PHẦN D. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Khi đó:

a) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-5)$ và $(-3;-2)$

b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;5)$

c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$

d) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	b) Đúng

Nhìn vào biến thiên ta thấy đồ thị hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$; nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

a) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-5)$ và $(-3;-2)$ là mệnh đề **đúng**

b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;5)$ là mệnh đề **sai**

c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$ là mệnh đề **đúng**

d) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ là mệnh đề **đúng**

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	

Khi đó:

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;0)$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	b) Sai

Dựa vào bảng xét dấy đạo hàm ta có:

$y'<0\ \forall x\in(-3;0)\cup(0;3)$ nên hàm số nghịch biến trên $(-3;0)$ và $(0;3)$.

$y' > 0, \forall x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty; -3)$ và $(3; +\infty)$

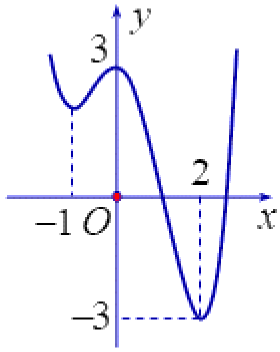
Xét: Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$ là mệnh đề **sai**

Xét: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$ là mệnh đề **đúng**

Xét: Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ là mệnh đề **sai** vì trên $(-3; 0)$ hàm số nghịch biến

Xét: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$ là mệnh đề **sai**

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Khi đó

a) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$.

c) Đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

d) Nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	b) Sai

Dựa vào đồ thị ta có:

Hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$ và $(2; +\infty)$ và hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$

Nên: Hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$. Khi đó:

a) Hàm số $y = f(x+1)$ đồng biến trên $(a; b)$

b) Hàm số $y = -f(x) - 1$ nghịch biến trên $(a; b)$

c) Hàm số $y = -f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$

d) Hàm số $y = f(x) + 1$ đồng biến trên $(a; b)$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	b) Đúng

Vì các ý b, c, d chỉ cần lấy đạo hàm là thấy đáp án đúng. Ý a muốn biết sai ta chỉ cần lấy ra 1 hàm $f(x)$ cụ thể mà đồng biến trên $(a;b)$ rồi tính $f(x+1)$ là có ngay đáp án.

Câu 5. Giả sử hàm số $(C): y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng K và hàm số $(C'): y=g(x)$ đồng biến trên khoảng K. Khi đó,

a) Hàm số $f(x)+g(x)$ đồng biến trên khoảng K.

b) Hàm số $f(x)-g(x)$ nghịch biến trên khoảng K.

c) Hàm số $f(x)g(x)$ nghịch biến trên khoảng K.

d) Đồ thị của hàm số (C) và (C') có đúng một điểm chung.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	b) Sai

a sai. Ví dụ: Hàm số $f(x)=2x^2$ nghịch biến trên $(-1;0)$, hàm số $g(x)=x$ đồng biến trên $(-1;0)$ nhưng trên $(-1;0)$ hàm số $f(x)+g(x)=2x^2+x$ không đồng biến.

b đúng vì: $f'(x)\le 0, \forall x\in K$, $g'(x)\ge 0, \forall x\in K$ và dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm.

Khi đó, xét hàm số $h(x)=f(x)-g(x); h'(x)=f'(x)-g'(x)\le 0, \forall x\in K,$ dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm $\Rightarrow h(x)$ nghịch biến trên K.

c sai. Ví dụ: Hàm số $f(x)=2x^2$ nghịch biến trên $(-1;0)$, hàm số $g(x)=x$ đồng biến trên $(-1;0)$ nhưng trên $(-1;0)$ hàm số $f(x).g(x)=2x^3$ là hàm số đồng biến.

d sai vì trên miền K hai đồ thị có th1ể không c0ó điểm chung. Ví dụ: Hàm số $f(x)=x^2$ ng5hịch biến trên $(-1;0)$, hàm số $g(x)=2x$ đồng biến trên $(-1;0)$ nhưng trên $(-1;0)$ phương trình $f(x)=g(x)$

$$\Leftrightarrow x^2=2x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\notin(-1;0) \\ x=2\notin(-1;0) \end{array}\right.$$

