

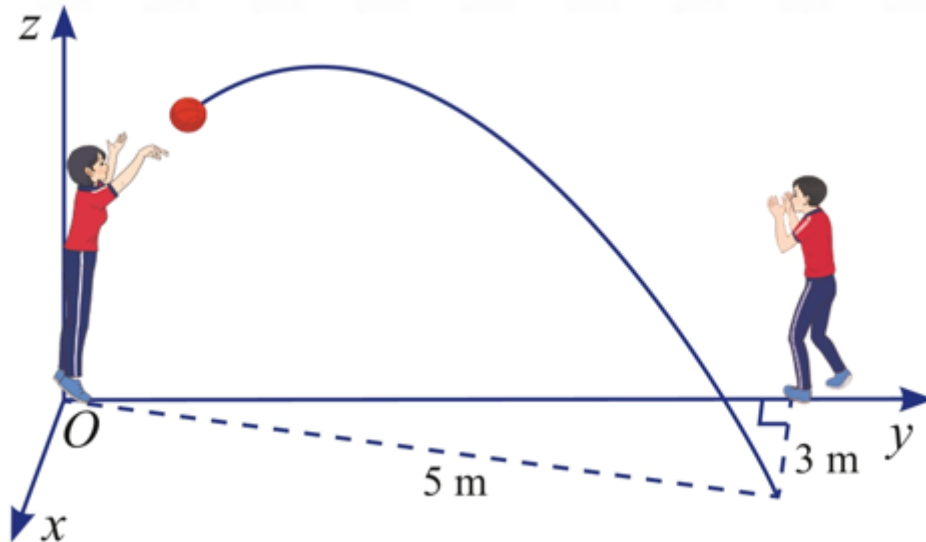
PHẦN E. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Trên bản thiết kế đồ họa 3D của một cánh đồng điện mặt trời trong không gian $Oxyz$, một tấm pin nằm trên mặt phẳng $(P): 6x + 5y + z + 2 = 0$; một tấm pin khác nằm trên mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ và song song với (P) . Phương trình mặt phẳng (Q) có dạng $ax + by + cz - 12 = 0$. Tính $a + b + c$



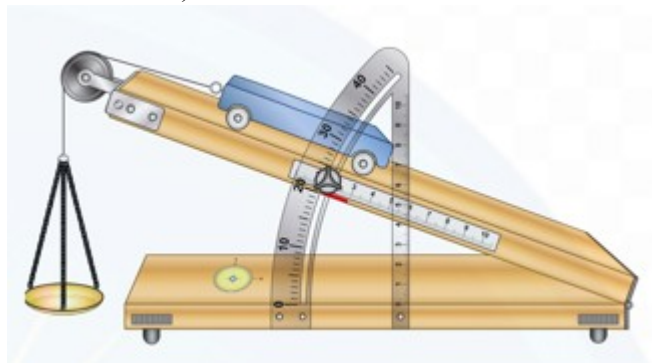
Trả lời:

Câu 2. Hai học sinh đang chuyền bóng. Bạn nữ ném bóng cho bạn nam. Quả bóng bay trên không, lệch sang phải và rơi xuống tại vị trí cách bạn nam $3m$, cách bạn nữ $5m$ (Hình). Cho biết quỹ đạo của quả bóng nằm trong mặt phẳng (P) vuông góc với mặt đất. Phương trình của (P) trong không gian $Oxyz$ được mô tả như trong hình vẽ có dạng $ax + 3y = 0$. Tìm a



Trả lời:

Câu 3. Để làm thí nghiệm về chuyển động trong mặt phẳng nghiêng, người làm thí nghiệm đã thiết lập sẵn một hệ toạ độ $Oxyz$. Tính góc giữa mặt phẳng nghiêng $(P): 4x + 11z + 5 = 0$ và mặt sàn $(Q): z - 1 = 0$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).



Trả lời:

Câu 4. (Đề Tham Khảo 2019) Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Trả lời:

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): 6x + 3y + 2z - 1 = 0$ và $(Q): x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z + 8 = 0$

Trả lời:

Câu 6. (Chuyên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song $(\alpha): x - 2y - 2z + 4 = 0$ và $(\beta): -x + 2y + 2z - 7 = 0$.

