PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ THANH HÓA

Đề chính thức

Đề thi gồm có: 01 trang

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP THÀNH PHỐ
NĂM HỌC: 2014 – 2015
Môn: Toán - Lớp 9

Thời gian làm bài: 150 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Ngày thi: 02 tháng 12 năm 2014

ĐỀ BÀI

Bài 1 *(4,0 điểm)*

1) Chứng minh biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của x:

$$A = \frac{6x-(x+6)\sqrt{x}-3}{2(x-4\sqrt{x}+3)(2-\sqrt{x})} - \frac{3}{-2x+10\sqrt{x}-12} - \frac{1}{3\sqrt{x}-x-2}.$$

Điều kiện $x \geq 0$, $x \neq 4$; $x \neq 9$; $x \neq 1$

2) Rút gọn biểu thức: $B = \dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}$

Bài 2 *(6,0 điểm)*

1) Cho phương trình : $\dfrac{3a+1}{a+x} - \dfrac{a-1}{a-x} = \dfrac{2a(a^2-1)}{x^2-a^2}$ (a là tham số)

a) Giải phương trình trên.

b) Tìm các giá trị nguyên dương của a để phương trình có nghiệm x là số nguyên tố.

2) Tìm nghiệm nguyên dương của hệ phương trình sau: $\begin{cases} x^3 - y^3 - z^3 = 3xyz \\ x^2 = 2(y+z) \end{cases}$

Bài 3 *(4,0 điểm)*

1) Tìm tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số $\overline{abc}$ sao cho :

$\begin{cases} \overline{abc} = n^2 - 1 \\ \overline{cba} = (n-2)^2 \end{cases}$ Với $n \in \mathbb{Z}$; $n > 2$

2) Cho tam giác ABC có 3 cạnh a, b, c thỏa mãn a + b + c = 6 .

Chứng minh : $52 \leq 3(a^2 + b^2 + c^2) + 2abc < 54$

Bài 4 *(4,0 điểm)*

Cho hình vuông ABCD cạnh là a và N là một điểm trên cạnh AB. Tia CN cắt tia DA tại E. Trên tia đối của tia BA lấy điểm F sao cho BF = DE. Gọi M là trung điểm của EF.

1) Chứng minh tam giác ACE đồng dạng với tam giác BCM.

2) Xác định vị trí điểm N trên AB sao cho diện tích tứ giác ACFE gấp ba lần diện tích hình vuông ABCD.

Bài 5 *(2,0 điểm)*

Cho tam giác ABC có $\hat{B} + \hat{C} = 105^0$ và $AB + AC\sqrt{2} = 2BC$. Tính $\hat{B}$ và $\hat{C}$

(Hết)

Họ và tên thí sinh: ....Số báo danh: .... Phòng thi: ....

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ THANH HÓA

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP THÀNH PHỐ
NĂM HỌC: 2014 – 2015

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Câu	Tóm tắt cách giải	Điểm
1 (4đ)	**1)** **2điểm**	$A = \frac{6x-(x+6)\sqrt{x}-3}{2(x-4\sqrt{x}+3)(2-\sqrt{x})} - \frac{3}{-2x+10\sqrt{x}-12} - \frac{1}{3\sqrt{x}-x-2}$ $A = \frac{6x-(x+6)\sqrt{x}-3}{2(2-\sqrt{x})(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-1)} - \frac{3}{2(\sqrt{x}-3)(2-\sqrt{x})} - \frac{1}{(2-\sqrt{x})(\sqrt{x}-1)}$ Do $x \geq 0$; $x \neq 1$; $x \neq 4$; $x \neq 9$ $A = \frac{6x-(x+6)\sqrt{x}-3-3(\sqrt{x}-1)-2(\sqrt{x}-3)}{2(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)(2-\sqrt{x})}$ $A = \frac{6x-x\sqrt{x}-6\sqrt{x}-3-3\sqrt{x}+3-2\sqrt{x}+6}{2(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)(2-\sqrt{x})}$ $A = \frac{(2x-6\sqrt{x})-2(\sqrt{x}-3)-x(\sqrt{x}-3)+\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{2(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)(2-\sqrt{x})}$ $A = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)(2-\sqrt{x})}{2(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)(2-\sqrt{x})} = \frac{1}{2}$ => ĐPCM	0,75 0,75 0,5
	2) **2điểm**	$\frac{B}{\sqrt{2}} = \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{4+2\sqrt{3}}} + \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{4-2\sqrt{3}}} = \frac{2+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} + \frac{2-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$ $\frac{B}{\sqrt{2}} = \frac{(2+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})+(3+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})} = \frac{3+\sqrt{3}+3-\sqrt{3}}{6}$ $\frac{B}{\sqrt{2}} = 1 \Rightarrow B = \sqrt{2}$	1,0 0,75 0,25
2	**1a)** **2điểm**	$\frac{3a+1}{a+x} - \frac{a-1}{a-x} = \frac{2a(a^2-1)}{x^2-a^2}$ (1) ĐKXĐ : $x \neq \pm a$ Biến đổi đưa phương trình về dạng : $2ax = a^2(a+1)$ Với $a = 0$ thì phương trình có dạng : $0x = 0$. Phương trình (1) có vô số nghiệm với $x \neq 0$ Với $a \neq 0$ ta có $x = \frac{a(a+1)}{2}$	0,25 0,5 0,25 0, 25