Câu 6. Cho hàm số $y=\sqrt{x^3-3x}$. Khi đó:

a) Tập xác định $D=\left[-\sqrt{3};0\right]\cup\left[\sqrt{3};+\infty\right)$.

b) Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$.

c) Hàm số nghich biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(0;1)$.

d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(\sqrt{3};+\infty)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	b) Đúng

Ta có các nhận xét sau:

Hàm số $y=\sqrt{x^3-3x}$ xác định khi và chỉ khi $x^3-3x\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\ge\sqrt{3} \\ -\sqrt{3}\le x\le 0 \end{array}\right.$.

Ta có: $y'=\dfrac{3x^2-3}{2\sqrt{x^3-3x}}$, $y'<0 \Leftrightarrow x^2-1<0 \Leftrightarrow x\in(-1;1)$, kết hợp điều kiện $x^3-3x>0$

Ta được $\left(-\sqrt{3};-1\right);\left(\sqrt{3};+\infty\right)$ là khoảng đồng biến của hàm số đã cho.

Ta được $x\in(-1;0)$ là khoảng nghịch biến của hàm số đã cho.

Câu 7. Cho hàm số $y=|x+1|(x-2)$. Khi đó:

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

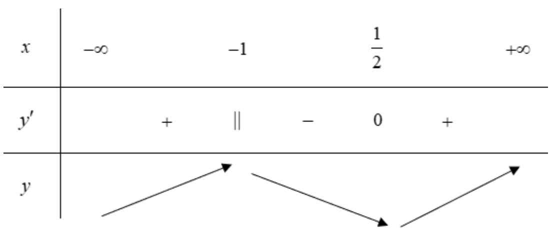
c) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	b) Đúng

Ta có: $y'=\begin{cases} 2x-1 & \text{khi} \quad x\ge -1 \\ -2x+1 & \text{khi} \quad x<-1 \end{cases}; y'=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$



Câu 8. Cho hàm số $y=x^3+(m+1)x^2+3x+2$ (tham số m). Khi đó:

a) Khi $m=-1$ thì hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$

b) Đạo hàm của hàm số là $y'=3x^2+2(m+1)x+3$

c) Có 3 giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=x^3+(m+1)x^2+3x+2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

d) Có 6 giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^3+(m+1)x^2+3x+2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	b) Sai

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Khi $m = -1$ ta có $y' = 3x^2 + 3 > 0$ nên hàm số luôn đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$

Ta có: $y' = 3x^2 + 2(m+1)x + 3$.

Hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \Delta' = (m+1)^2 - 9 \le 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 \le 0 \Leftrightarrow -4 \le m \le 2.$

Vậy $m \in [-4; 2]$.

Câu 9. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$ (tham số m). Khi đó:

a) Khi $m = 0$ thì hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$

b) Với $m = 0$ thì hàm số đồng biến trên $(a; +\infty)$, khi đó a là một nghiệm của phương trình $3x^2 + 6x = 0$

c) Để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ thì giá trị lớn nhất của m bằng 3

d) Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ khi $m \le b$, khi đó thể tích khối lập phương có cạnh bằng $|b|$ là 9

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	b) Sai

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = 3x^2 + 6x - m$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ khi và chỉ khi $y' \ge 0$, $\forall x < 0$

$3x^2 + 6x - m \ge 0$, $\forall x < 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x \ge m$, $\forall x < 0$.

Xét hàm số $f(x) = 3x^2 + 6x$ trên khoảng $(-\infty; 0)$, ta có:

$f'(x) = 6x + 6$. Xét $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -1$. Ta có $f(-1) = -3$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: $m \le -3$.

Câu 10. Cho hàm số $y=\left(3m^2-12\right)x^3+3(m-2)x^2-x+2$ (tham số m). Khi đó

a) Khi $m=0$ thì hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

b) Khi $m=\pm 2$ thì hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

c) Có 3 giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

d) Tổng bình phương của tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ l à 5

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	b) Đúng

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=9\left(m^2-4\right)x^2+6(m-2)x-1$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\le 0\,\forall x\in\mathbb{R}$ (dấu "=" xãy ra tại hữu hạn $x\in\mathbb{R}$)

TH1: $m^2-4=0\Leftrightarrow m=\pm 2$.

