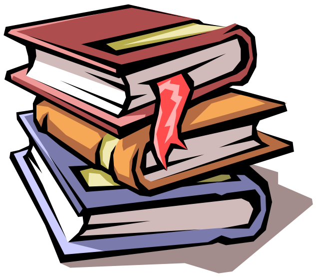
Tailieumontoan.com

Tài liệu sưu tầm



35 ĐỀ THI TOÁN VÀO LỚP 10 THPT

Tài liệu sưu tầm, ngày 24 tháng 8 năm 2020

MỤC LỤC

PHÂN DẠNG TOÁN THEO CHỦ ĐỀ

Phần này giúp giáo viên và học sinh tiện tra cứu các dạng toán theo từng chủ đề xuất hiện trong sách. Cùng với cung cấp 35 đề ôn luyện thi vào lớp 10 môn Toán, việc phân dạng này giúp giáo viên và học sinh có 2 lựa chọn để sử dụng sách một cách hiệu quả: Ôn luyện theo từng chủ đề hoặc Ôn luyện theo từng dạng toán.

CHỦ ĐỀ 1. RÚT GỌN BIỂU THỨC ĐẠI SỐ VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN

STT	Các dạng toán	Đề số
1	Rút gọn và tính giá trị của biểu thức khi biết giá trị của biến	1; 3; 4; 8; 10; 14; 15; 17; 19; 22; 23; 24; 25; 27; 28; 30; 31; 32; 33; 34; 35.
2	Rút gọn và tính giá trị của biến khi biết giá trị của biểu thức	7; 9; 11; 13; 14; 15; 17; 18; 21; 29; 33
3	Rút gọn và so sánh giá trị của biểu thức với một số hoặc với một biểu thức khác	2; 3; 4; 5; 6; 13; 14; 16; 18; 20; 22; 26; 29; 31; 34.
4	Rút gọn và tìm các giá trị biến (nguyên hoặc thực) để biểu thức có giá trị nguyên	1; 2; 6; 10; 23; 25; 26; 31; 35
5	Rút gọn và tìm giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất	5; 11; 17; 19; 27; 32
6	Rút gọn và tìm giá trị của tham số để phương trình hoặc bất phương trình có nghiêm	8; 9; 12; 16; 20; 28; 30

CHỦ ĐỀ 2. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH HOẶC HỆ PHƯƠNG TRÌNH

TT	Các dạng toán	Đề số
1	Các bài toán về chuyển động	2; 8; 13; 14; 18; 27; 29; 32; 34
2	Các bài toán về công việc làm chung làm riêng	9; 12; 16; 22; 35
3	Các bài toán về năng suất	1; 23; 24; 8; 33
4	Các bài toán về tỷ lệ phần trăm	5; 11; 15; 25
5	Các bài toán có nội dung hình học	4; 6; 19; 20; 21; 26; 31
6	Các bài toán về cấu tạo số hoặc quan hệ giữa các số	3; 7; 10; 17; 27; 30

CHỦ ĐỀ 3. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN – PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI – ĐƯỜNG THẲNG VÀ PARABOL

VẤN ĐỀ 1. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

TT	Các dạng toán	Đề số

1	Giải hệ phương trình với các hệ số là hằng số	1; 2; 4; 5; 8; 12; 13; 14; 22; 23; 26; 31; 32; 33; 34; 35
2	Tìm điều kiện của tham số để hệ phương trình có nghiệm thỏa mãn điều kiện cho trước liên quan đến phương trình bậc nhất hoặc bất phương trình	5; 10; 11; 16
3	Tìm điều kiện của tham số để hệ phương trình có nghiệm nguyên	9; 18
4	Các bài toán khác	19; 25

VẤN ĐỀ 2. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

TT	Các dạng toán	Đề số
1	Giải phương trình bậc hai hoặc phương trình quy về bậc hai	3; 6; 11; 17; 18; 27; 28; 29; 30
2	Giải và biện luận phương trình bậc hai	7; 8; 17; 25; 32
3	Tìm điều kiện của tham số để phương trình bậc hai có nghiệm thỏa mãn điều kiện cho trước	2; 4; 5; 9; 11; 20; 23; 24; 25; 32; 35
4	Bài toán liên quan đến dấu các nghiệm của phương trình bậc hai	2; 10; 28; 29
5	Các bài toán khác	1; 8; 11; 26

VẤN ĐỀ 3. ĐƯỜNG THẲNG VÀ PARABOL

TT	Các dạng toán	Đề số
1	Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng và parabol. Vẽ đường thẳng và parabol trên cùng một hệ trục tọa độ	6; 16; 21; 22; 26; 27; 30; 33; 34
2	Bài toán liên quan đến tính chu vi hoặc tính diện tích tam giác	20; 21; 24; 26; 33
3	Điều kiện về giao điểm của đường thẳng và parabol	13; 15; 17; 24; 27; 31
4	Tìm điều kiện của tham số để đường thẳng cắt parabol tại hai điểm thỏa mãn điều kiện cho trước	3; 6; 7; 12; 13; 14; 15; 17; 19; 20; 22; 26; 27; 31; 34
5	Tìm điều kiện của tham số để khoảng cách từ một điểm cho trước đến đường thẳng là lớn nhất hoặc nhỏ nhất	12; 20

CHỦ ĐỀ 4. CÁC BÀI TOÁN HÌNH HỌC

TT	Các dạng toán	Đề số
1	Chứng minh tứ giác nội tiếp	1; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14;

		15; 17; 18; 19; 20; 21; 22; 23; 24; 25; 26; 27; 28; 29; 30; 31; 32; 33; 34; 35
2	Chứng minh đẳng thức cho trước	1; 3; 5; 6; 8; 9; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 19; 21; 22; 23; 24; 25; 26; 27; 28; 29; 30; 31; 32
3	Chứng minh tam giác đồng dạng	17; 18; 25
4	Chứng minh các góc bằng nhau	2; 3; 4; 6; 9; 15; 20; 29; 35
5	Chứng minh hai đường thẳng hoặc vuông góc hoặc song song	1; 15; 20; 24; 30; 31; 33; 34
6	Nhận dạng hình	1; 2; 19; 23; 26; 27; 31; 33; 35
7	Chứng minh ba điểm thẳng hàng hoặc ba đường thẳng đồng quy	12; 13; 18; 20; 25; 28; 32
8	Tìm điểm cố định đường luôn đi qua	8; 9; 10; 11; 18; 20; 32; 34; 35
9	Tìm tập hợp điểm	4 ; 11 ; 16 ; 19 ; 20 ; 22 ; 26
10	Bài toán về giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất	2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 10 ; 12 ; 21 ; 24 ; 25 ; 27 ; 28 ; 29 ; 30 ; 33
11	Tính độ dài đoạn thẳng, tỷ số độ dài, diện tích tam giác	4 ; 6 ; 7 ; 10 ; 13 ; 14 ; 21 ; 22 ; 23 ; 34
12	Góc không phụ thuộc vào vị trí một điểm	7 ; 18 ; 25
13	Bài toán tiếp tuyến	5 ; 26
14	Các bài toán khác	17 ; 27

CHỦ ĐỀ 5. PHƯƠNG TRÌNH VÔ TỶ. BẤT ĐẲNG THỨC. CỰC TRỊ CỦA BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

TT	**Các dạng toán**	**Đề số**
1	Chứng minh bất đẳng thức	7 ; 13 ; 16 ; 34
2	Tìm giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất của biểu thức đại số	1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 14 ; 18 ; 19 ; 20 ; 21 ; 22 ; 23 ; 24 ; 25 ; 26 ; 27 ; 29 ; 31 ; 32 ; 33 ; 35
3	Giải phương trình	3 ; 5 ; 6 ; 15 ; 17 ; 28 ; 30

PHẦN A. CÁC ĐỀ TỰ LUYỆN

ĐỀ SỐ 1

Bài I. Cho biểu thức $A=\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{3-11\sqrt{x}}{9-x}$, $B=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$ với $x\ge 0,\ x\ne 9$.

1) Tính giá trị của B tại $x=\dfrac{2}{\sqrt{2}-1}-\dfrac{2}{\sqrt{2}+1}$.
2) Rút gọn A.
3) Tìm số nguyên x để $P=A.B$ là số nguyên.

Bài II. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Một đội công nhân theo kế hoạch phải trồng 75 hecta rừng trong một số tuần lễ. Do mỗi tuần trồng vượt mức 5 hecta so với kế hoạch nên đã trồng được 80 hecta và hoàn thành sớm hơn 1 tuần. Hỏi theo kế hoạch mỗi tuần công nhân đó trồng bao nhiêu hecta rừng?

Bài III. 1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\dfrac{8}{x-3}+\dfrac{1}{2|y|-3}=5\\ \dfrac{4}{x-3}+\dfrac{1}{2|y|-3}=3\end{cases}$

2) Cho phương trình: $x^2-2(m+1)x+2m+1=0$

a) Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi m. Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc m.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $\sqrt{5}$.

Bài IV. Cho điểm C nằm trên nửa đường tròn $(O;R)$, đường kính AB sao cho cung AC lớn hơn cung BC $(C\ne B)$. Đường thẳng vuông góc với đường kính AB tại O cắt dây AC tại D .

1) Chứng minh tứ giác $BCDO$ nội tiếp.
2) Chứng minh $AD.AC=AO.AB$.
3) Tiếp tuyến tại C của đường tròn cắt đường thẳng đi qua D và song song với AB tại điểm E. Tứ giác $OEDA$ là hình gì?
4) Gọi H là hình chiếu của C trên AB. Hãy tìm vị trí điểm C để $HD\perp AC$.

Bài V. Cho x,y là các số thực dương và thỏa mãn $x^2+y^2=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=x+\dfrac{1}{x}+y+\dfrac{1}{y}$.

------------------------ Hết ------------------------

ĐỀ SỐ 2

Bài I. Cho biểu thức $Q = \dfrac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \dfrac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$.

1) Rút gọn Q;
2) Tìm x để $Q<1$;
3) Tìm x nguyên để Q nhận giá trị nguyên.

Bài II. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một canô đi xuôi dòng từ A đến B cách nhau 40 km sau đó đi ngược dòng từ B về A. Cho biết thời gian đi xuôi dòng ít hơn thời gian đi ngược dòng là 20 phút, vận tốc dòng nước là 3 km/giờ và vận tốc riêng của canô không đổi. Tính vận tốc riêng của canô.

Bài III. 1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{0,3}{2x-1} - \dfrac{0,5}{y-3} = 3 \\ \dfrac{1,5}{2x-1} - \dfrac{2}{y-3} = 1,5 \end{cases}$

2) Cho phương trình: $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$. Tìm các giá trị của m để phương trình:

a) Có đúng một nghiệm.

b) Có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1x_2 > 0$ và $x_1 = 2x_2$.

Bài IV. Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{ABC} = 60^\circ$, M là điểm tùy ý trên cạnh AC. Vẽ đường tròn tâm O đường kính $MC \cap BC = E$. Đường thẳng $BM \cap (O) = N$, $AN \cap (O) = D$. Lấy I đối xứng với M qua A .Lấy K đối xứng với M qua E.

1) Chứng minh tứ giác $BANC$ nội tiếp.
2) Chứng minh CA là tia phân giác của góc BCD.
3) Tìm vị trí của M trên AC để $MBKC$ là hình thoi.
4) Tìm vị trí của M để đường tròn ngoại tiếp tam giác BIK có bán kính nhỏ nhất.

Bài V. Cho a,b là các số thực dương thỏa mãn $a^2+b^2 \le 16$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$M = a\sqrt{b(a+8b)} + b\sqrt{a(b+8a)}.$$

----------------------- Hết -----------------------

ĐỀ SỐ 3.

Bài I. Cho các biểu thức $A=\frac{1}{\sqrt{x}-1}-\frac{x-\sqrt{x}+3}{x\sqrt{x}-1}$ và $B=\frac{x+2}{x+\sqrt{x}+1}$ với $x\ge 0, x\ne 1$.

1) Tính giá trị của B tại $x=(1-\frac{5+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}})(\frac{5-\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}}-1)$.

2) Rút gon A .

3) Cho biết $P=\frac{A}{1-B}$. Tìm x để $P\le 1$.

Bài II. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.*

Cho một số có hai chử số . Biết rằng tổng của chữ số hàng chục và hai lần chữ số hàng đơn vị là 12. Nếu đổi chổ hai chữ số cho nhau thì sẽ được một số mới lớn hơn số ban đầu là 27 đơn vị . Tìm số ban đầu.

Bài III. 1) Giải phương trình $2x-5+3\sqrt{2x-1}=0$.

2) Cho đường thẳng $d: y=mx+m+1$ và parabol $(P): y=x^2$. Tìm các giá trị của m để d cắt (P) tại hai điểm có hoành độ là x_1, x_2 và thỏa mãn điều kiện:

a) $\left|x_1-x_2\right|=4$

b) $\left|x_1\right|+\left|x_2\right|=4$.

Bài IV. Cho đường tròn $(O;R)$, một đường thẳng d không đi qua O và cắt đường tròn tại hai điểm A và B. Từ một điểm C ở ngoài đường tròn $C\in d$ và $CB<CA$; kẻ hai tiếp tuyến CM và CN với đường tròn (M thuộc cung nhỏ AB). Gọi H là trung điểm của AB. Đường thẳng OH cắt tia CN tại K.

1) Chứng minh rằng $KN.KC=KH.KO$

2) chứng minh năm điểm M,H,O,N,C cùng thuộc một đường tròn.

3) Đoạn thẳng CO cắt đường tron (O) tại I . Chứng minh điểm I cách đều các đường thẳng CM, CN, MN .

4) Một đường thẳng đi qua O và song song với MN cắt CM và CN tại E và F. Xác định vị trí điểm C trên d sao cho diện tích tam giác CEF nhỏ nhất.

Bài V. Giải phương trình : $x(3-\sqrt{3x-1})=\sqrt{3x^2+2x-1}-x\sqrt{x+1}+1$.

------------------------ Hết ------------------------

ĐỀ SỐ 4.

Bài I. Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-4}-\dfrac{\sqrt{x}+1}{x+4\sqrt{x}+4}\right):\dfrac{x\sqrt{x}}{(4-x)^2}$. Với $x>0, x\neq 4$.

1) Rút gọn A .

2) Tính giá trị của A tại $x=4+2\sqrt{3}$.

3) Tìm x để $A\geq \dfrac{1}{4}$.

Bài II. *Giải bài toán sau bằng cách giải phương trình hoặc hệ phương trình:*

Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi là 90 m. Nếu giảm chiều rộng đi 4m và giảm chiều dài đi 20% thì chu vi mảnh đất giảm đi 18m. Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật lúc ban đầu?

Bài III. 1) Giải hệ phương trình : $\begin{cases}3\sqrt{3x-2}-2\sqrt{1-y}=4\\ 2\sqrt{3x-2}+\sqrt{1-y}=5\end{cases}$.

2) Cho phương trình $x^2-2x-2m=0$ (ẩn x).

a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 và $(1+x_1^2)(1+x_2^2)=5$.

b) Trong trường hợp phương trình có hai nghiệm x_1,x_2 viết phương trình bậc hai nhận $\dfrac{1}{x_1+1},\dfrac{1}{x_2+1}$ làm nghiệm.

Bài IV. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm (O), đường cao AI, BN cắt nhau tai H, $CH\cap AB=M$.

1) Chứng minh tứ giác $AMHN$ nội tiếp.

2) Chứng minh điểm H cách đều các đường thẳng NM, NI.

3) Chứng minh $MN=BC.\cos\widehat{BAC}$. Cho biết $\widehat{BAC}=45^\circ$, $S_{ABC}=100cm^2$, tính diện tích ΔANM.

4) Gọi E là trung điểm BC, AE cắt OH tại G. Cho B, C cố định , khi A di chuyển trên cung lớn BC thì G di chuyển trên đường nào?

Bài V. Giải phương trình: $\sqrt{x^2+\sqrt{x^2+x+\dfrac{1}{4}}-\dfrac{1}{4}}=\dfrac{1}{2}(2x^3+x^2+2x+1)$.

------------------------ Hết ------------------------

ĐỀ SỐ 5

Bài I. Cho biểu thức $A = \dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \dfrac{x+9\sqrt{x}}{x-9}$ và $B = \dfrac{x+5\sqrt{x}}{x-25}$ với $x \ge 0; x \ne 9$ và $x \ne 25$.

1) Rút gọn các biểu thức A và B.
2) Đặt $P = \dfrac{A}{B}$. Hãy so sánh P với 1.
3) Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

Bài II. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Theo kế hoạch hai tổ sản xuất phải làm được 900 chi tiết máy trong một thời gian quy định. Do cải tiến kĩ thuật nên tổ một vượt mức 15%, tổ hai vượt mức 10% so với kế hoạch. Vì vậy hai tổ sản xuất được 1010 chi tiết máy. Hỏi theo kế hoạch mỗi tổ sản xuất phải làm bao nhiêu chi tiết máy?

Bài III. 1) Cho hệ phương trình $\begin{cases} x - my = 2 \\ mx + 2y = 1 \end{cases}$. Chứng minh hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất $(x; y)$ với mọi tham số m. Tìm m để nghiệm $(x; y)$ thoả mãn $3x + 2y - 1 \ge 0$.

2) Cho đường thẳng $d: y = mx - m + 1$ và $(P): y = x^2$.

a) Chứng minh rằng d và (P) luôn có điểm chung với mọi m. Với giá trị nào của m thì d và (P) tiếp xúc nhau? Khi đó tìm toạ độ tiếp điểm.

b) Gọi x_1, x_2 là hoành độ giao điểm của d và (P). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \dfrac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 + 2}$.

Bài IV. Cho $(O; R)$ đường kính AB cố định. Điểm I nằm giữa A và O. Dây CD vuông góc với AB tại I. Gọi M là điểm tuỳ ý thuộc cung lớn CD (M không trùng với C, D, và B). Dây AM cắt CD tại K.

1) Chứng minh tứ giác $IKMB$ nội tiếp.
2) Chứng minh $AD^2 = AK.AM$.
3) Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròng tâm E ngoại tiếp tam giác CKM.
4) Xác định vị trí của điểm M sao cho độ dài DE là nhỏ nhất.

Bài V. Giải phương trình: $\left(\sqrt{x+2} - 1\right)^2 = 3x - 8\sqrt{x+2} + 11$.

------------------------ Hết ------------------------

ĐỀ SỐ 6

Bài I. Cho biểu thức $P=\left(\frac{1}{\sqrt{a}+2}+\frac{1}{\sqrt{a}-2}\right).\frac{\sqrt{a}-2}{\sqrt{a}}$ với $a>0, a\neq 4$.

1) Rút gọn P.
2) Tìm a để $P>\frac{1}{3}$.
3) Tìm tất cả các giá trị thực của a để $Q=\frac{9}{2}P$ có giá trị nguyên.

Bài II. *Giải các bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Tính chu vi của một hình chữ nhật, biết rằng nếu tăng mỗi chiều của hình chữ nhật thêm 4 m thì diện tích của hình chữ nhật tăng thêm 80 m^2.Nếu giảm chiều rộng 2 m và tăng chiều dài 5 m thì diện tích hình chữ nhật bằng diện tích ban đầu.

Bài III. 1) Giải phương trình: $4x-3\sqrt{5x-1}+1=0$.

2) Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d: y=2x-m+1$ và Parabol $(P): y=\frac{1}{2}x^2$.

Tìm các giá trị của m để:

a) d đi qua điểm $A(-1;3)$. Vẽ d và (P) ứng với giá trị vừa tìm được của m.

b) d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có toạ độ $(x_1;y_1)$ và $(x_2;y_2)$ sao cho $x_1x_2(y_1+y_2)+48=0$.

Bài IV. Cho đường tròn $(O;R)$ và một điểm A sao cho $OA=3R$. Qua A kẻ hai tiếp tuyến AP và AQ của đường tròn $(O;R)$ (*P, Q* là các tiếp điểm). Lấy M thuộc đường tròn $(O;R)$ sao cho PM song song với AQ. Gọi N là giao điểm thứ hai của đường thẳng AM với đường tròn (O). Tia AP cắt đường thẳng AQ tại K.

1) Chứng minh rằng tứ giác $APOQ$ nội tiếp.

2) Chứng minh rằng: $KA^2=KN.KP$.

3) Kẻ đường kính QS của (O). Chứng minh rằng tia NS là phân giác của $\widehat{PNM}$.

4) Gọi G là giao điểm thứ hai của đường thẳng AO và PK. Tính độ dài đoạn thẳng AG theo R.

Bài V. Giải phương trình: $\sqrt{4x^2-2x+\frac{1}{4}}=4x^3-x^2+8x-2$

------------------------ Hết ------------------------

ĐỀ SỐ 7

Bài I. 1) Cho biểu thức $B=\dfrac{2}{\sqrt{x}-2}$ với $x\ge 0, x\ne 4$. Tìm x biết rằng $B=\dfrac{1}{\sqrt{3}+2}+\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}$.

2) Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}}{x-4}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x\ge 0, x\ne 4$. Rút gọn A và tính $P=\dfrac{B}{A}$.

3) Tìm x thoả mãn $P\left(\sqrt{x}+1\right)-\sqrt{x}+2\sqrt{x-1}=2x-2\sqrt{2x}+4.$

Bài II. *Giải các bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết rằng chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 2. Nếu viết xen chữ số 0 vào giữa chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị thì số đó tăng thêm 630 đơn vị.

Bài III. 1) Cho phương trình: $x^4-2mx^2+(m^2-1)=0.$

a) Giải phương trình khi $m=3.$

b) Tìm m để phương trình có ba nghiệm phân biệt.

2) Cho *(P)*: $y=\dfrac{1}{2}x^2$ và đường thẳng *d:* $y=x-m+1.$Tìm m để d cắt (*P*)tại hai điểm phân biệt $A(x_1;y_1), B(x_2;y_2)$ sao cho $y_1+y_2=4(x_1+x_2)$và một trong hai hoành độ giao điểm đó có hoành độ lớn hơn 1.

Bài IV. Cho đường tròn tâm *O*, điểm *M* cố định ngoài (*O*), kẻ hai tiếp tuyến *MA, MB* với (*O*) (*A, B* là tiếp điểm). Trên cung nhỏ *AB* lấy điểm *N*. Từ *N* kẻ tiếp tuyến với (*O*) cắt *MA, MB* lần lượt tại *E* và *F*.

1) Chứng minh tứ giác *AONE* nội tiếp.

2) Chứng minh chu vi tam giác *MEF* và độ lớn góc *EOF* không phụ thuộc vào vị trí điểm *N*.

3) Gọi *I, K* là giao điểm của *OE* và *OF* với *AB*. Cho $\widehat{AOB}=120^0$, tính tỉ số $\dfrac{EF}{IK}$.

4) Đường thẳng qua *O* vuông góc với *OM* cắt *MA, MB* lần lượt tại *C* và D. Tìm vị trí điểm Nđể *(EC+FD)* có độ dài nhỏ nhất.

Bài V. Cho $a,b,c>0$ và $ab+bc+ca=1.$Chứng minh:

$$\sqrt{a^2+1}+\sqrt{b^2+1}+\sqrt{c^a+1}\le 2(\text{a}+\text{b}+\text{c}).$$

----------------------- Hết -----------------------

ĐỀ SỐ 8

Bài I. Cho biểu thức $A=\dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ và $B=\left(\dfrac{15-\sqrt{x}}{x-25}+\dfrac{2}{\sqrt{x}+5}\right):\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$ với $x\ge 0, x\ne 25.$

a) Tính giá trị của *A* khi $x=6-2\sqrt{5}.$

b) Rút gọn *B*.

c) Tìm *a* để phương trình *A-B=a* có nghiệm.

Bài II. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Trên quãng đường *AB*, hai ô tô khởi hành cùng một thời điểm từ hai bến *A* và *B* đi ngược chiều nhau, Hai xe gặp nhau sau 3 giờ. Biết rằng sau khi gặp nhau, mỗi xe tiếp tục đi hết quãng đường còn lại. Xe khởi hành từ *A* đến *B* muộn hơn xe khởi hành từ *B* đến *A* là 2 giờ 30 phút. Hỏi mỗi xe đi quãng đường AB hết mấy giờ?

Bài III. 1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x(y+3)+2y=xy+33 \\ (x+1)(y-2)=xy-10 \end{cases}.$

2) Cho phương trình: $x^2-mx-4=0.$

a) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\dfrac{2(x_1+x_2)+7}{x_1^2+x_2^2}.$

Bài IV. Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm *A* cố định thỏa mãn $OA=2R.$ Một đường kính *BC* quay quanh *O* sao cho A, B, C không thẳng hàng. Đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC* cắt đường *OA* ở *P* (khác *A*). Đường thẳng *AB, AC* cắt (*O*) ở điểm thứ hai là *D* và *E*. Nối *DE* cắt *OA* ở *K*. Chứng minh:

1) Các tam giác *OPB, AOC* đồng dạng và tứ giác *PECK* nội tiếp;

2) $AK.AP=AE.AC$;

3) Đường thẳng *DE* đi qua một điểm cố định.

4) Đường tròn ngoại tiếp tam giác *ADE* đi qua điểm cố dịnh *F* từ đó suy ra vị trí *CB* để diện tích tứ giác *ABPC* lớn nhất.

Bài V. Cho ba số thực dương *a, b, c* thỏa mãn $a+b\le c.$ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=\left(a^2+b^2+c^2\right)\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)$$

----------------------- Hết -----------------------

ĐỀ SỐ 9

Bài 1. Cho biểu thức $P=\left(1-\frac{2\sqrt{x}}{3\sqrt{x}+1}+\frac{\sqrt{x}+1}{9x-1}\right):\left(\frac{9\sqrt{x}+6}{3\sqrt{x}+1}-3\right)$, với $x\ge 0, x\ne \frac{1}{9}$.

1) Rút gọn *P*.

2) Tìm *x* để $P=\frac{6}{5}$.

3) Với $m>1,$ chứng tỏ có hai giá trị của *x* sao cho $P=m$.

Bài II. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể thì sau 6 giờ thì đầy bể. Nếu chảy một mình để đầy bể thì vòi I cần nhiều thời gian hơn vòi II là 5 giờ. Hỏi mỗi vòi chảy bao lâu thì đầy bể?

Bài III. 1) Cho phương trình $x^2-2mx+(\mathrm{m}^2-\mathrm{m})=0$. Tìm *m* để phương trình có hai nghiệm x_1,x_2 sao cho $3x_1+2x_2=6$.

2) Cho hệ phương trình: $\begin{cases}2x+m\mathrm{y}=1\\ mx+2y=1\end{cases}$ (*m* là tham số).

a) Tìm số nguyên *m* để hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ với *x,y* là các số nguyên.

b) Chứng minh rằng khi hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)$, điểm $M(x;y)$ luôn nằm trên một đường thẳng cố định.

Bài IV. Cho điểm *M* nằm ngoài đường tròn (*O*). Vẽ các tiếp tuyến *MA, MB* với (*O*)(*A, B* là các tiếp điểm). Vẽ cát tuyến *MCD* không đi qua tâm *O* (*C* nằm giữa *M* và *D*), *OM* cắt *AB* và (*O*) lần lượt tại *H* và *I*. Chứng minh:

1) Chứng minh tứ giác *MAOB* nội tiếp và đường tròn này đi qua trung điểm *E* của *CD*.

2) Chứng minh $OH.OM+MC.MD=MO^2$.

3) Chứng minh CI là phân giác góc MCH.

4) Cho các điểm M,C,D cố định, đường tròn (O) thay đổi nhưng luôn qua C,D. Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác OHE luôn đi qua một điểm cố định.

Bài V. Cho các số thực x,y thỏa mãn điều kiện $\sqrt{x+2}-y^3=\sqrt{y+2}-x^3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A=x^2+2xy-2y^2+2y+10$.

----------------------- Hết -----------------------

ĐỀ SỐ 10

Bài I. 1) Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ với $x\ge 0$. Tinh giá trị của A khi

$$x=\frac{1}{2}\left(\sqrt{6+4\sqrt{2}}+\sqrt{6-4\sqrt{2}}\right).$$

2) Cho biểu thức $B=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{5}{1-\sqrt{x}}+\dfrac{4}{\sqrt{x}-1}$ với $x\ge 0, x\ne 1$. Rút gọn B.

3) Tìm các số hữu tỉ x để $P=A.B$ có giá trị nguyên.

Bài II. *Giải toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Trong hội trường có một số ghế bang, mỗi ghế băng quy định số người ngồi như nhau. Nếu bớt 2 ghế bang và mỗi ghế bang ngồi thêm 1 người thì thêm được 8 chỗ. Nếu thêm 3 ghế băng và mỗi ghế băng ngồi rút đi 1 người thì giảm 8 chỗ. Tính số ghế băng trong hội trường.

Bài III. 1) Cho phương trình $x^2-2mx+2(m-2)=0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu và nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương.

2) Cho hệ phương trình $\begin{cases}(m-1)x+y=2\\ mx+y=m+1\end{cases}$ (m là tham số).

a) Chứng minh với mọi giá trị của m thì hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất (x,y) thỏa mãn $2x+y\le 3$.

b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm $(x;y)$ thõa mãn $x+y=-4$.

Bài IV. Cho đường tròn (O) đường kính $AB; Ax, By$ là hai tiếp tuyến của (O) tại các tiếp điểm A, B. Lấy điểm M bất kì trên nửa đường tròn (M thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AB chứa các tia Ax, By), tiếp tuyến tại M của (O) cắt Ax, By lần lượt tại C và D.

1) Chứng minh tứ giác $AOMC$ nội tiếp.

2) Với $BD=R\sqrt{3}$, hãy tính AM.

3) Nối OC cắt AM tại E, OD cắt BM tại F, kẻ $MN\perp AB\,(N\in AB)$. Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác NEF luôn đi qua một điểm cố định.

4) Tìm vị trí điểm M trên nửa đường tròn để bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác $CEFD$ nhỏ nhất.

Bài V. Cho các số dương a,b thỏa mãn điều kiện $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\le\dfrac{1}{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M=\sqrt{a}+\sqrt{b}-\dfrac{1}{a+b}$.

------------------------ Hết ------------------------

ĐỀ SỐ 11

Bài I. 1) Cho biểu thức $A=\frac{3}{x-1}+\frac{1}{\sqrt{x}+1}$ với $x\geq 0, x\neq 1$. Tìm các giá trị của x để $A=\frac{1}{2}$.

2) Đặt $P=A:\frac{1}{\sqrt{x}+1}$. Tìm x để $P<0$.

3) Cho biết $M=\frac{x+12}{\left(\sqrt{x}-1\right)P}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của M.

Bài II. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Hai anh An và Bình góp vốn cùng kinh doanh. Anh An góp 13 triệu đồng, anh Bình góp 15 triệu đồng . Sau một thời gian kinh doanh lãi được 7 triệu đồng. Lãi chia theo tỷ lệ góp vốn. Tính số tiền lãi mà mỗi anh được hưởng.

Bài III. 1) Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=5 \\ mx+y=4 \end{cases}$. Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x, y) thõa mãn $x=|y|$.

2) Cho phương trình $x^2-2mx+m^2-1=0$.

a) Tìm m để phương trình x_1, x_2 sao cho $x_1=3x_2$.

b) Lập phương trình bậc hai có các nghiệm là $\frac{1}{x_1}$ và $\frac{1}{x_2}$.

Bài IV. Cho đường tròn (O) và một dây BC cố định. Lấy điểm A ở chính giữa cung nhỏ BC và điểm M trên cung lớn BC sao cho $MC\geq MB$. Đường MA cắt tiếp tuyến qua C của (O) và BC lần lượt tại Q, I. Đường MB cắt CA tại P.

1) Chứng minh tứ giác $PQCM$ nội tiếp và PQ song song với BC.

2) Tiếp tuyến tại A cắt tiếp tuyến tại C ở N. Chứng minh: $\frac{1}{CI}+\frac{1}{CQ}=\frac{1}{CN}$.

3) Chứng minh $MB.MC=IB.IC+IM^2$.

4) Khi M di động và thỏa mãn giả thiết đề bài, hãy tìm vị trí của M để bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác MBI là lớn nhất.

Bài V. Cho biết các số a, b, c thõa mãn $0\leq a, b, c\leq 2$ và $a+b+c=3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=a^2+b^2+c^2$.

----------------------- Hết -----------------------

ĐỀ SỐ 12

Bài I. 1) Cho biểu thức $A=\frac{x-2}{x\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}+\frac{1}{1-\sqrt{x}}$ với $x\ge 0,\quad x\ne 1$. Rút gọn A.

2) Cho biểu thức $B=\frac{\sqrt{x}-1}{2}$. Hãy tìm $P=\frac{A}{B}$.

3) Với $x>1$, tìm giá trị của m để $\frac{1}{P}>m+\sqrt{x}$.

Bài II. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Hai vòi nước chảy cùng vào một bể không có nước thì sau 12 giờ đầy bể. Người ta mở cả hai vòi trong 4 giờ rồi khóa vòi II lại và để vòi I chảy tiếp trong 14 giờ nữa thì mới đầy bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì bao lâu mới đầy bể?

Bài III. 1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}\frac{8}{\sqrt{x^2+1}}+\frac{4}{\sqrt{y^2+7}}=9\\ \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}-\frac{1}{\sqrt{y^2+7}}=\frac{3}{4}\end{cases}$.