Bài	Câu	Tóm tắt cách giải	Điểm

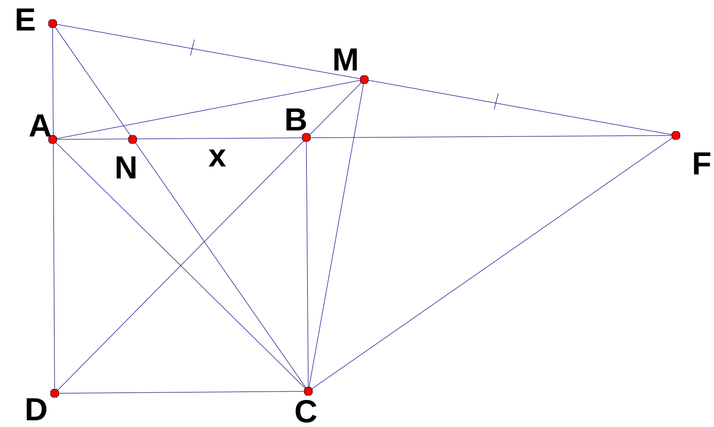
		Để $x = \dfrac{a(a+1)}{2}$ là nghiệm của phương trình (1) thì : $\dfrac{a(a+1)}{2} \neq a$ (2) và $\dfrac{a(a+1)}{2} \neq -a$ (3) Giải(2) ta được $a \neq 1$, $a \neq 0$ Giải (3) ta có: $a \neq 0$, $a \neq -3$ Vậy : $a = 0$ phương trình có vô số nghiệm $x \neq 0$ $a = -3$; $a = 1$ phương trình vô nghiệm. $a \neq 1$; $a \neq -3$ và $a \neq 0$ phương trình có nghiệm duy nhất $x = \dfrac{a(a+1)}{2}$	0,25 0,25 0,25
2	**1b)** **2,0 điểm**	Theo câu a: Với $a = 0$ thì phương trình có vô số nghiệm $x \neq 0$ (loại do $a > 0$) Với $a \neq 1$; $a \neq -3$ và $a \neq 0$ phương trình có nghiệm duy nhất $x = \dfrac{a(a+1)}{2}$ Vì a là số nguyên dương và $a \neq 1$nên: Nếu $a = 2$ thì $x = 3$, là số nguyên tố (thỏa mãn) Nếu $a > 2$ thì $a = 2k$ hoặc $a = 2k + 1$ với $k \in N$, $k > 1$ Xét $a = 2k$ thì $x = k(2k + 1)$ là tích của hai số tự nhiên lớn hơn 1 nên x là hợp số. (loại) Xét $a = 2k + 1$ thì $x = (2k+1)(k+1)$ là tích của hai số tự nhiên lớn hơn 1 nên x là hợp số. (loại) Vậy $a = 2$ thì nghiệm của phương trình $x = 3$ là số nguyên tố.	0,25 0,5 0,25 0,5 0,5
	2) **2,0 điểm**	$\begin{cases} x^3 - y^3 - z^3 = 3xyz & (1) \\ x^2 = 2(y+z) & (2) \end{cases}$ Vì x, y, z > 0 nên $xyz > 0$. Kết hợp với phương trình (1) $\Rightarrow x^3 > y^3$; $x^3 > z^3$. $\Rightarrow x > y$, $x > z$. Do đó $2x > y + z$ hay $4x > 2(y+z)$ kết hợp với (2) ta có : $x^2 < 4x$ và $x \vdots 2 \Rightarrow x < 4$ và $x \vdots 2$ mà $x \in N^*$ nên $x = 2$. Thay $x = 2$ vào hệ phương trình ta được: $\begin{cases} y^3 + z^3 = 8 - 6yz \\ y + z = 2 \end{cases}$ $\Rightarrow y = z = 1$ (vì x, y nguyên dương) Vậy nghiệm nguyên dương của hệ phương trình là: $(x;y;z) = (2;1;1)$	0,5 0,75 0,5 0,25