+ Với $m=2$ ta có $y'=-1\le 0\quad \forall x\in\mathbb{R}$ nên $m=2$ thỏa mãn.

+ Với $m=-2$ ta có $y'=-24x-1\le 0\Leftrightarrow x\ge -\dfrac{1}{24}$ (không thỏa với mọi $x\in\mathbb{R}$) nên loại $m=-2$.

TH2: $m^2-4\ne 0\Leftrightarrow m\ne\pm 2$. Ta có

$$y'\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a=9\left(m^2-4\right)<0\\ \Delta'=9(m-2)^2+9\left(m^2-4\right)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2<m<2\\ 0\le m\le 2\end{cases}\Leftrightarrow 0\le m<2\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m\in\{0;1\}$$

Vậy $m\in\{0;1;2\}\Rightarrow 0^2+1^2+2^2=5$.

Câu 11. Cho hàm số $y=\left(m^2-1\right)x^3+(m-1)x^2-x+4$ (tham số m). Khi đó

a) Khi $m=1$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

b) Khi $m=0$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

c) Khi $m=3$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$

d) Tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left(m^2-1\right)x^3+(m-1)x^2-x+4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ bằng 2

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	b) Sai

Ta có $y'=3\left(m^2-1\right)x^2+2(m-1)x-1$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)\Leftrightarrow y'\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 3\left(m^2-1\right)x^2+2(m-1)x-1\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

.

* Trường hợp 1: $m^2-1=0 \Leftrightarrow m=\pm 1$.

+ Với $m=1$, ta được $-1\le 0, \forall x\in\mathbb{R}$ (luôn đúng), suy ra $m=1$ (nhận).

+ Với $m=-1$, ta được $-4x-1\le 0 \Leftrightarrow x\ge \frac{1}{4}$, suy ra $m=-1$ (loại).

* Trường hợp 2: $m^2-1\ne 0 \Leftrightarrow m\ne \pm 1$.

Ta có $\Delta' = (m-1)^2+3(m^2-1)=m^2-2m+1+3m^2-3=4m^2-2m-2$.

Để $y'\le 0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-1<0 \\ 4m^2-2m-2\le 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1<m<1 \\ -\frac{1}{2}\le m\le 1\end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\le m<1$.

Tổng hợp lại, ta có tất cả giá trị m cần tìm là $-\frac{1}{2}\le m\le 1$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$, suy ra $m\in\{0;1\}$, nên có 2 giá trị nguyên của tham số m.

Câu 12. Cho hàm số $y=\frac{x+3}{x+m}$ (tham số m). Khi đó:

a) Khi $m=1$ thì hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định của nó

b) Khi $m=4$ thì hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định của nó

c) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{x+3}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-6)$ là $(3;6]$

d) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{x+3}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)$ là $(3;6]$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	b) Đúng

Hàm số xác định khi: $x+m\ne 0 \Leftrightarrow x\ne -m$.

$y=\frac{x+3}{x+m} \Rightarrow y'=\frac{m-3}{(x+m)^2}$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-6)$ khi và chỉ khi: $\begin{cases} y'<0, \forall x\in(-\infty;-6) \\ -m\notin(-\infty;-6)\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3<0 \\ -m\in[-6;+\infty)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<3 \\ -m\ge -6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<3 \\ m\le 6\end{cases} \Leftrightarrow m<3$.

Vậy: $m\in(-\infty;3)$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)$ khi và chỉ khi: $\begin{cases} y'>0,\ \forall x\in(-\infty;-6)\\ -m\notin(-\infty;-6)\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3>0\\ -m\in[-6;+\infty)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>3\\ -m\geq -6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>3\\ m\leq 6\end{cases} \Leftrightarrow 3<m\leq 6$.

Vậy: $m\in(3;6]$.