2) Cho đường thẳng $d: y=(m-3)x+m-2$.

a) Tìm m để khoảng cách từ điểm $I(-1;0)$ đến d là lớn nhất.

b) Tìm m để d cắt $(P): y=x^2$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1{}^2=4x_2$

Bài IV. Cho đường tròn (O) có dây AB cố định và C là điểm di động trên cung lớn AB. Gọi M,N lần lượt là điểm chính giữa các cung nhỏ AC và AB. Gọi I lag giao điểm BM và CN. Dây MN cắt AC và AB lần lượt tại H và K.

1) Chứng minh tứ giác $BNKI$ nội tiếp
2) Chứng minh $NM.NH=NC.NI$
3) Giả sử AI cắt (O) tại E, NE cắt CB tại F. Chứng minh ba điểm H,I,F thẳng hang.
4) Xác định vị trí điểm C để chu vi tứ giác $AIBN$ lớn nhất.

Bài V. Cho số thực dương a,b,c thỏa mãn điều kiện $a+b+c\le\frac{3}{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$.

----------------------- Hết -----------------------

ĐỀ SỐ 13

Bài I. Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{x}{x-4}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x>0, x\neq 4$.

1) Rút gọn B và tính $P=\dfrac{A}{B}$.
2) Tìm x để $B=|B|$.
3) Tìm x thỏa mãn $xP\leq 10\sqrt{x}-29-\sqrt{x-25}$

Bài II. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Một canô xuôi dòng *45 km* rồi ngược dòng *18 km*. Biết vận tốc xuôi dòng lớn hơn vận tốc ngược dòng là *6 km/giờ*. Thời gian đi xuôi nhiều hơn thời gian đi ngược là *1 giờ*. Tính vận tốc xuôi dòng và ngược dòng biết rằng vận tốc ca nô đi ngược dòng lớn hơn *10 km/giờ*.

Bài III. 1) Cho phương trình $x^2-2(m^2-m+2)x+m^2=0$. Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt. Tìm m để hai nghiệm của phương trình là hai số nghịch đảo nhau.

2) Cho đường thẳng $d: y=-mx+\dfrac{1}{2m^2}$ với $m\neq 0$ và parabol $.(P): y=x^2$.

a) Chứng minh d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi $m\neq 0$.

b) Gọi $A(x_1;y_1);B(x_2;y_2)$ là các giao điểm của d và (P). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M=y_1^2+y_2^2$.

Bài IV. Trên đường tròn $(O;R)$ đường kính AB. Lấy hai điểm M,E theo thứ tự A,M,E,B (hai điểm M,E khác hai điểm A,B), AM cắt BE tại C, AE cắt MB tại D.

1) Chứng minh tứ giác $MECD$ nội tiếp.
2) Chứng minh rằng khi M và E di động thì $BE.BC+AM.AC$ không đổi.
3) Chứng minh các tiếp tuyến tại M và E của đường tròn (O) cắt nhau tại một điểm nằm trên đường thẳng CD.
4) Cho biết $\widehat{BAM}=45^\circ$ và $\widehat{BAE}=30^\circ$. Tính diện tích tam giác ABC.

Bài V. Cho các số thực a,b,c thỏa mãn điều kiện $a+b+c=abc$ và $a^2=bc$. Chứng minh $a=0$ hoặc $|a|\geq\sqrt{3}$.

----------------------- Hết -----------------------

ĐỀ SỐ 14

Bài I. Cho các biểu thức $A=\dfrac{x}{x-\sqrt{x}+1}$ và $B=\dfrac{x+2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$ với $x\ge 0$

1) Tính giá trị của A tại $x=\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$.

2) Cho biết $P=\dfrac{1-A}{B}$. Tìm x để $(x-1)P=-9$.

3) Tìm x để $P>\dfrac{1}{2}$.

Bài II. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Một xe ôtô và một xe máy đi từ A đến B cách nhau $120\ km$. Ôtô khởi hành sau xe máy 30 phút và đi với vận tốc lớn hơn vận tốc xe máy là 24 km/giờ. Tính vận tốc mỗi xe, biết xe ôtô đến B sớm hơn xe máy là 20 phút.

Bài III.

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2|x+1|-5y=3 \\ |x+1|+2y=-\dfrac{3}{5} \end{cases}$

2) Cho đường thẳng $d: y=(m-1)x-m+2$ và parabol $(P): y=\dfrac{x^2}{2}$

a) Tìm điểm cố định mà d luôn đi qua với mọi m.

b) Tìm m để d cắt (P) tại hai điểm có hoành độ $x_{1,}x_2$ sao cho $A=x_1^2+x_2^2$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài IV. Cho đường tròn (O) và dây AB. Vẽ đường kính CD vuông góc với AB tại K (D thuộc cung tròn nhỏ AB). Lấy điểm M thuộc cung nhỏ BC sao cho cung MC nhỏ hơn cung MB. Dây DM cắt AB tại F. Tia CM cắt đường thẳng AB tại E.

1) Chứng minh tứ giác $CKFM$ là tứ giác nội tiếp.
2) Chứng minh $KE.KF=KC.KD$.
3) Tiếp tuyến tại M của (O) cắt AE tại I. Chứng minh $IE=IF$.
4) Chứng minh $\dfrac{FB}{EB}=\dfrac{KF}{KA}$.

Bài V. cho các số thực $x,\ y,\ z$ thỏa mãn $x+y+z=\dfrac{9}{4}-(xy+yz+zx)$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=x^2+y^2+z^2$.

----------------------- Hết -----------------------

ĐỀ SỐ 15

Bài I. Với $x>0$, cho hai biểu thức $A=\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ và $B=\frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$.

1) Tính giá trị của A khi $x=\frac{4-\sqrt{7}}{2}$.

2) Tìm x để $B=\frac{1}{3}$.

3) Tính gía trị biểu thức $P=A:B$. Tìm x thỏa mãn: $P\sqrt{x}+\left(2\sqrt{5}-1\right)\sqrt{x}=3x-2\sqrt{x-4}+3$.

Bài II. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Trong đợt tổng kết quý I hai tổ sản xuất đã làm được 630 sản phẩm đạt 63% theo kế hoạch. Riêng tổ I sản xuất đạt tỉ lệ 57% theo kế hoạch, tổ II sản xuất đat tỉ lệ 67% theo kế hoạch. Hỏi theo kế hoạch quý I mỗi tổ sản xuất bao nhiêu.

Bài III.

1) Cho phương trình $x^4-2mx+\left(m^2-1\right)=0$. Tìm m để tìm phương trình cơ 4 nghiệm phân biệt,

2) Cho parabol $\left(P\right): y=2x^2$ và đường thẳng $d: y=4x-2$.

a) Chứng minh d tiếp xúc với $\left(P\right)$ tại $A\left(1;2\right)$.

b) Viết phương trình đường thẳng d' có hệ số góc m và đi qua $A\left(1;2\right)$. Chứng minh d' luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với $m\neq 4$ và tìm m để một trong hai giao điểm đó có hoành độ lớn hơn 3.

Bài IV. Cho đường tròn $\left(O;R\right)$ đường kính $AB;$ dây cung MN vuông góc với AB tại H (H nằm giữa O và B). Trên tia đối MN lấy điểm C sao cho đoán AC cắt $\left(O\right)$ tại điểm $K\left(K\neq A\right)$; hai dây MN và BK cắt nhau tại E.

1) Chứng minh tứ giác $AHEK$ nội tiếp.

2) Kéo dài AE cắt $\left(O\right)$ tại I. Chứng minh $\widehat{KAE}=\widehat{KBC}$.

3) Chứng minh AI.AE+ $BE.BK=4R^2$.

4) Giả sử $KE=KC$. Chứng minh $OK//MN$ và $KM^2+KN^2=4R^2$.

Bài V. Giải phương trình $\sqrt{x^2-x-2}+\sqrt{x^2-7x+14}=2$.

------------------------ Hết ------------------------

ĐỀ SỐ 16

Bài I. Cho biểu thức: $P=\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-x+\sqrt{x}-1}\right):\left(\dfrac{x+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}+1}+\dfrac{1}{x+1}\right)$ với $x\ge 0, x\ne 1.$

1) Rút gọn P.

2)Tìm x để $P<\dfrac{1}{2}$.

3) Tìm m để phương trình $\left(\sqrt{x}+1\right)P=m-x$ có nghiệm x.

Bài II. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Hai đội xe chở cát để lấp một khu đất. Nếu hai đội cùng làm thì trong 18 ngày xong công việc. Nếu đội I làm 6 ngày, sau đó đội II làm tiếp trong 8 ngày nữa thì được 40% công việc. Hỏi mỗi đội làm một mình bao lâu xong công việc?

Bài III.

1) Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+y=2 \\ 4x+my=4 \end{cases}$. Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)$ mà $x>0, y>0.$

2) Cho hai đường thẳng: $d: y=\dfrac{1}{3}x+m+\dfrac{1}{3}$ và $d': y=-2x-6m+5.$

a) Chứng minh d và d' luôn cắt nhau tại một điểm và điểm đó luôn chạy trên một đường thẳng cố định.

b) Tìm m để giao điểm M của d và d′ nằm trên parabol $(P): y=9x^2$.

Bài IV. Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O) và I là điểm đối xứng với A qua O. Trên cạnh AB lấy điểm M và trên tia đối của tia CA lấy điểm N sao cho $BM=CN.$

1) Chứng minh $IM=IN$ và $BI=CI.$

2) Giả sử MN cắt AI tại $E.$ Chứng minh $EA.EI=EM.EN.$

3) Gọi K là giao điểm của MN với BC. Chứng minh $MK=NK.$

4) Chứng tỏ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN nằm trên một đoạn thẳng cố định khi M chạy trên cạnh $AB.$

Bài V. Cho a,b là các số dương. Chứng minh : $\dfrac{a+b}{\sqrt{a(3a+b)}+\sqrt{b(3b+a)}}\ge\dfrac{1}{2}.$

------------------------ Hết ------------------------

ĐỀ SỐ 17

Bài I. Cho hai biểu thức $A=\frac{x+3\sqrt{x}}{x-25}+\frac{1}{\sqrt{x}+5}$ và $B=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ với $x\ge 0, x\ne 25.$

1) Tính giá trị của B tại $x=\frac{23\left(5-\sqrt{2}\right)}{5+\sqrt{2}}$.

2) Rút gọn A và tìm x để $\frac{A}{B}=\frac{4}{7}$.

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=\frac{A}{B}$.

Bài II. *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :*

Lớp 9A được phân công trồng 480 cây xanh. Lớp dự định chia đều cho số học sinh, nhưng khi lao động có 8 bạn vắng nên mỗi bạn có mặt phải trồng thêm 3 cây mới xong. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu bạn học sinh ?

Bài III.

1) Cho phương trình $x^3+mx-(m+1)=0$. Chứng minh phương trình luôn có một nghiệm không phụ thuộc vào m. Tìm m để phương trình có ba nghiệm phân biệt, trong đó có đúng một nghiệm âm.

2) Cho đường thẳng $d: y=x+m$ và parabol $(P): y=x^2$.

a) Tìm các giá trị của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Khi d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B, tìm m để $AB=3\sqrt{2}$.

Bài IV. Cho đường tròn (O) có dây AB cố định và M là điểm di động trên cung lớn AB. Từ M vẽ MH vuông góc với AB. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của H trên MA, MB. Qua M vẽ đường thẳng vuông góc với EF, đường này cắt AB tại D.

1) Chứng minh đường thẳng MD đi qua một điểm cố định.

2) Chứng minh $\frac{MA^2}{MB^2}=\frac{AH}{BD}.\frac{AD}{BH}$.

3) Gọi I là điểm đối xứng của H qua AM và K là điểm đối xứng của H qua BM. Đường thẳng IK cắt HM, BM lần lượt tại B', A'. Chứng minh 5 điểm M, B', H, B, K cùng thuộc một đường tròn.

4) Chứng minh BB', AA' và MH đồng quy tại một điểm.

Bài V. Giải phương trình : $x^2+\sqrt{2x+1}+\sqrt{x-3}=5x$.

----------------------- Hết -----------------------

ĐỀ SỐ 18

Bài I. Cho biểu thức : $P=\frac{2\sqrt{x}}{x-9}-\frac{2}{\sqrt{x}+3}$ và $Q=\frac{6}{x-3\sqrt{x}}$ với $x\ge 0, x\ne 9$.

1) Rút gọn P.

2) Tìm x để $A=\frac{2\sqrt{x}+1}{2}$ với $A=\frac{Q}{P}$.

3) So sánh A và A^2.

Bài II. *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :*

Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc và thời gian quy định. Nếu tăng vận tốc lên 10 km/giờ thì đến B sớm hơn quy định 2 giờ. Nếu giảm vận tốc 10 km/giờ thì đến B chậm hơn quy định 3 giờ. Tính quãng đường AB.

Bài III.

1) Cho phương trình: $2x-4\sqrt{x}+m=0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.

2) Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx-2y=2m \\ -2x+y=m+1 \end{cases}$.

a) Giải và biện luận hệ phương trình đã cho.

b) Khi hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)$, tìm các giá trị nguyên của m để biểu thức $\frac{x-y}{m+2}$ có giá trị là số nguyên.

Bài IV. Cho góc $\angle xAy=\alpha$ $\left(0<\alpha<90^0\right)$ cố định. Đường tròn (O) tiếp xúc với Ax, Ay lần lượt tại K, L. Tiếp tuyến của (O) tại E thuộc cung nhỏ KL cắt Ax, Ay thứ tự tại N, M. Đường KL cắt OM tại P, cắt ON tại Q.

1) Khi E di động, chứng minh góc MON có độ lớn không đổi.

2) Chứng minh các đường thẳng MQ, NP, OE cùng đi qua một điểm.

3) Chứng minh $KQ.PL=EM.EN$.

4) Chứng minh khi E di động thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MON thuộc một đường tròn cố định.

Bài V. Cho các số thực dương thỏa mãn $a+b+c=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức :

$$P=\frac{a}{\sqrt{a+bc}}+\frac{b}{\sqrt{b+ca}}+\frac{c}{\sqrt{c+ab}}.$$

----------------------- Hết -----------------------

ĐỀ SỐ 19

Bài I. Cho hai biểu thức $P=\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{3x+3}{x-9}$ và $Q=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ với $x\ge 0, x\ne 9$.

1) Tính giá trị của Q tại $x=4-2\sqrt{3}$;
2) Rút gọ P và tính $M=\dfrac{P}{Q}$;
3) Cho biểu thức $A=xM+\dfrac{4x+7}{\sqrt{x}+3}\cdot$ Tìm giá trị nhỏ nhất của A.

Bài II. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Cho một hình chữ nhật. Nếu tăng độ dài mỗi cạnh của nó lên *1 cm* thì diện tích của hình chữ nhật sẽ tăng thêm *13 cm²*. Nếu giảm chiều dài đi *2 cm*, chiều rộng đi *1 cm* thì diện tích hình chữ nhật sẽ giảm *15 cm²*. Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật đã cho.

Bài III.

1) Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+my=m+1 \\ mx+y=3m-1 \end{cases}$. Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ sao cho tích của x và y có giá trị nhỏ nhất.
2) Cho đường thẳng $d: y=(m-1)x+m^2+1$ và parabol $(P): y=x^2$
   a) Chứng minh d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt nằm về hai phía của trục tung;
   b) Gọi x_1, x_2 là hoành độ giao điểm của d và (P). Tìm các giá trị của tham số m biết rằng $|x_1|+|x_2|=2\sqrt{2}$.

Bài IV. Cho đường tròn *(O; R)* và hai đường kính *AB, CD* vuông góc nhau.

Trên đoạn thẳng *OB* lấy điểm *M* (khác điểm *O*). Tia *CM* cắt *(O)* tại điểm thứ hai *N*. Đường thẳng vuông góc *AB* tại *M* cắt tiếp tuyến qua *N* của *(O)* tại điểm *P*.

1) Chứng minh tứ giác *OMNP* nội tiếp;
2) Chứng minh tứ giác *CMPO* là hình bình hành;
3) Chứng minh tích *CM.CN* không phụ thuộc vào vị trí điểm *M*,
4) Chứng minh tâm đường tròn nội tiếp tam giác *CND* di chuyển trên cung tròn cố định khi *M* di chuyển trên đoạn *OB*.

Bài V. Cho các số thực dương *a, b* thỏa mãn $2a+b\ge 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=16a^2+2b^2+\frac{3}{a}+\frac{2}{b}\cdot$$

----------------------- Hết -----------------------

ĐỀ SỐ 20

Bài I. Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{1}{x-\sqrt{x}}\right):\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{2}{x-1}\right)$ với $x>0$ và $x\neq 1$.

a) Rút gọn *P*;
b) Tìm *x* để $P<2$;
c) Chứng minh với mọi $m\neq 0$ luôn có một giá trị *x* thỏa mãn $P=m$.

Bài II. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Cho một tam giác có chiều cao bằng $\dfrac{3}{4}$ cạnh đáy. Nếu chiều cao tăng thêm *3 m* và cạnh đáy giảm đi *2 m* thì diện tích tam giác đó tăng thêm *9 m²*. Tính cạnh đáy và chiều cao của tam giác đó.

Bài III.

1) Trong hệ trục tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: y=\left(m^2+1\right)x+2$. Gọi *A, B* lần lượt là giao điểm của *d* với *Ox, Oy*.
   a) Tìm *m* để diện tích tam giác *OAB* bằng $\dfrac{1}{2}$;
   b) Tìm *m* để khoảng cách từ *O* đến *d* là lớn nhất.
2) Cho phương trình $x^2-2mx+m^2-m+3=0$. Tìm *m* để phương trình có hai nghiệm x_1,x_2 sao cho $M=x_1^2+x_2^2$ có giá trị nhỏ nhất.

Bài IV. Cho tam giác *ABC* nội tiếp *(O)* đường kính *AB (AC < BC)*. Trên dây *CB* lấy điểm *H* (khác *C* và *B*). *AH* cắt đường tròn tại điểm thứ hai là *D*. Kẻ *HQ* vuông góc với *AB* (*Q* thuộc *AB*). Đường thẳng *CQ* cắt *(O)* tại *F*.

1) Chứng minh tứ giác *AHCQ* nội tiếp;
2) Gọi *M, N* lần lượt là hình chiếu của *F* trên *AC, CB*. Chứng minh *MN, AB, DF* đồng quy;
   Giả sử *(O)* và *AB* cố định; *C* di động trên *(O)*, điểm *Q* cố định và *H* luôn là giao điểm của đường vuông góc với *AB* tại *Q* với *CB;*
3) Gọi *E* là giao điểm của đường *AC* và *QH*. Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *AHE* thuộc một đường cố định;
4) Tiếp tuyến tại *C* cắt *HQ* ở *I*, đường *OI* cắt *CD* ở *K*. Chứng minh $OK.OI=R^2$ và *CD* luôn đi qua một điểm cố định.

Bài V. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\dfrac{2x+3\sqrt{2x-1}+1}{x+2\sqrt{2x-1}+1}$.

----------------------- Hết -----------------------

ĐỀ SỐ 21

Bài I. Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{x}{4-x}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}+3}{2-\sqrt{x}}$ với $x\ge 0;x\ne 4$.

1) Rút gọn biểu thức A.
2) Cho biết $A=3$. Tính giá trị của biểu thức $P=\dfrac{B}{2A}$.
3) Tìm x để $A\left(\sqrt{x}-2\right)+5\sqrt{x}=x+4+\sqrt{x+16}+\sqrt{9-x}$.

Bài II. *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :*

Có một khu vườn hình chữ nhật, biết rằng nếu tăng mỗi cạnh thêm $4m$ thì diện tích khu vườn tăng $216m^2$; còn nếu chiều rộng tăng thêm $2m$, chiều dài giảm đi $5m$ thì diện tích sẽ giảm đi $50m^2$. Tính độ dài các cạnh của khu vườn đó.

Bài III.

1) Cho đường thẳng $d: y=-mx-\dfrac{1}{2}m^2+m+1$ và parabol $(P): y=\dfrac{1}{2}x^2$.

a) Tìm m để d cắt (P) tại hai điểm có hoành độ x_1,x_2 sao cho $|x_1-x_2|=5$.
b) Tìm m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt nằm ở bên trái trục tung.

2) Cho phương trình $mx^2-(2m+1)x+(m+1)=0$. Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi m. Tìm m để phương trình có một nghiệm không nhỏ hơn 2.

Bài IV.

Cho đường tròn $(O;R)$ có dây BC cố định, điểm A di chuyển trên cung lớn BC. Gọi AD,BE,CF là các đường cao và H là trực tâm của tam giác ABC, I là trung điểm BC.

1) Chứng minh bốn điểm A,F,H,E cùng nằm trên một đường tròn và bốn điểm B,C,E,F cùng nằm trên một đường tròn.
2) Khi cung nhỏ BC có số đo bằng 90^0. Tính độ dài dây cung BC và diện tích tam giác OBC.
3) Đường thẳng qua E và vuông góc với EI cắt BC tại P. Chứng minh : $PE^2=PB.PC$.
4) Tìm vị trí của điểm A để tam giác AEH có diện tích lớn nhất.

Bài V. Với hai số thực a,b dương thỏa mãn : $a+b+c=1$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$T=\frac{a}{1+9b^2}+\frac{b}{1+9c^2}+\frac{c}{1+9a^2}.$$

------------------------ Hết ------------------------

ĐỀ SỐ 22

Bài I. Cho hai biểu thức $A = \dfrac{3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B = \left(\dfrac{x+3}{x-9} + \dfrac{1}{\sqrt{x}+3}\right) : \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ với $x > 0; x \neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = \dfrac{36}{\sqrt{3}-1} - \dfrac{36}{\sqrt{3}+1}$.
2) Rút gọn B.
3) Tìm x để $AB > \dfrac{3}{2}$.

Bài II. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :*

Hai người thợ cùng làm một công việc trong 15 giờ thì xong việc. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 3 giờ rồi người thứ hai làm một mình trong 5 giờ thì được 25% công việc. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu giờ để xong công việc ?

Bài III. 1) Cho hệ phương trình : $\begin{cases} x + my = 1 \\ mx - y = -m \end{cases}$.

a) Chứng minh hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất với mọi m.
b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm $(x;y)$ sao cho $x < 1$ và $y < 1$.

2) cho đường thẳng $d : y = -mx + m + 1$ và parabol $(P) : y = x^2$. Tìm các giá trị của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 < 2$.

Bài IV. Cho nửa đường tròn $(O;R)$, đường kính AB. Gọi C là điểm chính giữa cung AB. Điểm M thuộc cung AC. Hạ $MH \perp AB$ tại H, AC cắt MH tại K ; MB cắt AC tại E. Hạ $EI \perp AB$ tại I.

1) Chứng minh $BHKC$ và $AMEI$ là các tứ giác nội tiếp.
2) Chứng minh $AK.AC = AM^2$ và AM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔMKC.
3) Cho $R = 3cm$. Tính giá trị của tổng $AE.AC + BE.BM$.
4) Chứng minh khi M chuyển động trên cung AC thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác IMC luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Bài V. Cho $x > 0, y > 0$ và thỏa mãn điều kiện $x + y \leq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$K = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{y}\right)^2$$

------------------------ Hết ------------------------

ĐỀ SỐ 23

Bài I. Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{2\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}}$ và $B=\left(\dfrac{15-\sqrt{x}}{x-25}+\dfrac{2}{\sqrt{x}+5}\right):\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-5}$ với $x\ge 0; x\ne 25$.

1) Khi $x=9\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}.\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}$, tính giá trị của A.
2) Rút gọn B.
3) Đặt $P=A+B$. Tìm x để P nhận giá trị nguyên.

Bài II. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :*

Một đội xe theo kế hoạch phải chuyển xong 200 tấn than trong một thời gian quy định, mỗi ngày chuyển được một khối lượng than như nhau. Nhờ được bổ sung thêm xe, thực tế mỗi ngày đội chuyển thêm được 5 tấn so với kế hoạch. Vì vậy chẳng những đã hoàn thành công việc sớm hơn 1 ngày so với quy định mà còn chuyển vượt mức kế hoạch 25 tấn. Tính khối lượng than mà độiu8 xe phải chuyển trong một ngày theo kế hoạch.

Bài III. 1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}2\sqrt{x+1}-3\sqrt{y-2}=5\\4\sqrt{x+1}+\sqrt{y-2}=17\end{cases}$.

2) Cho phương trình $x^2+(m+2)x-m-4=0$ (với m là tham số).

a) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 với mọi giá trị của m.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để $x_1<0\le x_2$.

Bài IV. Cho đường tròn (O) với dây AB cố định khác đường kính, C là điểm thuộc cung lớn AB sao cho tam giác ABC nhọn. M và N lần lượt là điểm chính giữa cung nhỏ AB và cung nhỏ AC. Gọi I là giao điểm của BN và CM. Dây MN cắt AB và AC lần lượt tại H và K.

1) Chứng minh tứ giác $BMHI$ nội tiếp.

2) Chứng minh $MK.MN=MI.MC$

3) Chứng minh tam giác AKI cân tại K và tứ giác $AHIK$ là hình thoi.

4) Chứng minh khi điểm C đi động trên cung lớn AB và thỏa mãn điều kiện của đề bài, tổng hai bán kính của hai đường tròn ngoại tiếp tam giác NAH và tam giác NBH có giá trị không đổi.

Bài V. Cho a và b là hai số dương thỏa mãn điều kiện $ab+4\le 2b$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{ab}{a^2+2b^2}$.

------------------------ Hết ------------------------

ĐỀ SỐ 24

Bài I. Cho các biểu thức $A=\dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ và $B=\left(\dfrac{15-\sqrt{x}}{x-25}+\dfrac{2}{\sqrt{x}+5}\right):\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$ với $0\le x, x\ne 25$.

1) Với $x=6-2\sqrt{5}$, tính giá trị của A.

2) Rút gọn B.

3) Đặt $P=B-A$. Tìm x để P nhận giá trị nguyên.

Bài II. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Một công nhân phải làm xong 120 sản phẩm trong thời gian quy định. Sau khi làm được hai giờ với năng suất dự kiến, người đó đã cải thiện các thao tác kĩ thuật nên mỗi giờ làm thêm được 3 sản phẩm. Vì vậy, người đó đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn quy định 1 giờ 36 phút. Tính số sản phẩm người đó dự kiến làm trong mỗi giờ.

Bài III.

1) Cho phương trình: $x^2-2(m+1)x+2m+1=0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $\sqrt{5}$.

2) Cho parabol (P): $y=\dfrac{x^2}{2}$ và đường thẳng d đi qua điểm $I(0;2)$ có hệ số góc m.

a) Chứng minh d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A,$B.

b) Gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B trên Ox. Chứng minh tam giác IHK vuông tại I.

Bài IV. Cho nửa đường tròn (O,R) đường kính AB. Gọi M là trung điểm OA và lấy điểm N bất kí thuộc (O) (N không trùng với A và B). Đường thẳng đi qua N và vuông góc với MN cắt tiếp tuyến tại A và B của (O) lần lượt tại C và D.

1) Chứng minh tứ giác $CAMN$ nội tiếp.

2) Chứng minh $AC.BD$ có giá trị không phụ thuộc vào vị trí điểm N.

3) Gọi giao điểm của AD và BC là K. Qua K kẻ đường thẳng song song với AC, đường thẳng này cắt AB và CD lần lượt tại E,F. Chứng minh: $KE=KF$.

4) Xác định vị trí của N trên (O) sao cho diện tích tam giác CMD đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài V. Cho các số thực x,y,z không âm và $x+y+z\le\dfrac{3}{2}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$M=\sqrt{x^2+4xy+y^2}+\sqrt{y^2+4yz+z^2}+\sqrt{z^2+4zx+x^2}$.

----------------------- Hết -----------------------

ĐỀ SỐ 25

Bài I. Cho các biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{5}{1-\sqrt{x}}+\dfrac{4}{x-1}$ với $0\le x, x\ne 1$.

1) Tính giá trị của A khi $x=\sqrt{6-4\sqrt{2}}+\sqrt{6+4\sqrt{2}}$.

2) Rút gọn B.

3) Đặt $P=A.B$. Tìm x hữu tỉ để P có giá trị nguyên.

Bài II. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.*

Nhà máy luyện thép hiện đã có sẵn hai loại thép chứa 10% cacbon và laoij thép chứa 20% cacbon. Giả sử quá trình luyện thép các nguyên liệu được dùng không bị hao hụt, hãy tính khối lượng thép mỗi loại cần dùng để tạo ra 1.000 tấn thép chứa 16% cacbon từ hai loại thép trên.

Bài III.

1) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx+y=m+1 \\ x+my=2m \end{cases}$. Tìm m để hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)$. Tìm hệ thức liên hệ giữa x,y không phụ thuộc tham số m.

2) Cho phương trình: $x^2-mx-4=0$.

a) Chứng minh với mọi giá trị của m, phương trình luôn có hai nghiệm x_1,x_2.

b) Chứng minh $\left(x_1^2+x_2^2\right)+16\left(x_1+x_2\right)+56\ge 0$ với mọi m.

Bài IV. Cho đường tròn $(O;R)$ có dây $BC<2R$ cố định. Kẻ đường kính BM, điểm A bất kì trên tia CB $(CA>CB)$. Gọi E là giao điểm AM với (O), gọi H là giao điểm của OA với (O') ngoại tiếp tam giác ABM. Gọi K là giao điểm của OA với CE.

1) Chứng minh tứ giác $BKHC$ nội tiếp.

2) Chứng minh các tam giác AEK và AHM đồng dạng.

3) Chứng minh $\widehat{AO'M}$ có độ lớn không phụ thuộc vị trí điểm A.

4) Xác định vị trí A để $AO+4HO$ có giá trị nhỏ nhất.

Bài V. Cho các số thực x,y không âm và thỏa mãn điều kiện $x^2+y^2\le 2$. Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P=\sqrt{x\left(29x+3y\right)}+\sqrt{y\left(29y+3x\right)}.$$

----------------------- Hết -----------------------

ĐỀ SỐ 26

Bài I. Cho hai biểu thức:

$$A=\frac{7\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}+1} \text{ và } B=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}-\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}-\frac{36}{x-9} \text{ với } x\ge 0, x\ne 9.$$

1) Rút gọn B .
2) Tìm x để $A=B$.
3) Tìm x để A nhận giá trị là số nguyên dương.

Bài II: *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Một mảnh vườn hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13m và chiều dài lớn hơn chiều rộng 7m. Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh đất đó.

Bài III. 1) Lập phương trình bậc hai có các nghiệm là $\frac{2}{\sqrt{3}+2}$ và $\frac{2}{\sqrt{3}-2}$

2) Trên hệ trục tọa độ Oxy, cho parabol (P) : $y=x^2$ và đường thẳng d : $y=2x+(m^2+1)$ với m là tham số.

a) Khi $m=\sqrt{3}$, chứng tỏ rằng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Từ đó tính diện tích của tam giác OAB (với O là gốc tọa độ).

b) Với giá trị nào của m thì d cắt (P) tại hai điểm phân biệt M, N sao cho khoảng cách từ M đến trục Oy gấp hai lần khoảng cách từ N đến trục Oy.

Bài IV. Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R. Đường cao AD, BE cắt nhau tại H, kéo dài BE cắt đường tròn $(O;R)$ tại F.

a) Chứng minh tứ giác $CDHE$ nội tiếp được một đường tròn.

b) Chứng minh tam giác AHF cân.

c) Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Chứng minh: ME là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔCDE.

d) Cho BC cố định và $BC=R\sqrt{3}$. Xác định vị trí của điểm A trên (O) để $DH.DA$ lớn nhất.

Bài V. Cho hai số x, y dương thỏa mãn điều kiện $2xy-4=x+y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=xy+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}$.

----------------------- Hết -----------------------

ĐỀ SỐ 27

Bài I. Cho các biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}}-\dfrac{10-\sqrt{x}}{x-5\sqrt{x}+6}$ với $x\ge 0, x\ne 4, x\ne 9$.

1) Tính giá trị của A khi $x=3-2\sqrt{2}$.
2) Rút gọn B.
3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=A:B$.

Bài II. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Hai địa điểm A và B cách nhau 84 km. Một ôtô khởi hành từ A và đi thẳng đến B với vận tốc không đổi. Trên quãng đường từ B về A, vận tốc của ôtô tang thêm 20 km/giờ. Tính vận tốc lúc đi từ A đến B của ôtô, biết tổng thời gian đi và về của ôtô đó là 3 giờ 30 phút.

Bài III. 1) Cho phương trình: $x^3-mx-2(m-4)=0$. Tìm m để phương trình có ba nghiệm phân biệt x_1,x_2,x_3 sao cho: $x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_1x_2x_3=25$.

2) Cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $d: y=mx+2$.

a) Với $m=-1$, vẽ d và (P) trên cùng một hệ trục tọa độ. Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và d.

b) Tìm các giá trị của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2 sao cho $x_1-2x_2=5$.

Bài IV. Cho đường tròn $(O;R)$ và đường thẳng d không có điểm chung với đường tròn. Gọi M là một điểm thuộc đường thẳng d. Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới đường tròn. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên đường thẳng d.

1) Chứng minh năm điểm M,A,O,B,H cùng thuộc một đường tròn.

2) Gọi I và K lần lượt là giao điểm của OH và OM với AB. Chứng minh: $OK.OH=OI.OM$.