Trả lời:

Câu 7. (Chuyên Trần Phú Hải Phòng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và $(Q): mx + y - 2z + 1 = 0$. Với giá trị nào của m thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?

Trả lời:

Câu 8. (THPT Yên Khánh - Ninh Bình - 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 3 = 0$; $(Q): 2x + y + z - 1 = 0$. Mặt phẳng (R) đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ chứa giao tuyến của (P) và (Q) ; phương trình của $(R): m(x - 2y - z + 3) + (2x + y + z - 1) = 0$. Khi đó giá trị của m là

Trả lời:

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x + y + 4z - 2024 = 0$ và $(Q): x + 3y - 4z - 2025 = 0$. Góc giữa hai mặt phẳng $(P), (Q)$ bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Trả lời:

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(5; 3; 6), B(1; 1; 4), C(2; 1; 2)$ và $D(0; 0; 4)$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BCD) bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 11. Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét) vào một căn nhà sao cho nền nhà thuộc mặt phẳng (Oxy) , người ta coi mỗi mái nhà là một phần của mặt phẳng và thấy ba vị trí A, B, C ở mái nhà bên phải lần lượt có tọa độ $(2; 0; 4), (4; 0; 3)$ và $(4; 9; 3)$. Góc giữa mái nhà bên phải và nền nhà bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Trả lời:

Câu 12. Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay ở vị trí $A(3; -2; 3)$ sẽ hạ cánh tới vị trí $B(8; 8; 0)$. Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng AB) và sân bay (một phần của mặt phẳng (Oxy)) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Trả lời:

Câu 13. Khi gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là decimét) vào một ngôi nhà 1 tầng, người ta thấy rằng mặt trên và mặt dưới của mái nhà thuộc các mặt phẳng vuông góc với trục Oz . Biết rằng các vị trí $A(3; 4; 33), D(9; 8; 35)$ lần lượt thuộc mặt dưới, mặt trên của mái nhà. Độ dày của mái nhà

được tính bằng khoảng cách giữa mặt trên và mặt dưới của mái nhà đó. Hãy cho biết độ dày của mái nhà đó là bao nhiêu decimét?

Trả lời:

Câu 14. Tính góc giữa hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) , biết (P_1) và (P_2) có hai vectơ pháp tuyến lần lượt là $n_1 = (\sqrt{3}; 0; -1)$, $n_2 = (1; 0; -\sqrt{3})$.

Trả lời:

Câu 15. Tính góc giữa hai mặt phẳng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ):

$(P_1): 5x + 12y - 13z + 14 = 0$ và $(P_2): 3x + 4y + 5z - 6 = 0$.

Trả lời:

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, sàn của một căn phòng thuộc mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 2z - 1 = 0$ và trần của căn phòng đó thuộc mặt phẳng $(\beta): x + 2y + 2z - 3 = 0$. Tính khoảng cách giữa mặt sàn và trần căn phòng? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Trả lời:

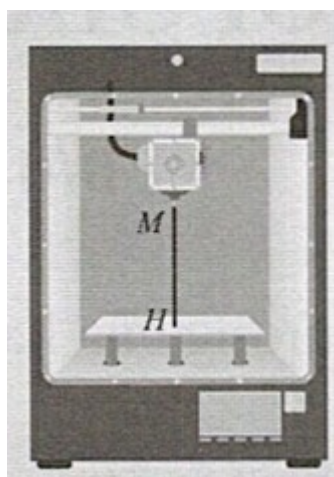
Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, mặt sàn nằm ngang của một ngôi nhà thuộc mặt phẳng (Oxy) , một mái của ngôi nhà thuộc mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 1 = 0$. Hỏi mái nhà có độ dốc bằng bao nhiêu độ? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Trả lời:

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, tại một phạm vi hẹp, (Oxy) là mặt phẳng nằm ngang. Một đường ống nước thẳng đi qua hai điểm $A(1; 1; 2)$ và $B(1; 2; 1)$. Hỏi đường ống nước nói trên nghiêng bao nhiêu độ (so với mặt phẳng nằm ngang)?

Trả lời:

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục tọa độ là centimét), đầu in phun của một máy in 3D đang đặt tại điểm $M(5; 0; 35)$. Tính khoảng cách từ đầu in phun đến khay đặt vật in có phương trình $z - 5 = 0$.

