|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **HÀ NỘI**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**  **CHUYÊN NĂM HỌC 2021-2022**  **Môn : Toán (Chuyên Tin)**  **Thời gian: 150 phút** |

**Bài I. (2,0 điểm)**

1. Giải phương trình : 
2. Giải hệ phương trình 

**Bài II. (2,0 điểm)**

1. Chứng minh với mỗi số nguyên số không chia hết cho 25
2. Tìm tất cả các số nguyên và thỏa mãn 

**Bài III. (2,0 điểm)**

1. Cho và là các số thực đôi một khác nhau. Chứng minh :



1. Cho biểu thức với và là các số thực không âm thỏa mãn Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức 

**Bài IV. (3,0 điểm)**

Cho tam giác nhọn nội tiếp đường tròn và Gọi là tâm đường tròn nội tiếp tam giác Đường thẳng cắt đường tròn tại điểm thứ hai là (M khác A). Gọi và lần lượt là các hình chiếu của điểm trên các đường thẳng và 

1. Chứng minh tam giác là tam giác cân
2. Đường tròn ngoại tiếp tam giác cắt đường tròn tại điểm thứ hai (P khác A). Chứng minh là ba điểm thẳng hàng
3. Gọi là giao điểm của đường thẳng và đường thẳng Chứng minh song song với 

**Bài V. (1,0 điểm)** Trên bàn có viên kẹo. Hai bạn và Bình cùng chơi một trò chơi như sau : Hai bạn luân phiên lấy kẹo trên bàn, mỗi lần chỉ được lấy 1,2,3,4 hoặc 5 viên kẹo và phải lấy số viên kẹo khác với số viên kẹo của bạn còn lại vừa lấy ngay trước đó. Bạn đầu tiên không thể thực hiện được lượt chơi của mình là người thua cuộc. Nếu An là người đi trước,

1. Với hãy chỉ ra chiến thuật chơi của Bình khiến An là người thua cuộc
2. Với hãy chỉ ra chiến thuật chơi của An khiến Bình là người thua cuộc

**ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO LỚP 10 CHUYÊN TIN**

**HÀ NỘI NĂM HỌC 2021-2022**

**Bài I.**

1. **Giải phương trình : **

Từ phương trình ban đầu, ta suy ra :



Vậy 

1. **Giải hệ phương trình **

Trừ phương trình cho phương trình , vế theo vế ta được :



Thay vào (1), ta có :



Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm 

**Bài II.**

1. **Chứng minh với mỗi số nguyên số không chia hết cho 25**

Ta có : 

Giả sử chia hết cho 25, suy ra chia hết cho 5

Khi đó, vì nên hoặc chia hết cho 5

Mà nên cả và đều chia hết cho 5

Khi đó,, dẫn đến không chia hết cho 25 (vô lý)

Vậy không chia hết cho 25

1. **Tìm tất cả các số nguyên và thỏa mãn **

Phương trình tương đương với :



Vì nên là các ước của 5. Từ đây, ta có bảng giá trị :



Vậy các cặp nghiệm 

**Bài III.**

1. **Cho và là các số thực đôi một khác nhau. Chứng minh :**

****

Cộng 1 vào từng phân số bên vế trái, điều cần chứng minh tương đương với:





Khi đó,



Đẳng thức được chứng minh.

1. **Cho biểu thức với và là các số thực không âm thỏa mãn Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức **

Ta có :

(BĐT cuối đúng do (với mọi 

Chứng minh tương tự, ta cũng có :



Do đó, . Dấu bằng xảy ra khi và các hoán vị

Vậy , GTNN của là đạt khi và các hoán vị.

**Bài IV.**

****

1. **Chứng minh tam giác là tam giác cân**

Sử dụng góc ngoài của tam giác và góc nội tiếp, chú ý là phân giác của ta có biến đổi góc



Nên tam giác cân tại M

1. **Đường tròn ngoại tiếp tam giác cắt đường tròn tại điểm thứ hai (P khác A). Chứng minh là ba điểm thẳng hàng**

Do nên 4 điểm nằm trên đường tròn đường kính Ta có : 

Nên 

Dẫn đến là phân giác của 

Mặt khác, điểm là điểm chính giữa cung nên cũng là phân giác của 

Từ đó suy ra 2 tia trùng nhau hay thẳng hàng.

1. **Gọi là giao điểm của đường thẳng và đường thẳng Chứng minh song song với **

Do tứ giác nội tiếp, nên là tia phân giác của 

Dẫn đến là phân giác của suy ra 

Mà theo câu 2, ta cũng có : , ngoài ra do 

Nên suy ra 

Từ đây các tam giác và đồng dạng 

Nên cũng là phân giác của . Kết hợp với ta có:

hay 

Mà nên 

**Bài V. Trên bàn có viên kẹo. Hai bạn và Bình cùng chơi một trò chơi như sau : Hai bạn luân phiên lấy kẹo trên bàn, mỗi lần chỉ được lấy 1,2,3,4 hoặc 5 viên kẹo và phải lấy số viên kẹo khác với số viên kẹo của bạn còn lại vừa lấy ngay trước đó. Bạn đầu tiên không thể thực hiện được lượt chơi của mình là người thua cuộc. Nếu An là người đi trước,**

1. **Với hãy chỉ ra chiến thuật chơi của Bình khiến An là người thua cuộc**

Bình có chiến thuật thắng như sau :

* Nếu lượt đầu tiên, An bốc viên kẹo, với thì Bình bốc số kẹo là Khi đó số kẹo trên bàn đã hết nên Bình thắng.
* Nếu lượt đầu tiên An bốc viên kẹo, thì Bình bốc 3 viên kẹo. Khi đó trên bàn chỉ còn 3 viên kẹo nhưng An không thể bốc hết cả 3 viên kẹo. Nên ở lượt tiếp theo dù An bốc 1 hay 2 viên thì Bình chỉ cần bốc số kẹo còn lại là thắng

1. **Với hãy chỉ ra chiến thuật chơi của An khiến Bình là người thua cuộc**

An có chiến thuật thắng như sau :

* Ở lượt đầu tiên An bốc 2 viên kẹo. Khi đó số kẹo còn lại là 20 và Bình không được bốc 2 viên kẹo
* Ở lượt tiếp theo, ta có 2 trường hợp xảy ra :

**Trường hợp 1.1**: Nếu Bình bốc 1 viên kẹo, An sẽ bốc tiếp 3 viên kẹo. Lúc này nếu Bình bốc 1 viên kẹo thì An sẽ bốc 2 viên (và ngược lại), nếu Bình bốc 4 viên thì An sẽ bốc viên (và ngược lại). Số kẹo sau lượt bốc sẽ còn 13 hoặc 7 viên.

**Trường hợp 1.2:** Nếu Bình bốc viên kẹo, thì An sẽ bốc viên kẹo. Số kẹo sau lượt An bốc sẽ còn 13 viên kẹo

**Trường hợp 2.1** Nếu Bình bốc viên kẹo, thì An bốc viên kẹo để đưa về còn 7 viên kẹo. Theo ý 1) thì An sẽ có chiến thuật thắng

**Trường hợp 2.2** Nếu Bình bốc 3 viên kẹo, thì An sẽ bốc 5 viên kẹo để đưa về còn 5 viên kẹo.

* Đến đây, vì Bình không thể bốc cả 5 viên kẹo, nên khi Bình bốc viên kẹo, An sẽ bốc viên kẹo là dành chiến thắng.