3) Gọi E là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MAB. Giả sử $R=6cm$ và $\widehat{AMB}=60^0$, tính bán kính của đường tròn nội tiếp tam giác MAB và diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây AB và cung nhỏ AB.

4) Tìm vị trí điểm M trên đường thẳng d để diện tích tam giác OIK đạt giá trị lớn nhất.

Bài V. Cho x,y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện: $x+y\le 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $K=4xy+\dfrac{1}{x^2+y^2}+\dfrac{2}{\sqrt{xy}}$.

------------------------ Hết ------------------------

ĐỀ SỐ 28

Bài I. Cho các biểu thức $A=\dfrac{x\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}+1}$ và $B=\dfrac{2x+6\sqrt{x}+7}{x\sqrt{x}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$ với $x\ge 0$.

1) Rút gọn A và tìm A khi $x=\dfrac{1}{2}(\sqrt{19+8\sqrt{3}}+\sqrt{19-8\sqrt{3}})$.

2) Rút gọn $M=AB$. Tìm x để $M>2$.

3) Tìm các số hữu tỉ x để M là số nguyên.

Bài II. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Theo kế hoạch, một tổ công nhân phải làm một số sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nếu mội ngày họ làm được nhiều hơn 5 sản phẩm so với dự định thì sẽ hoàn thành trước kế hoạch 4 ngày. Nếu mỗi ngày họ làm ít đi 5 sản phẩm so với dự định thì sẽ hoàn thành kế hoạch chậm hơn thời hạn 5 ngày. Tính thời gian và số sản phẩm phải làm theo kế hoạch.

Bài III. 1) Cho hệ phương trình $\begin{cases}2x+my=1\\ mx+2y=1\end{cases}$.

a) Chứng minh khi hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)$, điểm $M(x;y)$ luôn chạy trên một đường thẳng cố định.

b) Tìm m để điểm M thuộc đường tròn tâm O là gốc tọa độ và bán kính bằng $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

c) Cho phương trình bậc hai $x^2-2mx+2m-1=0$. Tìm M để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dương.

Bài IV. Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Gọi D là trung điểm của BC. Lấy điểm M bất bất kì trên đoạn thẳng AD. Kẻ MN vuông góc với AB tại N, MP vuông góc với AC tại P. Kẻ NH vuông góc với DP tại H.

1) Chứng minh các điểm A,N,M,H,P cùng nằm trên cùng một đường tròn.

2) Chứng minh $DM.DA=DH.DP$.

3) Chứng minh B,M,H thẳng hàng.

4) Tìm vị trí của M để độ dài đoạn thẳng HN đạt giá trị lớn nhất.

Bài V. Cho hai số thực dương a,b thỏa mãn $a+b\le 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M=a^2+b^2+\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}$.

------------------------ Hết ------------------------

ĐỀ SỐ 29

Bài I. Cho biểu thức $A=\left(\frac{2}{\sqrt{x}+3}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right):\frac{\sqrt{x}-2}{x+3\sqrt{x}}$ với $x>0, x\neq 4$.

1) Rút gọn A.

2) Tìm x để $A=3$.

3) Đặt $B=A.\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}$. Tìm x nguyên để B nhận giá trị nguyên.

Bài II. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một người đi xe đạp từ địa điểm A tới địa điểm B cách nhau $30km$. Khi đi từ B về A, người đó chọn con đường khác dễ đi hơn nhưng dài hơn con đường cũ $6km$. Vì đi với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là $3km/h$ nên thời gian về vẫn ít hơn thời gian đi 20 phút. Tính vận tốc lúc đi.

Bài III. 1) Cho ba đường thẳng: $d_1: y=x+1, d_2: y=2x-1$ và $d_3: y=(m^2+1)x-m^2+m-1$.

Tìm m để ba đường thẳng đồng quy.

2) Cho phương trình $x^2-2(m+3)x+m^2+3=0$.

a) Giải phương trình khi $m=3$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt. Khi đó xét dấu hai nghiệm.

Bài IV. Cho đường tròn tâm O có dây cung AB cố định. Gọi K là điểm chính giữa của cung nhỏ AB, kẻ đường kính IK cắt AB tại N. Lấy điểm M bất kì trên cung lớn AB, MK cắt AB tại D. Hai đường thẳng IM và AB cắt nhau tại C.

1) Chứng minh tứ giác $MNKC$ là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh $IM.IC=IN.KI$.

3) Gọi E là giao điểm của hai đường thẳng ID và CK, chứng minh E thuộc đường tròn (O) và NC là phân giác của góc MNE.

4) Xác định vị trí của M trên cung lớn AB để tích $DM.DK$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài V. Cho a,b là các số thực dương thỏa mãn $a+2b\geq 8$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=2a+3b+\frac{4}{a}+\frac{9}{b}.$$

------------------------ Hết ------------------------

ĐỀ SỐ 30

Bài I. Cho các biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ và $B=\left(\dfrac{2}{\sqrt{x}+5}+\dfrac{\sqrt{x}-15}{25-x}\right):\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$ với $x\ge 0, x\ne 25$.

1) Tính giá trị của A khi $x=3-2\sqrt{2}$.
2) Rút gọn B.
3) Đặt $P=A+B$. Tìm x để P nhận giá trị nguyên.

Bài II. *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :*

Hai địa điểm *A* và *B* cách nhau 120 km. Một ô tô khởi hành từ *A* và đi đến *B* với vận tốc không đổi. Trên quãng đường từ *B* về *A*, vận tốc của ô tô tăng thêm 20 km/giờ nên thời gian về rút ngắn hơn so với thời gian đi 18 phút. Hỏi vận tốc của ô tô lúc đi từ *A* đến *B* là bao nhiêu ?

Bài III. 1) Giải phương trình : $3x-4-\sqrt{3x-2}=0$.

2) Cho parabol $(P): y=\dfrac{1}{4}x^2$ và đường thẳng $d: y=mx+2$.

a) Tìm tọa độ các giao điểm của *d* và *(P)* khi $m=\dfrac{1}{2}$.

b) Chứng minh *d* luôn cắt *(P)* tại hai điểm phân biệt với mọi m và $|x_1-x_2|\ge 4\sqrt{2}$ với x_1, x_2 là hoành độ các giao điểm.

Bài IV. Cho đường tròn *(O)* và điểm *M* ở ngoài *(O)*.Vẽ tiếp tuyến *MA* tới *(O)* (*A* là tiếp điểm). Gọi *E* là trung điểm đoạn *AM* và các điểm *I, H* theo thứ tự là hình chiếu của *E* và *A* xuống *OM*. Qua *M* vẽ cát tuyến *MBC* tới *(O)* *(MB < MC)* và tia *MC* ở giữa hai tia *OM, MA.*

1) Chứng minh các tam giác *MBH* và *MOC* đồng dạng. Suy ra tứ giác *BCOH* nội tiếp được.
2) Chứng minh $\widehat{AHB}=\widehat{AHC}$.
3) Vẽ tiếp tuyến *IK* tới *(O)*.Chứng minh tam giác *MKH* vuông.
4) Cho biết *BC = 3BM* và *D* là trung điểm đoạn *MC*. Chứng minh *MC* là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác *ODH.*

Bài V. Giải phương trình $\sqrt{x^3+1}=\dfrac{2x^2+4}{5}$.

----------------------- Hết -----------------------

PHẦN B. GIỚI THIỆU MỘT SỐ ĐỀ THI VÀO LỚP 10 THPT

ĐỀ SỐ 31- Đề thi vào lớp 10 THPT, Thành phố Hà Nội-Năm học 2016- 2017

Bài I. (2,0 điểm). Cho hai biểu thức: $A=\frac{7}{\sqrt{x}+8}$ và $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\frac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$ với $x\ge 0, x\ne 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức *A* khi x=25.
2) Chứng minh $B=\frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$.
3) Tìm x để biểu thức *P=A.B* có giá trị là số nguyên.

Bài II. (2,0 điểm). *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích 720 m². Nếu tăng chiều dài thêm 10 m và giảm chiều rộng 6 m thì diện tích mảnh vườn không đổi. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn.

Bài III. (2,0 điểm).

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}\frac{3x}{x-1}-\frac{2}{y+2}=4\\ \frac{2x}{x-1}+\frac{1}{y+2}=5\end{cases}$.
2) Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy* cho đường thẳng $d: y=3x+m^2-1$ và parabol *(P)* : $y=x^2$.

a) Chứng minh *d* luôn cắt *(P)* tại hai điểm phân biệt với mọi *m*.
b) Gọi x_1 và x_2 là hoành độ các giao điểm của *d* và *(P)*. Tìm *m* để $(x_1+1)(x_2+1)=1$.

Bài IV. (3,5 điểm). Cho đường tròn *(O)* và một điểm *A* nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến *AB* với đường tròn *(O)(B* là tiếp điểm) và đường kính *BC*. Trên đoạn thẳng *CO* lấy điểm *I (I* khác *C, I* khác *O*). Đường thẳng *AI* cắt *(O)* tại hai điểm *D* và *E (D* nằm giữa *A* và *E)*. Gọi *H* là trung điểm của đoạn thẳng *DE.*

1) Chứng minh bốn điểm A, B, O, H cùng nằm trên một đường tròn.
2) Chứng minh $\frac{AB}{AE}=\frac{BD}{BE}$.
3) Đường thẳng d đi qua điểm *E* song song với *AO,d* cắt *BC* tại điểm *K*. Chứng minh *HK // DC*.
4) Tia *CD* cắt *AO* tại điểm *P*, tia *EO* cắt *BP* tại điểm *F*. Chứng minh tứ giác *BECF* là hình chữ nhật.

Bài V (0,5 điểm). Với các số thực *x,y* thỏa mãn $x-\sqrt{x+6}=\sqrt{y+6}-y$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x+y$.

------------------------ Hết ------------------------

ĐỀ SỐ 32 - Đề thi vào lớp 10 THPT, Thành phố Hà Nội - Năm học 2015 - 2016

Bài I (2,0 điểm). Cho hai biểu thức : $P=\frac{x+3}{\sqrt{x}-2}$ và $Q=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}+\frac{5\sqrt{x}-2}{x-4}$ với $x>0, x\ne 4$.

1) Tính giá trị biểu thức P khi $x=9$.
2) Rút gọn biểu thức Q.
3) Tìm giá trị của x để biểu thức $\frac{P}{Q}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài II *(2,0 điểm).* Giải *bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Một tàu tuần tra chạy ngược dòng $60km$, sau đó chạy xuôi dòng $48km$ trên cùng một dòng sông có vận tốc dòng nước là $2km$/giờ. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng 1 giờ.

Bài III *(2,0 điểm).*

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2(x+y)+\sqrt{x+1}=4 \\ (x+y)-3\sqrt{x+1}=-5 \end{cases}$.
2) Cho phương trình $x^2-(m+5)x+3m+6=0$ (x là ẩn số).
   a) Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với số thực m.
   b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác có độ dài cạnh huyền bằng 5.

Bài IV *(3,5 điểm).* Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính AB. Lấy điểm C trên đoạn thẳng AO (C khác A, O). Đường thẳng đi qua C và vuông góc với AB cắt nửa đường tròn tại K. Gọi M là điểm bất kỳ trên cung KB (M khác K, M khác B). Đường thẳng CK cắt các đường thẳng AM, BM lần lượt tại H và D. Đường thẳng BH cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai N.

1) Chứng minh tứ giác $ACMD$ là tứ giác nội tiếp.
2) Chứng minh: $CA.CB=CH.CD$.
3) Chứng minh ba điểm A, N, D A thẳng hàng và tiếp tuyế n tại N của nửa đường tròn đi qua trung điểm của DH.
4) Khi M di động trên cung KB, chứng minh đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

Bài V (0,5 điểm). Với hai số thực không âm a, b thỏa mãn $a^2+b^2=4$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M=\frac{ab}{a+b+2}$.

------------------------ Hết ------------------------

ĐỀ SỐ 33 - Thi vào lớp 10 THPT, Thành phố Hà NộiNăm học 2014 – 2015

Bài I *(2,0 điểm)* 1) Tính giá trị của biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ khi $x=9$.

2) Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{x-2}{x+2\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}\right).\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ với x > 0 và $x\neq 1$.

a)Chứng minh rằng $P=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$.

b)Tìm các giá trị của x để $2P=2\sqrt{x}+5$.

Bài II *(2,0 điểm). Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Một phân xưởng theo kế hoạch cần phải sản xuất 1100 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Bài III *(2,0 điểm).* 1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\dfrac{4}{x+y}+\dfrac{1}{y-1}=5\\ \dfrac{1}{x+y}-\dfrac{2}{y-1}=-1\end{cases}$.

2) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: y=-x+6$ và parabol $(P): y=x^2$.

a) Tìm tọa độ các giao điểm của *d* và *(P).*

b) Gọi *A, B* là hai giao điểm của *d* và *(P).* Tính diện tích tam giác *OAB*.

Bài IV *(3,5 điểm).* Cho đường tròn *(O;R)* có đường kính *AB* cố định. Vẽ đường kính *MN* của đường tròn *(O; R)* (*M* khác *A*, *M* khác *B*). Tiếp tuyến của đường tròn *(O;R)* tại *B* cắt các đường thẳng *AM, AN* lần lượt tại các điểm *Q, P*.

1) Chứng minh tứ giác *AMBN* là hình chữ nhật.

2) Chứng minh bốn điểm *M, N, P, Q* cùng thuộc một đường tròn.

3) Gọi *E* là trung điểm của *BQ*. Đường thẳng vuông góc với *OE* tại *O* cắt *PQ* tại điểm *F*. Chứng minh *F* là trung điểm của *BP* và *ME // NF*.

4) Khi đường kính *MN* quay quanh tâm *O* và thỏa mãn điều kiện đề bài, xác định vị trí của đường kính *MN* để tứ giác *MNPQ* có diện tích nhỏ nhất.

Bài V *(0,5 điểm)* Với *a, b, c* là các số dương thỏa mãn điều kiện *a* + *b* + *c* = 2. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q=\sqrt{2a+bc}+\sqrt{2b+ca}+\sqrt{2c+ab}$.

----------------------- Hết -----------------------

ĐỀ SỐ 34 - Đề thi vào lớp 10 THPT, Thành phố Hà Nội - Năm học 2013 – 2014.

Bài I *(2,0 điểm)*. Với $x > 0$, cho hai biểu thức: $A = \dfrac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B = \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \dfrac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 64$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm x để $\dfrac{A}{B} > \dfrac{3}{2}$.

Bài II *(2,0 điểm). Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :*

Quãng đường từ A đến B dài $90\ km$. Một người đi xe máy từ A đến B. Khi đến B, người đó nghỉ 30 phút rồi quay trở về A với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 9 km/h. Thời gian kể từ lúc bắt đầu đi từ A đến lúc trở về đến A là 5 giờ. Tính vận tốc xe máy lúc đi từ A đến B.

Bài III *(2,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3(x+1)+2(x+2y)=4 \\ 4(x+1)-(x+2y)=9 \end{cases}$

2) Cho parabol (P) : y = $\dfrac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx - m^2 + m + 1$.

a) Với $m = 1$, xác định tọa độ các giao điểm A, B của (d) và (P).

b) Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2| = 2$.

Bài IV *(3,5 điểm)*.

Cho đường tròn (O) và điểm A nằm bên ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) $(M, N$ là các tiếp điểm). Một đường thẳng d đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm B và C ($AB < AC$, d không đi qua tâm O).

1) Chứng minh tứ giác $AMON$ nội tiếp.

2) Chứng minh $AN^2 = AB.AC$. Tính độ dài đoạn thẳng BC khi $AB = 4\ cm$, $AN = 6\ cm$.

3) Gọi I là trung điểm của BC. Đường thẳng NI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai T. Chứng minh $MT \,//\, AC$.

4) Hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau ở K. Chứng minh K thuộc một đường thẳng cố định khi d thay đổi và thỏa mãn điều kiện đề bài.

Bài V *(0,5 điểm)*.

Với a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện $a+b+c+ab+bc+ca=6abc$, chứng minh: $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2} \geq 3$.

------------------------ Hết ------------------------

Bài I *(2,5 điểm)*

1) Cho biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2}$ Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$.
2) Rút gọn biểu thức $B = \left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} + \dfrac{4}{\sqrt{x}-4}\right) : \dfrac{x+16}{\sqrt{x}+2}$ (với $x \neq 0,\ x \neq 16$).
3) Với các biểu thức A và B nói trên, hãy tìm các giá trị nguyên của x để giá trị của biểu thức $B(A - 1)$ là số nguyên.

Bài II *(2,0 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Hai người cùng làm chung một công việc trong $\dfrac{12}{5}$ giờ thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì người thứ nhất hoàn thành công việc trong ít hơn người thứ hai là 2 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu thời gian để xong công việc?

Bài III *(1,5 điểm)*

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{2}{x} + \dfrac{1}{y} = 2 \\ \dfrac{6}{x} - \dfrac{2}{y} = 1 \end{cases}$

2) Cho phương trình: $x^2 – (4m – 1)x + 3m^2 – 2m = 0$ (ẩn x). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện : $x_1^2 + x_2^2 = 7$

Bài IV *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn (O; R) có đường kính AB. Bán kính CO vuông góc với AB, M là một điểm bất kỳ trên cung nhỏ AC (M khác A, C); BM cắt AC tại H. Gọi K là hình chiếu của H trên AB.

1) Chứng minh CBKH là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh $\widehat{ACM} = \widehat{ACK}$.

3) Trên đoạn thẳng BM lấy điểm E sao cho BE = AM. Chứng minh tam giác ECM là tam giác vuông cân tại C

4) Gọi d là tiếp tuyến của (O) tại điểm A; cho P là điểm nằm trên d sao cho hai điểm P, C nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ AB và $\dfrac{AP.MB}{MA} = R$. Chứng minh đường thẳng PB đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK

Bài V *(0,5 điểm).* Với x, y là các số dương thỏa mãn điều kiện $x \geq 2y$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = \dfrac{x^2+y^2}{xy}$.

----------------------- Hết -----------------------

PHẦN C. GỢI Ý – ĐÁP ÁN

ĐỀ SỐ 1

Bài I. 1) Tìm được $x=4.$ Thay vào B và tính toán ta được $B=-\dfrac{1}{3}.$

2) Rút gọn ta được $A=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ với $x\ge 0, x\ne 9.$

3) Ta có $P=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}=3-\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}.$

Từ đó $P\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow x\in\{0;4\}.$

Bài II. 1) Gọi diện tích rừng phải trồng mỗi tuần theo kế hoạch của mỗi công nhân là x (técta) $(0<x<75).$

Ta có phương rình $\dfrac{75}{x}-\dfrac{80}{x+5}\Rightarrow x=15.$ Kết luận.

Bài III. 1) Cách 1. Lấy vế với vế của hai phương trình trừ cho nhau ta tìm được x. Từ đó thay x vừa tìm được trở lại một trong hai phương trình của hệ ta tìm được y.

Cách 2. Đặt ẩn phụ $a=\dfrac{4}{x-3}, b=\dfrac{1}{2|y|-3}\Rightarrow\begin{cases}2a+b=5\\a+b=3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}.$

Từ đó thay trở lại để tìm được x và y.

Đáp số: HPT đã cho có nghiệm là $(5;2)$ hoặc $(5;-2).$

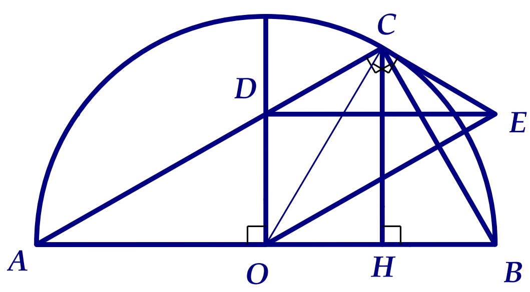
2) a) Tính được $\Delta'=m^2\ge 0$ với mọi m.

Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình. Ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=2m+2\\x_1.x_2=2m+1\end{cases}$

$\Rightarrow$ Hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m là: $x_1+x_2=x_1x_2+1.$

b) Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Phương trình có hai nghiệm dương x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=5.$

Giải ra ta được $m=\dfrac{1}{2}(TM)$ hoặc $m=-\dfrac{3}{2}(KTM).$



Bài IV. 1) Học sinh tự làm.

2) *Gợi ý:* Chứng minh: $\Delta ADO\backsim\Delta ABC$

3) Vì tứ giác $DCEO$ nội tiếp nên

$\widehat{CDE} = \widehat{COE}$

Vì $AO//OE \Rightarrow \widehat{CDE} = \widehat{ACO}$. Từ đó $\widehat{COE} = \widehat{ACO} \Rightarrow AC//OE$

$\Rightarrow$ Tứ giác OEDA là hình bình hành.

3) **Phần thuận:* Nếu $HD \perp AC$, ta có $AH^2 = AD.AC$.
Mà $AD.\mathrm{AC} = \mathrm{AO}.\mathrm{AB} \Rightarrow \mathrm{AH} = \mathrm{R}\sqrt{2}\ (1)$

**Phần đảo:* Nếu $\mathrm{AH} = \mathrm{R}\sqrt{2}$ thì $AH^2 = 2R^2 = AO.AB$

Mà $AD.\mathrm{AC} = \mathrm{AO}.\mathrm{AB} \Rightarrow AH^2 = AD.AC$. $\Rightarrow \Delta ADO \backsim \Delta ABC$

$\widehat{AHC} = \widehat{AHD} \Rightarrow \widehat{AHD} = 90^0 \Rightarrow HD \perp AC\ (2)$

Từ (1) và (2) $HD \perp AC \Leftrightarrow AH = R\sqrt{2}$.

Cách dựng:

Dựng H thuộc tia AB sao cho $\mathrm{AH} = \mathrm{R}\sqrt{2}$.

Kẻ tia $Ht \perp AB$. Lấy giao của Ht với (O) được C

$\Rightarrow$ C là điểm cần tìm.

Bài V. *Gợi ý:* Vì vai trò của x, y xuất hiện trong bài toán là bình đẳng nên dự đoán P đạt GTNN tại $x = y = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Từ đó, để giải bài toán, ta biến đổi $P = \left(x + \dfrac{1}{2x}\right) + \left(y + \dfrac{1}{2y}\right) + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}\right)$ sau đó sử dụng bất đẳng thức Cô-si. *Đáp số:* $P_{\min} = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow x = y = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

ĐỀ SỐ 2

Bài I. 1) Ta tìm được $Q=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-4}$ với ĐKXĐ là $x\ge 0, x\ne 4, x\ne 9$.

2) Ta có $Q<1 \Leftrightarrow \dfrac{4}{\sqrt{x}-3}<0 \Leftrightarrow x<9$. Kết hợp ĐK, ta có: $0\le x<9, x\ne 4$.

3)Ta có $Q\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow 1+\dfrac{4}{\sqrt{x}-3}\in\mathbb{Z} \Rightarrow x\in\{1;4;16;25;49\}$. Kết hợp ĐKXĐ, ta được $x\in\{1;16;25;49\}$.

Bài II. Gọi vận tốc riêng của ca nô là x (km/giờ) $(x>3)$.

Dẫn tới PT: $\dfrac{40}{x-3}-\dfrac{40}{x+3}=\dfrac{1}{3}$.

Giải phương trình tìm được $x=27$ (Thỏa mãn).

Kết luận.

Bài III. 1) ĐK: $x\ne\dfrac{1}{2}; y\ne 3$. Đặt $a=\dfrac{1}{2x-1}, b=\dfrac{1}{y-3} \Rightarrow \begin{cases} a=-35 \\ b=-27 \end{cases}$.

Từ đó tìm được nghiệm của HPT là: $\left(\dfrac{17}{35};\dfrac{80}{27}\right)$.

2) a) Phương trình có đúng một nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0, b\ne 0 \\ a\ne 0, \Delta'=0 \end{array}\right.$. Giải ra ta được $m=-1$.

b) Phương trình có hai nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} a\ne 0 \\ \Delta'\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\ne -1$.

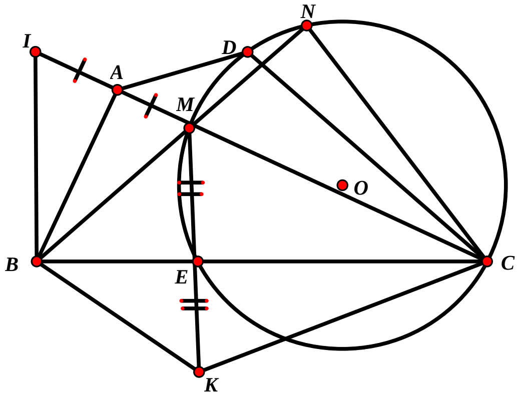
Cách 1. Khi $m\ne -1$, PT có hai nghiệm là $x=1$ và $x=\dfrac{m-3}{m+1}$.

Xét các trường hợp $x_1=1, x_2=\dfrac{m-3}{m+1}$ hoặc $x_1=\dfrac{m-3}{m+1}, x_2=1$ và cùng thay vào $x_1.x_2>0, x_1=2x_2$, Ta tìm được $m=-5, m=7$.

Chú ý: Cách này dễ dẫn đến sai lầm khi quên xét trường hợp $x_1=\dfrac{m-3}{m+1}$, $x_2=1$.

Cách 2. Ta có $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{2(m-1)}{m+1} \\ x_1=2x_2 \end{cases}$. Từ đây tìm được x_1, x_2 theo m sau đó thay vào biểu thức $x_1x_2=\dfrac{m-3}{m+1}>0$ ta tìm được $m=-5$ hoặc $m=7$.

Bài IV. 1) $\widehat{BAC} = \widehat{BNC} = 90^0 \Rightarrow$ tứ giác $BANC$ nội tiếp đường tòn.



2) $\widehat{BNA} = \widehat{BCA}$ mà $\widehat{BNA} = \widehat{ACD}$. Vậy $\widehat{ACB} = \widehat{ACD}$. *Chú ý:* Nếu N nằm giữa A và D thì $\widehat{ACD} = \widehat{ANB} = \widehat{ACB}$.

3) Vì $BMCK$ là hình thoi nên $BE = CE$, $BM = CM$ $\Rightarrow \widehat{MCB} = \widehat{MBC} \Rightarrow BM$ là phân giác $\widehat{ABC} \Rightarrow \frac{AM}{MC} = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow AM = \frac{1}{3}AC$

4) Ta có ΔBMI cân tại $B \Rightarrow \widehat{BIC} = \widehat{BMI}$. Ta có $\widehat{MEC} = 90^0$, $ME = EK \Rightarrow BC$ là trung trực của MK

$\Rightarrow \Delta BMC = \Delta BKC \Rightarrow \widehat{BMC} = \widehat{BKC} \Rightarrow \widehat{BIC} + \widehat{BKC} = 180^0$

$\Rightarrow$ Tứ giác $IBKC$ nội tiếp

$\Rightarrow$ Đường tròn ngoại tiếp ΔBIK đi qua B, C cố định

$\Rightarrow BC \le 2R$. Vậy $R_{\min} = \frac{BC}{2} \Leftrightarrow M \equiv A$.

Bài V. Áp dụng BĐT Cô – si cho hai số dương:

$$\sqrt{8(a+8b)} = \frac{\sqrt{9b(a+8b)}}{3} \le \frac{9b+a+8b}{6} \Rightarrow a\sqrt{b(a+8b)} \le \frac{a^2+17ab}{6}$$

Tương tự: $b\sqrt{9a(b+8a)} \le \frac{b^2+17ab}{6}$.

Từ đó tìm được $M_{\min} = 48$ khi và chỉ khi $a = b = 2\sqrt{2}$.

ĐỀ SỐ 3

Bài I. 1) Tính được $x=4$. Thay vào B và tính toán ra được $B=\frac{6}{7}$.

2) Rút gọn ta được $A=\frac{2}{x+\sqrt{x}+1}$ với $x\geq 0, x\neq 1$.

3) Tính được $P=\frac{2}{\sqrt{x}-1}\Rightarrow P\leq 1\Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\leq 0$

3) Tính được $P=\frac{2}{\sqrt{x}-1}\Rightarrow P\leq 1\Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\leq 0$.

Tìm x và kết hợp ĐKXĐ ta có $0\leq x\leq 1$ hoặc $x\geq 9$.

Bài II. Gọi số ban đầu là $\overline{ab}\left(a,b\in\mathbb{N}, 0<a,b\leq 9\right)$.

Ta có HPT: $\begin{cases} a+2b=12 \\ b-a=3 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=5 \end{cases}\Rightarrow \overline{ab}=25$.

Bài III. 1) *Cách 1.* Sử dụng công thức $\sqrt{A}=B\Leftrightarrow \begin{cases} B\geq 0 \\ A=B^2 \end{cases}$.

Cách 2. Đặt $t=\sqrt{2x-1}\left(t\geq 0\right)$

Đáp số: $x = 1$.

2) a) PT hoàn độ giao điểm: $x^2-mx-\left(m+1\right)=0$.

Cách 1. Tính Δ và chưng sminh phương tình luôn có nghiệm x_1, x_2 với mọi m.
Sử dụng hệ thức Vi – ét và chú ý rằng:

$$\left|x_1-x_2\right|=4\Leftrightarrow \left(x_1+x_2\right)^2-4x_1x_2=16$$

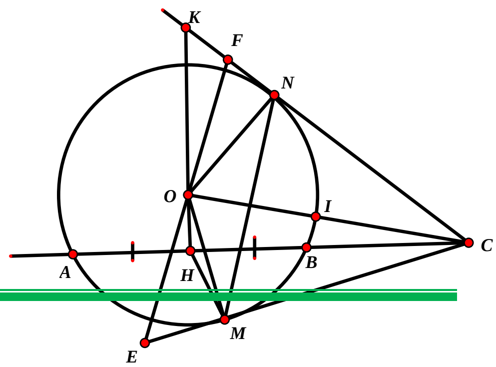
Ta tìm được $m=-6$ hoặc $m=2$.
*Cách 2.*Nhận xét PT có hai nghiệm $x_1=-1$; $x_2=m+1$.
Thay x_1, x_2 vào biểu thức $\left|x_1-x_2\right|=4$ ta tìm được $m=-6$ hoặc $m=2$.

b) Ta có $\left|x_1\right|+\left|x_2\right|=4\Leftrightarrow \left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2+2\left|x_1x_2\right|=16$.
Trường hợp 1. Với $m\geq -1$, giải ra ta được $m=-6$ (*KTM*) hoặc $m=2$ (*TM*).
Trường hợp 2. Với $m<-1$, giải ra ta được $m=-4$ (*TM*) hoặc $m=4$ (*KTM*).
Giải ra ta được: $m\in\left\{-4;2\right\}$.

Bài IV. 1) Chứng minh: $\Delta KNO \backsim \Delta KHC$.

2) Chứng minh tứ giác *OHCN* và *OHMC* nội tiếp đường tròn đường kính *OC*.

3) Chứng minh: *MI* là phân giác $\widehat{NMC}$; *NI* là phân giác $\widehat{MNC}\Rightarrow I$ là tâm đường tòn nội tiếp $\Delta MNC\Rightarrow$ ĐPCM.



4) Ta có $S_{CEF} = 2S_{ECO} = OM.CE$ mà $OM = R$ nên S_{CEF} đạt GTNN khi $CE_{\min}$

Ta có $CE = CM + ME \geq 2\sqrt{CM.ME} = 2\sqrt{OM^2} = 2R$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow CM = ME = R \Leftrightarrow OC = R\sqrt{2}$ và $S_{CEF} = 2R^2$.

Bài V. Phương trình $\Leftrightarrow \left(\sqrt{x+1} - \sqrt{3x-1}\right)\left(\sqrt{3x-1} - x\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x+1} = \sqrt{3x-1} \\ \sqrt{3x-1} = x \end{array}\right.$$

Giải ra ta được: $S = \left\{1; \dfrac{3 \pm \sqrt{5}}{2}\right\}$.

ĐỀ SỐ 4

Bài I. 1) Rút gọn được $A=\dfrac{2\sqrt{x}-4}{x}$ với ĐK $x>0; x\neq 4$.

2) Tính được $\sqrt{x}=1+\sqrt{3}$, thay vào A thu được $A=3\sqrt{3}-5$.

3) Đưa $A\geq\dfrac{1}{4}$ về dạng $\left(\sqrt{x}-4\right)^2\leq 0\Leftrightarrow x=16$. Kết luận $x=16$.

Bài II. Gọi chiều rộng của mảnh đất ban đầu là x (m) $(4<x<45)$.

Ta có phương trình $2\left[\left(x-4\right)+\dfrac{4}{5}\left(45-x\right)\right]=90-18$.

Giải phương trình ta được $x=20$ (thỏa mãn điều kiện)

Kết luận chiều rộng: 20m; chiều dài 25m.

Bài III. 1) Đặt $a=\sqrt{3x-2}$ $\left(a\geq 0\right)$ và $b=\sqrt{1-y}$ $\left(b\geq 0\right)$.

Giải được nghiệm của HPT ban đầu là $\left(2;0\right)$.

2) a) Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>\dfrac{-1}{2}$.

Chú ý: $\left(1+x_1^2\right)\left(1+x_2^2\right)=5\Leftrightarrow 1+\left[\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2\right]+\left(x_1x_2\right)^2=5$.

Mà $x_1+x_2=2, x_1x_2=-2m\Rightarrow m=0$ (TM) và $m=-1$ (KTM).

b) PT có hai nghiệm $x_1, x_2\neq -1\Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}\leq m\neq\dfrac{3}{2}$.

Khi đó: $\dfrac{1}{x_1+1}+\dfrac{1}{x_2+1}=\dfrac{4}{3-2m}$ và $\dfrac{1}{x_1+1}.\dfrac{1}{x_2+1}=\dfrac{1}{3-2m}$.

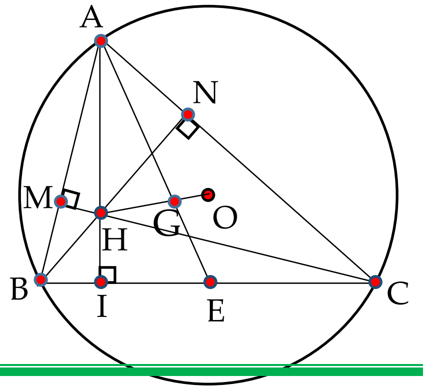
Từ đó $\dfrac{1}{x_1+1},\dfrac{1}{x_2+1}$ là các nghiệm của phương trình:

$$\left(3-2m\right)X^2-4X+1=0.$$

Bài IV. 1) Tứ giác *AMHN* có $\widehat{AMH}=\widehat{ANH}=90^0$.

2) Chứng minh *NH* là tia phân giác góc *MNI.*

3) Chứng minh $\Delta ANM\sim\Delta ABC$ và chú ý $\cos 45°=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.



$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta ANM}}{S_{\Delta ABC}} = \left(\frac{AN}{AB}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \Rightarrow S_{\Delta ANM} = 50cm^2.$$

4) Chứng minh: $AH = 2OE \Rightarrow \frac{EG}{EA} = \frac{1}{3}$.

Kẻ GF // AO suy ra $\frac{EF}{EO} = \frac{1}{3} \Rightarrow GF = \frac{1}{3}AO = \frac{1}{3}R$

$\Rightarrow G$ thuộc đường tròn $\left(F;\frac{1}{3}R\right)$ cố định.

Bài V. Phương trình $\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + \left|x+\frac{1}{2}\right| - \frac{1}{4}} = \frac{1}{2}(2x+1)\left(x^2+1\right)$.

Ta có $VT \geq 0 \Rightarrow VP \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow \left|x+\frac{1}{2}\right| = x + \frac{1}{2}$.

Từ đó phương trình $x + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(2x+1)\left(x^2+1\right) \Leftrightarrow x \in \left\{-\frac{1}{2};0\right\}$.

ĐỀ SỐ 5

Bài I. 1) Rút gọn được $A=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3};B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5}$.

2) Xét $P-1=\dfrac{-8}{\sqrt{x}+3}<0\Rightarrow P<1$.

3) Tìm được $P_{\min}=-\dfrac{5}{3}\Leftrightarrow x=0$.

Bài II. Gọi số chi tiết máy của các tổ I, II lần lượt phải làm theo kế hoạch là $x,y\left(0<x,y<900;x,y\in\mathbb{N}^*\right)$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases}x+y=900\\ \dfrac{23}{20}x+\dfrac{11}{10}y=1010\end{cases}$

Giải hệ phương trình ta tìm được $\begin{cases}x=400\\ y=500\end{cases}$.

Kết luận tổ I: 400 chi tiết; tổ II: 500 chi tiết.

Bài III.1) Với mọi *m*, chứng minh được hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất: $\left(\dfrac{m+4}{m^2+2};\dfrac{1-2m}{m^2+2}\right)$.

Ta có $3x+2y-1=\dfrac{-m^2-m+12}{m^2+2}$. Từ đó tìm được: $-4\le m\le 3$.

2) a) * Phương trình hoành độ giao điểm của *d* và (*P*) có $\Delta=\left(m-2\right)^2\ge 0$ với mọi $m\Rightarrow d$ luôn có điểm chung với (*P*).

* *d* tiếp xúc với (*P*) $\Leftrightarrow m=2$. Khi đó tiếp điểm của *d* và (*P*) là $\left(1;1\right)$.

b) Sử dụng hệ thức Vi-ét, tính được: $A=\dfrac{2m+1}{m^2+2}$.

* Vì $A=1-\dfrac{\left(m-1\right)^2}{m^2+2}\le 1\Rightarrow A_{\max}=1\Leftrightarrow m=1$.

* Vì $A=\dfrac{\left(m+2\right)^2}{m^2+2}-\dfrac{1}{2}\ge -\dfrac{1}{2}\Rightarrow A_{\min}=-\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow m=-2$.

Nhận xét: Biến đổi $A=\dfrac{2m+1}{m^2+2}\Leftrightarrow Am^2-2m+\left(2A-1\right)=0$ và xét $\Delta'=0$ ta tìm được $A=1$ hoặc $A=-\dfrac{1}{2}$.

- Để chứng minh $A_{max}=1, A_{min}=-\frac{1}{2}$ ta chỉ việc xét các hiệu $A-1; A-\left(-\frac{1}{2}\right)$ và chứng tỏ $A-1\le 0; A-\left(-\frac{1}{2}\right)\ge 0$ với mọi m.

Bài IV. 1) $\widehat{KIB}=\widehat{KMB}=90^0$.

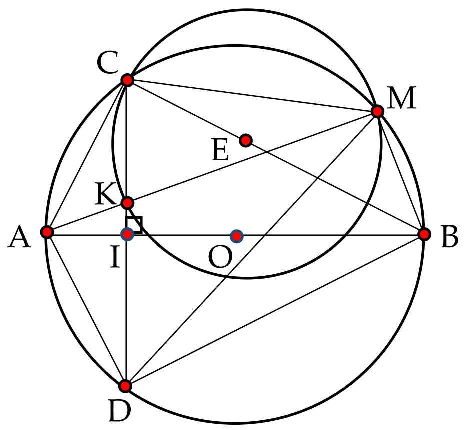
2) Chứng minh: $\Delta ADK \sim \Delta AMD$.

3) Do $AC=AD \Rightarrow \widehat{ACD}=\widehat{AMC}$

$\Rightarrow AC$ là tiếp tuyến.

4) Chứng minh tâm E của đường tròn ngoại tiếp ΔCKM di chuyển trên BC

$\Rightarrow DE_{min} \Leftrightarrow DE\perp CB=E$.



* Cách dựng điểm M.

- Từ D dựng $DE\perp CB\left(E\in CB\right)$.

- Vẽ đường tròn $\left(E;EC\right)$ cắt $\left(O\right)$ tại M.

Bài V. ĐK: $x\ge -2$. Biến đổi PT về dạng $x+4-3\sqrt{x+2}=0$.

Cách 1. Đặt $\sqrt{x+2}=t\left(t\ge 0\right)$ đưa PT về bậc hai ẩn t.

Cách 2. Đưa PT về dạng $\sqrt{A}=B$ và sử dụng công thức biến đổi tương đương:
$\sqrt{A}=B\Leftrightarrow\begin{cases}B\ge 0\\ A=B^2\end{cases}$.

Đáp số: Tập nghiệm của PT đã cho là $S=\left\{-1;2\right\}$.

ĐỀ SỐ 6

Bài I. 1) Rút gọn được $P=\dfrac{2}{\sqrt{a}+2}$ với $a>0;x\neq 4$.

2) Ta có $P>\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow \sqrt{a}<4$. Kết hợp ĐK ta được $\begin{cases}0<a<16\\ a\neq 4\end{cases}$.

3) Ta có $Q=\dfrac{9}{2}P=\dfrac{9}{\sqrt{a}+2}$. Lập luận dẫn tới $0<Q<\dfrac{9}{2}$.

Mà Q nhận các giá trị nguyên $\Rightarrow Q\in\{1;2;3;4\}$.

Giải ra ta được $a\in\left\{49;\dfrac{25}{4};1;\dfrac{1}{16}\right\}$.

Giải ra ta được $a=1$ hoặc $a=49$.

Bài II. Gọi chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật lần lượt là x,y mét $(x,y>0)$.

Ta có HPT: $\begin{cases}xy+80=(x+4)(y+4)\\ xy=(x+5)(y-2)\end{cases}$.

Giải ra ta được $x=10,y=6$ (TMĐK)

Kết luận.

Bài III. 1) *Cách 1.* ĐK: $x\geq\dfrac{1}{5}$. Đặt $t=\sqrt{5x-1}\,(t\geq 0)\Rightarrow$ Đưa phương trình đã cho trở thành PT bậc hai ẩn t.

Cách 2. Sử dụng công thức $\sqrt{A}=B\Leftrightarrow\begin{cases}B\geq 0\\ A=B^2\end{cases}$.

Đáp số: Tập nghiệm của PT đã cho là $S=\left\{2;\dfrac{5}{16}\right\}$.

2) a) Thay tọa độ A vào PT đường thẳng d ta tìm được $m=-4$.

Học sinh tự vẽ hình.

b) Với $m<3$, PT có hai nghiệm phân biệt.

Biến đổi được:

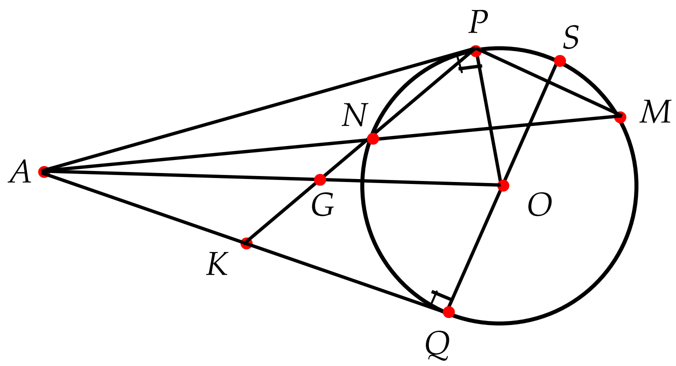
$$x_1x_2\left(y_1+y_2\right)+48=0$$

$$\Leftrightarrow x_1x_2\left[\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2\right]+96=0.$$

Sử dụng định lý Vi-ét thay vào hệ thức trên ta tìm được $m=-1$.

Bài IV. 1) Học sinh tự chứng minh.

2) Chứng minh $\Delta KAN \backsim \Delta KPA\,(g.g)$.



3) Ta có $PM \parallel AQ$ mà

$SQ \perp AQ \Rightarrow SQ \perp PM$

$\Rightarrow S$ là điểm chính giữa cung PM.

4) Chứng minh:

$KA^2 = KQ^2 = KN.KP$

$\Rightarrow K$ là trung điểm của AQ.

$\Rightarrow G$ là trọng tâm ΔAPQ.

Vậy $AG = \dfrac{16}{9}R$.

Bài V. Biến đổi phương trình thành : $\sqrt{\left(2x-\dfrac{1}{2}\right)^2} = (4x-1)(x^2+2)$.

Cách 1. Sử dụng công thức $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \ge 0 \\ A = B^2 \end{cases}$, ta có:

$$\text{PT} \Leftrightarrow \begin{cases} (4x-1)(x^2+2) \ge 0 \\ \left(2x-\dfrac{1}{2}\right)^2 = (4x-1)^2(x^2+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \dfrac{1}{4} \\ \left[\begin{array}{l} 4x-1=0 \\ \dfrac{1}{2} = x^2+2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{4}.$$

Cách 2. Từ VP $\Rightarrow x \ge \dfrac{1}{4} \Rightarrow \sqrt{\left(2x-\dfrac{1}{2}\right)^2} = 2x-\dfrac{1}{2}$.

Từ đó PT $\Leftrightarrow \left(2x-\dfrac{1}{2}\right)(1-2x^2-4) = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{4}$.

ĐỀ SỐ 7

Bài I. 1) Tính được $\frac{1}{\sqrt{3}+2}+\frac{1}{\sqrt{3}-2}=-2\sqrt{3}\Rightarrow\frac{1}{\sqrt{x}-2}=-\sqrt{3}$. Từ đó tìm được $x=\frac{13-4\sqrt{3}}{3}$ (TMĐK).

2) Tính được $A=\frac{2\sqrt{x}+2}{x-4}$ và $P=\frac{B}{A}=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$ với $x\geq 0, x\neq 4$.

3) ĐK: $x\geq 1, x\neq 4$. Biến đổi biểu thức thành:

$$\left(\sqrt{x-1}-1\right)^2+\left(\sqrt{x}-\sqrt{2}\right)^2=0.$$

Lập luận dẫn tới $x=2$ (TMĐK).

Bài II. Gọi số cần tìm là $\overline{ab}\left(a,b\in\mathbb{N}, 0<a,b\leq 9\right)$.

Lập luận dẫn tới HPT: $\begin{cases}a-b=2\\ 90a=630\end{cases}$.

Từ đó giải ra ta được số cần tìm là 75.

Bài III.

1) Đặt $t=x^2\ \left(t\geq 0\right)\Rightarrow t^2-2mt+\left(m^2-1\right)=0.$

a) Với $m=3$, ta tìm được $t=2$ hoặc $t=4$. Từ đó tìm được các nghiệm của phương trình đã cho là $x=\pm 2$ hoặc $x=\pm\sqrt{2}$.

b) *Cách 1 :* Để phương trình ẩn x có ba nghiệm phân biệt thì phương trình ẩn t có một nghiệm bằng 0 và nghiệm còn lại dương.

Từ đó : $\begin{cases}S>0\\ P=0\end{cases}\Leftrightarrow m=1$.

Cách 2 : Điều kiện cần để phương trình ẩn x có ba nghiệm phân biệt thì phương trình ẩn t có một nghiệm bằng 0. Từ đó tìm được $m=\pm 1$.
Điều kiện đủ : Thử lại thấy $m=1$ thỏa mãn.

2) Pt hoành độ giao điểm của d và $\left(P\right): x^2-2x+\left(2m-2\right)=0$.

Ta có d cắt $\left(P\right)$ tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow m<\frac{3}{2}$.

Ta có $y_1+y_2=4\left(x_1+x_2\right)\Leftrightarrow m=-2\ \left(tm\right)\Rightarrow x_1+x_2=2>1$

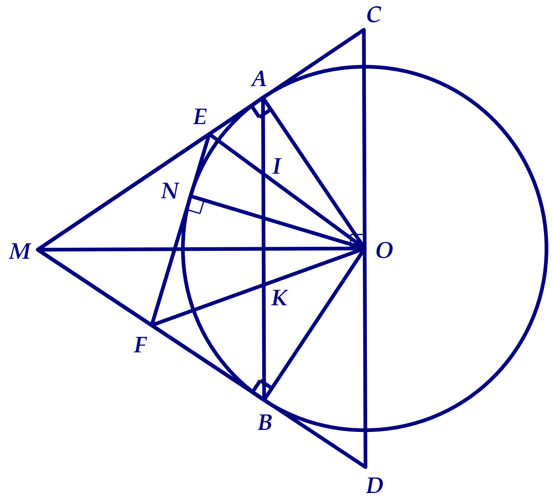
$\Rightarrow$ tồn tại ít nhất một trong hai giao điểm có hoành độ lớn hơn 1.

Bài IV.

1) Học sinh tự làm.

2) Chu vi $\Delta MEF = 2MA$ không đổi.

Ta có $\widehat{EOF} = \dfrac{1}{2}\widehat{AOB} \Rightarrow \widehat{EOF}$ không đổi.



Hình đề số 7

3) $\widehat{EOF} = \widehat{MAB} = \widehat{MBA} \Rightarrow$ Các tứ giác $BOIF$ và $EIKF$ nội tiếp.

Chứng minh $\Delta OIK \backsim \Delta OFE \Rightarrow \dfrac{EF}{IK} = 2$.

4) Chứng minh $EC.FD = \dfrac{CD^2}{4}$. Áp dụng

BĐT Cô-si ta có:

$EC + FD \geq CD \Rightarrow (EC + FD)_{\min} = CD$.

Dấu " = " khi $EC = FD \Leftrightarrow N$ là điểm chính giữa cung AB nhỏ.

Bài V. *Gợi ý :* $\sqrt{a^2+1} = \sqrt{a^2+ab+bc+ca} = \sqrt{(a+b)(a+c)} \leq \dfrac{a+b+a+c}{2}$.

Cộng từng vế của ba bất đẳng thức trên. Dấu "= " khi $a = b = c$.

ĐỀ SỐ 8.

Bài I.

1) Tính được $A=\dfrac{2\sqrt{5}-5}{5}$.

2) Rút gọc được $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$. ĐK : $x\ge 0, x\ne 25$.

3) Với $x\ge 0, x\ne 25$ thì $A-B=a\Leftrightarrow (a+1)\sqrt{x}=-a$.

Trường hợp 1 . Với $a=-1$: PT vô nghiệm.

Trường hợp 2. Với $a\ne -1$: PT có dạng $\sqrt{x}=\dfrac{-a}{a+1}$.

Phương trình này có nghiệm thỏa mãn $x\ge 0, x\ne 25$ $\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{-a}{a+1}\ge 0\\ \dfrac{-a}{a+1}\ne 25\end{cases}$.

Giải hệ ta được $\Leftrightarrow\begin{cases}-1<a\le 0\\ a\ne\dfrac{-5}{6}\end{cases}$.

Bài II. Gọi thời gian đi cả quãng đường AB của xe khởi hành từ A và B lần lượt là x,y (giờ) $(x,y>3)$.

Lập luận dẫn đến hệ phương trình : $\begin{cases}x-y=\dfrac{5}{2}\\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{3}\end{cases}$.

Giải hệ phương trình được $x=\dfrac{15}{2}, y=2$.

Bài III.

1) Biến đổi dẫn đến hệ phương trình $\begin{cases}3x+2y=33\\ -2x+y=-8\end{cases}$.

Giải hệ phương trình tìm được $x=7, y=6$.

2) Vì phương trình $x^2-mx-4=0$ có $\Delta=m^2+16>0\ \forall m$ nên nó luôn có hai nghiệm phân biệt.

Áp dụng hệ thức Vi-ét tính được $A=\dfrac{2m+7}{m^2+8}$.

Biến đổi $A=\dfrac{16m+56}{8(m^2+8)}=\dfrac{(m+8)^2-m^2-8}{8(m^2+8)}=\dfrac{(m+8)^2}{8(m^2+8)}-\dfrac{1}{8}\ge -\dfrac{1}{8}$.

Vậy $A_{\min}=-\dfrac{1}{8}\Leftrightarrow m=-8$.

Nhận xét : Việc biến đổi A như trên thực ra rất khó. Có một kinh nghiệm « mò » ra kết quả $A_{\min}$ như sau :

+ Xét phương trình (ẩn m): $A=\dfrac{2m+7}{m^2+8}\Leftrightarrow Am^2-2m+8A-7=0$.

+ Giải điều kiện $\Delta'=0$ ta tìm được $A=1$ hoặc $A=-\dfrac{1}{8}$.

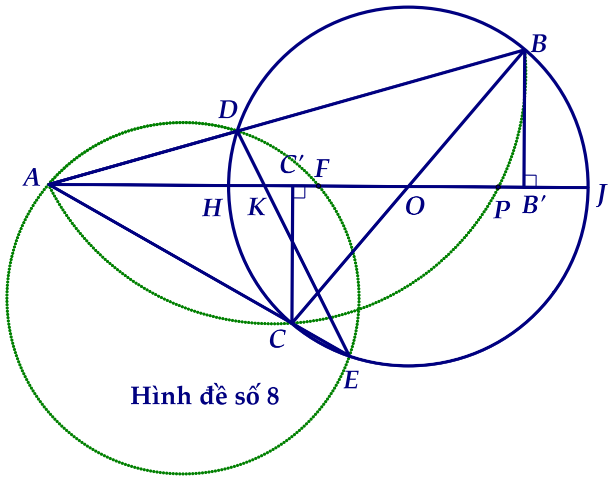
Để chứng tỏ $A_{\min}=-\dfrac{1}{8}$ ta xét hiệu $A-\left(-\dfrac{1}{8}\right)$ và chứng minh hiệu này luôn lớn hơn hoặc bằng 0.

Chú ý : Với cách làm trên, nếu bài toán yêu cầu tìm GTLN của A thì ta tìm được GTLN của A là 1.

Bài IV.

1) * Học sinh tự chứng minh tam giác đồng dạng.

* Chứng minh được $\widehat{APC}=\widehat{DEC}\left(=\widehat{DBC}\right)\Rightarrow$ ĐPCM.



Hình đề số 8

2) Chứng minh được $\Delta APC\backsim\Delta AEK\Rightarrow$ĐPCM.

3) Xét đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ ta có :

$$OA.OP=OC.OB\Rightarrow OP=\frac{R}{2}\Rightarrow P \text{ cố định và } AP=\frac{5R}{2}.$$

Với (O), ta có : $AE.AC=AT^2$ (T laø tieáp ñieåm cuûa tieáp tuyeán AT).

Mà $AT=R\sqrt{3}\Rightarrow AE.AC=3R^2$.

Tứ giác $KPEC$ noäi tieáp $\Rightarrow AE.AC=AK.AP\Rightarrow AK=\dfrac{6R}{5}\Rightarrow K$ là điểm cố định mà DE đi qua(Đpcm).

4)* Vì $AK=\dfrac{6R}{5}\Rightarrow OK=\dfrac{4R}{5};KJ=AJ-AK=\dfrac{9R}{5}\Rightarrow KH=\dfrac{R}{5}$.

Gọi $F=(ADE)\cap AO$. Ta có: $KD.KE=KA.KF\Rightarrow KF=\dfrac{3R}{10}\Rightarrow F$ là điểm cố định mà (ADE) đi qua.

*Ta có $S_{ABPC}=S_{ABP}+S_{ACP}=\dfrac{1}{2}AP.BB'+\dfrac{1}{2}AP.CC'=AP.BB'$ lôùn nhaát $\Leftrightarrow BB'_{\max}\Leftrightarrow BC\perp AO$.

Bài V. Dự đoán $P_{\min}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b=c\\a=b\end{cases}\Leftrightarrow a=b=\dfrac{c}{2}$.

Từ đó ta có lời giải như sau:

Ta có:

$$P = \left(\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}\right)+c^2\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)+\frac{1}{c^2}\left(a^2+b^2\right)+3$$

$$= \left(\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}\right)+\left(\frac{c^2}{16a^2}+\frac{a^2}{c^2}\right)+\left(\frac{c^2}{16b^2}+\frac{b^2}{c^2}\right)+\frac{15c^2}{16}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)$$

Từ đó tìm được $P_{\min}=\frac{27}{2} \Leftrightarrow a=b=\frac{c}{2}$.

ĐỀ SỐ 9

Bài I : 1) Rút gọn được $P=\dfrac{x+\sqrt{x}}{3\sqrt{x}-1}$ với $x\ge 0, x\ne \dfrac{1}{9}$.

2) Đưa về dạng $5x-13\sqrt{x}+6=0$. Giải được $x=\dfrac{9}{25}; x=4$.

3) Đặt $t=\sqrt{x}$. Vì $x\ge 0, x\ne 9$ neân $t\ge 0, t\ne \dfrac{1}{3}$.

Đưa được $P=m$ về dạng: $t^2+(1-3m)t+m=0(*)$

Với $m>1$, để chứng minh có hai giá trị x thỏa mãn $P=m$, ta chứng minh (*) có hai nghiệm không âm phân biệt và cùng khác $\dfrac{1}{3}$.

Bài II: Gọi thời gian vòi I chảy một mình đầy bể là x (giờ) $(x>11)$

theo bài ra ta có phương trình: $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x-5}=\dfrac{1}{6}$. Giải phương trình ta được $x=15$.

kết luận.

Bài III: 1) Phương trình có hai nghiệm $x_1, x_2 \Leftrightarrow m\ge 0$.

Từ $\begin{cases} x_1+x_2=2m \\ 3x_1+2x_2=6 \end{cases}$ ta có: $x_1=-4m+6, x_2=6m-6$.

Thay vào $x_1x_2=m^2-m$ ta tìm được: $m=1$ hoặc $m=\dfrac{36}{25}$ (TMĐK).

2) a) sử dụng phương pháp thế đưa về phương trình: $(m^2-4)y=m-2$.

Với $m\ne \pm 2$ hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\left(\dfrac{1}{m+2};\dfrac{1}{m+2}\right)$.

Ta có x, y nguyên $\Leftrightarrow (m+2)\in U(1) \Leftrightarrow m=-3; m=-1$.

b) Với $m\ne -2, m\ne 2,$ điểm $M(x;y)\in$ đường thẳng $y=x$.

Bài IV. 1) Tứ giác $AMBO$ nội tiếp vì $\widehat{MAO}=\widehat{MBO}=90^\circ$. Chứng minh tương tự được tứ giác $AOEM$ nội tiếp được. Vậy A, O, E, B, M thuộc một đường tròn.

2) chứng minh:

- $OH.OM=OA^2$ (Hệ thức trong tam giác vuông);
- $MC.MD=MA^2$ (vì $\Delta MAC \backsim \Delta MDA$);

- $OA^2 + MA^2 = MO^2$ (vì $\triangle AMO$ vuông tại A).

3) chứng minh: $\widehat{MCH} = \widehat{MOD} = 2\widehat{IAD} = 2\widehat{MCI} \Rightarrow CI$ laø phaân giaùc goùc $\widehat{MCH}$.

4) Gọi $K = AB \cap CD \Rightarrow K \in (OHE)$. Chứng minh được:
$MK.ME = MC.MD = const \Rightarrow (OHE)$ ñi qua ñieåm K cố định.

Bài V. ĐK $x \geq -2; y \geq -2$. Từ giả thiết đưa về dạng:

$$(x-y)\left(\frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{y+2}} + x^2 + xy + y^2\right) = 0 \Leftrightarrow x = y.$$

Thay $y = x$ vào A và chứng tỏ $A \geq 9 \forall x \geq -2$.

Kết luận: $A_{\min} = 9 \Leftrightarrow x = y = -2$.

ĐỀ SỐ 10

Bài I. 1) Tìm được $x=2$. Thay vào A ta tính được $A=3-2\sqrt{2}$.

2) Rút gọn được $B=\dfrac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$ với $x\geq 0, x\neq 1$.

3) *Cách 1.* Tính được $P=A.B=\dfrac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}+1}=1+\dfrac{5}{\sqrt{x}+1}$.

Ta có $P>1$ vì $\dfrac{5}{\sqrt{x}+1}>0$. Mặt khác $\dfrac{5}{\sqrt{x}+1}\leq 5 \Rightarrow P\leq 6$.

Từ đó $P\in\{2;3;4;5;6\}$.

Giải từng trường hợp ta tìm được $x\in\left\{16;\dfrac{9}{4};\dfrac{4}{9};\dfrac{1}{16};0\right\}$.

Cách 2. Đặt $\dfrac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}+1}=n\ (n\in\mathbb{Z})\Rightarrow \sqrt{x}=\dfrac{6-n}{n-1}$.

Mà $x\geq 0, x\neq 1$ nên $1<n\leq 6$ và $n\neq\dfrac{7}{2}$.

Giải từng trường hợp ta tìm được $x\in\left\{16;\dfrac{9}{4};\dfrac{4}{9};\dfrac{1}{16};0\right\}$.

Bài II. Gọi số ghế băng trong hội trường là x (ghế) ($x>2, x$ nguyên) và số người ngồi trên một ghế băng là y (người/ghế)($y>1$, y nguyên) .

Lập luận dẫn đến hệ phương trình:

$$\begin{cases}(x-2)+(y+1)=xy+8\\(x+3)(y-1)=xy-8\end{cases}.$$

Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases}x=20\\y=5\end{cases}$ (TMĐK).

Vậy số ghế băng trong hội trường là 20 ghế.

Bài III. 1) Phương trình có hai nghiệm trái dấu và nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương $\begin{cases}x_1x_2=2m-4<0\\x_1+x_2=2m<0\end{cases}\Leftrightarrow m<0.$

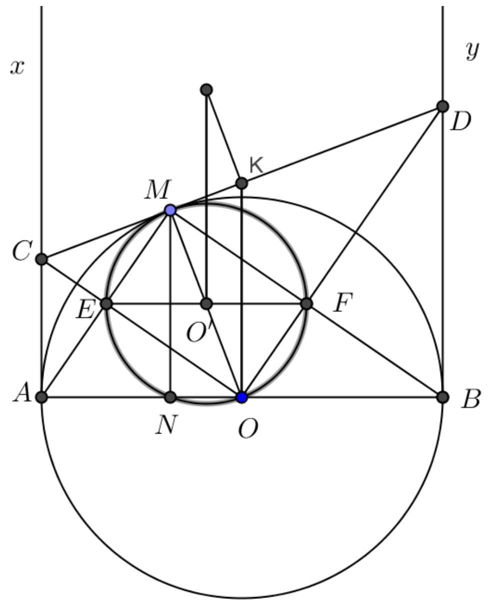
2) a) Giải HPT đã cho ta được $\begin{cases}x=m-1\\y=2-(\mathrm{m}-1)^2\end{cases}$.

Từ đó $2x+y\leq 3\Leftrightarrow(\mathrm{m}-2)^2\geq 0$ (luôn đúng với $\forall m$).

Dấu “=” xảy ra khi $m=2$, khi đó nghiệm là $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$. Kết luận.

b) Theo câu a ta có: $\begin{cases} x=m-1 \\ y=2-(\mathrm{m}-1)^2 \end{cases}$, thay vào $x+y=-4$ và giải PT ta được $m=-1$ hoặc $m=4$..

Bài IV. 1) Học sinh tự làm.



2) Ta có: $\tan \widehat{BOD} = \dfrac{BD}{BO} = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \widehat{BOD} = 60^0$. Khi đó:

$AM = AB.cos\widehat{MAB} = \dfrac{1}{2}.AB = R.$

3) Các điểm $M, E, O, N, F \in (OM)$

$\Rightarrow$Đường tròn ngoại tiếp $\triangle NEF$ đi qua điểm cố định O khi M thay đổi.

4) Gọi O', K lần lượt là trung điểm của EF, CD

.

Dựng đường trung trực của EF và CD cắt nhau tại I

$\Rightarrow I$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $CFED \Rightarrow IC^2 = IK^2 + OK^2$.

Mặt khác $IK^2 \ \ge O'O^2 + OM^2 = \left(\dfrac{OM}{2}\right)^2 + OM^2 = \dfrac{5R^2}{4}$.

Vậy $R_{CFED} = IC$ có giá trị nhỏ nhất bằng $\dfrac{R\sqrt{5}}{2}$.

Dấu “=” xảy ra khi $OM = OK$, tức M là điểm chính giữa của cung AB, khi đó CD$//AB$.

Bài V. Ta có $\dfrac{1}{2} \ge \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} \ge \dfrac{2}{\sqrt{ab}} \Rightarrow \sqrt{ab} \ge 4$.

và $\dfrac{1}{2} \ge \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} \ge \dfrac{4}{a+b} \Rightarrow \dfrac{1}{a+b} \le \dfrac{1}{8}$.

Từ đó tìm được $M_{min} = \dfrac{1}{8} \Leftrightarrow a = b = 4$.

ĐỀ SỐ 11

Bài I. 1) Rút gọn ta được $A=\dfrac{2+\sqrt{x}}{x-1}$ với $x\ge 0; x\ne 1$.

Giải PT ta được $x=7+2\sqrt{6}$ (TMĐK).

2) Tìm được $P=\dfrac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$. Từ đó với $P<0$ ta tìm được $0\le x<1$.

3) Tìm được $M=\dfrac{x+12}{\sqrt{x}+2}$ rồi biến đổi $M=\left(\sqrt{x}+2\right)+\dfrac{16}{\sqrt{x}+2}-4$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si $\Rightarrow M_{\min}=4 \Leftrightarrow x=4$.

Bài II. Gọi số tiền lãi anh An và anh Bình hưởng lần lượt là x,y (triệu đồng)($0<x,y<7$).

Ta lập được HPT: $\begin{cases} x+y=7 \\ \dfrac{x}{y}=\dfrac{13}{15} \end{cases}$. Giải HPT thu được $\begin{cases} x=3,25 \\ y=3,75 \end{cases}$.

Vậy số tiền lãi các anh An và anh Bình hưởng lần lượt là 3,25 và 3,75 triệu đồng.

Bài III. 1) Từ phương trình đầu ta có $\mathrm{x}=5-2y$. Thay vào phương trình sau ta được: $\left(2m-1\right)y=5m-4$.

Với $m\ne\dfrac{1}{2}$, HPT có nghiệm duy nhất: $\left(\dfrac{3}{2m-1};\dfrac{5m-4}{2m-1}\right)$.

Giải $\mathrm{x}=|y|$ ta được $m=\dfrac{7}{5}$ (TM) hoặc $m=\dfrac{1}{5}$ (KTM).

2) a) Ta có $\Delta'=1>0\forall m$.

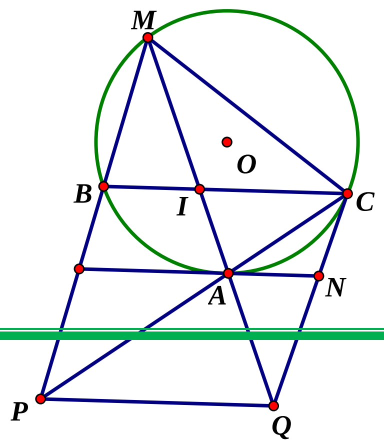
Theo định lý Vi-et $\Rightarrow x_1=\dfrac{3}{2}m; x_2=\dfrac{1}{2}m$ *vào* $x_1x_2=m^2-1$. Giải ra ta được $m=\pm 2$.

b) Với $m\ne 0$, ta tìm được $\dfrac{1}{x_1},\dfrac{1}{x_2}$ là nghiệm của PT: $3m^2X^2-8mX+4=0$.

Bài IV. 1) Chú ý $\widehat{MPC}=\widehat{MQC}=\dfrac{1}{2}\left(sđ\overset{\frown}{MC}-sđ\overset{\frown}{AB}\right)$.

2) Phải chứng minh: $\dfrac{CN}{CI}+\dfrac{CN}{CQ}=1$, trong khi ta có: $\dfrac{CN}{CI}=\dfrac{AN}{CI}=\dfrac{QN}{CQ}$.

3) Ta có $\Delta MIC\backsim\Delta MBA \Rightarrow MB.MC=MI.MA$. Mà $MI.MA=MI\left(MI+IA\right)=MI^2+MI.IA$ và $MI.IA=IB.IC$.



4) Gọi R_1 là bán kính (ΔMBI). Vì $\Delta MBI \backsim \Delta MAC \Rightarrow \frac{BI}{AC}=\frac{R_1}{R} \Rightarrow R_1=\frac{R}{AC}BI$.

Vì R và AC không đổi nên R_1 lớn nhất $\Leftrightarrow BI$ lớn nhất.

Mà MI là phân giác $\widehat{BMC} \Rightarrow \frac{BI}{IC}=\frac{MB}{MC} \le 1 \Rightarrow BI \le IC = BC - BI \Rightarrow BI \le \frac{BC}{2}$.

Vậy R_1 lớn nhất khi $BI=\frac{BC}{2} \Leftrightarrow M$ chính giữa cung lớn BC.

Bài V. *Gợi ý:* Ta có $(2-a)(2-b)(2-c)\ge 0$.

Chứng minh $ab+bc+ca\ge 2 \Rightarrow a^2+b^2+c^2\le 5$.

Vậy $A_{\max}=5 \Leftrightarrow abc=0$ hay (a,b,c) sẽ là hoán vị của bộ ba số $(0;1;2)$.

ĐỀ SỐ 12

Bài I. 1) Rút gọn được $A=\frac{\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}+1}$ với $x\ge 0, x\ne 1$.

2) Tìm được $P=\frac{2}{x+\sqrt{x}+1}$ với $x\ge 0, x\ne 1$.

3) Ta có $\frac{1}{P}>m+\sqrt{x} \Leftrightarrow x-\sqrt{x}>2m-1$.

Với $x>1$, ta có $x-\sqrt{x}=\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)>0$ nên để $x-\sqrt{x}>2m-1$ thì $2m-1\le 0 \Leftrightarrow m\le\frac{1}{2}$.

Bài II. 1) Gọi thời gian vòi I, vòi II chảy một mình đầy bể lần lượt là x (giờ) và y (giờ) $(x>14, y>12)$.

Ta có hệ phương trình $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{12}\\ 4\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)+\frac{14}{x}=1\end{cases}$. Giải hệ phương trình ta được $x=21; y=28$. Kết luận.

Bài III. 1) Học sinh tự giải. *Đáp số:* Nghiệm của hệ phương trình là $(0;3)$ hoặc $(0;-3)$.

2) a) Tìm được $A(-1;1)$ là điểm cố định mà d luôn đi qua với mọi m. Gọi H là hình chiếu của I trên d. Khi đó IH là khoảng cách từ I đến d. Vì $IH\le IA$ và IH không đổi nên $IH_{\max}=IA \Leftrightarrow d$ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với IA. Từ đó tìm được $m=3$.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) luôn có hai nghiệm là -1 và $m-2$.

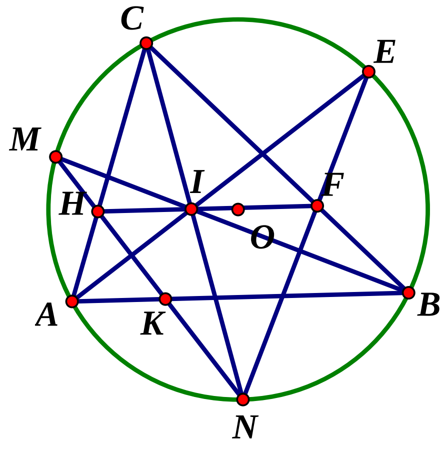
Xét từng trường hợp $x_1=-1, x_2=m-2$ hoặc $x_1=m-2, x_2=-1$ và thay vào $x_1^2=4x_2$ giải ra ta tìm được $m=\frac{9}{4}$.

Lưu ý: Học sinh thường sai lầm chỉ xét $x_1=-1, x_2=m-2$ mà quên không xét trường hợp $x_1=-1, x_2=m-2$ hoặc $x_1=m-2, x_2=-1$.

Bài IV. 1) Tứ giác $BNKI$ có $\widehat{MBA}=\widehat{MNC}$.

2) $\Delta NHC \backsim \Delta NIM$(g.g)

3) Ta có $HI//AB, FI//AB \Rightarrow$ Ba điểm H, I, F thẳng hàng.



* $\widehat{HAI}=\widehat{HIA}$ (tam giác HIA cân tại H).

* $\widehat{HAI}=\widehat{BAI}$ (AI là tia phân giác).

$\Rightarrow \widehat{HIA}=\widehat{BAI} \Rightarrow HI//AB$. Tương tự ta có $IF//AB$.

4) Chu vi tứ giác $ANBI$ lớn nhất $\Leftrightarrow AI+BI$ lớn nhất.

Trên tia AI lấy điểm P sao cho $IB=IP \Rightarrow \left(AI+IB\right)_{\max} \Leftrightarrow AP_{\max}$.

Chứng minh $\widehat{APB}$ không đổi

$\Rightarrow AP_{\max} \Leftrightarrow \widehat{ABP}=90^{\circ} \Leftrightarrow C$ là điểm chính giữa của cung lớn AB.

Bài V. Học sinh tự chứng minh bổ đề sau:

Với mọi a,b,c dương, ta luôn có: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\ge\frac{9}{a+b+c}$. Dấu "=" xảy ra khi $a=b=c$.

Áp dụng: $M\ge\frac{9}{a+b+c}\ge 6$ Dấu "=" xảy ra khi $a=b=c=\frac{1}{2}$.

Vậy $M_{\min}=6 \Leftrightarrow a=b=c=\frac{1}{2}$.

ĐỀ SỐ 13

Bài I. 1) Rút gọn được $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$. Từ đó tìm được $P=\frac{A}{B}=\frac{x-4}{x}$ với $x>0, x\ne 4$.

2) Chú ý rằng $B=\left|B\right| \Leftrightarrow B\ge 0$. Từ đó để $B=\left|B\right|$ thì $x>4$.

3) Ta có $xP\le 10\sqrt{x}-29-\sqrt{x-25} \Leftrightarrow \left(\sqrt{x}-5\right)^2+\sqrt{x-25}\le 0$.

Từ đó tìm được $x=25$ (TMĐK)

Bài II. Gọi vận tốc ngược dòng của canô là x (km/giờ)($x>10$).

$\Rightarrow$ Vận tốc xuôi dòng của canô là $x+6$ (km/giờ).

Từ đề bài ta có phương trình: $\frac{45}{x+6}-\frac{18}{x}=1$.

Giải phương trình ta được $x=12$ (TMĐK).

Bài III. 1) PT có $\Delta'=(m^2+2)\left[\left(m-1\right)^2+1\right]>0$ với mọi m nên luôn có hai nghiệm phân biệt.

Hai nghiệm nghịch đảo nhau $\Leftrightarrow x_1x_2=1 \Leftrightarrow m=\pm 1$.

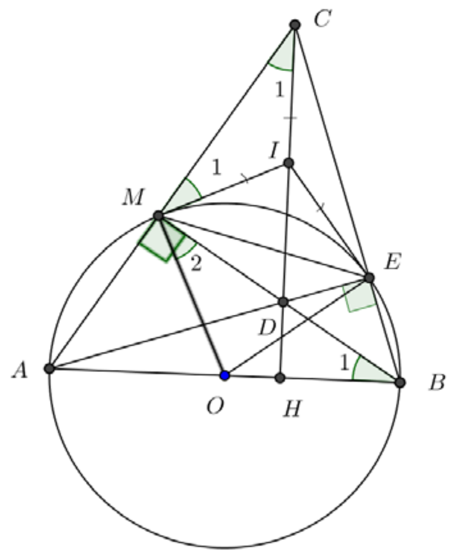
2) a) PT hoành độ giao điểm giữa d và $\left(P\right): x^2+mx-\frac{1}{2m^2}=0$.

Vì $\Delta=m^2+\frac{2}{m^2}>0\ \forall m\ne 0 \Rightarrow d$ luôn cắt $\left(P\right)$ tại hai điểm phân biệt.

b) Sử dụng hệ thức Vi-ét, ta tìm được: $M=m^4+\frac{1}{2m^4}+2\ge 2+\sqrt{2}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m = \pm\sqrt[8]{2}$.

Vậy $M_{\min} = 2+\sqrt{2} \Leftrightarrow m = \pm\sqrt[8]{2}$.



Bài IV. 1) Ta có: $\widehat{AMB} = \widehat{AEB} = 90^0 \Rightarrow MCED$ là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh: $\Delta BEA \backsim \Delta BHC$ (g,g);

$\Delta BMA \backsim \Delta CHA$ (g,g).

3) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $MCED$.

Chứng minh được MI, IE là tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow$ ĐPCM.

4) Tính được $\widehat{BAE} = 30^0 \Rightarrow BE = R$ và $AE = R\sqrt{3}$

$\Rightarrow HB = \dfrac{2EB}{\sqrt{3}+1} = R(\sqrt{3}-1)$. Mặt khác, từ ý b)

$\Rightarrow BC = 2R\left(\sqrt{3}-1\right)$

$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}AE.BC = R^3\left(3-\sqrt{3}\right)$.

Bài V. Ta có $\begin{cases} b+c = a^2 - a \\ bc = a^2 \end{cases} \Rightarrow b, c$ là nghiệm của PT: $X^2 - (a^3 - a)X + a^2 = 0$.

PT có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \ge 0$. Giải ra ta tìm được: $a = 0$ hoặc $|a| \ge \sqrt{3}$.

ĐỀ SỐ 14

Bài I. 1) Ta có $x=\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}=\left(\sqrt{2}-1\right)^2 \Rightarrow \sqrt{x}=\sqrt{2}-1.$

Thay $x=3-2\sqrt{2}$ và $\sqrt{x}=\sqrt{2}-1$ vào A và tính được $A=\dfrac{3}{7}-\dfrac{\sqrt{2}}{7}$.

2) Tính được $P=\dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ với $x\ge 0$. Giải $P(x-1)=-9$ ta tìm được $x=16$ (TM).

3) Biến đổi được $P>\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow 1-3\sqrt{x}>0\Leftrightarrow x<\dfrac{1}{9}$. Kết hợp điều kiện ta được: $0\le x<\dfrac{1}{9}$.

Bài II. Gọi vận tốc của xe máy là x (km/giờ)($x>0$).

Từ đề bài ta có PT: $\dfrac{120}{x+24}+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}=\dfrac{120}{x}$. Giải PT thu được : $\left[\begin{array}{l} x=-72(KTM)\\ x=48(TM)\end{array}\right.$.

Kết luận: Vận tốc của xe máy và ôtô lần lượt là 48 và 72 km/giờ.

Bài III. 1) Đặt $\left|x+1\right|=a\left(a\ge 0\right)$, ta được HPT: $\begin{cases} 2a-5y=3\\ a+2y=-\dfrac{3}{5}\end{cases}$.

Từ đó tìm được nghiệm của HPT đã cho là:

$$\left(-\frac{2}{3};-\frac{-7}{15}\right) \text{ hoặc } \left(-\frac{4}{3};-\frac{-7}{15}\right)$$

2) a) Gọi điểm cố định của d là $M(x_0;y_0)$

$$\Rightarrow y_0=(m-1)x_0-m+2\ \forall m.$$

Từ đó tìm được $M(1;1)$.

b) Xét $\Delta'=(m-2)^2+1>0\ \forall m\Rightarrow$ phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt.

Ta có: $\begin{cases} S=x_1+x_2=2m-2\\ P=x_1.x_2=2m-4\end{cases}\Rightarrow A=(2m-3)^2+3\ge 3\ \forall m$

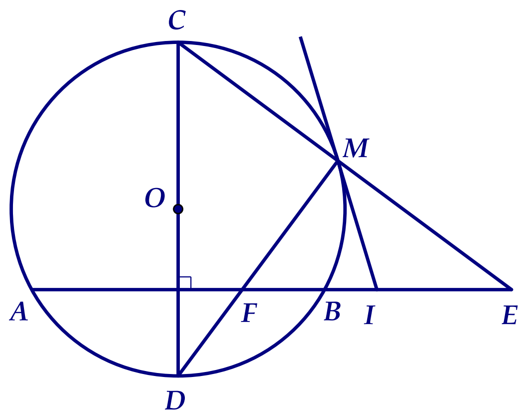
$\Rightarrow A_{\min}=3\Leftrightarrow m=\dfrac{3}{2}$.

Bài IV. 1) Tứ giác $CKFM$ có $\widehat{FMC}=90^0$ và $\widehat{FKC}=90^0$.

2) Ta có $\Delta KDE\backsim\Delta KFC(g.g)$.

3) Vì ΔIME và ΔIFM cân tại I nên $IM=IE$ và $IF=IM$ suy ra $IE=IF$.

4) Ta có $\Delta EFM\backsim\Delta ECK(g.g)$ và $\Delta EMA\backsim\Delta EBC(g.g)$ suy ra $\dfrac{EF}{EB}=\dfrac{EA}{EK}$ suy ra $\dfrac{AK}{EK}=\dfrac{KF}{KA}$ suy ra $\dfrac{BF}{EB}=\dfrac{KF}{KA}$.



Bài hình đề số 14

Bài V. Gợi ý : Vì vai trò của x,y,z như nhau nên dự đoán : $T_{\min}\Leftrightarrow x=y=z=\dfrac{1}{2}$.

Từ đó, sử dụng các bất đẳng thức

$x^2+y^2+z^2 \ge xy+yz+zx$; $x^2+\frac{1}{4} \ge x$; $y^2+\frac{1}{4} \ge y$; $z^2+\frac{1}{4} \ge z$.

Và cộng lại ta được $T_{\min}=\frac{3}{4} \Leftrightarrow x=y=z=\frac{1}{2}$.

ĐỀ SỐ 15

Bài I. 1) Tìm được $\sqrt{x}=\frac{\sqrt{7}-1}{2}$ và thay vào A ta tính được $A=\frac{5}{3}$.

2) Tìm được $B=\frac{1}{3} \Leftrightarrow x=4(tm)$.

3) Tính được $P=\frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ với $x>0$. Thay P vào phương trình, ta được $\left(\sqrt{x}-\sqrt{5}\right)^2+\left(\sqrt{x-4}-1\right)^2=0 \Leftrightarrow x=5(tm)$.

Bài II. Gọi số sản phẩm tổ I được giao theo kế hoạch là x sản phẩm ($x \in \mathbb{N}^*$, $x<1000$).

Lập luận để có phương trình $\frac{57}{100}x+\frac{67}{100}(1000-x)=630$.

Giải phương trình có $x=400$. Kết luận.

Chú ý: Học sinh có thể giải bài toán này bằng cách lập hệ phương trình.

Bài III. 1) Đặt $t=x^2(t \ge 0)$ suy ra $t^2-2mt+(m^2-1)=0$ (*).

Phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt. Từ đó tìm được $m>1$.

2) a) Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) có nghiệm kép $x=1$ suy ra d tiếp xúc với (P) tại điểm có hoành độ bằng 1 (đpcm).

b) Ta có $d': y=mx+2-m$ suy ra phương trình hoành độ giao điểm

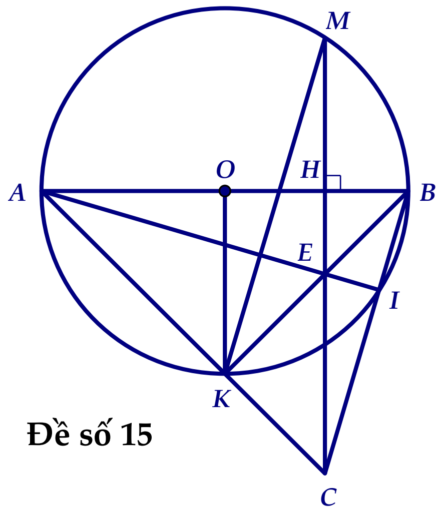
$$2x^2-mx+m-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\frac{m-2}{2} \end{array}\right..$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $m \ne 4$. Một trong hai giao điểm có hoành độ lớn 3 $\Leftrightarrow m>8$.

Bài IV. 1) Học sinh tự làm.

2) Chứng minh được E là trực tâm ΔABC suy ra ba điểm B, I, C thẳng hàng suy ra $\widehat{KAE}=\widehat{KBC}$.

3) Sử dụng $\Delta AHE \backsim \Delta AIB$ (g.g) và $\Delta BHE \backsim \Delta BKA$ (g.g).



Đề số 15

4) Vì $KE=KC$ suy ra ΔKEC vuông cân tại K.

Suy ra $\widehat{KCE}=45^0 \Rightarrow \widehat{ABK}=45^0$.

Suy ra $KO \perp AB \Rightarrow KO // MN$.

Kẻ đường kính MT suy ra $\overset{\frown}{KT}=\overset{\frown}{KN} \Rightarrow KM^2+KN^2=4R^2$.

Bài V. Vì $x^2-7x+14=\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\frac{7}{4}>0$ với mọi x nên ta có điều kiện : $x^2-x-2\ge 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\le -1\\ x\ge 2\end{array}\right.$.

Bổ đề : "Với $A\ge 0$, $B\ge 0$ ta có $\sqrt{A}+\sqrt{B}\ge\sqrt{A+B}$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $AB=0$".

Áp dụng ta có $\sqrt{x^2-x-2}+\sqrt{x^2-7x+14}\ge\sqrt{2x^2-8x+12}=\sqrt{2(x-2)^2+4}\ge 2.$

Do đó $\begin{cases} x-2=0\\ (x^2-x-2)(x^2-7x+14)=0\end{cases}\Leftrightarrow x=2.$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=2$.

ĐỀ SỐ 16

Bài I. 1) Rút gọn được $P=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ với $x\ge 0, x\ne 1$.

2) Biến đổi được $P<\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{x}-3}{2(\sqrt{x}+1)}<0$.

Lập luận dẫn đến $0\le x<9, x\ne 1$.

3) Thay p và phương trình đã cho được $x+\sqrt{x}-(m+1)=0$. Đặt $\sqrt{x}=t$ $(t\ge 0, t\ne 1)\Rightarrow t^2+t-(m+1)=0$ (*).

Phương trình có nghiệm kép $\Leftrightarrow m=-\dfrac{-5}{4}$. Khi đó phương trình (*) trở thành $t^2+t+\dfrac{1}{4}=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{2}$ (không thỏa mãn điều kiện $t\ge 0$).

Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>\dfrac{-5}{4}$ (do $t_1+t_2=-1$)

Khi đó phương trình (*) không thể có 2 nghiệm cùng dương.

(*) có nghiệm $t\ge 0, t\ne 1\Leftrightarrow\begin{cases} m\ge -1\\ m\ne 1\end{cases}$.

Kết luận $m\ge -1$ và $m\ne 1$.

Bài II. Gọi thời gian đội I và đội II làm một mình xong công việc lần lượt là x ngày và y ngày ($x>18, y>18; x,y\in\mathbb{N}^*$)

Lập luận ta được hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{18}\\ \dfrac{6}{x}+\dfrac{8}{y}=\dfrac{2}{5}\end{cases}$.

Giải hệ phương trình có $x=45, y=30$ (TM)

Bài III. 1) Từ phương trình đầu $\Rightarrow y=2-mx.$

Thay vào phương trình sau được: $\left(m^2-4\right)x=2m-4$.

Khi $m\ne\pm 2$, hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $\left(\dfrac{2}{m+2};\dfrac{4}{m+2}\right)$.

Từ đó dẫn đến kết luận: hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)$ mà $x>0,\ y>0 \Leftrightarrow \begin{cases} m>-2 \\ m\neq 2 \end{cases}$

2) a) d và d' luôn cắt nhau tại $A(2-3m;1)$ và A luôn chạy trên đường thẳng cố định $y=1$ khi m thay đổi.

b) Thay tọa độ $A(2-3m;1)$ vào (P) ta được: $m=\frac{7}{9},\ m=\frac{5}{9}$

Bài IV. 1)* Chứng minh: AO là trung trực của BC

$\Rightarrow IB=IC$ (Vì $I\in AO$)

* Ta có $\widehat{MBI}=\widehat{ICN}=90^0$

$\Rightarrow \Delta BMI=\Delta CIN\,(c.g.c)$

$\Rightarrow MI=NI.$

2)Ta có $\widehat{BIC}=120^0$

$\Rightarrow \widehat{MIC}+\widehat{BIM}=\widehat{MIC}+\widehat{CIN}=\widehat{MIN}=120^0$

$\Rightarrow \widehat{IMN}=30^0=\widehat{IAN}$

$\Rightarrow \Delta MEI\sim\Delta AEN\,(g.g)$

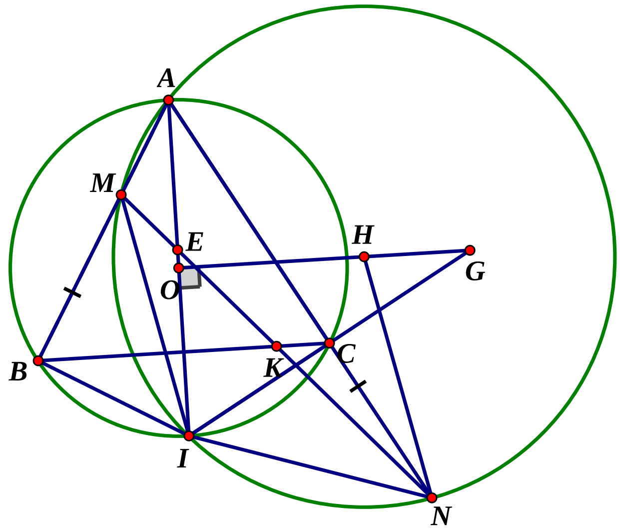
$\Rightarrow EA.EI=EM.EN$

3) Tứ giác $EKCN$ nội tiếp

(Vì $\widehat{KCI}=\widehat{KNI}=30^0$)

$\Rightarrow \widehat{IKN}=\widehat{ICN}=90^0 \Rightarrow IK\perp MN$

Trong tam giác cân IMN có IK vừa là đường cao vừa là đường trung tuyến$\Rightarrow$ điều phải chứng minh



4) Tứ giác AMIN nội tiếp (Vì $\widehat{MIA}=\widehat{MNA}$)

$\Rightarrow (AMIN)\equiv(\Delta AMN)$

$\Rightarrow$ Tâm H của (ΔAMN) nằm trên đường trung trực d của AI. Tia IC cắt d tại G.

Vậy khi M chạy trên AB thì H nằm trên đoạn OG cố định M

Bài V._Gợi ý:_ $\sqrt{a(3a+b)}=\frac{\sqrt{4a(3a+b)}}{2}\leq\frac{4a+3a+b}{4}=\frac{7a+b}{4}$

Tương tự với $\sqrt{b(3b+a)}$

ĐỀ SỐ 17

Bài I. 1) Ta có $\sqrt{x}=5-\sqrt{2}$. Thay vào B và tính được $B=\dfrac{2-7\sqrt{2}}{2}$

2) Ta có: $A=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-5}$ và $\dfrac{A}{B}=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$

Từ $\dfrac{A}{B}=\dfrac{4}{7}$ ta tìm được $x=25\left(KTM\right)$

Vậy không có giá trị nào của x để $\dfrac{A}{B}=\dfrac{4}{7}$

3) Ta có $P=1-\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}\Rightarrow P_{\min}=\dfrac{-1}{2}\Leftrightarrow x=0$

Bài II: Gọi số học sinh lớp 9A là x (học sinh) $\left(x>9,x\in N^*\right)$

Lập luận đến PT: $\dfrac{480}{x-8}-\dfrac{480}{x}=3$

Giải phương trình ta được $x=40.$

Bài III: 1) Ta có phương trình $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ f(\mathrm{x})=x^2+x+(m+1)=0\end{array}\right.$

$\Rightarrow$ Phương trình luôn có nghiệm không phụ thuộc m là $x=1.$

Để phương trình có ba nghiệm phân biệt, trong đó có đúng 1 nghiệm âm thì $f(x)=0$ có hai nghiệm trái dấu khác 1

$\Leftrightarrow\begin{cases}ac<0\\ f(1)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<-1\\ m\neq -3\end{cases}$

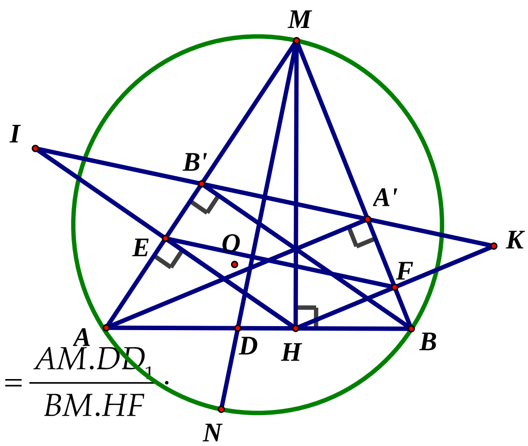
2) a) d cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow m>\dfrac{-1}{4}$

b) Với $m>\dfrac{-1}{4}$; d cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A\left(x_1;x_1+m\right),B\left(x_2;x_2+m\right)$

Ta có $AB=3\sqrt{2}\Leftrightarrow\left(x_1+x_2\right)^2-4x_1x_2=9.$

Mặt khác $x_1+x_2=1,\ x_1x_2=-m\Rightarrow m=2$ (TM)

Bài IV. 1) Đường AD cắt (O) ở N .



Ta có: $\widehat{AMN}=\widehat{HEF}$ (cạnh tương ứng vuông góc)

và $\widehat{HEF}=\widehat{HMB}$ ($MEHF$ nội tiếp)

$\Rightarrow\widehat{AMN}=\widehat{HMB}.$

Mà $\widehat{ANM}=\widehat{ABM}$ nên

$\widehat{AMN}+\widehat{ANM}=90^o$

$\Rightarrow AD$ đi qua tâm O cố định.

2) Vẽ $DD_1\perp AM,DD_2\perp BM,$ ta có:

$$\frac{S_{\Delta AMH}}{S_{\Delta MBD}}=\frac{AH.MH}{DB.MH}=\frac{AM.HE}{BM.DD_2};\frac{S_{\Delta AMD}}{S_{\Delta MBH}}=\frac{AD.MH}{BH.MH}=\frac{AM.DD_1}{BM.HF}.$$

$$\Rightarrow\frac{AM^2.HE.DD_1}{BM^2.HF.DD_2}=\frac{AH.AD}{DB.BH}.$$

Mà $\dfrac{DD_1}{HF}=\dfrac{DD_2}{HE}$ (vì $\Delta D_1DD_2 \backsim \Delta FHE$) $\Rightarrow \dfrac{AM^2}{BM^2}=\dfrac{AH.AD}{DB.BH}$.

3) Do tính chất đối xứng nên MI = MH = MK hay đường tròn *(M, MH)* tiếp xúc với AB tại H.

Ta có $\hat{I} = \widehat{KHB} \Rightarrow \widehat{IB'E} = \widehat{MB'K} = \widehat{MHK}$

$\Rightarrow M, B', H, K$ thuộc một đường tròn.

Ta có $\widehat{MHB} = \widehat{MKB} = 90^\circ \Rightarrow$ các điểm *M, B′, H, B, K* cùng thuộc đường tròn đường kính *MB.*

4) Từ 3) suy ra $BB' \perp MA$, $AA' \perp MB \Rightarrow MH, AA', BB'$ là các đường cao của tam giác MAB nên chúng đồng quy tại 1 điểm.

Bài V. ĐK: $x \geq 3$. Biến đổi phương trình về dạng:

$$\left(x^2-8x+16\right)+\left(\sqrt{2x+1}-3\right)+\left(\sqrt{x-3}-1\right)+3x-12=0$$

$$\Leftrightarrow (x-4)\left(x-1+\frac{2}{\sqrt{2x+1}+3}+\frac{1}{\sqrt{x-3}+1}\right)=0$$

Từ đó tìm được nghiệm của phương trình là $x = 4$.

ĐỀ SỐ 18

Bài I.

4) Rút gọn được $P=\dfrac{6}{x-9}\left(x\ge 0,x\ne 9\right)$.

5) Tìm được $A=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}$.

Giải $A=\dfrac{2\sqrt{x}+1}{2}$ ta tìm được $x=4$ (TMĐK)

6) Cách 1. Ta có $A-A^2=\dfrac{-3\sqrt{x}-9}{x}<0\Rightarrow A<A^2$.

Cách 2. Vì $A>0$, ta xét $\dfrac{A^2}{A}=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}>1\Rightarrow A<A^2$.

Bài II. Gọi vận tốc và thời gian quy định lần lượt là *v (km/giờ)* và *t (giờ)* $\left(v>0,t>0\right)$

Theo đề bài ta có: $\begin{cases}(v+10)(t-2)=vt\\(v-10)(t+3)=vt\end{cases}$

Giải ra ta được $\begin{cases}v=50\\t=12\end{cases}$

Từ đó tìm được quãng đường *AB là 600 km*.

Bài III.

3) Đặt $t=\sqrt{x}\ (t\ge 0)\Rightarrow 2t^2-4t+m=0$

Phương trình ẩn *x* có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình ẩn *t* có hai nghiệm không âm phân biệt. Từ đó tìm được $0\le m<2$.

4)

a) Khử *y* từ hai phương trình của hệ ta được:

$\left(m-4\right)x=4m+2$ (*)

Trường hợp 1. Với $m=4$, (*) vô nghiệm $\Rightarrow$ hệ phương trình vô nghiệm.

Trường hợp 2. Với $m\ne -4$ (*) có nghiệm duy nhất $x=\dfrac{4m+2}{m-4}$

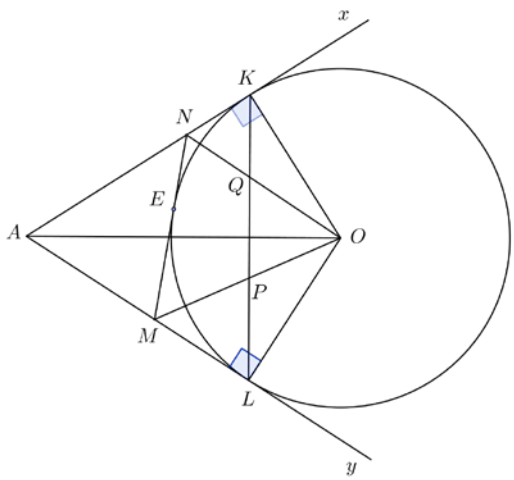
$\Rightarrow$ Hệ phương trình có nghiệm duy nhất

$\left(x=\dfrac{4m+2}{m-4};y=\dfrac{m^2+5m}{m-4}\right)$.

b) Với $m\ne 4$ hệ phương trình đã cho có nghiệm là:

$\left(x=\dfrac{4m+2}{m-4};y=\dfrac{m^2+5m}{m-4}\right)$

Khi đó $\dfrac{x-y}{m+2}=-1-\dfrac{3}{m-4}$. Từ đó tìm được $m\in\left\{5;3;7;1\right\}$.



Bài IV.

5) Chứng minh được

$$\widehat{MON}=\frac{1}{2}\left(\widehat{KOE}+\widehat{LOE}\right)=\frac{1}{2}\widehat{KOL}=90^\circ-\frac{\alpha}{2}\text{ không đổi.}$$

6) Từ câu 1) ta có: $\widehat{MON}=\widehat{AKP}=90^\circ-\frac{\alpha}{2}\Rightarrow N,K,O,P$ thuộc đường tròn.

Khi đó do $\widehat{NKO}=90^\circ$ nên $\widehat{NPO}=90^\circ$

Tương tự, tứ giác $MQOL$ nội tiếp và $\widehat{MQO}=90^\circ$

$\Rightarrow OE,MQ,NP$ là 3 đường cao của ΔONM

$\Rightarrow$ chúng đồng quy tại trực tâm của tam giác.

7) Ta có $\Delta NQK\backsim\Delta PLM\Rightarrow\frac{KQ}{LM}=\frac{NK}{PL}\Rightarrow KQ.PL=LM.NK$. Thay $NK=EN;\ LM=EM$.

8) Gọi AO cắt KL ở H; (ΔMON) cắt AO ở G

Ta có $\widehat{MGO}=\widehat{MNO}=\frac{1}{2}$sđ $\overset\frown{MO}$ và $\widehat{MON}=\widehat{QPO}$ (vì $MNQP$ nội tiếp)

$\Rightarrow\widehat{MGO}=\widehat{QPO}\Rightarrow MGHP$ nội tiếp được.

Mà $\widehat{PHO}=90^\circ\Rightarrow\widehat{GMO}=90^\circ$

$\Rightarrow OQ$ là đường kính của (ΔMON)

Tâm đường tròn này thuộc AO cố định.

Bài V. Ta có $\frac{a}{\sqrt{a+bc}}=\frac{a}{\sqrt{(a+b)(a+c)}}=\sqrt{\frac{a}{a+b}\cdot\frac{a}{a+c}}\le\frac{1}{2}\left(\frac{a}{a+b}+\frac{a}{a+c}\right)$.

Tương tự với $\frac{b}{\sqrt{b+ca}}$ và $\frac{c}{\sqrt{c+ab}}$ ta tìm được $P_{\max}=\frac{3}{2}\Leftrightarrow a=b=c=\frac{1}{3}\cdot$

ĐỀ SỐ 19

Bài I. 1) Ta có $x = (\sqrt{3}-1)^2 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{3}-1$. Thay vào Q và tính toán ta được $Q = \dfrac{-3-4\sqrt{3}}{13}$.

3) Rút gọn được $P = \dfrac{-3\sqrt{x}-3}{x-9}$ và $M = \dfrac{-3}{\sqrt{x}+3}$ với $x \ge 0,\ x \ne 9$.

4) Biến đổi được $A = \dfrac{x+7}{\sqrt{x}+3} = (\sqrt{x}+3) + \dfrac{16}{\sqrt{x}+3} - 6$.

Áp dụng BĐT Cô-si ta tìm được $A_{\min} = 2 \Leftrightarrow x = 1$.

Bài II. Gọi chiều dài và chiều rộng hình chữ nhật đã cho lần lượt là $x,\ y\ (cm)\ (x > 2, y > 1)$.

Lập luận dẫn đến hệ phương trình: $\begin{cases}(x+1)(y+1) = xy+13 \\ (x-2)(y-1) = xy-15\end{cases}$.

Giải hệ phương trình tìm được $x = 7; y = 5$.

Bài III. 1) Từ phương trình đầu $\Rightarrow x = (m+1) - my$. Thay vào phương trình sau được $(m^2-1)y = (m-1)^2$.

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m \ne \pm 1$.

Nghiệm duy nhất khi đó là: $\left(\dfrac{3m+1}{m+1}; \dfrac{m-1}{m+1}\right)$.

Ta có: $xy = \dfrac{3m^2-2m-1}{(m+1)^2} = 3 - \dfrac{8}{m+1} + \dfrac{4}{(m+1)^2} = \left(\dfrac{2}{m+1} - 2\right)^2 - 1 \ge -1$.

Dấu "=" xảy ra $m = 0$.

2) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d ta có:

$x^2 - (m-1)x - (m^2+1) = 0$.

a) Ta có: $\Delta = (m-1)^2 + 4(m^2+1) > 0\ \forall m \Rightarrow$ phương trình luôn có hai nghiệm $\forall m$.

$x_1x_2 = -(m^2+1) < 0 \Rightarrow$ điều phải chứng minh.

b) PT luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

Theo Vi-ét có $x_1 + x_2 = m-1,\ x_1x_2 = -m^2-1$

$|x_1| + |x_2| = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2|x_1x_2| = 8$

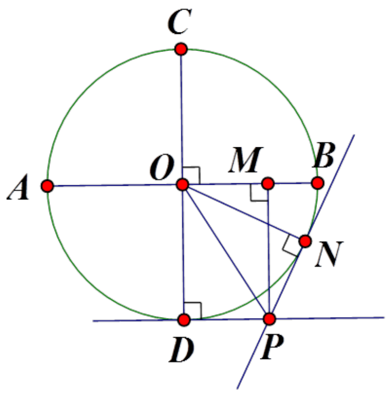
Áp dụng hệ thức Vi-ét có $m_1 = 1,\ m_2 = \dfrac{-3}{5}$.

Bài IV. 1) Học sinh tự làm.

2) Học sinh tự làm.

3) Gợi ý: Chứng minh:

$CM.CN = CO.CD$.



4) Gọi Q là giao điểm của các đường phân giác của ΔCND.

Xét ΔCDQ ta có:

$\widehat{DCQ} + \widehat{CDQ} = 90^0 : 2 = 45^0$

$\Rightarrow \widehat{CQD} = 135^0$. Vậy Q thuộc cung chứa góc 135^0 dựng trên CD.

Bài V. Gợi ý: P đạt GTNN tại $a=\frac{1}{2}, b=1$. Từ đó, biến đổi P như sau:

Ta có: $P=4(4a^2+1)+2(b^2+1)+\frac{3}{a}+\frac{2}{b}-6.$

Áp dụng BĐT Cô-si, ta có:

$$P \ge 16a+4b+\frac{3}{a}+\frac{2}{b}-6 \Rightarrow P \ge 3(4a+\frac{1}{a})+2(b+\frac{1}{b})+2(2a+b)-6 \Rightarrow P \ge 14.$$

Từ đó tìm được $P_{\min}=14 \Leftrightarrow a=\frac{1}{2}; b=1.$

ĐỀ SỐ 20

Bài I. 1) Rút gọn ta được $P=\dfrac{x-1}{\sqrt{x}}$ với $x>0,\ x\neq 1$.

2) Ta có $P<2\Leftrightarrow \dfrac{x-1}{\sqrt{x}}<2\Leftrightarrow \left|\sqrt{x}-1\right|<\sqrt{2}\Leftrightarrow 0<x<3+2\sqrt{2}$.

Kết hợp điều kiện ta được $\begin{cases}0<x<3+2\sqrt{2}\\ x\neq 1\end{cases}$.

3) Ta có $P=m\Leftrightarrow x-m\sqrt{x}-1=0$.

Đặt $\sqrt{x}=t\left(t>0,t\neq 1\right)\Rightarrow t^2-mt-1=0\left(*\right)$

- Vì $t_1t_2=-1<0$ nên $(*)$ có hai nghiệm trái dấu.

- Nghiệm dương luôn khác 1 vì $m\neq 0$.

Vậy với mọi $m\neq 0$, ta luôn có một giá trị của x thỏa mãn $P=m$.

Bài II.Gọi chiều cao tam giác là x (mét) $\left(x>0\right)$.

$\Rightarrow$ Chiều dài cạnh đáy là $\dfrac{4}{3}x$.

Từ đề bài ta có phương trình $\dfrac{1}{2}\left(x+3\right)\left(\dfrac{4}{3}x-2\right)=\dfrac{2}{3}x^2+9$.

Giải phương trình ta được $x=12$ (TMĐK).

Bài III.

5) Ta có d cắt Ox,Oy lần lượt tại $A\left(-\dfrac{2}{m^2+1};0\right),B\left(0;2\right)\Rightarrow OA=\dfrac{2}{m^2+1}$ và $OB=2$.

c) Ta có $S_{OAB}=\dfrac{1}{2}OA.OB\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{m^2+1}.2\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{3}$.

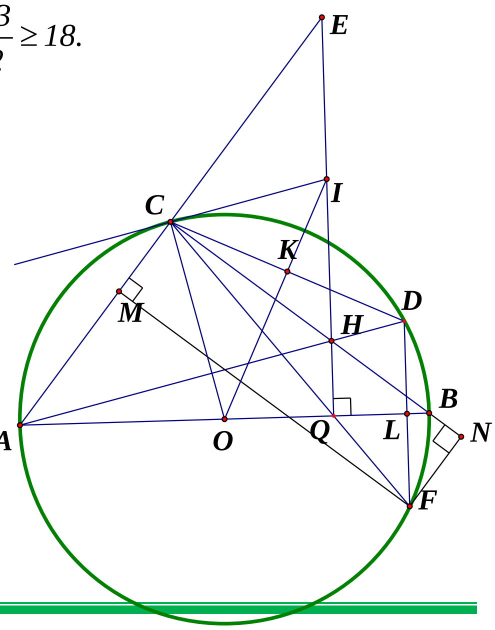
d) Hạ $OH\perp AB\Rightarrow \dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}=\dfrac{1}{4}\left(m^4+2m^2+2\right)$.

Từ đó tìm được $OH_{max}=\sqrt{2}\Leftrightarrow m=0$.

2) Điều kiện để phương trình có nghiệm $x_1;x_2$ là $m\geq 3$.

Tìm được $M=x_1^2+x_2^2=2m^2+2m-6=2\left(m+\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{13}{2}\geq 18$.

Từ đó tìm được $M_{min}=18\Leftrightarrow m=3$.



Bài IV. 1) Học sinh tự làm.

2) Gọi $L=AB\cap DF$.

Tứ giác FLBN nộ tiếp $\Rightarrow \widehat{NBF}=\widehat{NLF}$

Tứ giác ACBF nột tiếp

$\widehat{NBF}=\widehat{MAF}$;

Tứ giác AMLF nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{MAF}+\widehat{MLF}=180^0$

Từ đó $\Rightarrow \widehat{MLF}+\widehat{NLF}=180^0\Rightarrow M,L,N$ thẳng hàng

$\Rightarrow$ MN, AB, DF đồng quy.

3) Gọi $G = (\Delta AHE) \cap AB$.

Tứ giác AEHG nộ tiếp $\Rightarrow \widehat{AEQ} = \widehat{HGB}$.

Mà $\widehat{AEQ} = \widehat{ABC} \Rightarrow \widehat{HGB} = \widehat{ABC} \Rightarrow \Delta GHB$ cân ở H

$\Rightarrow GQ = QB$ không đổi $\Rightarrow G$ không đổi

$\Rightarrow$ Tâm (ΔAHE) thuộc trung trực của AG cố định.

4) Gọi $S = \mathrm{CD} \cap AB$.

Vì $\Delta OKS \sim \Delta OQI \Rightarrow \dfrac{OK}{OQ} = \dfrac{\mathrm{OS}}{OI} \Rightarrow \mathrm{OS} = \dfrac{R^2}{OQ}$ không đổi

$\Rightarrow S$ là điểm cố định cần tìm.

Bài V. Đặt $t = \sqrt{2\mathrm{x} - 1}\,(t \ge 0) \Rightarrow \dfrac{A}{2} = \dfrac{t^2 + 3t + 2}{t^2 + 4t + 3}$

$A = \dfrac{t+2}{t+3} = 1 - \dfrac{1}{t+3} \ge 1 - \dfrac{1}{3} \Rightarrow A \ge \dfrac{4}{3}$.

Vậy $A_{\min} = \dfrac{4}{3} \Leftrightarrow \sqrt{2\mathrm{x} - 1} = 0$ *hay* $x = \dfrac{1}{2}$.

ĐỀ SỐ 21

Bài 1: 1) Rút gọn được $A = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$ với $x \ge 0, x \ne 4$.

2) với $A = 3$ tính ra được $x = 9$. thay $x = 9$ vào P ta được $P = -1$.

3) Đưa về dạng: $5 - \left(\sqrt{x} - 3\right)^2 = \sqrt{x + 16} + \sqrt{9 - x}$.

Sử dụng đánh giá $VT \le 5$ và $VP \ge 5$ với mọi x.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 9$.

Bài 2: Gọi chiều rộng và chiều dài của mảnh vườn lần lượt là $x, y\,(m)\,(x, y > 0)$.

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} xy + 216 = (x+4)(y+4) \\ xy - 50 = (x+2)(y-5) \end{cases}$

Giải phương trình ta được $\mathrm{x} = 20, y = 30$.

Kết luận: chiều rộng và chiều dài lần lượt là 20m và 30m.

Bài III. 1) a) phương trình hoành độ giao điểm của d và (P):

$x^2 - 2m\mathrm{x} + \left(m^2 - 2m - 2\right) = 0$.

D cắt (P) tại hai điểm $\Leftrightarrow \Delta' = 2m + 2 \ge 0 \Leftrightarrow m \ge -1$.

Ta có $|x_1 - x_2| = 5 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4\mathrm{x}_1 x_2 = 25$.

Từ đó sử dụng hệ thức Vi-ét, tìm được $m = \dfrac{17}{8}$ (TMĐK $m \ge -1$).

b) d cắt (P) tại hai điểm phân biệt ở bên trái $oy \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ x_1 + x_2 < 0. \\ x_1x_2 > 0 \end{cases}$

Giải hệ điền kiện nay ta thu được $-1 < m < 1+\sqrt{3}$.

2) Vì $a+b+c=0 \Rightarrow$ phương trình luôn có nghiệm $x=1$ không phụ thuộc m và nghiệm kia là $x=\dfrac{m+1}{m}(m \neq 0)$.

Phương trình có một nghiệm không nhỏ hơn $2 \Leftrightarrow \dfrac{m+1}{m} \geq 2$

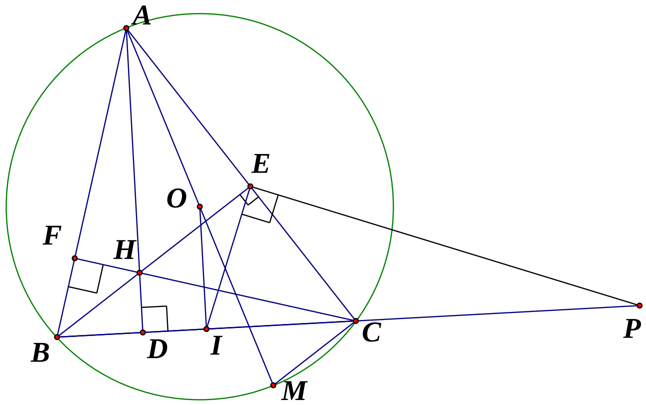
Giải ra ta được $0 < m \leq 1$

Bài IV.1) Học sinh tự làm.

2) Tam giác BOC vuông cân tại O $\Rightarrow BC = R\sqrt{2}$ và

$S_{OBC} = \dfrac{1}{2}OB.OC = \dfrac{R^2}{2}$.

3) Chứng minh PE là tiếp tuyến của $\left(I, \dfrac{BC}{2}\right)$



$\Rightarrow \widehat{PEC} = \widehat{PBE} \Rightarrow \Delta PCE \sim \Delta PEB \Rightarrow \dfrac{PC}{PE} = \dfrac{PE}{PB} \Rightarrow$ ĐPCM.

4) Kẻ đường kính AM, chứng minh I là trung điểm HM.

- Chứng minh: $AH = 2$OI (không đổi)

- Diện tích ΔAEH lớn nhất $\Leftrightarrow \Delta AEH$ vuông cân $\widehat{HAE} = 45^0$

$\Leftrightarrow \widehat{ACB} = 45^0$

Bài V.*Gợi ý:* $\dfrac{a}{1+9b^2} = a - \dfrac{9ab^2}{1+9b^2} \geq a - \dfrac{3}{2}ab$

Kết luận: $T_{\min} = \dfrac{1}{2}$ khi và chỉ khi $a=b=c=\dfrac{1}{3}$.

ĐỀ SỐ 22

Bài I. 1) Tìm được $x=36$ và thay vào A tính được $A=\dfrac{3}{2}$.

2) Rút gọn được $B=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$ với $x>0, x\neq 9$.

3) Đưa $AB > \dfrac{3}{2}$ về dạng $\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} > \dfrac{3}{2}$ và giải ra ta được $x<4$.

Kết hợp điều kiện ta được $0<x<4$

Bài II. Gọi số giờ người I, II cần để hoàn thành công việc một mình lần lượt là x và y (giờ) $(x, y > 15)$.

Ta có HPT $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{15} \\ \dfrac{3}{x}+\dfrac{5}{y}=\dfrac{1}{4} \end{cases}$.

Giải hệ phương trình ta được $x=24; y=40$ (TMĐK).

Kết luận.

Bài III. 1) a) Rút x từ phương trình đầu và thay vào phương trình sau của hệ ta được:

$$\left(m^2+1\right)y=m.$$

Từ đó tìm được nghiệm duy nhất của HPT là $\left(\dfrac{1-m^2}{m^2+1};\dfrac{2m}{m^2+1}\right)$ với mọi m.

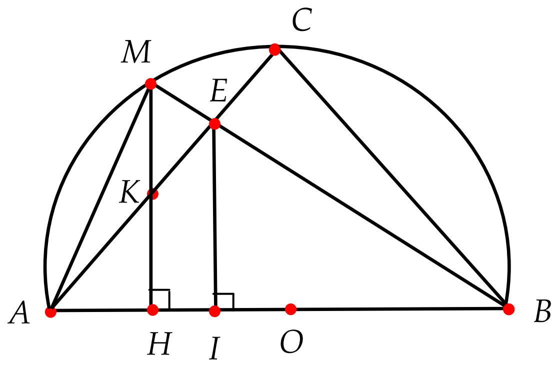
b) Ta có $\begin{cases} x<1 \\ y<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2>0 \\ \left(m-1\right)^2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq 1 \end{cases}$.

2) PT giao điểm $x^2+mx-\left(m+1\right)=0$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m\neq -2$.

Khi đó phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1=1; x_2=-m-1$.

Tìm được $x_1^2+x_2^2<2 \Leftrightarrow -2<m<0$ (TMĐK).



Bài IV. 1) Tứ giác $BHKC$ có

$\widehat{BHK}=\widehat{BCA}=90^0$.

Tứ giác $AMEI$ có

$\widehat{AIE}=\widehat{AME}=90^0$.

2) Chứng minh: $\Delta AMK \backsim \Delta ACM\left(g.g\right) \Rightarrow \dfrac{AM}{AC}=\dfrac{AK}{AM}$.

3) Chứng minh: $\Delta BIE \backsim \Delta BMA\left(g.g\right) \Rightarrow BE.BM=BI.BA$.

$\Delta AIE \backsim \Delta ACB \Rightarrow AE.AC=AI.AB$.

Từ đó tìm được tổng bằng 36.

4) Sử dụng tính chất góc nội tiếp chứng minh

$\widehat{MIC}=\widehat{MIE}+\widehat{EIC}=\widehat{MAE}+\widehat{MBC}=2\widehat{MAE}$

Mà $\widehat{MOC}=2\widehat{MAE} \Rightarrow \widehat{MOC}=\widehat{MIC}$

$\Rightarrow$ Tứ giác $MICO$ nội tiếp đường tròn, cũng chính là $\left(MIC\right)$.

Vậy tâm của $\left(MIC\right)$ nằm trên đường trung trực của OC cố định.

Bài V. *Gợi ý:* Sử dụng $a^2+b^2\geq \dfrac{1}{2}\left(a+b\right)^2; \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\geq \dfrac{4}{a+b}$ ta có:

$$K=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+\left(y+\frac{1}{y}\right)^2\geq \frac{1}{2}\left(x+y+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)^2\geq \frac{1}{2}\left(x+y+\frac{4}{x+y}\right)^2$$

$$\Rightarrow K\geq \frac{1}{2}\left[\left(x+y+\frac{1}{x+y}\right)+\frac{3}{x+y}\right]^2\geq \frac{1}{2}\left(2+3\right)^2=\frac{25}{2}.$$

Vậy $K_{\min}=\dfrac{25}{2}\Leftrightarrow x=y=\dfrac{1}{2}$.

ĐỀ SỐ 23

Bài I. 1) Tìm được $x=9$. Thay vào A và tính được $A=1$.

2) Rút gọn được $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}+3}$ với $x\ge 0; x\ne 25$.

3) Tính được $P=\dfrac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$ và chứng minh được $0<P<2$.

Giải ra ta tìm được $x=4$ (TMĐK).

Bài II. Gọi khối lượng than mà đội xe phải chuyển trong một ngày theo kế hoạch là x (tấn), $(0<x<200)$.

Ta có phương trình: $\dfrac{200}{x}-\dfrac{225}{x+5}=1$.

Giải phương trình ta được $x=-50$ (KTM) và $x=20$ (TM).

Kết luận.

Bài III. 1) ĐKXĐ: $x\ge -1; y\ge 2$.

Đặt $a=\sqrt{x+1}$ $(a\ge 0)$ và $b=\sqrt{y-2}$ $(b\ge 0)$.

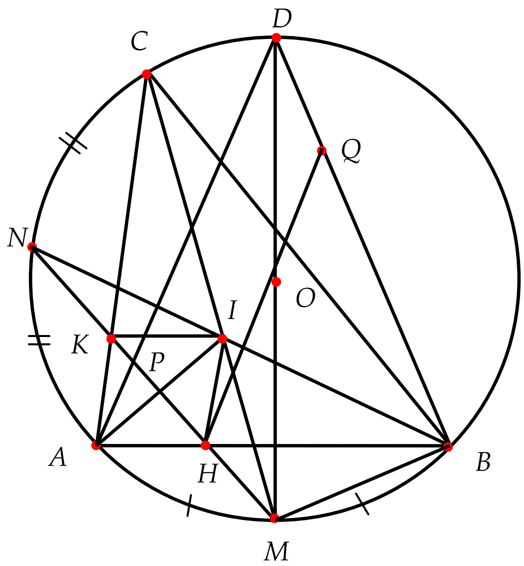
Giải được nghiệm của HPT ban đầu là $(15;3)$.

2) a) Ta có $\Delta=m^2+8m+20>0\forall m\Rightarrow$ phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) *Trường hợp 1.* Phương trình có một nghiệm $x_2=0\Rightarrow m=-4$ nên $x_1=2$ (loại).

Trường hợp 2. PT có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow ac<0\Leftrightarrow m>-4$.

Kết luận: $m>-4$.



Bài IV. 1) Tứ giác $BMHI$ ta có $\overset{\frown}{IBH}=\overset{\frown}{IMH}$.

2) Chứng minh:

$\Delta MNI\backsim\Delta MCK(g.g)\Rightarrow\dfrac{MN}{MC}=\dfrac{MI}{MK}$.

3) Tứ giác $IKNC$ nội tiếp.

Tam giác AIK cân tại K và $IK\,//\,AB; IH\,//\,AC$.

Tứ giác $AKIH$ là hình bình hành có $KA=IK$ nên là hình thoi.

4) MA là tiếp tuyến của đường tròn (AHN).

MB là tiếp tuyến của đường tròn (BHN).

Gọi P và Q lần lượt là tâm của đường tròn (ANH) và đường tròn (BHN). AP cắt BQ tại D suy ra MD là đường kính(O) và D cố định.

Chứng minh được $PHQD$ là hình bình hành ($PH\,//\,BD, QH\,//\,AD$) dẫn tới $PH+QH=PA+PD=AD$ (không đổi).

Bài V. Gợi ý: $2b \geq ab + 4 \geq 4\sqrt{ab} \Rightarrow \frac{a}{b} \leq \frac{1}{4}$. Đặt $\frac{a}{b} = t \Rightarrow t \leq \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow \frac{1}{P} = \frac{a}{b} + 2\frac{b}{a} = t + \frac{2}{t} = \left(t + \frac{1}{16t} + \frac{31}{16t}\right) \geq 2.\frac{1}{4} + \frac{31}{4} + \frac{33}{4}.$$

Kết luận: $P_{max} = \frac{4}{33}$ khi và chỉ khi $a = 1; b = 4$.

ĐỀ SỐ 24

Bài I. 1) Tính được $\sqrt{x} = \sqrt{5} - 1$, thay vào *A* thu được $A = \frac{2\sqrt{5} - 5}{5}$.

2) Rút gọn được $B = \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$ với $x \geq 0, x \neq 25$.

3) Tính được $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$ và chứng minh được $0 \leq P \leq 1$.

Từ đó tìm được $x = 0$ (*TMĐK*).

Bài II. Gọi năng suất dự kiến của công nhân là *x* (sản phẩm) $\left(x \in \mathbf{N}^*\right)$.

Ta có phương trình: $\frac{120}{x} - \left(2 + \frac{120 - 2x}{x + 3}\right) = \frac{8}{5}$.

Giải phương trình ta được: $x = \frac{-75}{4}$ (*KTM*) và $x = 12$ (*TM*).

Kết luận.

Bài III. 1) Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ PT có hai nghiệm dương x_1, x_2 thỏa mãn:

$$x_1^2 + x_2^2 = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \\ (x_1^2 + x_2^2) - 2x_1.x_2 = 5 \end{cases}$$

Từ đó tìm được $m = \frac{1}{2}$ (*TM*) và $m = \frac{-3}{2}$ (*KTM*).

2) a) Ta có $d: y = mx + 2$. PT hoành độ giao điểm của *d* và *(P)*: $x^2 - 2mx - 4 = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt vì $\Delta > 0$.

b) Gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2) \Rightarrow H(x_1; 0), K(x_2; 0)$.

Cách 1. Chứng minh $IH^2 + IK^2 = HK^2$.

Cách 2. Chứng minh hai đường thẳng *IH, IK* có tích hệ số góc bằng -1.

Cách 3. Ta có: $|x_1|.|x_2| = 4 \Rightarrow OH.OK = OI^2 \Rightarrow \Delta OHI \sim \Delta OIK$

$\Rightarrow \angle IHO = \angle OIK \Rightarrow \angle OIK + \angle OIH = 90^0$.

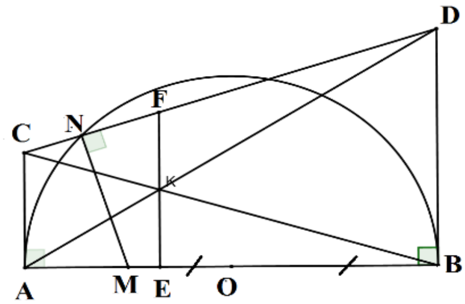
Bài IV. 1) Tứ giác *CAMN* có: $\widehat{CAM}+\widehat{CNM}=180^0$

2) Chứng minh

$\widehat{CMD}=\widehat{CMN}+\widehat{NMD}=90^0$.

$\Delta ACM \sim \Delta BMD$ (g-g)

$\Rightarrow AC.BD=\dfrac{3}{4}R^2$.



3) Ta có:

$KF \parallel AC \Rightarrow \dfrac{KF}{AC}=\dfrac{DK}{DA}; KE \parallel AC \Rightarrow \dfrac{KE}{AC}=\dfrac{BK}{BC}$ và

$AC \parallel BD \Rightarrow \dfrac{DK}{AD}=\dfrac{BK}{BC}$. Từ đó $KE=KF$.

4) Ta có: $S_{CMD}=\dfrac{1}{2}CM.MD$ và

$CM^2.MD^2=\left(CA^2+AM^2\right)\left(DB^2+BM^2\right)\geq 2AC.AM.2BD.BM=\dfrac{9}{4}R^4$.

$\Rightarrow \min S_{CMD}=\dfrac{3}{4}R^2$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow AC=AM, BD=BM$.

Tính được $MC=\dfrac{R\sqrt{2}}{2}, MD=\dfrac{3R\sqrt{2}}{2}\Rightarrow MN=\dfrac{3R\sqrt{5}}{10}$.

Vẽ (*M;MN*) cắt (*O*) tại *N* là điểm cần tìm.

Bài V. Ta có $\sqrt{x^2+4xy+y^2}=\sqrt{\dfrac{3}{2}(x+y)^2-\dfrac{1}{2}(x-y)^2}\leq\dfrac{\sqrt{6}}{2}(x+y)$.

Tương tự với: $\sqrt{y^2+4yz+z^2}$ và $\sqrt{z^2+4zx+x^2}$.

Đáp số: $M_{max}=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}\Leftrightarrow x=y=z=\dfrac{1}{2}$.

ĐỀ SỐ 25

Bài I. 1) Tìm được $x=4$ (TMĐKXĐ) và $\sqrt{x}=2$. Thay vào *A* ta tìm được $A=\dfrac{1}{3}$.

2) Rút gọn được $B=\dfrac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-1}$.

3) Biến đổi $P=1+\dfrac{5}{\sqrt{x}+1}$. Đặt $\dfrac{5}{\sqrt{x}+1}=n\in\mathbf{Z}$ ta có $\sqrt{x}=\dfrac{5-n}{n}$. Ta có

$$\sqrt{x}\geq 0,\sqrt{x}\neq 1\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{5-n}{n}\geq 0\\ \dfrac{5-n}{n}\neq 1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}0<n\leq 5\\ n\neq\dfrac{5}{2}\end{cases}$$

Vì $n\in\mathbf{Z}$ nên $n\in\{1;2;3;4;5\}\Rightarrow x\in\left\{16;\dfrac{9}{4};\dfrac{4}{9};\dfrac{1}{16};0\right\}$.

Bài II. Gọi khối lượng thép loại I và II cần dùng lần lượt là x,y (tấn) $(0<x,y<1000)$.

Khối lượng cacbon trong loại I và loại II lần lượt là $0,1x$ và $0,2y$ (tấn).

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=1000 \\ 0,1x+0,2y=160 \end{cases}$

Giải hệ này ta được $x=400, y=600.$

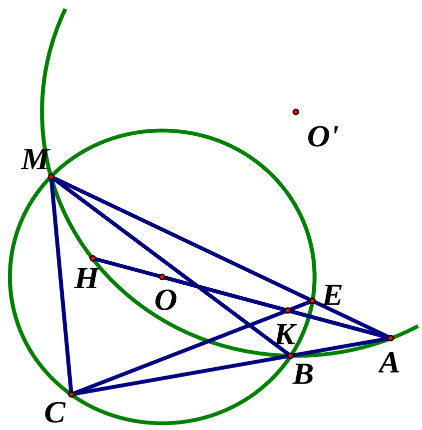
Kết luận.

Bài III. 1) Từ phương trình đầu của hệ ta có $y=(m+1)-mx.$ Thay vào phương trình sau của hệ ta được: $(m^2-1)x=m^2-m.$

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m=\pm 1.$

Nghiệm duy nhất khi đó là: $\left(x=\dfrac{m}{m+1}; y=\dfrac{2m+1}{m+1}\right).$

Khử tham số m ta được hệ thức cần tìm là: $x-y+1=0.$



2) a) $\Delta=m^2+16>0 \forall m$

-Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 $\forall m.$

b) Ta có: $\begin{aligned}&(x_1{}^2+x_2{}^2)+16(x_1+x_2)+56\\&=(x_1+x_2)^2+16(x_1+x_2)-2x_1x_2+56\\&==(m+8)^2\ge 0 \text{ với mọi } m.\end{aligned}$

Bài IV. 1) Xét (O) ta có: $\widehat{AMB}=\widehat{BCE}.$

Xét (O') ta có: $\widehat{AMB}=\widehat{AHB}.$

Từ đó $\widehat{BCE}=\widehat{AHB}.$

$\Rightarrow$ Tứ giác $BKHC$ nội tiếp được đường tròn $(O_1).$

2) Xét (O) ta có:

$AE.AM=AB.AC.$

Xét (O_1) ta có: $AK.AH=AB.AC.$

Từ đó $AE.AM=AK.AH \Rightarrow \Delta AEK \sim \Delta AHM.$

3) Ta có $\widehat{AO'B}=2\widehat{IO'B}, \widehat{BO'M}=2\widehat{BO'O}$

$\Rightarrow \widehat{AO'M}=2\widehat{IO'O}=2\widehat{MBC}$ không đổi

4) Ta có $AO+4OK\ge 2\sqrt{AO.4OH}=4\sqrt{OB.OM}=4R$

$\Rightarrow (AO+4OH)_{\min}=4R \Leftrightarrow AO=4OH=2R.$

Bài V. Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho các số không âm ta có :

$\sqrt{x(29x+3y)}=\dfrac{1}{4\sqrt{2}}\sqrt{32(29x+3y)}\le\dfrac{1}{4\sqrt{2}}\dfrac{32x+(29x+3y)}{2}=\dfrac{61+3y}{8\sqrt{2}}(1)$

Tương tự, $\sqrt{y(29x+3y)}\le\dfrac{61+3y}{8\sqrt{2}}(2)$

Từ (1) và (2) ta có: $P\le\dfrac{61x+3y}{8\sqrt{2}}+\dfrac{61y+3x}{8\sqrt{2}}=4\sqrt{2}(x+y)$

Mặt khác, $(x+y)^2\le 2(x^2+y^2)=4 \Rightarrow x+y\le 2.$

Vậy $P_{max}=8\sqrt{2}$ khi và chỉ khi $x=y=1.$

ĐỀ SỐ 26

Bài I. 1) Rút gọn được $B=\dfrac{12}{\sqrt{x}+3}$ với $x\geq 0, x\neq 9$.

2) Ta có $A=B\Leftrightarrow \dfrac{7\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}+1}=\dfrac{12}{\sqrt{x}+3}\Leftrightarrow x=4$ (TMĐK)

3) Cách 1. Đặt $\dfrac{7\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}-1}=n(n\in\mathbb{Z}^{+})$

$\Rightarrow \sqrt{x}=\dfrac{n+2}{7-2n}\geq 0\Leftrightarrow -2\leq n<\dfrac{7}{2}$.

Với $n=1\Rightarrow x=\dfrac{9}{25}$; với $n=2\Rightarrow x=\dfrac{16}{9}$; với $n=3\Rightarrow x=25$.

Vậy $x\in\left\{\dfrac{9}{25};\dfrac{16}{9};25\right\}$.

Cách 2. Ta có $A=\dfrac{7\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}+1}=\dfrac{7}{2}-\dfrac{11}{2(2\sqrt{x}+1)}\Rightarrow -2\leq A\leq\dfrac{7}{2}$.

Bài II. Gọi chiều dài, chiều rộng của mảnh đất là $x(m)(0<x<16)$.

Ta có PT: $x^2+(x+7)^2=13^2$.

Giải phương trình này ta được $x=5$ (TM) hoặc $x=-12$ (KTM).

Vậy chiều rộng và chiều dài của mảnh đất lần lượt là $5m$ và $12m$.