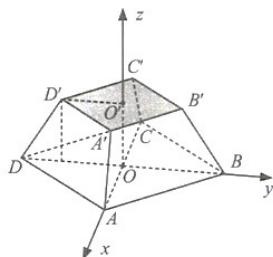


Trả lời:

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(3; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 8 = 0$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB , điểm $M(a; b; c)$ thuộc (P) sao cho M là hình chiếu vuông góc của I trên (P) . Tính giá trị của $a + b + c$.

Trả lời:

Câu 21. Một vật trang trí có đế dạng khối chóp cụt đều $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao 3 cm, $AB = 8\sqrt{2} \text{ cm}$, $A'B' = 6\sqrt{2} \text{ cm}$ (Hình).

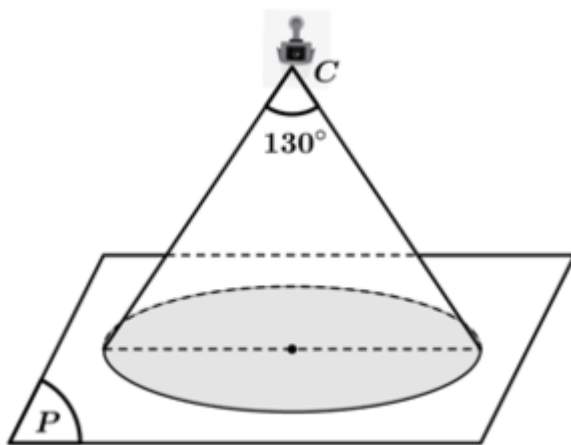


Gọi O là giao điểm của AC và BD , O' là giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$.

Với hệ trục tọa độ như Hình, mặt phẳng $(CDD'C')$ cắt tia Oz tại điểm $M(0;0;m)$. Tìm giá trị của m .

Trả lời:

Câu 22. Góc quan sát ngang của một camera là 130° . Trong không gian $Oxyz$, camera được đặt tại điểm $C(1;2;2)$ và chiếu thẳng về phía mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 5 = 0$. Hỏi vùng quan sát được trên mặt phẳng (P) của camera là hình tròn có diện tích bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



Trả lời:

Câu 23. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;4;1); B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng $ax + by + cz - 11 = 0$. Tính $a + b + c$?

Trả lời:

Câu 24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 9 = 0$ chứa hai điểm $A(3;2;1), B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + y + z + 4 = 0$. Tính tổng $S = a + b + c$.

Trả lời:

Câu 25. (Việt Đức Hà Nội 2019) Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;1)$. Gọi các điểm A, B, C lần lượt ở trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz sao cho H là trực tâm của tam giác ABC . Khi đó hoành độ điểm A là?

Trả lời:

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác gốc tọa độ O) sao cho M là trọng tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax + by + cz - 14 = 0$. Tính tổng $T = a + b + c$.
 Trả lời:

Câu 27. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C (A, B, C không trùng với gốc tọa độ). Thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?
 Trả lời:

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;5)$. Số mặt phẳng (α) đi qua M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C mà $OA = OB = OC \neq 0$ là
 Trả lời:

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bao nhiêu mặt phẳng qua $M(2;1;3)$, $A(0;0;4)$ và cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại B, C khác O thỏa mãn diện tích tam giác OBC bằng 1?
 Trả lời:

Câu 30. (THPT Thực Hành - TPHCM - 2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua $M(1; -3; 8)$ và chắn trên Oz một đoạn dài gấp đôi các đoạn chắn trên các tia Ox, Oy . Giả sử $(\alpha): ax + by + cz + d = 0$ (a, b, c, d là các số nguyên). Tính $S = \frac{a+b+c}{d}$.
 Trả lời:

Câu 31. (THPT Nghĩa Hưng ND-2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2), B(2;-2;1), C(-2;1;0)$. Khi đó, phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax + y - z + d = 0$. Tính $a + d$.
 Trả lời:

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;3), B(3;4;4)$. Tìm giá trị của tham số m sao cho khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $2x + y + mz - 1 = 0$ bằng độ dài đoạn thẳng AB .
 Trả lời:

Câu 33. (Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(5;-4;-1)$ và mặt phẳng (P) qua Ox sao cho $d(B;(P)) = 2d(A;(P))$, (P) cắt AB tại $I(a;b;c)$ nằm giữa AB . Tính $a + b + c$.
 Trả lời:

Câu 34. (Đà Nẵng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y - 12z + 5 = 0$ và điểm $A(2;4;-1)$. Trên mặt phẳng (P) lấy điểm M . Gọi B là điểm sao cho $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AM}$. Tính khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (P) .
 Trả lời:

Câu 35. (SGD Bắc Ninh 2019) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1), B(3;4;0)$, mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 46 = 0$. Biết rằng khoảng cách từ A, B đến mặt phẳng (P) lần lượt bằng 6 và 3. giá trị của biểu thức $T = a + b + c$ bằng
 Trả lời:

Câu 36. (THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;2)$, H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P) , số đo góc giữa mặt (P) và mặt phẳng $(Q): x + y - 11 = 0$ bằng bao nhiêu độ?
 Trả lời:

Câu 37. (THPT Quang Trung Đống Đa 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y + 2z - 5 = 0$. Xét mặt phẳng $(Q): x + (2m - 1)z + 7 = 0$, với m là tham số thực. Tìm tổng tất cả giá trị của m để (P) tạo với (Q) góc $\frac{\pi}{4}$.
 Trả lời:

Câu 38. (THPT Ba Đình 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $ax + by + cz - 1 = 0$ với $c < 0$ đi qua 2 điểm $A(0;1;0), B(1;0;0)$ và tạo với (Oyz) một góc 60° . Khi đó $a + b + c$ bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)
 Trả lời:

Câu 39. (THPT Thăng Long-Hà Nội- 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 5 = 0$ và $(Q): x - y + 2 = 0$. Trên (P) có tam giác ABC ; Gọi A', B', C' lần lượt là hình chiếu của A, B, C trên (Q) . Biết tam giác ABC có diện tích bằng 4, tính diện tích tam giác $A'B'C'$. (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)
 Trả lời:

Câu 40. (THPT - Yên Định Thanh Hóa 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my + 3z - 5 = 0$ và $(Q): nx - 8y - 6z + 2 = 0$, với $m, n \in \mathbb{R}$. Xác định được m, n để (P) song song với (Q) . Tính $n + m$
 Trả lời:

Câu 41. (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và $(Q): 4x + (2 - m)y + mz - 3 = 0$, m là tham số thực. Tìm tham số m sao cho mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) .
 Trả lời:

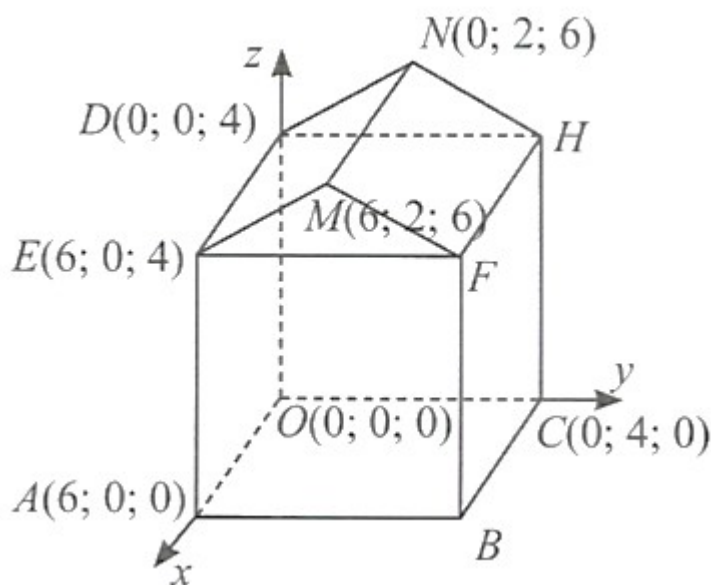
Câu 42. (Chuyên Lê Quý Đôn – Điện Biên 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): ax - y + 2z + b = 0$ đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x - y - z + 1 = 0$ và $(Q): x + 2y + z - 1 = 0$. Tính $a + 4b$.
 Trả lời:

Câu 43. (Cụm 5 Trường Chuyên - ĐBSH - 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q): x + y + z + 3 = 0$, cách điểm $M(3; 2; 1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3}$ biết rằng tồn tại một điểm $X(a; b; c)$ trên mặt phẳng đó thỏa mãn $a + b + c < -2$?
 Trả lời:

Câu 44. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Gọi m, n là hai giá trị thực thỏa mãn giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_m): mx + 2y + nz + 1 = 0$ và $(Q_n): x - my + nz + 2 = 0$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x - y - 6z + 3 = 0$. Tính $m + n$.
 Trả lời:

Câu 45. Trong một khung lưới ô vuông gồm các hình lập phương, người ta đưa ra một cách kiểm tra bốn nút lưới (đỉnh hình lập phương) bất kì có đồng phẳng hay không bằng cách gán hệ trục tọa độ $Oxyz$ vào khung lưới ô vuông và lập phương trình mặt phẳng đi qua ba nút lưới trong bốn nút lưới đã cho. Giả sử có ba nút lưới mà tọa độ lần lượt là $(1; 1; 10), (4; 3; 1), (3; 2; 5)$ và mặt phẳng đi qua ba nút lưới đó có phương trình $x + my + nz + p = 0$. Giá trị của $m + n + p$ là bao nhiêu?
 Trả lời:

Câu 46. Một kĩ sư xây dựng thiết kế khung một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$ như Hình nhờ một phần mềm đồ họa máy tính.

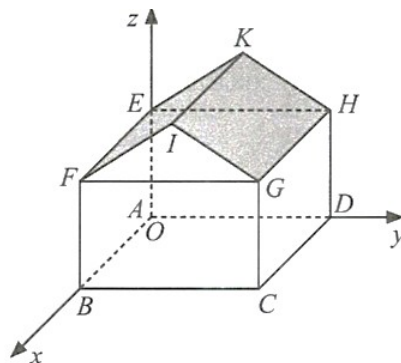


Khoảng cách từ điểm B đến mái nhà $(DEMN)$ bằng $a\sqrt{2}$. Tìm a
 Trả lời:

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(5; 4; 3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz các đoạn bằng nhau có phương trình là $x + ay + bz + c = 0$. Tìm giá trị của c .
 Trả lời:

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(0; 1; -1), B(1; 1; 2), C(1; -1; 0), D(0; 0; 1)$. Phương trình tổng quát của mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (BCD) và đi qua điểm M thỏa mãn $\vec{AB} = 3\vec{AM}$ là $ax + y - z + m = 0$. Tìm giá trị của $a - m$.
 Trả lời:

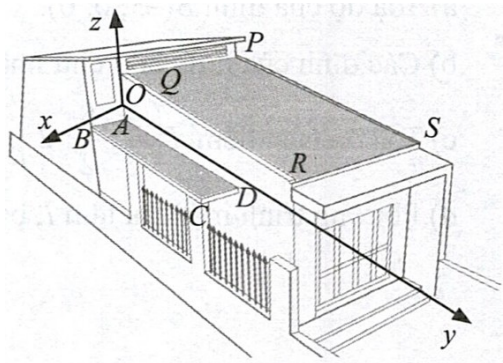
Câu 49. Hình minh họa một nhà kho trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) và hai mái $EFIK, HGIK$ có kích thước bằng nhau. Biết rằng chiều cao của nhà kho là 9m và các bức tường của nhà kho tạo thành hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ với $AB=10m, AC=24m, AE=7m$. Mặt phẳng $(EFIK)$ có phương trình $ax + y + bz + c = 0$.



Tìm giá trị của $a - bc$

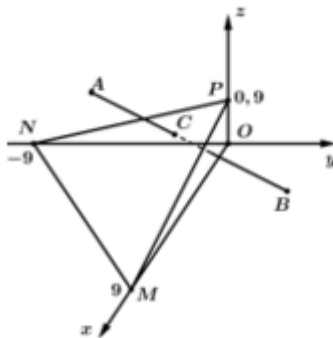
Trả lời:

Câu 50. Hình vẽ minh họa mái hiên $ABCD$ song song với mái nhà $PQRS$ trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (mái hiên và mái nhà đều phẳng) có $Q(-10; 0; 200), P(-490; 0; 200), R(0; 1600; 0), A(0; 0; -65)$. Mặt phẳng $(ABCD)$ có phương trình $y + az + 65a = 0$. Tìm giá trị của a .