Bài	Câu	Tóm tắt cách giải	Điểm
3) **(4đ)**	**1)** **2điểm**	Ta có : $\overline{abc}$ = 100a + 10b + c = $n^2 - 1$ $\overline{cba}$ = 100c + 10b + a = $(n-2)^2$ $\Rightarrow$ $99(a - c) = n^2 - 1 - n^2 + 4n - 4 = 4n - 5$ $\Rightarrow$ $4n - 5 \vdots 99$ (do a - c là số nguyên) Lại có : $100 \le n^2 - 1 \le 999 \Rightarrow 101 \le n^2 \le 1000 \Rightarrow 11 \le n \le 31$ $\Rightarrow 39 \le 4n - 5 \le 119$ Vì $4n - 5 \vdots 99$ nên $4n - 5 = 99 \Leftrightarrow n = 26$ $\Rightarrow \overline{abc} = 675$	0,25 0,5 0,75 0,25 0,25
	2) **2 điểm**	Gọi p là nửa chu vi của tam giác ABC ta có : $p - a = \frac{a+b+c}{2} - a = \frac{b+c-a}{2} > 0$ Tương tự $p - b > 0$; $p - c > 0$ Áp dụng bất đẳng thức Cô Si cho 3 số dương p -a; p -b; p -c ta có: $(p - a) + (p - b) + (p - c) \ge 3\sqrt[3]{(p-a)(p-b)(p-c)}$ => $0 < (p-a)(p-b)(p-c) \le \left(\frac{3p-(a+b+c)}{3}\right)^3$ Vì a + b + c = 6 nên bất đẳng thức trên trở thành : $0 < p^3 - p^2(a + b + c) + 3(ab + bc + ca) - abc \le 1$ $0 < 3^3 - 3^2.6 + 3(ab + bc + ca) - abc \le 1$ $\Leftrightarrow 0 < 27 - 54 + 3.\frac{(a+b+c)^2 - (a^2+b^2+c^2)}{2} - abc \le 1$ $\Leftrightarrow 27 < 3.\frac{36-(a^2+b^2+c^2)}{2} - abc \le 28$ $\Leftrightarrow 54 < 108 - 3(a^2 + b^2 + c^2) - 2abc \le 56$ $\Leftrightarrow -54 < -3(a^2 + b^2 + c^2) - 2abc \le -52$ $\Leftrightarrow 52 \le 3(a^2 + b^2 + c^2) + 2abc < 54$ (ĐPCM) Dấu " = " xảy ra $\Leftrightarrow$ a = b = c = 2 .	0,25 0,25 0,25 1,0 0,25
4	1)	Chứng minh $\Delta BCF = \Delta DCE$ (c.g.c) ⇨ CF = CE và $\widehat{DCE} = \widehat{BCF}$. Mà $\widehat{DCE} + \widehat{ECB} = 90^0 \Rightarrow \widehat{BCF} + \widehat{ECB} = 90^0$ => $\widehat{ECF} = 90^0$ ⇨ ΔECF vuông cân tại C Có M là trung điểm của EF nên CM là đường trung tuyến vừa là đường cao, phân giác, trung trực.	0,25 0,5

Bài	Câu	Tóm tắt cách giải	Điểm

<table>
<tr>
<td rowspan="2">4

(4đ)</td>
<td>1)