Bài III. 1) Tính được $\dfrac{2}{\sqrt{3}+2}+\dfrac{2}{\sqrt{3}-2}=-4\sqrt{3}$ và $\dfrac{2}{\sqrt{3}+2}.\dfrac{2}{\sqrt{3}-2}=-4$.

Từ đó ta có các số $\dfrac{2}{\sqrt{3}+2}$ và $\dfrac{2}{\sqrt{3}-2}$ là nghiệm của phương trình:

$X^2+4\sqrt{3}X-4=0$.

2) a) Khi $m=\sqrt{3}$, phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) có dạng: $x^2-2x-4=0$.

$\Rightarrow d$ cắt (P) tại hai điểm A,B lần lượt có hoành độ $x_1=1-\sqrt{5}$ và $x_2=1+\sqrt{5}$.

Cách 1. Gọi D,C lần lượt là hình chiếu vuông góc của A,B xuống trục Ox. Khi đó $OC=|x_2|;OD=|x_1|;AD={x_1}^2;BC={x_2}^2$.

Ta có $S_{OAB}=S_{ABCD}-(S_{OAD}+S_{OBC})=4\sqrt{5}$ (đvdt).

Cách 2. Gọi $I=d\cap Oy\Rightarrow I(0;4)$. Gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A,B lên Oy. Khi đó:

$S_{OAB}=S_{OAI}+S_{OBI}=\dfrac{1}{2}AH.OI+\dfrac{1}{2}BK.OI=4\sqrt{5}$ (đvdt).

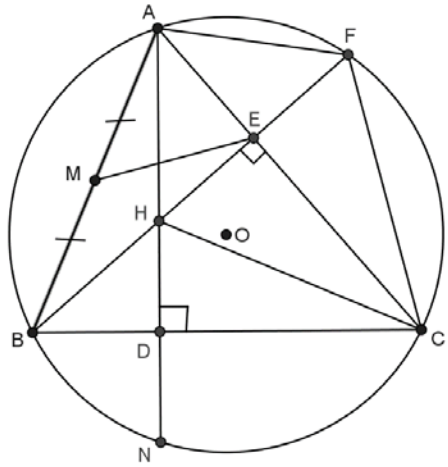
b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và $(P): x^2-2x-(m^2+1)=0$.

Nhận xét: PT luôn có hai nghiệm trái dấu x_1,x_2 (vì $ac<0$) nên:

$|x_1|=2|x_2|\Leftrightarrow x_1=-2x_2$.

Mặt khác, $x_1+x_2=2$ nên $\begin{cases}x_1=4\\x_2=-2\end{cases}$. Thay vào $x_1x_2=-m^2-1$ ta tìm được $m=\pm\sqrt{7}$.

Bài IV. 1) $CDHE$ nội tiếp đường tròn tâm O', đường kính HC.



2) $\hat{F} = \widehat{ACB} = \frac{1}{2}$sđ $\widehat{AB}$;

$\widehat{AHF} = \widehat{ACB}$ (cùng bù với $\widehat{AHE}$)

$\Rightarrow \hat{F} = \widehat{AHF} \Rightarrow \Delta HAF$ cân tại A

$\Rightarrow \Delta HCF$ cũng cân tại C.

3) Ta có ΔAEB vuông góc tại E có EM là trung tuyến $\Rightarrow \widehat{BME} = \widehat{MEB}$

Mà

$\widehat{MBE} = \widehat{ACF} = \widehat{HCE} = \widehat{O'EC} \Rightarrow \widehat{MEB} = \widehat{O'EC}$.

Vậy $\widehat{MEO'} = 90^0$ hay ME là tiếp tuyến của $(\Delta CDE) \equiv (DHEC)$.

4) Chứng minh được ΔHBN cân ở $B \Rightarrow DH = DN$.

Vậy $DH.DA = DN.DA = DB.DC \le \frac{(DB+DC)^2}{4} = \frac{3R^2}{4}$.

$\Rightarrow (DH.\ DA)_{max} = \frac{3R^2}{4} \Leftrightarrow DB = DC \Leftrightarrow A$ là điểm chính giữa $\widehat{BC}$ lớn.

Bài V. Ta có $2xy - 4 = x + y \ge 2\sqrt{xy} \Rightarrow xy \ge 4$.

Áp dụng BĐT AM-GM cho cặp số dương $\left(\frac{1}{x^2}; \frac{1}{y^2}\right)$ ta có

P = $xy + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \ge xy + \frac{2}{xy} = \frac{xy}{8} + \frac{2}{xy} + \frac{7xy}{8} \ge 1 + \frac{7}{2} = \frac{9}{2}$.

Vậy $P_{min} = \frac{9}{2} \Leftrightarrow x = y = 2$.

ĐỀ SỐ 27

Bài I. 1) Tính $\sqrt{x} = \sqrt{2} - 1$. Từ đó ta tính được A = $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$.

2) Rút gọn được B = $\frac{1}{\sqrt{x}-2}$ với $x \ge 0, x \ne 4, x \ne 9$.

3) Biến đổi được P = $\sqrt{x} + 1 + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - 4$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta được $P_{min} = 2\sqrt{3} - 4 \Leftrightarrow x = 4 - 2\sqrt{3}$.

Bài II. Gọi vận tốc ôtô khi đi từ A đến B là x (km/giờ ; x > 0).

Ta có phương trình : $\frac{84}{x} + \frac{84}{x+20} = \frac{7}{2}$.

Giải phương trình này ta được $x = 40$.

Kết luận.

Bài III. 1) Phương trình $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x^2-2x+(4-m)=0 \quad (*) \end{array}\right.$

Phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (*) có hai nghiệm phân biệt khác –2 $\Leftrightarrow 3 < m \neq 12$.

Coi $x_3 = -2 \Rightarrow x_1, x_2$ là các nghiệm của (*).

Từ đó tìm được m = $\frac{33}{4}$.

2) a) Với $m=-1$, tìm được giao điểm hai đồ thị hàm số $(-2;4)$ và $(1;1)$. Học sinh tự vẽ hình.

b) Chứng minh được d luôn cắt (P) với mọi m.

Bài IV. 1) Học sinh tự làm.

2) Gợi ý ΔAOK đồng dạng với ΔOHM.

3) Diện tích Δ AOB là :

$\frac{OI}{AB} = 15,59cm^2$

Diện tích hình quạt $OAMB$

$(3,14.\ 6^2.120) : 360 = 37,68cm^2$

Diện tích hình viên phân :

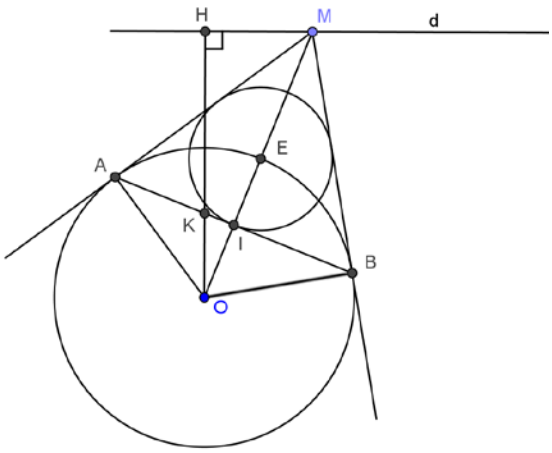
$37,68\ cm^2 - 15,59cm^2 = 22,09\ cm^2$.

4) Ta có $OB^2 = OI.\ OM$

$\Rightarrow OI.OM \Rightarrow OK.OH = OB^2 \Rightarrow OK$ không đổi.

Mặt khác $OK^2 = OI^2 + IK^2 \geq 2OI.IK = 4S_{\Delta AOI}$

$\Rightarrow \max S_{OIK} = \frac{R^2}{4OH} \Leftrightarrow M = d \cap (H;HO)$.



Bài V. Ta có

$$K = \left(4xy + \frac{1}{4xy}\right) + \left(\frac{1}{x^2+y^2} + \frac{1}{2xy}\right) + \frac{5}{4xy}$$

Áp dụng BĐT Côsi : $4xy + \frac{1}{4xy} \geq 2$;

$1 \geq (x+y)^2 \geq 4xy \Rightarrow \frac{5}{4xy} \geq 5$.

$\frac{1}{x^2+y^2} + \frac{1}{2xy} \geq \frac{4}{x^2+y^2+2xy} = \frac{4}{(x+y)^2} \geq 4$ (do $0 < x+y \leq 1$)

Vậy $K_{\min} = 11 \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$.

ĐỀ SỐ 28

Bài I. 1) Rút gọn được $A = \dfrac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$.

Tìm được $x = 4$. Thay vào A ta tính được $A = 1$.

2) Rút gọn được $B = \dfrac{\sqrt{x}+6}{x-\sqrt{x}+1}$ và $M = \dfrac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0$.

Từ đó tìm được $M > 2 \Leftrightarrow 0 \leq x < 16$.

3) *Cách 1.* Lập luận dẫn đến $1 < M < 16 \Rightarrow x \in \left\{16; \dfrac{9}{4}; \dfrac{4}{9}; \dfrac{1}{16}; 0\right\}$.

*Cách 2.*Từ $\sqrt{x} = \dfrac{5-n}{n} \Rightarrow \begin{cases} 0 < n \leq 5 \\ n \in Z \end{cases} \Rightarrow x \in \left\{16; \dfrac{9}{4}; \dfrac{4}{9}; \dfrac{1}{16}; 0\right\}$.

Bài II. Gọi số sản phẩm phải làm mỗi ngày theo kế hoạch là x (sản phẩm) $\left(x \in \mathbb{N}^*\right)$.

Gọi thời gian phải làm theo kế hoạch là y ngày ($y > 4$, ngày).

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} (x+5)(y-4) = xy \\ (x-5)(y+5) = xy \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 45 \\ y = 40 \end{cases}$

Kết luận.

Bài III. 1) Rút x từ phương trình đầu và thay vào phương trình sau ta được $\left(m^2-4\right)y = m-2$

a) HPT có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m \neq \pm 2$. Khi đó nghiệm duy nhất là $(x;y) = \left(\dfrac{1}{m+2}; \dfrac{1}{m+2}\right)$. Từ đó điểm $M(x;y)$ luôn nằm trên đường thẳng cố định $y = x$.

b) Điểm $M(x;y) \in \left(O; \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) \Leftrightarrow x^2 + y^2 = \dfrac{1}{2}$. Từ đó tìm được các giá trị $m = 0$ hoặc $m = -4$.

2) Phương trình có hai nghiệm phân biệt dương:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 2m > 0 \\ 2m-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m > \dfrac{1}{2} \end{cases}.$$

Bài IV.

1) Học sinh tự làm.

2) Chứng minh: $\Delta DMH \backsim \Delta DAP$.

3) Xét tứ giác $AHDB$ có:

$\widehat{AHD}+\widehat{ABD}=180^0 \Rightarrow AHDB$ là tứ giác nội tiếp. $\Rightarrow \widehat{AHB}=\widehat{ADB}$

$\Rightarrow \widehat{AHB}=90^0 \Rightarrow BH \perp AH$

Lại có: $H \in$ đường tròn đường kính AM $\Rightarrow \widehat{AHM}=90^0 \Rightarrow MH \perp AH$

B, M, H thẳng hàng.

4) Cách 1: Gọi K là giao điểm của AM và NP $\Rightarrow AK=KP=NK=KM$ và $NP \perp AM=K$.

$$NH=\frac{2S_{DNP}}{DP}=\frac{DK.DN}{DP}=\frac{DK.2KP}{\sqrt{KP^2+KD^2}} \le \frac{2.DK.KP}{\sqrt{2.DK.KP}}$$

$$=\sqrt{2.DK.KP}=\sqrt{2.DK.KA} \le \sqrt{2.\frac{(DK+KA)^2}{4}} \le \frac{DA}{\sqrt{2}}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow DK=KP=KA \Rightarrow M \equiv D$.

Cách 2: Gọi O là tâm đường tròn đường kính AB.

Do HN là phân giác góc $\widehat{AHB}$ nên $HN \cap (O)=E$ là điểm chính gữa cung $\widehat{AB} \Rightarrow OE \perp AB$.

Ta có: $HE \le AB; EN \ge EO=\frac{AB}{2} \Rightarrow HN=HE-EN \le \frac{AB}{2} \Rightarrow HN_{max}=\frac{AB}{2} \Leftrightarrow N \equiv O \Leftrightarrow M \equiv D$.

Bài V. Ta có $M=\left(a^2+\frac{1}{16a^2}\right)+\left(b^2+\frac{1}{16b^2}\right)+\frac{15}{16}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)$.

Theo BĐT AM-GM, ta có:

$a^2+\frac{1}{16a^2} \ge \frac{1}{2}; b^2+\frac{1}{16b^2} \ge \frac{1}{2};$

$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right) \ge \frac{2}{a^2+b^2}+\frac{2}{2ab} \ge \frac{8}{(a+b)^2}=8.$

Từ đó $M_{\min}=\frac{17}{2} \Leftrightarrow a=b=\frac{1}{2}$.

ĐỀ SỐ 29

Bài I. 1) Rút gọn ta được $A=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2}$ với $x>0, x\neq 4$.

2) Từ $A=3$ ta tìm được $x=\dfrac{9}{4}$ (TMĐK).

3) Ta có $B=1+\dfrac{-5}{x-4}$. Từ đó tìm được $x=3, x=5, x=9$.

Bài II. Gọi vận tốc lúc đi và lúc về lần lượt là x, y (km/giờ) $(x, y>0)$.

Ta được HPT: $\begin{cases} y-x=3 \\ \dfrac{30}{x}-\dfrac{36}{y}=\dfrac{1}{3} \end{cases}$

Giải ra ta được: $x=9, y=12$.

Bài III. 1) Gọi I là giao điểm của d_1 và d_2. Tìm được $I(2;3)$.

Điều kiện cần để ba đường thẳng đồng quy là $I\in d_3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2 \end{array}\right.$.

Thử lại thấy $m=1(KTM)$ và $m=-2(TM)$.

2) a) Với $m=3$ được: $x^2-12x+12=0$.

Giải ra ta được nghiệm $x_1=6+2\sqrt{6}; x_2=6-2\sqrt{6}$.

b) Tính được $\Delta'=6m+6$.

PT có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>-1$.

Khi đó ta có $\begin{cases} x_1+x_2=m+3>0 \\ x_1.x_2=m^2+3>0 \end{cases} \Rightarrow x_1, x_2>0$.

Bài IV.

1) $\widehat{KMC}=\widehat{KNC} \Rightarrow$ Tứ giác $KNMC$ nội tiếp.

2) Chứng minh: $\Delta INC \backsim \Delta INC \Rightarrow IM.IC=IN.IK$.

3) Ta có $IK\perp AB$ hay $CN\perp IK, KM\perp IC$

$\Rightarrow$ D là trực tâm tam giác IKC $\Rightarrow$ $ID\perp KC \Rightarrow \widehat{IEK}=90^0$.

Mà IK là đường kính của (O) nên $E\in(O)$ $\Rightarrow$ $\widehat{IEK}=90^0$.

Mặt khác $\widehat{KNC}=90^0$ $\Rightarrow$ $\widehat{KNC}+\widehat{IEK}=180^0$

$\Rightarrow$ $EKND$ nội tiếp $\Rightarrow$ $\widehat{DKE}=\widehat{DNE}$. Xét $(KNMC)$ ta có $\widehat{MKC}=\widehat{MNC}$

$\Rightarrow$ $\widehat{MNC}=\widehat{ENC}\Rightarrow NC$ là phân giác của góc MNE.

4) Chứng minh $\Delta DAM\sim\Delta DKB\Rightarrow DM.DK=DA.DB$

Ta có $DA.DB\le\dfrac{(DA+DB)^2}{4}=\dfrac{AB^2}{4}$ (không đổi).

Dấu " = " xảy ra $\Leftrightarrow DA=DB\Leftrightarrow D\equiv N\Leftrightarrow M\equiv I$.

Bài V. Ta có $P=\left(a+\dfrac{4}{a}\right)+\left(b+\dfrac{9}{b}\right)+(a+2b)$. Áp dụng bất đẳng thức AM – GM ta được:

$P\ge 2\sqrt{a.\dfrac{4}{a}}+2\sqrt{\text{b}.\dfrac{4}{b}}+8=18$. Vậy $P_{\min}=18\Leftrightarrow a=2,b=3.$

ĐỀ SỐ 30

Bài I. 1) Tính được $A = 1-\sqrt{2}$.

2) Rút gọn được $B = \dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$.

3) Biến đổi được $P = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$. Chứng minh được $0 \le A+B < 1$.

Từ đó $A+B \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (TMĐK).

Bài II. Gọi vận tốc của ô tô lúc đi từ A đến B là x (km/h, $x > 0$).

Lập luận dẫn tới PT $\dfrac{120}{x} - \dfrac{120}{x+20} = \dfrac{3}{10}$.

Giải được $x_1 = 80, x_2 = -100$.

Kết luận.

Bài III. 1) Đặt $t = \sqrt{3x-2}, t \ge 0$.

Giải được $t = -1$ (loại) ; $t = 2$ (TMĐK).

Từ đó suy ra $x = 2$.

2) a) Xét PT hoành độ giao điểm của d và (P), tìm được $x = -2; x = 4$.

Tọa độ giao điểm là $A(-2;1)$ và $B(4;4)$.

b) PT hoành độ giao điểm: $x^2 - 4mx - 8 = 0$ có $\Delta' = 4m^2 + 8 > 0$ vớ mọi m nên d luôn cắt (P)

. Ta có:

$(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$

$= 16m^2 + 32 \ge 32 \Rightarrow |x_1 - x_2| \ge 4\sqrt{2}.$

Bài IV. 1) Chứng minh

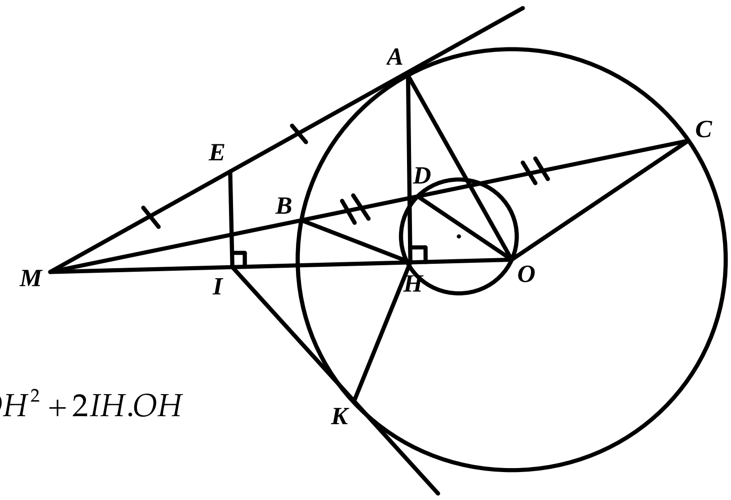
$MA^2 = MB.MC = MH.MO$

$\Leftrightarrow \Delta MBH \sim \Delta MOC$

$\Rightarrow \widehat{MHB} = \widehat{MCO}$

$\Rightarrow \widehat{MCO} + \widehat{BHO} = 180^0$

$\Rightarrow$ Tứ giác $BCOH$ nội tiếp được.



2) Có $\widehat{MHB} = \widehat{MCO}; \widehat{MCO} = \widehat{CBO};$

$\widehat{CBO} = \widehat{CHO} = \dfrac{1}{2} sd\widehat{OC}$

$\Rightarrow \widehat{MHB} = \widehat{CHO} \Rightarrow \widehat{BHA} = \widehat{AHC}.$

3) Ta có ΔIKO vuông có

$OK^2 + IK^2 = OI^2 = (IH + OH)^2 = IH^2 + OH^2 + 2IH.OH$

(I là trung điểm của MH)

$= IH^2 + OH^2 + MH.OH$

$= IH^2 + OH^2 + AH^2$

$= IH^2 + OA^2$

Suy ra $IK = IH = IM \Leftrightarrow \Delta MKH$ vuông góc ở K.

4) Có thể chứng minh được $MA^2 = MB.MC = MB.4MB$

$\Rightarrow\ MA = 2MB$

Do $MC = 4MB$ và D là trung điểm của MC $\Rightarrow$ $MD = 2MB$

Vậy $MA = MD.$

Có $MA^2 = MH.MO \Leftrightarrow MD^2 = MH.MO$

$\Rightarrow \Delta MHD$ đồng dạng với $\Delta MDO \Rightarrow \widehat{MDH} = \widehat{MOD}$

Xét đường tròn ngoại tiếp ΔHOD có $\widehat{MOD} = \dfrac{1}{2} sd\overset{\frown}{DH}$

Vậy $\widehat{MDH} = \dfrac{1}{2} sd\overset{\frown}{DH}$

Suy ra MD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔODH.

Bài V. Ta có $\sqrt{(x+1)(x^2-x+1)} = \dfrac{2(x^2-x+1)+2(x+1)}{5}$

Đặt $a = \sqrt{x^2-x+1} > 0, b = \sqrt{x+1} \ge 0$

$\Rightarrow\ 2a^2 - 5ab + 2b^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 2b \\ b = 2a \end{array}\right.$

Trường hợp 1. $a = 2b \Rightarrow x = \dfrac{5 \pm \sqrt{37}}{2}.$

Trường hợp 2. $2a = b \Rightarrow x \in \varnothing.$

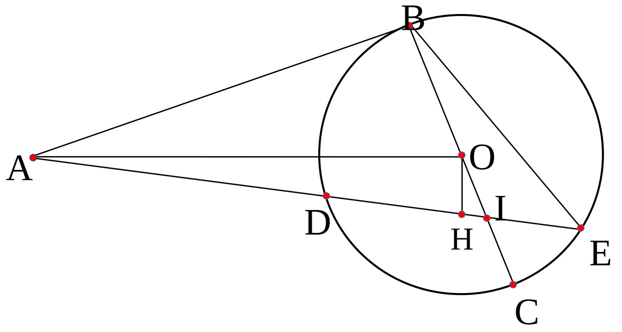
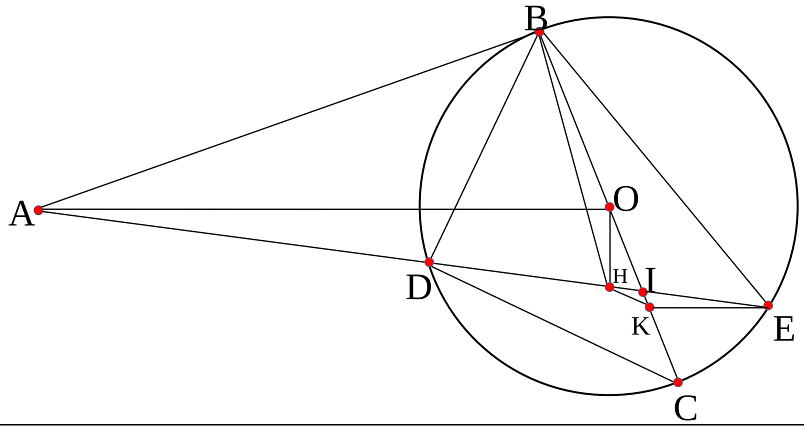
ĐỀ SỐ 31

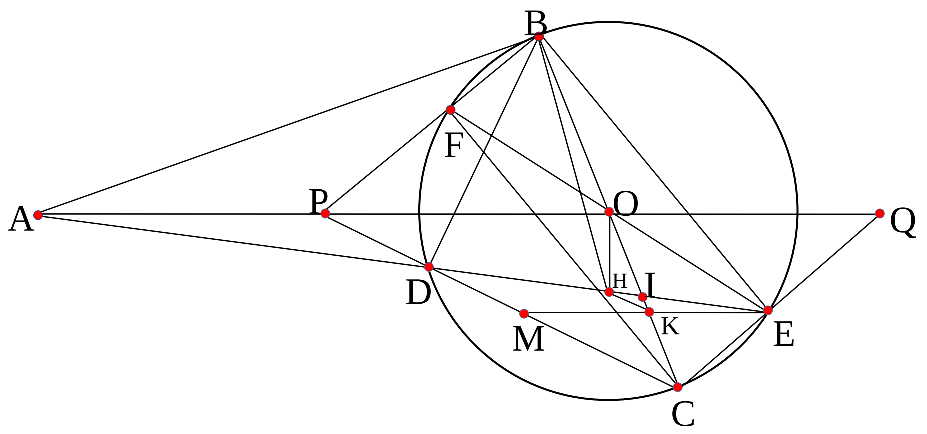
Thi vào lớp 10 THPT, thành phố Hà Nội - Năm học 2016-2017

BÀI	Ý	ĐÁP ÁN-HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
Bài I (2 điểm)	1	**Tính giá trị của biểu thức...**	0,5
		Thay $x=25$ vào biểu thức A	0,25
		Tính được $A=\frac{7}{13}$.	0,25
	2	**Chứng minh** $B=\frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$.	1,0
		$B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\frac{2\sqrt{x}-24}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$	0,25
		$B=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)+2\sqrt{x}-24}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$	0,25
		$B=\frac{x+5\sqrt{x}-24}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$	0,25
		$B=\frac{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+8\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}=\frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$.	0,25
	3	**Tìm** x **để biểu thức** $P=A.B$ **có giá trị là số nguyên.**	0,5
		$P=A.B=\frac{7}{\sqrt{x}+8}.\frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}=\frac{7}{\sqrt{x}+3}$ Ta có $0<\frac{7}{\sqrt{x}+3}\le\frac{7}{3}\Leftrightarrow 0<P\le\frac{7}{3}$. Mà $P\in Z\Rightarrow P\in\{1;2\}$	0,25
		TH1 : $P=1\Leftrightarrow\sqrt{x}+3=7\Leftrightarrow x=16$ (thỏa mãn) TH2 : $P=2\Leftrightarrow\sqrt{x}+3=\frac{7}{2}\Leftrightarrow x=\frac{1}{4}$ (thỏa mãn) Vậy $x\in\left\{\frac{1}{4};16\right\}$.	0,25
Bài II (2,0 điểm)		**Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình**	**2,0**
		Gọi chiều dài mảnh vườn hình chữ nhật là x (m). Điều kiện $x>0$.	0,25
		Chiều rộng mảnh vườn là $\frac{720}{x}(m)$	0.25
		Chiều dài mảnh vườn sau khi tăng 10 m là : $x+10$ (m)	0.25
		Chiều rộng mảnh vườn sau khi giảm 6m là $\frac{720}{x}-6$ (m)	0.25

		Ta có phương trình : $(x+10).\left(\frac{720}{x}-6\right)=720$	0.25
		$\Leftrightarrow x^2+10x-1200=0$	0.25
		Tìm được $x_1=-40$ loại ; $x_2=30$ thỏa mãn ĐK.	0.25
		Vậy mảnh vườn có chiều dài 30m, chiều rộng là 24m.	0.25
Bài III (2,0 điểm)	**1**	Giải hệ phương trình...	1,0
		Điều kiện xác định : $x\neq 1$ và $y\neq -2.$ Đặt $\frac{x}{x-1}=a;\frac{1}{y+2}=b$ Ta có hệ : $\begin{cases}3a-2b=4\\2a+b=5\end{cases}$	0.25
		Giải được $\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}$	0.25
		Từ đó $\begin{cases}\frac{x}{x-1}=2\\\frac{1}{y+2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2x-2\\y+2=1\end{cases}$	0.25
		$\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện). Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x;y)=(2;-1).$	0.25
	2a	Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m	**0,5**
		a) Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình : $x^2=3x+m^2-1\Leftrightarrow x^2-3x-m^2+1=0$ (1)	0,25
		Xét $\Delta=(-3)^2-4(-m^2+1)=4m^2+5>0,\forall m$ Vậy phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt với $\forall m$ hay (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với $\forall m$.	0,25
	2b	Tìm m để $(x_1+1)(x_2+1)=1.$	**0,5**
		Ta có x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình (1) Suy ra : $x_1+x_2=3$ và $x_1.x_2=-m^2+1$	0,25
		$(x_1+1)(x_2+1)=1.\Leftrightarrow(x_1+x_2)+x_1.x_2=0$ (*) Thay $x_1+x_2=3$ và $x_1.x_2=-m^2+1$ vào (*) ta có : $3-m^2+1=0\Leftrightarrow m=\pm 2.$ Vậy $m=\pm 2.$	

Bài IV	**1**	***Chứng minh bốn điểm*** A,B,O,H ***cùng nằm trên một đường tròn.***	***1,0***

(3,5 điểm)			
		Vẽ hình đúng	*0,25*
		+ Chứng minh được $\widehat{ABO}=90^0$	*0,25*
		+ Chứng minh được $\widehat{AHO}=90^0$	*0,25*
		+ Suy ra bốn điểm A,B,O,H cùng nằm trên một đường kính AO.	*0,25*
	2	***Chứng minh*** $\frac{AB}{AE}=\frac{BD}{BE}$	***1,0***
			
		+ Chứng minh được $\widehat{ABD}=\widehat{AEB}$	*0,25*
		+ Xét ΔABD và ΔAEB có $\widehat{EAB}$ chung	*0,25*
		+ Chứng minh được ΔABD đồng dạng $\Delta AEB\left(g.g\right)$	*0,25*
		+ Suy ra $\frac{AB}{AE}=\frac{BD}{BE}$	*0,25*
	3	***Chứng minh*** $HK \mathbin{//} DC$	***1,0***
		+ Tứ giác $ABOH$ nội tiếp suy ra $\widehat{OBH}=\widehat{OAH}$ mà $\widehat{OAH}=\widehat{HEK}$ (do $EK \mathbin{//} AO$) suy ra $\widehat{HBK}=\widehat{HEK}$.	*0,25*
		+ Suy ra ưu giác $BHKE$ nội tiếp.	*0,25*
		+ Chứng minh được $\widehat{BKH}=\widehat{BCD}$ (cùng bằng $\widehat{BEH}$)	*0,25*
		+ Kết luận $HK \mathbin{//} DC$	*0,25*
	4	***Chứng minh tứ giác BECF là hình chữ nhật.***	***0,5***

			
		Gọi giao điểm tia CE và tia AO là Q. Tia EK và CD tại điểm M. + Xét ΔDEM có $HK // DM$ và H là trung điểm của đoạn thẳng ME. + $ME // PQ$ suy ra tỉ số: $\frac{KE}{OQ}=\frac{MK}{OP}$ (cùng bằng $\frac{CK}{CO}$). Suy ra O là trung điểm của đoạn PQ.	0,25
		+ $OP=OQ; OB=OC$. Suy ra tứ giác $BPCQ$ là hình bình hành. Suy ra $CE // BF$.	0,25

		+ Chứng minh được $\Delta COE=\Delta BOF\left(g.c.g\right)\Rightarrow OE=OF$ Mà $OB=OC=OE\Rightarrow OB=OC=OE=OF$ Suy ra tứ giác $BECF$ là hình chữ nhật.	
Bài V *(0,5 điểm)*		***Tìm giá trị lớn nhất của*** $P=x+y$.	***0,5***
		Điều kiện $x\ge -6$ và $y\ge -6$. Từ giả thiết ta có $P=\sqrt{x+6}+\sqrt{y+6}$ Nên $P\ge 0$ và $P^2=P+12+2\sqrt{\left(x+6\right)\left(y+6\right)}$ Mặt khác theo Cô – si, ta có: $P^2=P+12+2\sqrt{\left(x+6\right)\left(y+6\right)}\le P+12+x+6+y+6$ $\Leftrightarrow P^2-2P-24\le 0$ $\Leftrightarrow P^2-2P+1\le 25\Leftrightarrow \left(P-1\right)^2\le 25\Rightarrow P\le 6$ $P=6$ khi $\begin{cases}x+6=y+6\\x+y=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=3\end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện) Vậy giá trị lớn nhất P bằng 6 khi $x=y=3$.	0,25
		Tìm giá trị GTNN của $P=x+y$.	***0,25***
		Ta có $P\ge 0$ và $P^2+12+2\sqrt{\left(x+6\right)\left(y+6\right)}$ Vì $\sqrt{\left(x+6\right)\left(y+6\right)}\ge 0$ $\Rightarrow P^2-P-12\ge 0\Leftrightarrow \left(P-4\right)\left(P+3\right)\ge 0$	0,25

		$\Rightarrow P \geq 4$ vì $P \geq 0$ nên $P+3>0$ $P=4$ khi $\begin{cases} x=-6 \\ y=10 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=10 \\ y=-6 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện) Vậy giá trị nhỏ nhất P bằng 4 khi $\begin{cases} x=-6 \\ y=10 \end{cases}$ và $\begin{cases} x=10 \\ y=-6 \end{cases}$.	

Lưu ý:

- Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25.

- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.

- Bài IV: Thí sinh vẽ sai hình trong phạm vi câu nào thì không tính điểm câu đó.

Lời giải các khác Bài V:

Cách 1. Chứng minh:

$(a+b)^2 \leq 2(a^2+b^2)$; $P=x+y=\sqrt{x+6}+\sqrt{y+6}$.

Vì $P \geq 0$. Xét $P^2=\left(\sqrt{x+6}+\sqrt{y+6}\right)^2 \leq 2(x+y+12)$

$\Rightarrow P^2 \leq 2P+24 \Leftrightarrow -4 \leq P \leq 6$.

Vậy GTLN của $P=6$ khi $x=y=3$.

Cách 2. Ta có $\sqrt{(x+6).9} \leq \dfrac{x+15}{2} \Rightarrow \sqrt{x+6} \leq \dfrac{x+15}{6}$ và

$\sqrt{(y+6).9} \leq \dfrac{y+15}{2} \Rightarrow \sqrt{y+6} \leq \dfrac{y+15}{6}$

$\Rightarrow P=x+y \leq \dfrac{x+y+30}{6} \Rightarrow P \leq 6$

Vậy GTLN của $P=6$ khi $x=y=3$.

Cách 3.Đặt $\begin{cases} \sqrt{x+6}=a \\ \sqrt{y+6}=b \end{cases} \Rightarrow a^2-6+b^2-6=a+b$

$\Rightarrow (a+b)^2-2ab=a+b=12$

$\Rightarrow P^2-P-12=2ab \Rightarrow P^2-2P-24 \leq 0$

(vì $2ab \leq \dfrac{(a+b)^2}{2}$) $\Rightarrow P \leq 6$

Vậy GTLN của $P=6$ khi $x=y=3$.

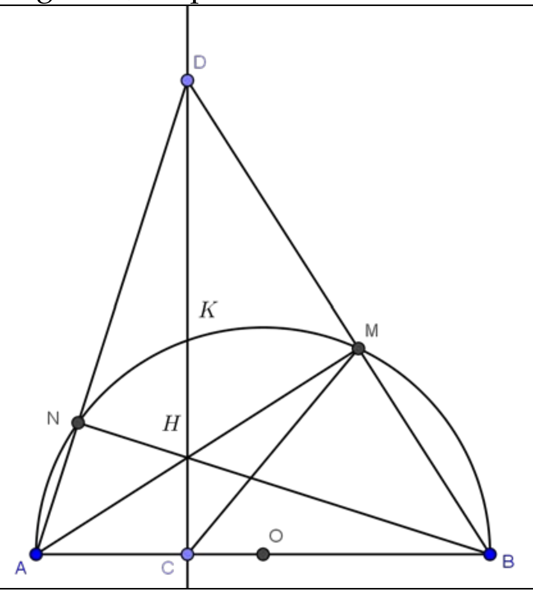
ĐỀ SỐ 32

Thi vào 10 THPT, Thành phố Hà Nội - Năm học 2015-2016

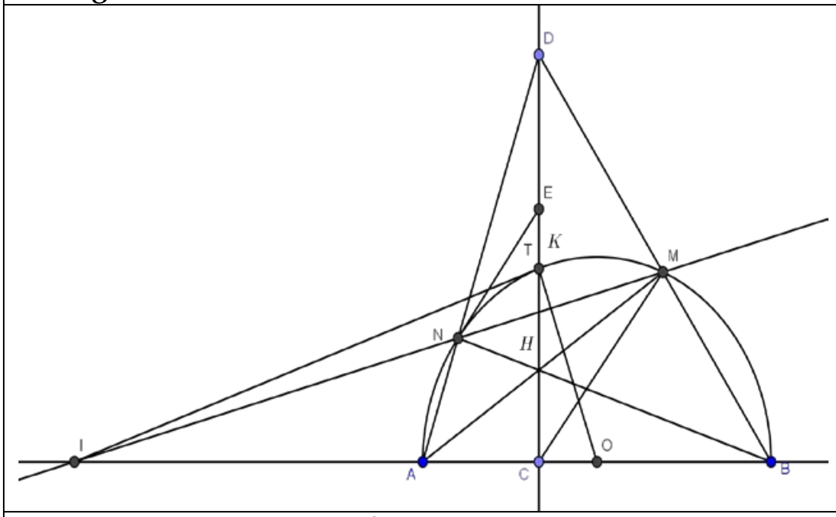
BÀI	Ý	ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
Bài I (2,0 điểm)	1	**Tính giá trị của biểu thức…**	**0,5**
		Thay $x=9$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức P.	0,25
		Tinh được $P=12$.	0,25
	2	**Rút gọn biểu thức Q**	**1,0**
		Ta có: $Q=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}+\frac{5\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$	0,25
		$=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)+5\sqrt{x}-2}{x-4}$	0,25
		$=\frac{x+2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$	0,25
		$=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$	0,25
	3	Tìm giá trị nhỏ nhất…	0,5
		Ta có: $\frac{P}{Q}=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}=\sqrt{x}+\frac{3}{\sqrt{x}}$ Theo bất đẳng thức Cô-si, ta có: $\sqrt{x}+\frac{3}{\sqrt{x}}\ge 2\sqrt{3}$	0,25
		Dâu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\sqrt{x}=\frac{3}{\sqrt{x}}\Leftrightarrow x=3$ (Thỏa mãn điều kiện). Vậy giá trị nhỏ nhất của $\frac{P}{Q}$ là $2\sqrt{3}$, đạt được khi $x=3$.	0,25

BÀI	Ý	ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
Bài II (2,0 điểm)		**Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc…**	**2,0**
		Gọi vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng là x (km/giờ), $x>2$.	0,25
		Thời gian tàu tuần tra ngược dòng là $\frac{60}{x-2}$ (giờ)	0,25
		Thời gian tàu tuần tra trôi xuôi dòng là $\frac{48}{x+2}$ (giờ)	0,25
		Ta có phương trình $\frac{60}{x-2}-\frac{48}{x+2}=1$.	0,25
		Đưa về phương trình bậc hai $x^2-12x-220=0$.	0,25

		Giải phương trình được: $x=22$ (tmđk) hoặc $x=-10$ (loại)	0,5
		Vậy vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng là 22 (km/giờ)	0,25
Bài III (2,0 điểm)	**1**	**Giải hệ phương trình…**	**1,0**
		ĐKXĐ: $x\ge -1.$ Đặt $\begin{cases} a=x+y \\ b=x-y \end{cases} \to \begin{cases} 2a+b=4 \\ a-3b=-5 \end{cases}$	0,25
		Giải hệ phương trình trên ta được: $\begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$	0,25
		Từ đó: $\begin{cases} x+y=1 \\ \sqrt{x+1}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$ (thỏa mãn đkxđ)	0,25
		Kết luận: Hệ phương trình có nghiệm $(3;-2)$	0,25
	2a	**Chứng minh phương trình luôn có nghiệm**	**0,5**
		Ta có $\Delta=(m+5)^2-4(3m+6)=(m-1)^2$	0,25

		Vì $(m-1)^2\ge 0\ \forall m \Rightarrow \Delta\ge 0\ \forall m \Rightarrow$ điều phải chứng minh.	***0,25***
	2b	Tìm m để phương trình …	***0,5***
		Tìm được hai nghiệm $x_1=3, x_2=m+2.$ Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1=3>0 \\ x_2=m+2>0 \\ x_1^2+x_2^2=25\ (*) \end{cases}$	***0,25***
		Giải $(*)$ được m = 2 (chọn) Hoặc m = - 6 (loại) Kết luận $m=2$ là giá trị cần tìm.	***0,25***
Bài IV (3,5 điểm)	1	Chứng minh tứ giác nội tiếp …	***1,0***
			***0,25***
		Chứng minh được $\widehat{AMD}=90°$	***0,25***

		Vì $\widehat{ACD}=\widehat{AMD}=90°$ nên M,C thuộc đường tròn đường kính AD.	**0,25**
		Kết luận ACMD là tứ giác nội tiếp.	**0,25**
	2	Chứng minh $CA.CB=CH.CD$	**1,0**
		Xét hai tam giác CAH và CDB ta có: $\widehat{ACH}=\widehat{DCB}=90°$	**0,25**

		Mặt khác $\widehat{CAH}=\widehat{CDB}$ (vì cùng phụ góc $\widehat{CBM}$) (2)	**0,25**
		Từ (1) và (2) $\Rightarrow \Delta CAH$ và ΔCDB đồng dạng.	**0,25**
		Từ đó $CA.CB=CH.CD$ (điều phải chứng minh).	**0,25**
	3	***Chứng minh …***	***1,0***
			
		**) Chứng minh A, N, D thẳng hang* Chứng minh được H là trực tâm ΔABD $\Rightarrow AD\perp BH$	**0,25**
		Vì $AN\perp BH$ và $AD\perp BH$ nên A, N, D *thẳng hang*	**0,25**
		**) Chứng minh tiếp tuyến tại N …* Gọi E là giao điểm của CK và tiếp tuyến tại N Ta có $BN\perp DN, ON\perp EN\Rightarrow \widehat{DNE}=\widehat{BNO}$ Mà $\widehat{BNO}=\widehat{OBN},\widehat{OBN}=\widehat{EDN}\Rightarrow \widehat{DNE}=\widehat{EDN}$ $\Rightarrow \Delta DEN$ cân tại E $\Rightarrow ED=DN$ (3)	**0,25**
		Ta có $\widehat{ENH}=90°-\widehat{END}=90°-\widehat{NDH}=\widehat{EHN}$ $\Rightarrow \Delta HEN$ cân tại $E\Rightarrow EH=EN$ (4) Từ (3) và (4)$\Rightarrow$ E là trung điểm của HD (điều phải chứng minh).	**0,25**

	4	***Chứng minh*** MN ***luôn đi qua điểm cố định***	0,5
		Gọi I là giao điểm của nửa đường tròn với T là tiếp điểm $\Rightarrow IN.IM=IT^2$ (5) Ta có: $EM\perp OM$ (Vì $\Delta ENO=\Delta EMO$ và $EN\perp ON$). $\Rightarrow N,C,O,M$ cùng thuộc một đường tròn.	0,25

		$\Rightarrow IN.IM = IC.IO$ (6)	
		Từ (5) và $(6) \Rightarrow IC.IO = IT^2 \Rightarrow \Delta ICT$ và ΔITO đồng dạng. $\Rightarrow CT \perp IO \Rightarrow T \equiv K \Rightarrow I$ là giao điểm của tiếp tuyến tại K của nửa đường tròn và đường thẳng $AB \Rightarrow I$ cố định $\Rightarrow$ điều phải chứng minh.	$0,25$
Bài V (0,5 điểm)		***Tìm giá trị lớn nhất …***	$0,5$
		Ta có $a^2 + b^2 = 4 \Rightarrow 2ab = (a+b)^2 - 4$ $\Rightarrow 2M = \dfrac{(a+b)^2 - 4}{a+b+2} = a+b-2$	$0,25$
		Ta có: $a + b \le \sqrt{2(a^2+b^2)} = 2\sqrt{2} \Rightarrow M \le \sqrt{2} - 1$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b = \sqrt{2}$. Vậy giá trị lớn nhất của M bằng $\sqrt{2} - 1$ khi $a = b = \sqrt{2}$.	$0,25$

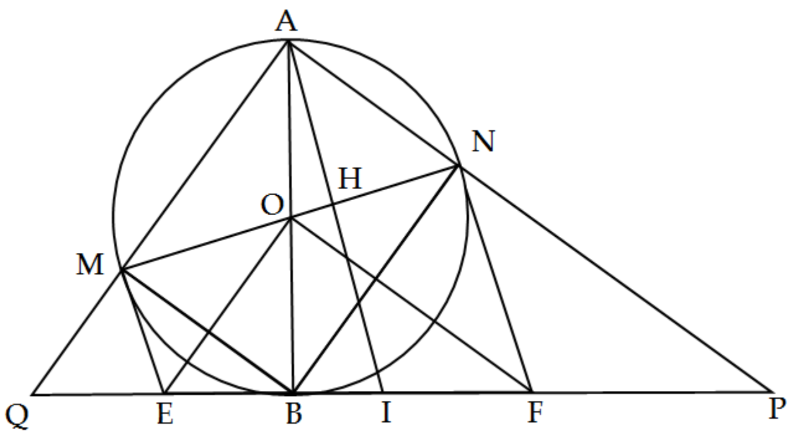
Chú ý:

1) Học sinh có cách giải khác mà vẫn đúng thì Giám khảo thống nhất chia điểm dựa vào hướng dẫn chấm cho ý đó.
2) Với bài IV, học sinh không có hình vẽ tương ứng thì không cho điểm.
3) Vận dụng hướng dẫn chấm chi tiết đến $0,25$. Không làm tròn điểm bài thi.

ĐỀ SỐ 33

Thi vào lớp 10 THPT, Thành phố Hà Nội - Năm học 2014 – 2015

BÀI	Ý	ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
Bài I (2,0 điểm)	**1**	***Tính giá trị của biểu thức*** A ***tại*** $x=9$	0,5
		Thay $x=9$ vào biểu thức A	0,25
		Tính được $A=2$	0,25
	2a	***Chứng minh*** $P = \ldots$	1,0
		Với điều kiện $x>0, x\neq 1$ ta có: $P=\dfrac{x-2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}.\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$	0,5
		$=\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}.\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$	0,25
		$=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ (đpcm)	0,25
	2b	**Tìm giá trị của x để …**	0,5
		Với $x>0, x\neq 1$, đưa về $2.\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}=2\sqrt{x}+5$ $\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}+2\right)\left(2\sqrt{x}-1\right)=0$	0,25
		Vì $\sqrt{x}+2>0, \forall x>0, x\neq 1 \Rightarrow \sqrt{x}=\dfrac{1}{2}$. Kết luận $x=\dfrac{1}{4}$.	0,25
Bài II (2,0 điểm)		***Giải bài toán bằng cách lập phương trình***	2,0
		Gọi số sản phẩm phân xưởng làm mỗi ngày theo kế hoạch là x (sản phẩm), $(x\in \mathbb{N}^*)$.	0,25
		Số sản phẩm phân xưởng làm mỗi ngày trên thực tế là $x+5$ (sản phẩm).	0,25
		Theo kế hoạch phân xưởng sản xuất 1100 sản phẩm trong $\dfrac{1100}{x}$ (ngày);	0,25
		Thực tế phân xưởng hoàn thành kế hoạch trong $\dfrac{1100}{x+5}$ (ngày).	0,25
		Lập luận ra được phương trình $\dfrac{1100}{x}-\dfrac{1100}{x+5}=2$	0,25
		Biến đổi về phương trình $x^2+5x-2750=0$	0,25
		Giải phương trình được $x_1=5-;\ x_2=-55$.	0,25

		Vậy theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng làm được 50 sản phẩm	0,25
Bài III *(2,0 điểm)*	*1*	***Giải hệ phương trình…***	***1,0***
		Điều kiện xác định: $x \neq -y,\ y \neq 1$.	0,25
		Tìm được $\dfrac{1}{x+y}=1$ và $\dfrac{1}{y-1}=1$	0,55
		Kết luận: hệ phương trình có nghiệm $(x;\ y)=(-1;\ 2)$	0,25
	2a	***Xác định tọa độ giao điểm …***	***0,5***
		Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình $x^2=-x+6$.	0,25
		Giải phương trình trên được 2 nghiệm $x_1=-3;\ x_2=2 \Rightarrow 2$ giao điểm $(-3;9),(2;4)$.	0,25
	2b	***Tính diện tích tam giác …***	***0,5***
		Giả sử $A(-3;9), B(2;4)$. Chỉ ra *A, B* nằm ở hai phía của *Oy*. Gọi *I* là giao điểm của *(d)* và *Oy*. Lập luận được $S_{OAB}=S_{OAI}+S_{OBI}$	0,25
		$=\dfrac{1}{2}\lvert y_I\rvert.(\lvert x_A\rvert+\lvert x_B\rvert)=15$ (đvdt).	0,25
Bài IV *(3,5 điểm)*	*1*	***Chứng minh tứ giác AMBN là hình chữ nhật***	***1,0***
		 Vẽ hình đúng câu a	0,25
		Chứng minh được $\widehat{MAN}=90°$, $\widehat{AMB}=90°$ và $\widehat{ANB}=90°$.	0,5
		Xét tứ giác *AMBN* có ba góc vuông, nên tứ giác *AMBN* là hình chữ nhật.	0,25
	2	***Chứng minh 4 điểm M, N, P, Q cùng thuộc một đường tròn.***	***1,0***

		Chứng minh được $\widehat{AMN}=\widehat{ABN}$	0,25
		Chứng minh được $\widehat{ABN}=\widehat{NPQ}\Rightarrow\widehat{AMN}=\widehat{NPQ}$	0,25
		Xét tứ giác $MNPQ$ có $\widehat{NPQ}+\widehat{NMQ}=\widehat{AMN}+\widehat{NMQ}=180^\circ$	0,25
		Kết luận 4 điểm M, N, P, Q cùng thuộc một đường tròn.	0,25

	3	**Chứng minh F là trung điểm…**	**1,0**
		Chứng minh được OF $OF//AP$.	0,25
		Suy ra được F là trung điểm của BP.	0,25
		Chứng minh được $EM\perp MN$.	0,25
		Chứng minh tương tự $FN\perp MN$. Suy ra $EM//FM$.	0,25
	4	**Xác định đường kính *MN*…**	**0,5**
		$S_{MNPQ}=S_{APQ}-S_{AMN}$. Vẽ $AH\perp MN$ tại H thì $S_{AMN}=\frac{1}{2}.AH.MN=R.AH\le R.OA=R^2$. Đẳng thức xảy ra khi H trùng với O hay MN vuông góc AB.	0,25
		Gọi I là trung điểm của PQ. Có $PQ=2.AI$ $\Rightarrow S_{APQ}=\frac{AB.PQ}{2}=2R.AI\ge 2R.AB=4R^2$. Đẳng thức xảy ra khi I trùng với B hay MN vuông góc AB. $S_{MNPQ}=S_{APQ}-S_{AMN}\ge 4R^2-R^2=3R^2$. Vậy $\min S_{MNPQ}=3R^2$ đạt được khi MN vuông góc AB.	0,25
		Chứng minh bất đẳng thức…	**0,5**
		Thay $2=a+b+c$ ta có: $Q=\sqrt{(a+b+c)a+bc}+\sqrt{(a+b+c)b+ac}+\sqrt{(a+b+c)c+ab}$ $=\sqrt{(a+b)(b+c)}+\sqrt{(b+c)(c+a)}+\sqrt{(a+c)(c+b)}$	0,25

		Sử dụng bất đẳng thức Cô-si ta có:	0,25

		$\sqrt{(a+b)(a+c)} \le \dfrac{(a+b)+(a+c)}{2}$ (1) $\sqrt{(b+c)(b+a)} \le \dfrac{(b+c)+(b+a)}{2}$ (2) $\sqrt{(c+a)(c+b)} \le \dfrac{(c+a)+(c+b)}{2}$ (3) Từ (1),(2),(3) suy ra $Q \le \dfrac{4(a+b+c)}{2} = 4.$ Vậy $\max Q = 4$ đạt được khi $a=b=c=\dfrac{2}{3}$.	

Chú ý khi chấm:

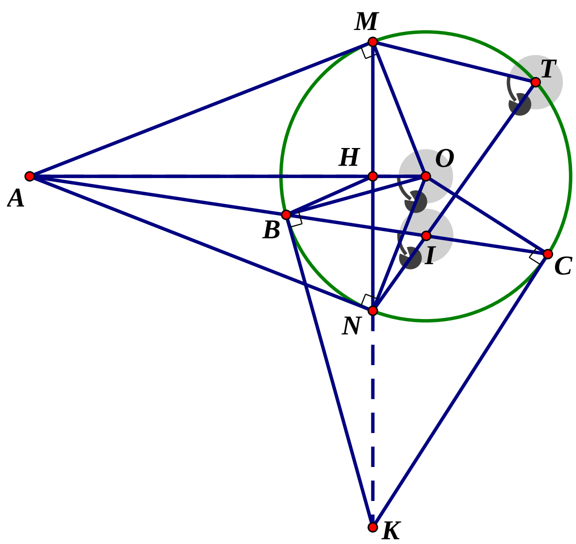
- *Thí sinh có cách giải khác mà đúng thì giám khảo thống nhất chia điểm dựa vào hướng dẫn chấm cho ý đó.*
- *Bài IV học sinh có hình vẽ tương ứng thì không cho điểm.*
- *Vận dụng hướng dẫn chấm chi tiết đến 0,25. Không làm tròn điểm bài thi.*

ĐỀ SỐ 34

Thi vào lớp 10 THPT, Thành phố Hà Nội-Năm học: 2013-2014

BÀI	Ý	ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
Bài I (2,0 điểm)	1	**Tính giá trị của A khi** $x=64$	0,5
		Thay $x=64$ vào biểu thức A.	0,25
		Tính được $A=\frac{5}{4}$	0,25
	2	**Rút gọn biểu thức B**	0,75
		Với điều kiện $x>0$, ta có: $B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}+\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}$	0,25
		$B=\frac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$	0,25x2
	3	**Tìm x để ....**	0,75
		Tính được $\frac{A}{B}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$	0,25
		Với x > 0, ta có $\frac{A}{B}>\frac{3}{2}\Leftrightarrow ...\Leftrightarrow x<4$	0,25
		Kết luận: $0<x<4$	0,25
Bài II (2,0 điểm)		**Giải bài toán bằng cách lập phương trình**	2,0
		Gọi vận tốc lúc đi là x (km/h) (điều kiện x > 0)	0,25
		Vận tôc lúc về là $x+9$ (km/h)	0,25
		Thời gian lúc đi là $\frac{90}{x}$ (giờ); Thời gian lúc về là $\frac{90}{x+9}$ (giờ)	0,25x2
		Tổng thời gian cả đi lẫn về là $4,5$ giờ.	0,25
		Phương trình $\frac{90}{x}+\frac{90}{x+9}=\frac{9}{2}$. Biến đổi về phương trình $x^2-31x-180=0$	0,25
		Giải phương trình được: $x_1=36;x_2=-5$ (loại)	0,25
		Vậy vận tốc của xe máy lúc đi từ A đến B là 36 km/h	0,25
Bài III (2,0 điểm)	1	**Giải hệ phương trình...**	1,0
		Đưa hệ về dạng $\begin{cases}5x+4y=1\\3x-2y=5\end{cases}$	0,25
		Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$	0,25
		Kết luận: Hệ phương trình có nghiệm $\left(1;-1\right)$	0,25
		Chú ý: Có thể giải hệ bằng cách đặt $a=x+1;b=x+2y$ và đưa về hệ mới (0,25 điểm)	

		Giải ra $a=1;b=-1$ (0,5 điểm) Tìm được $x=1;y=-1$ (0,25 điểm)	
	2a	**Xác định tọa độ giao điểm….**	0,5
		Với m = 1 $\Rightarrow (d): y = x+\frac{3}{2}$ Đưa phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) về: $x^2-2x-3=0$	0,25
		Giải phương trình trên ta được $x_1=-1;x_2=3$ $\Rightarrow$ 2 giao điểm là $A\left(-1;\frac{1}{2}\right),B\left(3;\frac{9}{2}\right)$	0,25
	2b	**Tìm các giá trị của m ….**	0,5
		Đưa phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) về: $x^2-2mx+m^2-2m-2=0$ Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì $\Delta'=2m+2>0 \Leftrightarrow m>-1$	0,25
		Ta có: $x_1+x_2=2m$ và $x_1x_2=m^2-2m-2$ $\left\|x_1-x_2\right\|=2 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=4 \Leftrightarrow m=-\frac{1}{2}$ (thỏa mãn) Kết luận:	0,25

Câu	ý	Hướng dẫn giải	Điểm
Bài IV (3,5 điểm)	1	*Chứng minh tứ giác AMON nội tiếp*	
			0,25
		Vẽ hình câu 1 đúng	
		$\widehat{AMO}=\widehat{ANO}=90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến)	0,25
		$\Rightarrow \widehat{AMO}+\widehat{ANO}=180^\circ$.	0,25
		Mà hai góc này ở vị trí đối nhau nên tứ giác *AMON* nội tiếp.	0,25
	2	*Chứng minh* $AN^2=AB.AC$ *. Tính độ dài đoạn thẳng …*	1,0
		$\widehat{ANB}=\widehat{BCN} \Rightarrow \Delta ANB \sim \Delta ACN (g-g)$	0,25
		$\Rightarrow AN^2=AB.AC$	0,25

		Thay số $AN = 6cm$, $AB = 4cm$ tính được $AC = 9cm$ suy ra $BC = 5cm$.	0,5
	3	*Chứng minh MT và AC song song .*	1,0
		Ta có $\widehat{MTN} = \widehat{AON}$ (1)	0,25
		4 điểm *A, O, I, N* cùng thuộc một đường tròn đường kính *AO* suy ra $\widehat{AON} = \widehat{AIN}$ (2)	0,25
		Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{MTN} = \widehat{AIN}$	0,25
		Suy ra *MT//AC* (hai góc đồng vị bằng nhau)	0,25
	4	*Chứng minh K luôn nằm trên một đường thẳng cố định .*	0,5
		Gọi *H* là giao điểm của *AO* và *MN*. Chứng minh *AB.AC = AH.AO* $\Rightarrow \Delta ABH \backsim \Delta AOC\,(c.g.c)$ $\Rightarrow \widehat{AHB} = \widehat{ACO}$ và tứ giác *BHOC* nội tiếp.	0,25
		Tứ giác *BKCO* nội tiếp nên *B, H,O, C, K* cùng thuộc đường tròn đường kính *OK*$\Rightarrow \widehat{OHK} = \widehat{OBK} = 90^\circ \Rightarrow KH \perp AO$. Vậy *K* thuộc đường thẳng *MN* cố định .	0,25
Bài V (0,5 điểm)		*Chứng minh bất đẳng thức …*	0,5
		Từ đề bài ta suy ra $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ca}=6.$ Từ bất đẳng thức $a^2+b^2 \geq 2ab$ ta được : $(\frac{1}{a^2}+1)+(\frac{1}{b^2}+1)+(\frac{1}{c^2}+1) \geq 2(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c})$ (1)	0,25
		$2(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}) = (\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2})+(\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2})+(\frac{1}{c^2}+\frac{1}{a^2})$ $\geq 2(\frac{1}{ab}+\frac{1}{ac}+\frac{1}{bc})$ (2) Cộng vế với vế (1) và (2) ta có $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2} \geq 3.$ Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi *a=b=c=1*.	0,25

Chú ý khi chấm

1) Thí sinh có cách giải khác mà đúng thì giám khảo thống nhất chia điểm dựa vào hướng dẫn chấm cho ý đó.

2) Bài IV : Học sinh không có hình vẽ tương ứng thì không cho điểm.

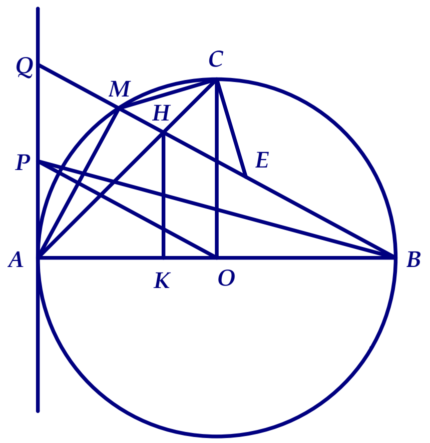
3) Điểm tổng toàn bài để lẻ đến 0,25.

ĐỀ SỐ 35

Thi vào lớp 10 THPT, Thành phố Hà Nội-Năm học 2012-2013

BÀI	Ý	ĐÁP ÁN- HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
Bài I *(2,5 điểm)*	*1*	***Tính giá trị của A khi*** $x=36$	**0,75**
		Thay $x=36$ vào biểu thức A	0,25
		Tính được $A=\frac{5}{4}$.	0,5
	2	***Rút gọn biểu thức B.***	***1,0***
		Với điều kiện đề cho: $B=\frac{x+16}{\left(\sqrt{x}+4\right)\left(\sqrt{x}-4\right)}:\frac{x+16}{\sqrt{x}+2}$	0,5
		$=\frac{x+16}{x-16}.\frac{\sqrt{x}+2}{x+16}$	0,25
		$=\frac{\sqrt{x}+2}{x-16}.$	0,25
	3	***Tìm x nguyên…***	***0,75***
		$B\left(A-1\right)=\frac{\sqrt{x}+2}{x-16}\left(\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2}-1\right)$ $=\frac{\sqrt{x}+2}{x-16}.\frac{2}{\sqrt{x}+2}=\frac{2}{x-16}.$	0,25
		Lập luận suy ra được: $x-16=1;\ x-16=-1;\ x-16=2;\ x-16=-2.$	0,25
		Kết luận: x nhận các giá trị $17;15;18;14.$	0,25
BÀI II (2 điểm)		Gọi thời gian để người thứ nhất làm một mình xong công việc là: x (giờ).	0,25
		Thời gian để người thứ hai làm một mình xong công việc là : $x+2$ (giờ), điều kiện $x>0.$	0,25
		Trong 1 giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc). Trong 1 giờ người thứ hai làm được $\frac{1}{x+2}$ (công việc).	0,25
		Trong 1 giờ cả hai người làm được $1:\frac{12}{5}=\frac{5}{12}$ (công việc)	0,25
		Lập luận đi đến phương trình: $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+2}=\frac{5}{12}.$	0,25
		Biến đổi dẫn đến phương trình $5x^2-14x-24=0$.	0,25

		Giải phương trình được: $x_1 = 4, x_2 = -\frac{6}{5}$.	0,25
		Loại nghiệm x_2 và trả lời người thứ nhất làm một mình xong công việc trong 4 giờ, người thứ hai làm xong một mình xong công việc trong 6 giờ.	0,25
Bài III *(1,5 điểm)*	*1*	***Giải hệ…***	***0,75***
		Đặt $X = \frac{1}{x}, Y = \frac{1}{y}$ ta có hệ $\begin{cases} 2X + Y = 2 \\ 6X - 2Y = 1 \end{cases}$	0,25
		Giải hệ ta được $X = \frac{1}{2}, Y = 1$.	0,25
		Kết luận : $x = 2;\ y = 1$.	0,25
	2	***Tìm giá trị của m để…***	***0,75***
		$\Delta = 4m^2 + 1 > 0$ với $\forall m$ nên phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt với mọi m.	0,25

		Theo định lý Vi-ét : $x_1^2 + x_2^2 = 7 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 7$ $\Leftrightarrow (4m-1)^2 - 2(3m^2 - 2m) = 7$.	0,25
		$\Leftrightarrow 5m^2 - 2m - 3 = 0$. Kết luận $m = 1; m = -\frac{3}{5}$.	0,25
Bài IV (3,5 điểm)	*1*	***Chứng minh*** $CBKH$ ***là tứ giác nội tiếp.***	***1,0***
		 Vẽ hình câu 1 đúng.	0,25
		$\widehat{ACB} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn). $\widehat{HKB} = 90°$ (K là hình chiếu của H trên AB).	0,25
		Xét tứ giác $CBKH$ có $\widehat{HCB} + \widehat{HKB}$ $= 90° + 90° = 180°$.	0,25
		Vậy tứ giác $CBKH$ là tứ giác nội tiếp.	0,25
	2	***Chứng minh*** $\widehat{MCA} = \widehat{ACK}$	***1,0***
		$\widehat{MCA} = \widehat{MBA}$ (1) (góc nội tiếp chắn cung AM).	0,25
		$\widehat{ACK} = \widehat{MBA}$ (2) (do $CBKH$ là tứ giác nội tiếp).	0,5
		Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{MCA} = \widehat{ACK}$.	0,25
	3	***Chứng minh tam giác*** ECM ***vuông cân tại*** C.	***1,0***
		Chứng minh được : $\Delta MAC = \Delta EBC$ $(c-g-c)$.	0,25

		Suy ra $MC = CE$ hay tam giác ECM cân tại C (3).	0,25
		$\widehat{CME} = 45^\circ$ (4).	0,25
		Từ (3) và (4) suy ratam giác ECM vuông cân tại C.	0,25
	4	***Chứng minh*** PB ***đi qua trung điểm của đoạn thẳng*** HK**.**	**0,5**
		Theo giả thiết $\dfrac{AP.MB}{MA} = R \Rightarrow \dfrac{AP}{MA} = \dfrac{OA}{MB}$. Mà $\widehat{PAO} = \widehat{AMB} = 90^\circ$. Do đó $\Delta PAO \backsim \Delta AMB$. $\Rightarrow \widehat{POA} = \widehat{ABM} = 90^\circ \Rightarrow PO \parallel MB.$	0,25
		Gọi Q là giao điểm của BM và d. Vì O là trung điểm AB nên P là trung điểm AQ (5). $HK \parallel AQ$ (6). Từ (3) và (4) suy ra PB đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK.	0,25
Bài V (1 điểm)		Nhận xét: Với $a \ge 0, b \ge 0$ ta có $a + b \ge 2\sqrt{ab}$. $M = \dfrac{x^2 + y^2}{xy} = \dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x} = \dfrac{3}{4}.\dfrac{x}{y} + \left(\dfrac{x}{4y} + \dfrac{y}{x}\right)$ Ta có : $\dfrac{x}{4y} + \dfrac{y}{x} \ge 2\sqrt{\dfrac{x}{4y}.\dfrac{y}{x}} = 1$	0,25
		Mặt khác $x \ge 2y \Rightarrow \dfrac{3x}{4y} \ge \dfrac{3}{2}$. Do đó $M \ge \dfrac{5}{2}$. Khi $x = 2y$ thì $M = \dfrac{5}{2}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của M là $\dfrac{5}{2}$.	0,25

Chú ý khi chấm:

1) *Thí sinh phải lập luận đầy đủ mới được điểm tối đa.*
2) *Thí sinh có cách giải khác mà đúng thì giám khảo thống nhất chia điểm dựa vào hướng dẫn chấm cho ý đó.*
3) *Giám khảo vận dụng hướng dẫn chấm chi tiết đến* $0,25$ *điểm và không làm tròn điểm bài thi.*