Trả lời:

Câu 51. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí $A(3; -2, 5; 0, 5)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(3; 7, 5; 0)$ trên đường băng. Có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(9; 0; 0), P(0; 0; 0, 9), N(0; -9; 0)$. Độ cao của máy bay khi xuyên qua đám mây để hạ cánh là bao nhiêu km?

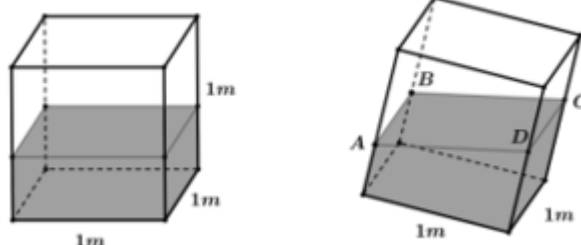


Trả lời:

Câu 52. Từ mặt nước trong một bể nước, tại ba vị trí đôi một cách nhau $2m$, người ta thả dây dọi để quả dọi chạm đáy bể. Phần dây dọi (thẳng) nằm trong nước tại ba vị trí đó lần lượt có độ dài $4m; 4,4m; 4,8m$. Biết đáy bể là phẳng. Hỏi đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang một góc bao nhiêu độ? Viết kết quả làm tròn đến hàng phần chục.

Trả lời:

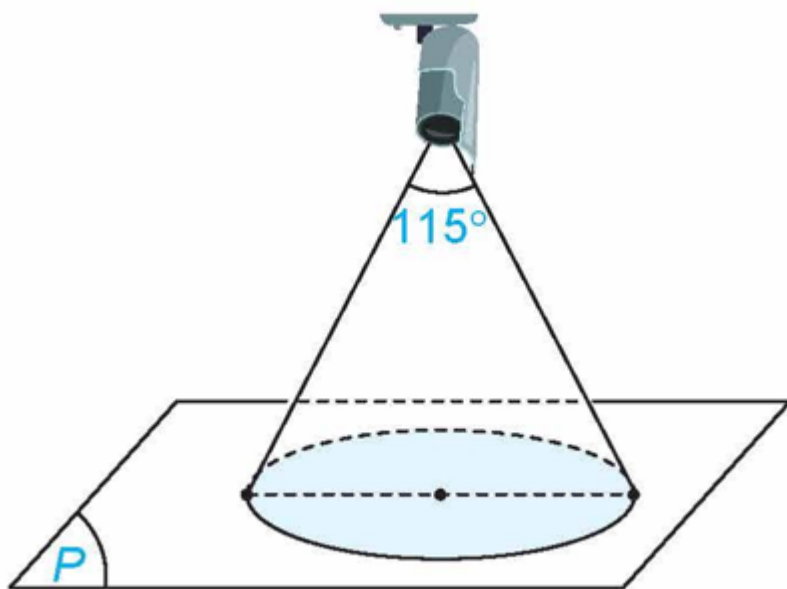
Câu 53. Trong một bể hình lập phương cạnh $1m$ có chứa một ít nước. Người ta đặt đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang. Biết rằng, lúc đó mặt nước có dạng hình bình hành $ABCD$ và khoảng cách từ các điểm A, B, C đến đáy bể tương ứng là $40cm, 44cm, 48cm$.



Đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang một góc bao nhiêu độ? Viết kết quả làm tròn đến hàng phần chục.

Trả lời:

Câu 54. Góc quan sát ngang của một camera là 115° . Trong không gian $Oxyz$, camera được đặt tại điểm $C(1; 2; 4)$ và chiếu thẳng về phía mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 3 = 0$. Hỏi vùng quan sát được trên mặt phẳng (P) của camera là hình tròn có bán kính bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất.)



Trả lời:

Câu 55. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại $A(0; 0; 0), B(6; 0; 0)$ và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết rằng $D(0; x; 0)$ với $x > 0$ thỏa mãn $AD = 2AB = 2BC$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 45° . Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) .

Trả lời:

Câu 56. (Chuyên KHTN 2019) Biết rằng trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng thỏa mãn các điều kiện sau: đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm cách đều O . Giả sử (P) có phương trình $x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ và (Q) có phương trình $x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$. Tính giá trị biểu thức $b_1b_2 + c_1c_2$.
 Trả lời: