hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ 2 có 2 cây, hàng thứ 3 có 3 cây, hàng thứ k có k cây ($k \geq 1$). Hỏi có bao nhiêu hàng?
A. 51. **B.** 52. **C.** 53. **D.** 50.

Lời giải

Chọn D

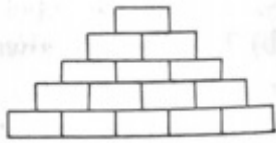
Đặt u_k là hàng thứ k

Ta có :
$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_k = 1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$$

Theo giả thiết ta có :
$$\frac{k(k+1)}{2} = 1275 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 50 \\ k = -51 < 0 \end{cases}$$

Vậy $k = 50$ nên có 50 hàng.

- Câu 53.** Bà chủ quán trà sữa X muốn trang trí quán cho đẹp nên quyết định thuê nhân công xây một bức tường bằng gạch với xi măng (như hình vẽ bên dưới), biết hàng dưới cùng có 500 viên, mỗi hàng tiếp theo đều có ít hơn hàng trước 1 viên và hàng trên cùng có 1 viên. Hỏi số gạch cần dùng để hoàn thành bức tường trên là bao nhiêu viên?



- A.** 25250. **B.** 250500. **C.** 12550. **D.** 125250.

Lời giải

Chọn D

Ta có số gạch ở mỗi hàng là các số hạng của 1 cấp số cộng: 500, 499, 498, ..., 2, 1.

$\Rightarrow$ Tổng số gạch cần dùng là tổng của cấp số cộng trên, bằng

$$S_{500} = \frac{500(500+1)}{2} = 250.501 = 125250 \quad (\text{viên})$$

- Câu 54.** Người ta trồng 3240 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, kể từ hàng thứ hai trở đi số cây trồng mỗi hàng nhiều hơn 1 cây so với hàng liền trước nó. Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?
A. 81. **B.** 82. **C.** 80. **D.** 79.

Lời giải

Chọn C

Giả sử trồng được n hàng cây ($n \geq 1, n \in \mathbb{N}$).

Số cây ở mỗi hàng lập thành cấp số cộng có $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

Theo giả thiết:

$$S_n = 3240 \Leftrightarrow \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] = 3240 \Leftrightarrow n(n+1) = 6480 \Leftrightarrow n^2 + n - 6480 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 80 \\ n = -81 \end{cases}$$

So với điều kiện, suy ra: $n = 80$.

Vậy có tất cả 80 hàng cây.

- Câu 55.** Tìm m để phương trình: $x^3 + 2x^2 + (m+1)x + 2(m+1) = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số nhân?
- A.** $m = 3$ **B.** $m < -1$ **C.** $m \neq -5$ **D.** Không tồn tại m .

Lời giải:

Chọn D

Phương trình $x^3 + 2x^2 + (m+1)x + 2(m+1) = 0$ tương đương với $(x+2)(x^2 + m+1) = 0$

Nghiệm là $x = -2$ hoặc $x^2 = -m-1$

Để phương trình có 3 nghiệm thì: $\begin{cases} m < -1 \\ m \neq -5 \end{cases}$. Khi đó hệ có 3 nghiệm là: $x = -2, x = \pm\sqrt{-m-1}$

Xét hai trường hợp:

TH1: $-5 < m < -1$ thì 3 nghiệm theo thứ tự là: $-2, -\sqrt{-m-1}; \sqrt{-m-1}$

Để lập thành cấp số nhân thì trường hợp này không xảy ra

TH2: $m < -5$ thì 3 nghiệm theo thứ tự là: $-\sqrt{-m-1}; -2; \sqrt{-m-1}$

Để lập thành cấp số nhân thì: $4 = -(-m-1) \Leftrightarrow m = 3$ (loại)

Vậy: Không có giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- Câu 56.** Cho cấp số nhân (u_n) có tổng của hai số hạng đầu tiên bằng 4 , tổng của ba số hạng đầu tiên bằng 13 . Tính tổng của năm số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho, biết công bội của cấp số nhân là một số dương.

- A.** $S_5 = \frac{181}{16}$. **B.** $S_5 = 141$. **C.** $S_5 = 121$. **D.** $S_5 = \frac{35}{16}$.

Lời giải

$$\begin{cases} 4 = S_2 = u_1 + u_2 = u_1(1+q) \\ 13 = S_3 = u_1(1+q+q^2) \end{cases} \Leftrightarrow 4(1+q+q^2) = 13(1+q) \Leftrightarrow q = 3 \ (q > 0) \Rightarrow u_1 = 1.$$

Khi đó

$$S_5 = u_1 \cdot \frac{1-q^5}{1-q} = 1 \cdot \frac{1-3^5}{1-3} = 121$$

Câu 57. Một cấp số nhân có số hạng thứ bảy bằng $\frac{1}{2}$, công bội bằng $\frac{1}{4}$. Hỏi số hạng đầu tiên của cấp số nhân bằng bao nhiêu?

A. 4096.

B. 2048.

C. 1024.

D. $\frac{1}{512}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} q = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} = u_7 = u_1 q^6 = \frac{u_1}{4^6} \end{cases} \Rightarrow u_1 = \frac{4^6}{2} = 2048$$

Câu 58. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 1; n \geq 2 \end{cases}$. Tổng $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{20}$ bằng

A. $2^{20} - 20$.

B. $2^{21} - 22$.

C. 2^{20} .

D. $2^{21} - 20$.

Lời giải

$$u_n = 2u_{n-1} + 1 \Leftrightarrow u_n + 1 = 2(u_{n-1} + 1)$$

Đặt $v_n = u_n + 1$, ta có $v_n = 2v_{n-1}$ trong đó $v_1 = 2$

Vậy (v_n) là cấp số nhân có số hạng đầu $v_1 = 2$ và công bội bằng 2, nên số hạng tổng quát

$$v_n = 2^n \Rightarrow u_n = v_n - 1 = 2^n - 1$$

$$\Rightarrow S = u_1 + u_2 + \dots + u_{20} = (2^1 - 1) + (2^2 - 1) + \dots + (2^{20} - 1) = (2^1 + 2^2 + \dots + 2^{20}) - 20$$

$$S = 2 \cdot (2^{20} - 1) - 20 = 2^{21} - 22.$$

Câu 59. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội $q > 1$ và $\begin{cases} u_1 + u_3 = 3 \\ u_1^2 + u_3^2 = 5 \end{cases}$. Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân là:

A. $S_{10} = \frac{31(2 + \sqrt{2})}{16}$

B. $S_{10} = 31(1 - \sqrt{2})$

C. $S_{10} = 31(\sqrt{2} + 1)$

D. $S_{10} = 31(\sqrt{2} - 1)$

Lời giải:

Chọn C

Gọi công bội của cấp số nhân (u_n) là q

$$\begin{cases} u_1 + u_3 = 3 \\ u_1^2 + u_3^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_3 = 3 \\ (u_1 + u_3)^2 - 2u_1 u_3 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_3 = 3 \\ u_1 u_3 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_3 = 1 \\ u_1 = 1 \\ u_3 = 2 \end{cases}$$

$$\text{TH1.} \quad \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_3 = 2 \end{cases} \Rightarrow q^2 = \frac{u_3}{u_1} = 2 \Rightarrow \begin{cases} q = \sqrt{2} \\ q = -\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{Nếu } q = \sqrt{2} \text{ thì } S_{10} = \frac{u_1(1 - q^{10})}{1 - q} = \frac{1(1 - 2^5)}{1 - \sqrt{2}} = 31(\sqrt{2} + 1)$$

$$\text{Nếu } q = -\sqrt{2} \text{ thì } S_{10} = \frac{u_1(1 - q^{10})}{1 - q} = \frac{1(1 - 2^5)}{1 + \sqrt{2}} = 31(1 - \sqrt{2})$$

$$\text{TH 2.} \quad \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_3 = 1 \end{cases} \Rightarrow q^2 = \frac{u_3}{u_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ q = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\text{Nếu } q = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ thì } S_{10} = \frac{u_1(1 - q^{10})}{1 - q} = \frac{2(1 - \frac{1}{2^5})}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{31(2 + \sqrt{2})}{16}$$

$$\text{Nếu } q = -\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ thì } S_{10} = \frac{u_1(1 - q^{10})}{1 - q} = \frac{2(1 - \frac{1}{2^5})}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{31(2 - \sqrt{2})}{16}$$

- Câu 60.** Bạn A thả quả bóng cao su từ độ cao 10 m theo phương thẳng đứng. Mỗi khi chạm đất nó lại nảy lên theo phương thẳng đứng có độ cao bằng $\frac{3}{4}$ độ cao trước đó. Tính tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn.
- A.** 40 m . **B.** 70 m . **C.** 50 m . **D.** 80 m .

Lời giải

Các quãng đường khi bóng đi xuống tạo thành một cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1 = 10$ và $q = \frac{3}{4}$.

$$\text{Tổng các quãng đường khi bóng đi xuống là } S = \frac{u_1}{1 - q} = \frac{10}{1 - \frac{3}{4}} = 40.$$

Tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn $2S - 10 = 70\text{ (m)}$.

- Câu 61.** Ngày mùng $3/03/2015$ anh A vay ngân hàng 50 triệu đồng với lãi suất kép là $0,6\% /$ tháng theo thể thức như sau: đúng ngày mùng 3 hàng tháng kể từ một tháng sau khi vay, ngân hàng sẽ tính số tiền nợ của anh bằng số tiền nợ tháng trước cộng với tiền lãi của số tiền nợ đó. Sau khi vay anh A trả nợ như sau: đúng ngày mùng 3 hàng tháng kể từ một tháng sau khi vay anh A đều đến trả ngân hàng 3 triệu đồng. Tính số tháng mà anh A trả được hết nợ ngân hàng, kể từ một tháng sau khi vay. Biết rằng lãi suất không đổi trong suốt quá trình vay.

A. 15 tháng.

B. 19 tháng.

C. 16 tháng.

D. 18 tháng.

Lời giải

Gọi số tiền vay ban đầu là N , lãi suất là x , n là số tháng phải trả, A là số tiền trả vào hàng tháng để sau n tháng là hết nợ.

Ta có

Số tiền gốc cuối tháng 1: $N + Nx - A = N(x+1) - A$

Cuối tháng 2: $[N(x+1) - A] + [N(x+1) - A]x - A = N(x+1)^2 - A[(x+1)+1]$

Cuối tháng 3: $[N(x+1)^2 - A[(x+1)+1]](1+x) - A = N(x+1)^3 - A[(x+1)^2 + (x+1)+1]$

.....

Cuối tháng n : $N(x+1)^n - A[(x+1)^{n-1} + (x+1)^{n-2} + \dots + (x+1)+1]$

Trả hết nợ thì sau n tháng, số tiền sẽ bằng 0.

$$\Leftrightarrow N(x+1)^n - A[(x+1)^{n-1} + (x+1)^{n-2} + \dots + (x+1)+1] = 0$$

$$\Leftrightarrow N(x+1)^n = A[(x+1)^{n-1} + (x+1)^{n-2} + \dots + (x+1)+1]$$

Đặt $y = x+1 = 1,006$ ta được:

$$N.y^n = A(y^{n-1} + y^{n-2} + \dots + y + 1) \Leftrightarrow N.y^n = A \cdot \frac{1(1-y^n)}{1-y} \Leftrightarrow N.x.y^n = A.(y^n - 1)$$

$$\Leftrightarrow 50 \cdot \frac{0,6}{100} . y^n = 3.(y^n - 1) \Leftrightarrow y^n = \frac{10}{9} \Leftrightarrow n = \log_y \frac{10}{9} \Rightarrow n = 18$$

Câu 62. Trong năm đầu tiên đi làm, anh A được nhận lương là 10 triệu đồng mỗi tháng. Cứ hết một năm, anh A lại được tăng lương, mỗi tháng năm sau tăng 12% so với mỗi tháng năm trước. Mỗi khi lĩnh lương anh A đều cất đi phần lương tăng so với năm ngay trước để tiết kiệm mua ô tô. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì anh A mua được ô tô giá 500 triệu biết rằng anh A được gia đình hỗ trợ 32% giá trị chiếc xe?

A. 11.

B. 12.

C. 13.

D. 10.

Lời giải

Số tiền anh A cần tiết kiệm là $500 - 500 \cdot 0,32 = 330$ (triệu).

Gọi số tiền mà anh A nhận được ở mỗi tháng trong năm đầu tiên là $u_1 = 10$ (triệu).

Thì số tiền mà anh A nhận được ở mỗi tháng trong năm thứ hai là

$$u_2 = u_1 \cdot (1 + 0,12) = u_1 \cdot 1,12 \text{ (triệu).}$$

Số tiền mà anh A nhận được ở mỗi tháng trong năm thứ ba là

$$u_3 = u_1 \cdot (1 + 0,12)^2 = u_1 \cdot (1,12)^2 \text{ (triệu).}$$

...

Số tiền mà anh A nhận được ở mỗi tháng trong năm thứ n là

$$u_n = u_1 \cdot (1 + 0,12)^{n-1} = u_1 \cdot (1,12)^{n-1} \text{ (triệu).}$$

Vậy số tiền mà anh A tiết kiệm được sau n năm là $12.(u_2 - u_1 + u_3 - u_2 + \dots + u_{n-1} - u_{n-2} + u_n - u_{n-1}) = 12.(u_n - u_1) = 12.[u_1.(1,12)^{n-1} - u_1]$.

$$\text{Cho } 12.[u_1.(1,12)^{n-1} - u_1] = 340 \Leftrightarrow (1,12)^{n-1} = \frac{23}{6} \Leftrightarrow n = \log_{1,12} \frac{23}{6} + 1 \Rightarrow n = 13.$$

Vậy sau ít nhất 13 năm thì anh A sẽ tiết kiệm đủ tiền để mua ô tô.

Câu 63. Trên một bàn cờ vua kích thước 8×8 người ta đặt số hạt thóc theo cách như sau. Ô thứ nhất đặt một hạt thóc, ô thứ hai đặt hai hạt thóc, các ô tiếp theo đặt số hạt thóc gấp đôi ô đứng liền kề trước nó. Hỏi phải tối thiểu từ ô thứ bao nhiêu để tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô đó lớn hơn 20172018 hạt thóc.

A. 26

B. 23

C. 24

D. 25

Lời giải

Số thóc ở ô sau gấp đôi ở ô trước, đặt u_n là số thóc ở ô thứ n thì số thóc ở mỗi ô sẽ lập thành một

$$\text{cấp số nhân: } \begin{cases} u_1 = 1 = 2^0 \\ u_{n+1} = 2u_n = 2^n \end{cases}$$

Khi đó tổng số thóc từ ô đầu tới ô thứ k là $S_k = u_1 + u_2 + \dots + u_k = 1 + 2^1 + \dots + 2^{k-1}$

$$\text{Vậy } S_k = \frac{2^k - 1}{2 - 1} = 2^k - 1$$

Theo đề ta có: $2^k - 1 > 20172018 \Leftrightarrow 2^k > 20172019 \Leftrightarrow k > \log_2 20172019$

Vậy phải lấy tối thiểu từ ô thứ 25

Câu 64. Một du khách vào chuồng đua ngựa đặt cược, lần đầu đặt 20000 đồng, mỗi lần sau tiền đặt gấp đôi lần tiền đặt cọc trước. Người đó thua 9 lần liên tiếp và thắng ở lần thứ 10. Hỏi du khách trên thắng hay thua bao nhiêu?

A. Hòa vốn.

B. Thua 20000 đồng.

C. Thắng 20000 đồng.

D. Thua 40000 đồng.

Lời giải

Số tiền du khách đặt trong mỗi lần (kể từ lần đầu) là một cấp số nhân có $u_1 = 20\,000$ và công bội $q = 2$.

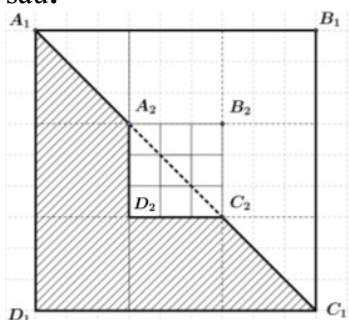
Du khách thua trong 9 lần đầu tiên nên tổng số tiền thua là:

$$S_9 = u_1 + u_2 + \dots + u_9 = \frac{u_1(1 - p^9)}{1 - p} = 10220000$$

Số tiền mà du khách thắng trong lần thứ 10 là $u_{10} = u_1 \cdot p^9 = 10240000$

Ta có $u_{10} - S_9 = 20\,000 > 0$ nên du khách thắng 20 000.

Câu 65. Với hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ bên, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



Bước 1: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Bước 2: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

Bước 3: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99%.

A. 9 bước.

B. 4 bước.

C. 8 bước.

D. 7 bước.

Lời giải

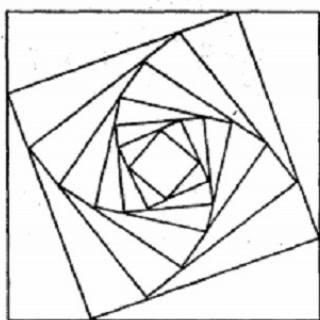
Gọi diện tích được tô màu ở mỗi bước là u_n , $n \in \mathbb{N}^*$. Dễ thấy dãy các giá trị u_n là một cấp số nhân

với số hạng đầu $u_1 = \frac{4}{9}$ và công bội $q = \frac{1}{9}$.

Gọi S_k là tổng của k số hạng đầu trong cấp số nhân đang xét thì $S_k = \frac{u_1(q^k - 1)}{q - 1}$.

Để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99% thì $\frac{u_1(q^k - 1)}{q - 1} \geq 0,4999 \Leftrightarrow k \geq 3,8$.
Vậy cần ít nhất 4 bước.

Câu 66. Cho hình vuông (C_1) có cạnh bằng a . Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông (C_2) (Hình vẽ).



Từ hình vuông (C_2) lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$. Gọi S_i là diện tích của hình vuông $C_i (i \in \{1, 2, 3, \dots\})$. Đặt $T = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$. Biết $T = \frac{32}{3}$, tính a ?

- A.** 2. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Cạnh của hình vuông (C_2) là: $a_2 = \sqrt{\left(\frac{3}{4}a\right)^2 + \left(\frac{1}{4}a\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{4}$. Do đó diện tích $S_2 = \frac{5}{8}a^2 = \frac{5}{8}S_1$.

Cạnh của hình vuông (C_3) là: $a_3 = \sqrt{\left(\frac{3}{4}a_2\right)^2 + \left(\frac{1}{4}a_2\right)^2} = \frac{a_2\sqrt{10}}{4} = a\left(\frac{\sqrt{10}}{4}\right)^2$. Do đó diện tích

$S_3 = \left(\frac{5}{8}\right)^2 a^2 = \frac{5}{8}S_2$. Lý luận tương tự ta có các $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$ tạo thành một dãy cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1 = S_1$ và công bội $q = \frac{5}{8}$.

$T = \frac{S_1}{1 - q} = \frac{8a^2}{3}$. Với $T = \frac{32}{3}$ ta có $a^2 = 4 \Leftrightarrow a = 2$.

Câu 67. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (có diện tích là $12\,288\,m^2$). Tính diện tích mặt trên cùng.

- A.** $6\,m^2$. **B.** $8\,m^2$. **C.** $10\,m^2$. **D.** $12\,m^2$.

Lời giải

Diện tích bề mặt của mỗi tầng (kể từ 1) lập thành một cấp số nhân có công bội $q = \frac{1}{2}$ và $u_1 = \frac{12\,288}{2} = 6\,144$. Khi đó diện tích mặt trên cùng là

$$u_{11} = u_1 q^{10} = \frac{6\,144}{2^{10}} = 6.$$

Câu 68. Ba số phân biệt có tổng là 2^{17} có thể coi là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, cũng có thể coi là số hạng thứ 2, thứ 9, thứ 44 của một cấp số cộng. Hỏi phải lấy bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng này để tổng của chúng bằng 820 ?

- A.** 20. **B.** 42. **C.** 21. **D.** 17.

Lời giải

Gọi ba số đó là x, y, z . Do ba số là các số hạng thứ 2, thứ 9 và thứ 44 của một cấp số cộng nên ta có: $x; y = x + 7d; z = x + 42d$ (với d là công sai của cấp số cộng).

Theo giả thiết, ta có: $x + y + z = x + x + 7d + x + 42d = 3x + 49d = 217$.

Mặt khác, do x, y, z là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân nên:

$$y^2 = xz \Leftrightarrow (x + 7d)^2 = x(x + 42d) \Leftrightarrow d(-4x + 7d) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ -4x + 7d = 0 \end{cases}$$

Với $d = 0$, ta có: $x = y = z = \frac{217}{3}$. Suy ra $n = 820 : \frac{217}{3} = \frac{2460}{217} \notin \mathbb{N}$.

Với $-4x + 7d = 0$, ta có: $\begin{cases} -4x + 7d = 0 \\ 3x + 49d = 217 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ d = 4 \end{cases}$. Suy ra $u_1 = 7 - 4 = 3$.

$$\text{Do đó, } S_n = 820 \Leftrightarrow \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2} = 820 \Leftrightarrow \frac{[2 \cdot 3 + 4(n-1)]n}{2} = 820 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 20 \\ n = -\frac{41}{2} \end{cases}$$

Vậy $n = 20$.

Câu 69. Một loại vi khuẩn sau mỗi phút số lượng tăng gấp đôi biết rằng sau 5 phút người ta đếm được có 64000 con hỏi sau bao nhiêu phút thì có được 2048000 con.

A. 10.

B. 11.

C. 26.

D. 50.

Lời giải

Số lượng vi khuẩn tăng lên là cấp số nhân (u_n) với công bội $q = 2$.

Ta có:

$$u_6 = 64000 \Rightarrow u_1 \cdot q^5 = 64000 \Rightarrow u_1 = 2000$$

Sau n phút thì số lượng vi khuẩn là u_{n+1} .

$$u_{n+1} = 2048000 \Rightarrow u_1 \cdot q^n = 2048000 \Rightarrow 2000 \cdot 2^n = 2048000 \Rightarrow n = 10$$

Vậy sau 10 phút thì có được 2048000 con.

Câu 70. Đầu mùa thu hoạch xoài, một bác nông dân đã bán cho người thứ nhất, nửa số xoài thu hoạch được và nửa quả, bán cho người thứ hai nửa số còn lại và nửa quả, bán cho người thứ ba nửa số xoài còn lại và nửa quả v.v. Đến lượt người thứ bảy bác cũng bán nửa số xoài còn lại và nửa quả thì không còn quả nào nữa. Hỏi bác nông dân đã thu hoạch được bao nhiêu quả xoài đầu mùa?

A. 125.

B. 126.

C. 127.

D. 128.

Lời giải:

Chọn C

Gọi x là số quả Xoài thu hoạch được đầu mùa của người nông dân.

Người khách hàng thứ nhất đã mua: $\frac{x}{2} + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{2}$ quả; người thứ 2 mua: $\frac{1}{2}(x - \frac{x+1}{2}) + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{2^2}$ quả; người khách hàng thứ 3 mua:

$\frac{1}{2}(x - \frac{x+1}{2} - \frac{x+1}{2^2}) + \frac{1}{2} = \frac{x+1}{2^3}$ quả; và người khách hàng thứ 7 mua: $\frac{x+1}{2^7}$ quả. Ta có phương trình:

$$\frac{x+1}{2} + \frac{x+1}{2^2} + \dots + \frac{x+1}{2^7} = x$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^7}) = x \quad (*)$$

Tính tổng các số hạng của cấp số nhân trong ngoặc ta được:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^7} = \frac{1}{2} \frac{1 - \frac{1}{2^7}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{127}{128}$$

$$\text{Do đó phương trình } (*) \Leftrightarrow (x+1) \frac{127}{128} = x \Leftrightarrow x = 127$$

Vậy bác nông dân đã thu hoạch được 127 quả Xoài đầu mùa.

- Câu 71.** Qua điều tra chăn nuôi bò ở huyện X cho thấy ở đây trong nhiều năm qua, tỉ lệ tăng đàn hàng năm là 2%. Tính xem, sau một kế hoạch 3 năm, với số lượng đàn bò thống kê được ở huyện này vào ngày 1/1/2017 là 18.000 con, thì với tỉ lệ tăng đàn trên đây, đàn bò sẽ đạt tới bao nhiêu con?
A. 18.360. **B.** 18.727. **C.** 19.102. **D.** 19.101.

Lời giải:

Chọn C

Thông thường bài toán trên được giải như sau:

Sau một năm đàn bò ở huyện này tăng được: $18.000 \times 2\% = 360$ (con).

Nên tổng số đàn bò sau năm thứ nhất (cuối năm 2006) là:

$$18.000 + 360 = 18.360 \text{ (con).}$$

Sau 2 năm đàn bò lại tăng thêm: $18.360 \times 2\% = 367$ (con).

Nên tổng số bò sau năm thứ 2 (cuối năm 2007) là:

$$18.360 + 367 = 18.727 \text{ (con).}$$

Sau 3 năm đàn bò lại tăng thêm: $18.727 \times 2\% = 375$ (con).

Như vậy tổng đàn bò cuối năm thứ 3 (cuối 2008) là:

$$18.727 + 375 = 19.102 \text{ (con).}$$

- Câu 72.** Kết quả kiểm kê vào cuối năm 2006, cho biết tổng đàn bò ở vùng Y là 580 con và trong mấy năm qua tỉ lệ tăng đàn đạt 12% mỗi năm. Hãy tính xem vào đầu năm 2004 (cách đó 3 năm về trước) đàn bò ở đây có bao nhiêu con?
A. 410. **B.** 412. **C.** 413. **D.** 415.

Lời giải:

Chọn C

Thông thường bài toán trên được giải như sau:

Coi số bò mẹ đầu năm 2006 là 100%, với tỉ lệ tăng đàn 12%, số 580 bò mẹ cuối năm 2006 so với đầu năm là: $100\% + 12\% = 112\%$.

Nghĩa là 112% số bò ứng với 580 con. Vậy số bò đầu năm 2006 là:

$$\frac{580 \times 100}{112} = \frac{580 \times 100}{(1+0,12) \times 100} = \frac{580}{1+0,12} \text{ (con).}$$

Tương tự như trên, số bò đầu năm 2005 (trước đó 2 năm) là:

$$\frac{580 \times 100}{(1+0,12) \times 112} = \frac{580 \times 100}{(1+0,12)(1+0,12) \times 100} = \frac{580}{(1+0,12)^2} \text{ (con).}$$

Tiếp tục lập luận như trên ta có số bò mẹ đầu năm 2004 (trước đó 3 năm) là:

$$\frac{580 \times 100}{(1+0,12)^2 \times 112} = \frac{580 \times 100}{(1+0,12) \times (1+0,12) \times 100} = \frac{580}{(1+0,12)^3} = 413 \text{ (con).}$$

- Câu 73.** Bạn định mua một chiếc xe máy theo phương thức trả góp. Theo phương thức này sau một tháng kể từ khi nhận xe bạn phải trả đều đặn mỗi tháng một lượng tiền nhất định nào đó, liên tiếp trong 24 tháng. Giả sử giá xe máy thời điểm bạn mua là 16 triệu đồng và giả sử lãi suất ngân hàng là 1% một tháng. Với mức phải trả hàng tháng là bao nhiêu thì việc mua trả góp là chấp nhận được?
A. 660.883,9 (đồng). **B.** 560.883,9 (đồng). **C.** 661.883,9 (đồng). **D.** 662.883,9 (đồng).

Lời giải:

Chọn **A**

Gọi khoản tiền phải trả hàng tháng là a đồng. Nếu gửi vào ngân hàng thì giá trị hiện tại của toàn bộ khoản tiền trả góp tại thời điểm nhận hàng là:

$$\begin{aligned} & \frac{a}{1+0,01} + \frac{a}{(1+0,01)^2} + \frac{a}{(1+0,01)^3} + \dots + \frac{a}{(1+0,01)^{24}} \\ &= a \frac{\frac{100}{101} \left[1 - \left(\frac{100}{101} \right)^{24} \right]}{1 - \frac{100}{101}} \approx 21,24a \text{ đồng} \end{aligned}$$

Như vậy, việc mua trả góp sẽ tương đương với mua trả ngay (bằng cách vay ngân hàng) nếu:

$$24,21a = 16.000.000 \text{ (đồng)} \Leftrightarrow a = 660.883,9 \text{ (đồng)}$$

- Câu 74.** Người ta dự định xây dựng 1 tòa tháp 11 tầng tại một ngôi chùa nọ, theo cấu trúc diện tích của mặt sàn tầng trên bằng nửa diện tích mặt sàn tầng dưới, biết diện tích mặt đáy tháp là $12,28\text{m}^2$. Hãy giúp nhà chùa ước lượng số gạch hoa cần dùng để lát nền nhà. Để cho đồng bộ các nhà chùa yêu cầu nền nhà phải lát gạch hoa cỡ $30 \times 30\text{cm}$.
A. 273000 viên. **B.** 272000 viên. **C.** 271000 viên. **D.** 270000 viên.

Lời giải:

Chọn **A**

Phương án giải quyết:

Nếu gọi S_1 là diện tích của mặt đáy tháp thì $S_1 = 12,28 \text{ m}^2$

S^i là diện tích mặt tròn của tầng thứ $i, i = \overline{1, 11}$

Ta nhận thấy $\{S^i, i = \overline{1, 11}\}$ lập thành một cấp số nhân với công bội $q = \frac{1}{2}$

Tổng diện tích mặt trên của 11 tầng tháp là tổng của 11 số hạng đầu tiên của cấp số nhân trên.

Ta nhận thấy $\{S^i, i = \overline{1, 11}\}$ lập thành một cấp số nhân với công bội $q = \frac{1}{2}$

Tổng diện tích mặt trên của 11 tầng tháp là tổng của 11 số hạng đầu tiên của cấp số nhân trên

$$T_{11} = \frac{S_1(1 - q^{11})}{1 - q} = 12,28 \cdot \frac{1 - (\frac{1}{2})^{11}}{1 - \frac{1}{2}} = 24564(m^2)$$

Diện tích của mỗi viên gạch là $30 \times 30 = 900cm^2 = 0,09m^2$

Vậy số lượng gạch cần dùng là:

$$N = 24564 : 0,09 = 272.934 \text{ (viên)}.$$

Trong quá trình xây dựng có thể viên gạch hoa được cắt ra nên ta nên mua số lượng nhiều hơn số liệu tính toán ra, chẳng hạn mua 273000 viên.

$$T_{11} = \frac{S_1(1 - q^{11})}{1 - q} = 12,28 \cdot \frac{1 - (\frac{1}{2})^{11}}{1 - \frac{1}{2}} = 24564(m^2)$$

Diện tích của mỗi viên gạch là $30 \times 30 = 900cm^2 = 0,09m^2$

Vậy số lượng gạch cần dùng là:

$$N = 24564 : 0,09 = 272.934 \text{ (viên)}.$$

Trong quá trình xây dựng có thể viên gạch hoa được cắt ra nên ta nên mua số lượng nhiều hơn số liệu tính toán ra, chẳng hạn mua 273000 viên.

Câu 75. Một lọ thủy tinh dung tích 1 000 ml chứa đầy 1 loại dung dịch chất độc nồng độ 10 % đã được chuyển sang bình chứa khác; nhưng dung dịch độc hại sau khi đổ hết vẫn còn dính lọ 0,1 %. Để chất độc còn trong lọ $\leq 0,001 \mu$ gam (microgam), Người ta dùng nước cất xúc rửa lọ thủy tinh này. Hỏi phải xúc rửa bao nhiêu lần nếu mỗi lần dùng 1000 ml nước cất?
Giả sử rằng mỗi lần xúc rửa, chất độc hòa tan hết trong nước và sau khi đổ đi dung dịch mới cũng vẫn còn dính lọ một lượng như nhau.

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải:

Chọn B

Giải

$$\text{Lượng chất độc tồn trong lọ lúc đầu là: } (100 \text{ g: } 1000) = \frac{1}{10} \text{ (gam)}$$

$$\text{Lượng chất độc tồn trong lọ theo yêu cầu là: } 0,001 \mu \text{ gam} = \frac{1}{1000} \text{ (gam)}$$

Mỗi lần xúc rửa với 1.000 ml nước cất, vẫn còn dính lọ 1 ml (0,1 %) nghĩa là lượng chất độc đã giảm đi 1.000 (10^3) lần. Lập bảng lượng chất độc tồn đọng sau các lần xúc rửa, ta có:

Vậy sau 3 lần xúc rửa với 1.000 ml/ lần thì chất độc còn $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10^9} \leq \frac{1}{10^9}$

Câu 76. "Trong 1 bàn cờ gồm có 64 ô. Bắt đầu từ ô thứ nhất, Vua đặt vào 1 hạt gạo. Tiếp tục ở ô thứ hai, Vua đặt vào 2 hạt gạo. Cứ thế với những ô tiếp theo với số gạo gấp đôi số gạo ở ô liền trước nó. Cuối cùng cho đến hết 64 ô của bàn cờ. Tổng số hạt gạo thu được trong 64 ô đó là số gạo mà thần xin bệ hạ ban tặng".

Nhà vua nghĩ "Như thế thì chắc chỉ có 1 bao gạo là cùng". Nhưng sau tính ra với một con số khủng lồ. Vậy số gạo mà Nhà thông thái cần là bao nhiêu?

A. $2^{64} - 1$.

B. 2^{64} .

C. $2^{64} + 1$.

D. $2^{64} + 2$.

Lời giải:

Chọn A

Bài Giải:

Ký hiệu số thứ tự các ô lần lượt là từ 1 đến 64, Tổng số hạt gạo trên đó là

$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_{64}$$

Khi đó, S là một cấp số nhân với công bội là 2, $u_1 = 1$.

$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_{64} = u_1 \times \frac{2^{64} - 1}{2 - 1} = 2^{64} - 1$$

Đáp số của bài toán là một con số gồm 20 chữ số. Số gạo này có thể trải lên toàn bộ bề mặt trái đất với độ dày lên đến 2 mm.