2,0 điểm</td>
<td>

=> $\widehat{ECM} = 45^0$, mà $\widehat{ACB} = 45^0$(do ABCD là hình vuông)
$\widehat{ACE} = \widehat{BCM}$ (1)
Mặt khác theo tính chất đường trung tuyến trong tam giác vuông ta có: MA = MC (= $\frac{1}{2}$EF) => M $\in$ trung trực của AC
mà BD là trung trực của đoạn thẳng AC.
=>M, B, D thẳng hàng
=> $\widehat{MBC} = \widehat{EAC} = 135^0$ (2)
Từ (1) và (2) => Δ ACE $\backsim$ ΔBCM (g.g)</td>
<td>0,5

0,5
0,25</td>
</tr>
<tr>
<td>2)

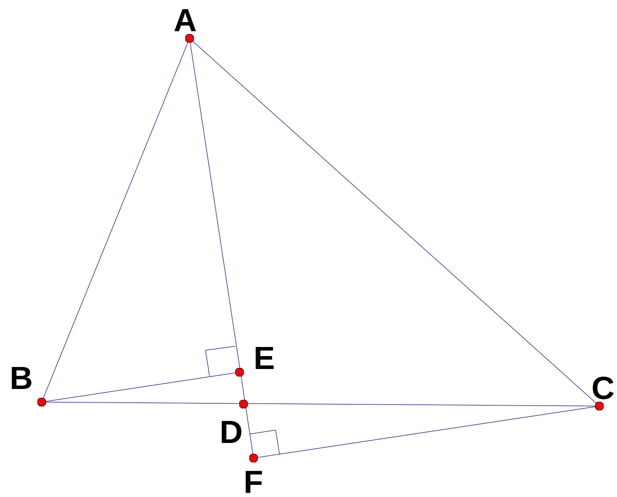
2,0 điểm</td>
<td>Đặt BN =x => AN = a –x
$S_{ACFE} = S_{ACE} + S_{ECF} = \frac{1}{2}CD.AE + \frac{1}{2}.CE^2$.
Tính AE: Có $\frac{AE}{ED} = \frac{AN}{DC}$ (do AN// DC)
$\Rightarrow \frac{AE}{AE + AD} = \frac{a - x}{a} \Leftrightarrow AE = \frac{a(a - x)}{x}$
Ta có: $CE^2 = CD^2 + DE^2 = a^2 + (a + AE)^2 = a^2 + \frac{a^4}{x^2}$
$S_{ACFE} = \frac{1}{2}a.\frac{a(a - x)}{x} + \frac{1}{2}(a^2 + \frac{a^4}{x^2}) = \frac{a^3(a + x)}{2x^2}$
Mà $S_{ACFE} = 3S_{ABCD}$ => $\frac{a^3(a + x)}{2x^2} = 3a^2 \Leftrightarrow 6x^2 - ax - a^2 = 0$
$\Leftrightarrow (2x - a)(3x+a) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a}{2}$
Vậy BN = $\frac{a}{2}$ $\Leftrightarrow$ N là trung điểm của AB thì $S_{ACFE} = 3S_{ABCD}$</td>
<td>0,25

0,5

0,5

0,5

0,25</td>
</tr>
</table>

Bài	Câu	Tóm tắt cách giải	Điểm
		 	
		Trên tia BC lấy điểm D sao cho $\widehat{DAB} = 30^0$.	
	2điểm	Từ GT suy ra: $\widehat{A} = 180^0 - (\widehat{B} - \widehat{C}) = 75^0$.	0,5
5 2,0đ		Do đó D nằm trên cạnh BC và $\widehat{DAC} = 75^0 - 30^0 = 45^0$.	0,25
		Kẻ BE $\perp$AD, CF $\perp$AD (E;F $\in$ AD) Ta có AB = 2BE (cạnh đối diện với góc 30^0 trong tam giác vuông) và AC = $\sqrt{2}$ CF (cạnh huyền trong tam giác vuông cân)	0,25
		Do đó AB + AC$\sqrt{2}$ = 2BC $\Leftrightarrow$ 2BE + 2CF = 2BC <=> BE + CF =BC $\Leftrightarrow$ BE + CF = BD + CD	0,5
		Mà BE $\le$ BD và CF $\le$ CD nên xáy ra đẳng thức trên khi và chỉ khi E,F trùng D. Tức là AD $\perp$BC.	
		Từ đó $\widehat{B} = 90^0 - 30^0 = 60^0$; $\widehat{C} = 90^0 - 45^0 = 45^0$	0,5

<u>Ghi chú:</u>

HS làm cách khác mà đúng vẫn cho điểm tối đa, bài hình không vẽ hình hoặc vẽ hình sai thì không cho điểm.

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
<u>THÀNH PHỐ THANH HÓA</u>

THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP THÀNH PHỐ
NĂM HỌC 2014-2015 . MÔN TOÁN- LỚP 9

Thời gian : 150 phút *(không kể thời gian giao đề*)

Ngày thi : tháng năm

<u>ĐỀ BÀI</u>

<u>Bài 1</u>: (3điểm)

Cho biểu thức: $A = \sqrt{\dfrac{x-y}{2}}\left(\sqrt{x+\sqrt{x^2-y^2}} - \sqrt{x-\sqrt{x^2-y^2}}\right)$

1) Rút gọn biểu thức A với $x \geq y \geq 0$

2) Tính giá trị của A khi $x = \sqrt[3]{2\sqrt{13}+5}$ và $y = \sqrt[3]{2\sqrt{13}-5}$

<u>Bài 2</u>: (4 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x(x+y) = 6 \\ x^3 + y^3 + 18y = -64 \end{cases}$

2) Tìm x, y, z nguyên dương đôi một khác nhau thoả mãn:

$$3^x + 3^y + 3^z = \sqrt{1 + 6830^2 + \frac{6830^2}{6831^2}} + \frac{6830}{6831}$$

<u>Bài 3</u>: (4điểm)

1) Tìm các số hữu tỉ n sao cho : $n^2 + n + 503$ là số chính phương

2) Cho đa thức $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$.

Biết P(1)= 1; P(2)= 4, P(3)= 9; P(4)= 16, P(5)= 25. Tính P(6) ; P(7)

<u>Bài 4:</u> (7 điểm)

1) Cho tam giác ABC nhọn có $\widehat{BAC} = 45^0$. Gọi BE và CF là các đường cao, H là trực tâm của tam giác ABC. M và K lần lượt là trung điểm của BC, AH.

a) Chứng minh EF, MK, OH đồng quy. (với O là tâm của đường ngoại tiếp tam giác ABC)

b) Cho EF $= 2\sqrt{5}$ cm. Tính bán kính của đường tròn (O).

2) Cho tứ giác ABCD có số đo độ dài các cạnh là a, b, c, d và số đo diện tích là S.

Chứng minh: $a + b + c + d \geq 4\sqrt{S}$. Dấu “ =” xảy ra khi nào?

<u>Bài 5</u> (2 điểm)

Cho x,y,z là các số thực không âm và thỏa mãn điều kiện:

$x^{2014} + y^{2014} + z^{2014} = 3$. Tìm GTLN của biểu thức $B = x^2 + y^2 + z^2$

(Hết)

Họ và tên thí sinh………………………………………………… SBD…………

HƯỚNG DẪN CHẤM
THI HỌC SINH GIỎI – MÔN TOÁN 9 (Vòng 2)
NĂM HỌC 2014 – 2015

Bài	Câu	Tóm tắt cách giải	Điểm
1 3 đ	1) 1,5 điểm	Ta có: $A^2 = \left[\sqrt{\frac{x-y}{2}}\left(\sqrt{x+\sqrt{x^2-y^2}} - \sqrt{x-\sqrt{x^2-y^2}}\right)\right]^2$ $= \frac{x-y}{2}.(2x-2y) = (x-y)^2$. => $A = x - y$ (do $x \geq y \geq 0$).	1,5
	2) 1,5 điểm	Với $x = \sqrt[3]{2\sqrt{13}+5}$ và $y = \sqrt[3]{2\sqrt{13}-5}$ (thỏa mãn ĐK)	0,25
		Thay vào A ta được: $A = \sqrt[3]{2\sqrt{13}+5} - \sqrt[3]{2\sqrt{13}-5}$ $A^3 = \left(\sqrt[3]{2\sqrt{13}+5} - \sqrt[3]{2\sqrt{13}-5}\right)^3$ $= 2\sqrt{13}+5 - 2\sqrt{13}+5 - 3A\sqrt[3]{(2\sqrt{13}+5)(2\sqrt{13}-5)}$	0,5
		$A^3 = 10 - 9A \Leftrightarrow A^3 + 9A - 10 = 0$ $\Leftrightarrow (A-1)(A^2 + A + 10) = 0$ $\Leftrightarrow A = 1$ vì $A^2 + A + 10 > 0$ Vậy $A = 1$	0,75
2 4đ	1) 2điểm	$\begin{cases} x(x+y) = 6 \\ x^3 + y^3 + 18y = -64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x+y) = 6 \\ x^3 + y^3 + 3yx(x+y) = -64 \end{cases}$	0,75
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x(x+y) = 6 \\ (x+y)^3 = -64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x+y) = 6 \\ x + y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ y = -\frac{5}{2} \end{cases}$	1,0
		Vậy hệ phương trình có nghiệm là : (x,y) = $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}\right)$	0,25
		Biến đổi vế phải Ta có: $6831^2 = (6830+1)^2 = 6830^2 + 2.6830 + 1$ $\Rightarrow 1 + 6830^2 = 6831^2 - 2.6830.$	

Bài	Câu	Tóm tắt cách giải	Điểm

2 (6đ)	2) 2điểm	$\Rightarrow \sqrt{1+6830^2+\frac{6830^2}{6831^2}}+\frac{6830}{6831}$ $=\sqrt{6831^2-2.6830+\frac{6830^2}{6831^2}}+\frac{6830}{6831}$ $=\sqrt{\left(6831-\frac{6830}{6831}\right)^2}+\frac{6830}{6831}=6831-\frac{6830}{6831}+\frac{6830}{6831}=6831$ PT đưa về : $3^x + 3^y + 3^z = 6831$ Không mất tính tổng quát giả sử x < y < z Ta có: $3^x + 3^y + 3^z = 6831 \iff 3^x(1 + 3^{y-x} + 3^{z-x}) = 3^3.253$ Vì $1 + 3^{y-x} + 3^{z-x}$ không chia hết cho 3 và 253 cũng không chia hết cho 3 nên: $\begin{cases} 3^x = 3^3 & (1) \\ 1+3^{y-x}+3^{z-x}=253 & (2) \end{cases}$ (1) => x = 3 thế vào (2) ta được: $1 + 3^{y-3} + 3^{z-3} = 253$ $\iff 3^{y-3}(1 + 3^{z-y}) = 252 = 3^2 . 28$ Do $1 + 3^{z-y}$ không chia hết cho 3 và 28 không chia hết cho 3 nên $\begin{cases} 3^{y-3}=3^2 \\ 1+3^{z-y}=28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=5 \\ 3^{z-5}=3^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=5 \\ z=8 \end{cases}$ Vậy (x; y; z) = (3; 5; 8) và các hoán vị của nó.	0,5 0,25 0,5 0,25 0,25 0,25
3 4đ	1) 2điểm	Giả sử tồn tại số hữu tỉ n và số tự nhiên m khác 0 để: $n^2 + n + 503 = m^2$ (1). Đặt $n = \frac{p}{q}$, với $p\in \mathbb{Z}$; $q\in N^*$, (p,q) = 1. Thay vào (1) ta được: $\left(\frac{p}{q}\right)^2+\frac{p}{q}+503=m^2$ $\Rightarrow p^2 + pq + 503q^2 = m^2q^2 \iff p^2 = -q(p + 503q - m^2q)$ $\Rightarrow p^2 \vdots q$ mà $(p,q)=1$, nên $q=1$ hay $n=p\in \mathbb{Z}$ Mặt khác (1) $\Leftrightarrow 4(n^2 + n + 503) = 4m^2$ $\Leftrightarrow 4m^2 - (2n + 1)^2 = 2011$. $\Leftrightarrow (2m + 2n + 1)(2m - 2n - 1) = 2011$	0,5 0,5

<table>
<tr><th>Bài</th><th>Câu</th><th>Tóm tắt cách giải</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td rowspan="2">3</td><td></td><td>Vì m $\in$ N* nên: (2m +2n +1)+ (2m - 2n -1) = 4m > 0
và 2m - 2n - 1 $\in$ Z ; 2m + 2n + 1$\in$ Z => 2m +2n +1 thuộc ước dương của 2011
Mà 2011 là số nguyên tố
nên $\begin{cases} 2m + 2n + 1 = 2011 \\ 2m - 2n - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 503 \\ n = 502 \end{cases}$
Hoặc $\begin{cases} 2m + 2n + 1 = 1 \\ 2m - 2n - 1 = 2011 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 503 \\ n = -503 \end{cases}$
Vậy n = 502 hoặc n = - 503 thì n^2 + n + 503 là số chính phương.</td><td>0,25

`0,25

0,25

0,25</td></tr>
<tr><td>2)

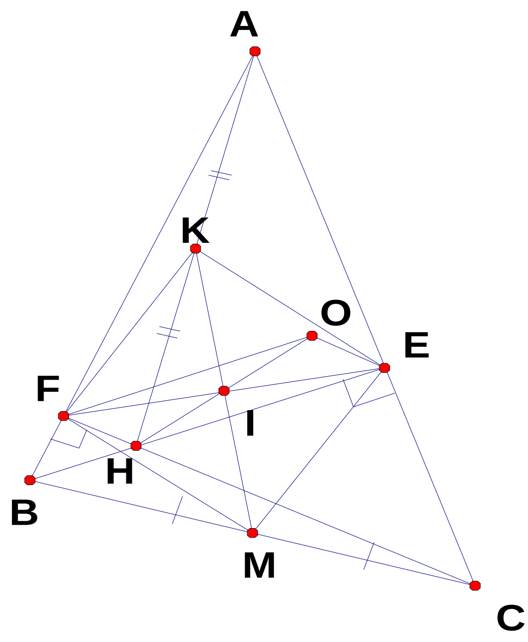
2điểm</td><td>P(1) = 1 = 1^2 ; P(2) = 4 = 2^2 , P(3) = 9 = 3^2 ;
P(4)= 16 = 4^2 , P(5) = 25 = 5^2 .
Xét đa thức: Q(x) = P(x) – x^2.
Ta có : Q(1) = Q(2) = Q(3) = Q(4) = Q(5) = 0
⇨ 1; 2; 3; 4; 5 là nghiệm của đa thức Q(x).
Vì hệ số của x^5 bằng 1 nên Q(x) có dạng:
Q(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5).
Vậy ta có :
Q(6) = (6 - 1)(6 - 2)(6 - 3)(6 - 4)(6 - 5) = P(6) – 6^2.
=> P(6) = 5! + 6^2 = 156.
Q(7) = (7 - 1)(7 - 2)(7 - 3)(7 - 4)(7 - 5) = P(7) – 7^2
=> P(7) = 6! + 7^2 = 769.
Vậy P(6) = 156; P(7) = 769</td><td>0,25

0,25

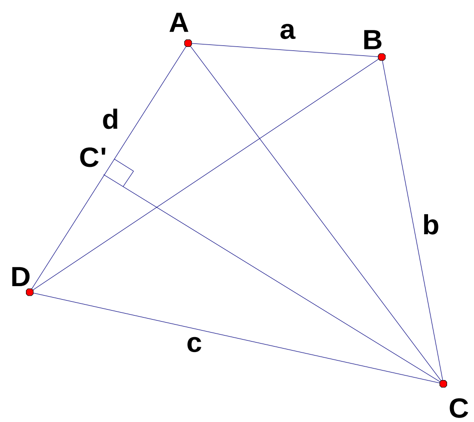
0,5

0,5

0,5</td></tr>
</table>

4 **(7đ)**	**1a)** **2,5 điểm**	 ΔAFC có $\widehat{AFC}=90^0$, $\widehat{FAC}=45^0$ (GT) $\Rightarrow \Delta AFC$ vuông cân tại F => AF = FC. Mặt khác: $\widehat{HAF}=\widehat{FCB}$ (cùng phụ với $\widehat{ABC}$). $\Rightarrow \Delta AFH = \Delta CFB$ (g.c.g) $\Rightarrow$ AH = BC Theo tính chất trung tuyến thuộc cạnh huyền của các tam giác vuông và do AH = BC	**0,5** **0,5**

Bài	Câu	Tóm tắt cách giải	Điểm
4	**1a)**	=> FK = KE = EM = MF => Tứ giác MEKF là hình thoi. => KM cắt EF tại I là trung điểm của mỗi đường (1). Lại có F thuộc trung trực của AC (do AF = FC). O cũng thuộc trung trực của AC (do O là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC) => FO là đường trung trực của AC => $FO \perp AC$ Mà $BE \perp AC$ (GT) nên FO // BE => FO // HE Chứng minh tương tự ta có EO // CF => EO // FH => Tứ giác EHFO là hình bình hành => EF cắt HO tại trung điểm của mỗi đường (2) Từ (1) và (2) => EF, HO, KM đồng quy tại I	**0,5** **0,5** **0,5**

	1b) **2điểm**	Do FO $\perp$AE; EO $\perp$AF(theo câu b). Nên O là trực tâm của Δ AEF. => AO $\perp$EF mà KM $\perp$EF (t/c đường chéo hình thoi) => AO // KM Ta lại có : OM $\perp$BC (OM là trung trực của BC) và AH $\perp$ BC (H là trực tâm của ΔABC) => OM // AH Nên tứ giác AOMK là hình bình hành => AO = KM. (3) Vì $\widehat{AFK} = \widehat{FAK}$; $\widehat{MFC} = \widehat{MCF}$ mà $\widehat{MCF} = \widehat{HAF} \Rightarrow \widehat{MFC} = \widehat{AFK}$ => $\widehat{KFM} = 90^0$ => Hình thoi KEMF là hình vuông => EF = KM (4) Từ (3) và (4) và EF =$2\sqrt{5}$ (cm) => AO = EF = $2\sqrt{5}$ cm. Vậy bán kính đường tròn(O) là $2\sqrt{5}$.	**0,5** **0,5** **0,5** **0,5**
	2)	 Giả sử AB = a, BC= b, CD =c, DA =d.	

Bài	Câu	Tóm tắt cách giải	Điểm
	2,5 điểm	Ta có: $(a+b+c+d)^2 = (a + c)^2 + (b + d)^2 + 2(a + c)(b+d) \geq 4(a+c)(b+d)$ $\Rightarrow$ $a +b+c+d \geq 2\sqrt{(a+c)(b+d)}$ (1) Kẻ CC' $\perp$AD. Ta có $S_{ADC} = \frac{1}{2}AD.CC' \leq \frac{1}{2}AD.DC = \frac{1}{2}cd$. Do đó $2S_{ADC} \leq cd$. Chứng minh tương tự ta có: $2S_{ABC} + 2S_{DBC} + 2S_{ADC} + 2S_{ABD} \leq ab + ad + bc + cd$ => $(a+c)(b+d) = ab + ad + bc + cd \geq$ $2S_{ABC} + 2S_{DBC} + 2S_{ADC} + 2S_{ABD} = 4S$ (2) Từ(1) và (2) có $a +b+c+d \geq 4\sqrt{S}$ Dấu "="xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a+c=b+d \\ DA\perp AB, AB\perp CB, BC\perp CD, CD\perp DA \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D} = 90^0 \\ a = b = c = d \end{cases}$ $\Leftrightarrow$ Tứ giác ABCD là hình vuông	**0,5** **0,5** **0,5** **0,5** **0,5**

5 **(2đ)**	**2,0** **điểm**	Áp dụng BĐT CôSi cho 2014 số không âm: (x^{2014}; x^{2014}; $\underbrace{1; 1; \dots; 1}_{2012}$) ta có: $\frac{2.x^{2104}+2012}{2014} \geq \sqrt[2014]{x^{2.2014}.1^{2012}} = x^2$ Tương tự : $\frac{2.y^{2104}+2012}{2014} \geq \sqrt[2014]{y^{2.2014}.1^{2012}} = y^2$ $\frac{2.z^{2104}+2012}{2014} \geq \sqrt[2014]{z^{2.2014}.1^{2012}} = z^2$ Cộng 3 BĐT trên theo từng vế ta được $\frac{2.(x^{2014}+y^{2014}+z^{2014})+3.2012}{2014} \geq x^2+y^2+z^2$ Mà $x^{2014}+y^{2014}+z^{2014} = 3$ ⇨ $x^2+y^2+z^2 \leq \frac{2.3+3.2012}{2014} = 3$. Hay B ≤ 3. Dấu “ =” xảy ra ⇔ x = y = z = 1. Vậy GTLN của B = 3 khi x = y = z = 1	**0,5** **0,5** **0,5** **0,5**

<u>Ghi chú:</u>

HS làm cách khác mà đúng vẫn cho điểm tối đa, bài hình không vẽ hình hoặc vẽ hình sai thì không cho điểm.