Câu 13. Cho hàm số $y=\dfrac{mx-1}{m-4x}$ (tham số m). Khi đó:

a) Khi $m=0$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$

b) Ta có $y'=-\dfrac{m^2-4}{(m-4x)^2}$.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right)$ khi $a\leq m<b$, khi đó $b-a=1$

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right)$ khi $a\leq m<b$, khi đó $\log_b a^2=0$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	b) Đúng

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{m}{4}\right\}$.

Ta có $y'=\dfrac{m^2-4}{(m-4x)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m^2-4<0\\ \dfrac{m}{4}\notin\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2<m<2\\ \dfrac{m}{4}\geq\dfrac{1}{4}\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -2<m<2\\ m\geq 1\end{cases} \Rightarrow 1\leq m<2$.

Vậy $1\leq m<2$.

Câu 14. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+(2-m)x$ (tham số m). Khi đó:

a) Khi $m=0$ hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$

b) Khi $m=0$ hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$

c) Biết tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là $(-\infty;a]$ lúc đó: $(-\infty;a]\cap(1;2024)=(-\infty;2024)$

d) Biết tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là $(-\infty;a]$ lúc đó, phương trình $2^x=a$ có nghiệm $x>2$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

Ta có $y'=3x^2-6x+2-m$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ khi và chỉ khi $y'\geq 0,\ \forall x\in(2;+\infty)$

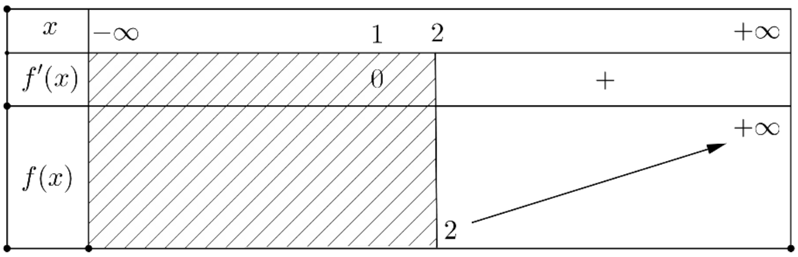
$\Leftrightarrow 3x^2-6x+2-m\geq 0,\ \forall x\in(2;+\infty)$

$m\leq 3x^2-6x+2,\ \forall x\in(2;+\infty)$.

Xét hàm số $f(x)=3x^2-6x+2,\ \forall x\in(2;+\infty)$.

$f'(x)=6x-6$; $f'(x)=0\Rightarrow 6x-6=0\Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên ta thấy $m\leq 2$. Vậy $m\in(-\infty;2]$.

Câu 15. Cho hàm số $y=x^3-mx^2-(m-6)x+1$ (tham số m). Khi đó:

a) Với $m=0$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

b) Với $m=6$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(4;+\infty)$

c) Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;4)$ thì $m\leq 2$

d) Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;4)$ là $(-\infty;a]$. Khi đó $\lim\limits_{x\to a}(x+2024)=2027$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

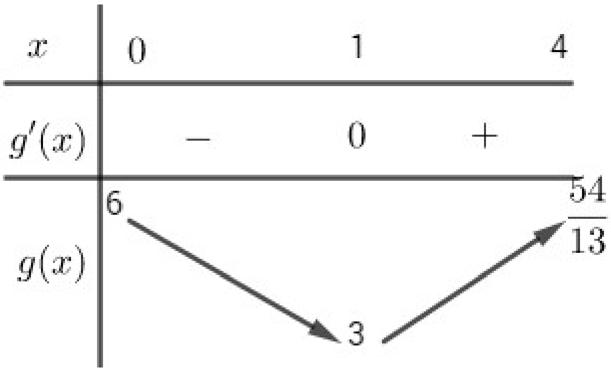
$y'=3x^2-2mx-(m-6)$. Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;4)$ thì: $y'\geq 0$, $\forall x\in(0;4)$.

tức là $3x^2-2mx-(m-6)\geq 0\ \ \forall x\in(0;4)\Leftrightarrow \dfrac{3x^2+6}{2x+1}\geq m\ \forall x\in(0;4)$

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{3x^2+6}{2x+1}$ trên $(0;4)$.

$g'(x)=\dfrac{6x^2+6x-12}{(2x+1)^2}$, $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in(0;4) \\ x=-2\notin(0;4) \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên:



Vậy để $g(x)=\dfrac{3x^2+6}{2x+1}\ge m\ \ \forall x\in(0;4)$ thì $m\le 3$.

Câu 16. Cho hàm số $y=x^3-3mx^2-9m^2x$ (tham số m). Khi đó:

a) Khi $m=1$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$

b) Nếu $m>0$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(-m;3m)$.

c) Nếu $m<0$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(3m;-m)$.

d) Biết hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ khi $m\le a$ hoặc $m\ge b$, khi đó $a+b=\dfrac{2}{3}$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-6mx-9m^2$; $y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-6mx-9m^2=0 \Leftrightarrow x^2-2mx-3m^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-m \\ x=3m \end{array}\right.$.

•Nếu $-m=3m \Leftrightarrow m=0$ thì $y'\ge 0;\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số không có khoảng nghịch biến.

•Nếu $-m<3m \Leftrightarrow m>0$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(-m;3m)$.

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ $\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -m\le 0 \\ 3m\ge 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow m\ge\dfrac{1}{3}$.

Kết hợp với điều kiện ta được $m\ge\dfrac{1}{3}$.

•Nếu $-m>3m \Leftrightarrow m<0$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(3m;-m)$.

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3m \le 0 \\ -m \ge 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \le -1$.

Kết hợp với điều kiện ta được $m \le -1$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ khi $m \le -1$ hoặc $m \ge \frac{1}{3}$.

Câu 17. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - m + 2$ (tham số m). Khi đó:

a) Với $m = 0$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

b) $y'(2m-1) = 0$

c) Nếu $m \ge 1$ thì hàm số không thể nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$

d) Để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng thì $m \le a$. Khi đó phương trình $2024^x = a$ có 1 nghiệm.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

$y' = x^2 - 2mx + 2m - 1$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2m - 1 \end{array}\right.$.

Ta có: .

Nếu $1 \le 2m - 1$ thì ta có biến đổi $y' \le 0 \Leftrightarrow 1 \le x \le 2m - 1$.

(trường hợp này hàm số không thể nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$).

Xét $2m - 1 < 1$ ta có biến đổi $y' \le 0 \Leftrightarrow x \in [2m-1;1]$.

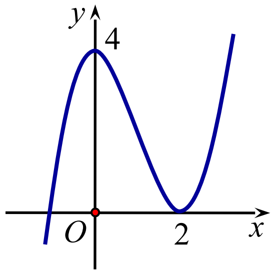
x	$-\infty$		$2m-1$		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

.

Vậy, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$ thì $(-2;0) \subset [2m-1;1]$.

$\Leftrightarrow 2m - 1 \le -2 \Leftrightarrow m \le -\frac{1}{2}$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Đặt $g(x) = f\left(\sqrt{x^2 + x + 2}\right)$.



Khi đó

a) $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.
b) $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.
c) $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{-1}{2};0\right)$.
d) $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

Hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$; $f'(x)=3ax^2+2bx+c$, có đồ thị như hình vẽ.

Do đó $x=0\Rightarrow d=4$; $x=2\Rightarrow 8a+4b+2c+d=0$; $f'(2)=0\Rightarrow 12a+4b+c=0$; $f'(0)=0\Rightarrow c=0$. Tìm được $a=1;b=-3;c=0;d=4$ và hàm số $y=x^3-3x^2+4$.

Ta có $g(x)=f\left(\sqrt{x^2+x+2}\right)=\left(\sqrt{x^2+x+2}\right)^3-3\left(x^2+x+2\right)+4$

$\Rightarrow g'(x)=\frac{3}{2}(2x+1)\sqrt{x^2+x+2}-3(2x+1)=3(2x+1)\left(\frac{1}{2}\sqrt{x^2+x+2}-1\right)$;

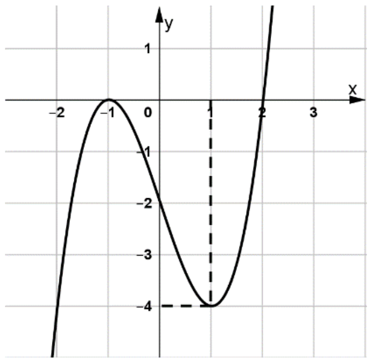
$g'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\frac{1}{2}\\ x=1\\ x=-2\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu của hàm $y=g(x)$:

x	$-\infty$		-2		$-1/2$		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	$\frac{7\sqrt{7}-10}{8}$	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy $y=g(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{-1}{2};0\right)$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x)=f(x^2-2)$.



Khi đó

a) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$

b) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$

c) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1;0)$

d) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-2;-1)$

Lời giải

a) Đúng	**b) Đúng**	**c) Sai**	**d) Sai**

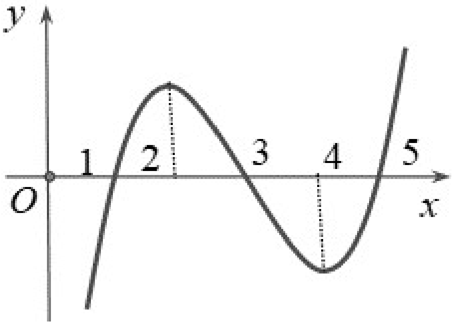
Ta có $g'(x)=2x.f'(x^2-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f(x^2-2)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-2=-1 \\ x^2-2=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$

Từ đồ thị $f'(x)$ ta có $f'(x^2-2)>0 \Leftrightarrow x^2-2>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>2 \\ x<-2 \end{array}\right.$

BBT

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$\searrow$		$\nearrow$				$\searrow$				$\nearrow$	

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x)=f(x+1)$.



Khi đó:

a) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3;4)$.

b) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

c) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

d) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

$g(x)=f(x+1)$.

Ta có: $g'(x)=f'(x+1)$

Hàm số $g(x)$ đồng biến $\Leftrightarrow g'(x)>0 \Leftrightarrow f'(x+1)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1>5 \\ 1<x+1<3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>4 \\ 0<x<2 \end{array}\right.$.

Hàm số $g(x)$ nghịch biến $\Leftrightarrow g'(x)<0 \Leftrightarrow f'(x+1)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3<x+1<5 \\ x+1<1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2<x<4 \\ x<0 \end{array}\right.$.

Vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$; $(4;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(2;4)$; $(-\infty;0)$.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Biết $f(x)>2, \forall x\in\mathbb{R}$. Xét hàm số $g(x)=f(3-2f(x))-x^3+3x^2-2020$.

Khi đó:

a) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$.

b) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

c) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3;4)$.

d) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;3)$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

Ta có: $g'(x) = -2f'(x)f'(3-2f(x)) - 3x^2 + 6x$.

Vì $f(x) > 2, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $3 - 2f(x) < -1$ $\forall x \in \mathbb{R}$

Từ bảng xét dấu $f'(x)$ suy ra $f'(3-2f(x)) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Từ đó ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		4		$+\infty$
$-f'(x)f'(3-2f(x))$		-	0	+	|	+	0	-	|	-	0	+	
$-3x^2+6x$		-	|	-	0	+	|	+	0	-	|	-	

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

Đặt $y = g(x) = f(x) + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2$. **Khi đó:**

a) Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

b) Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

c) Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

d) Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;1)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

Tập xác định của hàm số $y = g(x)$ là $\mathbb{R}$

Ta có:

$$y = g(x) = f(x) + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 \Rightarrow y' = g'(x) = f'(x) + x^2 - x$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.; \quad x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$$

Bảng xét dấu của $y' = g'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

$x^2 - x$	+	+	0	-	0	+
$y' = g'(x)$	Chưa xác định dấu	+	0	-	0	+

Từ bảng xét dấu của $y' = g'(x)$ suy ra:

Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-2;0)$ và $(1;+\infty)$ mà $(1;2) \subset (1;+\infty)$