

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ 1
KHỐI 11

ĐỀ BÀI

I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Hàm số nào sau đây có tập xác định là tập số thực?

- A. $y = \frac{1}{\sin x + 1}$ B. $y = \frac{1}{\cos x - 1}$ C. $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ D. $y = \tan x$

Câu 2. Cho các hàm số:

- (1) $y = \sin x$ (2) $y = \cos x$ (3) $y = \tan x$ (4) $y = \cot x$

Trong các hàm số trên, các hàm số có tập giá trị là tập $\mathbb{R}$ là:

- A. (1) và (2) B. (3) và (4) C. (1) và (3) D. (2) và (4)

Câu 3. Trong các hàm số sau, hàm số chẵn là

- A. $f(x) = \sin^{2023} x + \cos nx$, với $n \in \mathbb{Z}$ B. $f(x) = \frac{x^2}{\sin x + \tan x}$
C. $f(x) = |x| \sin x$ D. $f(x) = \frac{\sin^{2022n} x + 2022}{\cos x}, n \in \mathbb{Z}$

Câu 4. Hàm số nào sau đây là hàm số lượng giác ?

- A. $y = x^2 + 3x - 4$ B. $y = \sin(2022x)$ C. $\sin x + 1 = 0$ D. $\cos \frac{A}{2} = \sin \frac{B+C}{2}$

Câu 5. Phương trình $\sin x = \sin \frac{\pi}{3}$ có nghiệm là:

- A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$ D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\tan x = \tan \frac{2\pi}{3}$ là

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ B. $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
C. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ D. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 7. [1D1-3. 3-2] Tìm m để phương trình $2\cos 3x - (m+1)\sin 3x = m$ có nghiệm.

- A. $m \geq \frac{-5}{2}$. B. $m > \frac{-5}{2}$. C. $m < \frac{-5}{2}$. D. $m \geq \frac{5}{2}$.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\sin x = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ trong khoảng $(0; \pi)$ có dạng $\frac{a\pi}{b}$, trong đó a, b là các số tự nhiên nguyên tố cùng nhau. Khi đó giá trị biểu thức $b - 5a$ bằng:

- A. 1. B. 7. C. 3. D. 5.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $\cos x + \sqrt{3} \sin x = \sqrt{2}$ là:

- A. $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$ B. $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$

- C. $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$ D. $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$

Câu 10. Phương trình $\cos x = \sin x$ có số nghiệm thuộc đoạn $[0; \pi]$ là

- A. 2. B. 4. C. 5. D. 1.

Câu 11. Trên giá sách có 5 quyển sách Toán khác nhau, 8 quyển sách Tiếng Anh khác nhau và 2 quyển sách hoá khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một quyển sách?

- A. 13. B. 10. C. 80. D. 15.

Câu 12. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau chọn từ tập $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 9\}$?

- A. 504. B. 336. C. 720. D. 512.

Câu 13. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. B. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. C. $C_n^k = n!$. D. $C_n^k = \frac{k!(n-k)!}{n!}$.

Câu 14. Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 bạn học sinh thành một hàng ngang?

- A. 6. B. 720. C. 36. D. 120.

Câu 15. Số các chỉnh hợp chập 3 của $n-1$ ($n \geq 4$) phần tử bằng

- A. $\frac{(n-1)!}{3!}$. B. $\frac{(n-1)!}{(n-4)!}$. C. $\frac{(n-1)!}{3!(n-4)!}$. D. $3!(n-1)!$.

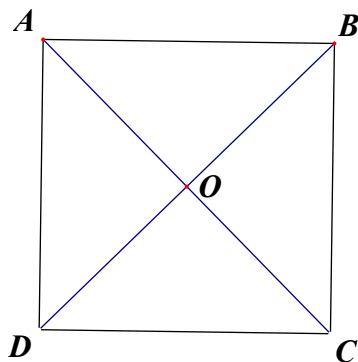
Câu 16. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(2; -3)$ và $v = (-1; 4)$. Ảnh của A qua phép tịnh tiến theo vectơ v là điểm nào trong các điểm sau?

- A. $M(3; -7)$. B. $N(1; 1)$. C. $P(-3; 7)$. D. $Q(-1; -1)$.

Câu 17. Ảnh của đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$ qua phép tịnh tiến có bán kính là:

- A. 4 . B. 2 . C. 16 . D. 8 .

Câu 18. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O như hình vẽ. Tam giác ABO biến thành tam giác COD qua phép biến hình nào?



- A. Tịnh tiến theo $\vec{AO}$. B. Đối xứng qua trục BD .

- C. Phép quay $Q_{(O; 90^\circ)}$. D. Đối xứng tâm O .

Câu 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y+2)^2 = 12$. Ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm O tỉ số $K = -2$ có phương trình là :

- A. $(x+6)^2 + (y-4)^2 = 48$. B. $(x+6)^2 + (y-4)^2 = 4\sqrt{3}$.
C. $(x-6)^2 + (y+4)^2 = 48$. D. $(x+6)^2 + (y-4)^2 = 12$.

Câu 20. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $(d): x = 2$. Tìm ảnh d' của d qua phép quay tâm O góc quay 90°

- A. $(d'): x = -2$. B. $(d'): y = -2$. C. $(d'): x = 2$. D. $(d'): y = 2$.

Câu 21. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\tan x + 2022x}{1 - \sin x}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{ k2\pi, k \in \mathbb{Z} \}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{ k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$.

Câu 22. Nghiệm của phương trình $3\cos^2\left(\frac{17\pi}{2} - x\right) + 7\cos\left(\frac{17\pi}{2} + x\right) + 4 = 0(*)$ là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

B. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 23. Phương trình $-\cos^2 x + 2\sin x + 2 = 0 (*)$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[0; 2022]$

A. 321.

B. 324.

C. 323.

D. 322.

Câu 24. Tập nghiệm của phương trình $\tan x + \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 2 (*)$ là

A. $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 25. Phương trình $\sin 2x - \cos x = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$

B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

C. $x = k\pi$

D. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$

Câu 26. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Số các số tự nhiên lẻ gồm 3 chữ số đôi một khác nhau được lấy từ tập hợp A là:

A. 36.

B. 196.

C. 168.

D. 120.

Câu 27. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 7 có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 120.

B. 360.

C. 250.

D. 432.

Câu 28. Một cửa hàng điện thoại đã mở bán 10 chiếc điện thoại Iphone 14 Pro Max. Bạn An muốn mua cùng lúc 2 chiếc điện thoại này để tặng bố, mẹ. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn?

A. 10 cách chọn.

B. 2 cách chọn.

C. 45 cách chọn.

D. 90 cách chọn.

Câu 29. Có bao nhiêu cách sắp xếp 10 học sinh lớp 11A và 10 học sinh lớp 11B thành một dãy sao cho học sinh của một lớp không đứng liền nhau?

A. $10! \cdot 10!$

B. $10! \cdot 2 \cdot 10!$

C. 100.

D. 200.

Câu 30. Trong mặt phẳng tọa độ cho đường thẳng $\Delta: x - 2y + 1 = 0$ và điểm $I(2; 1)$. Tìm ảnh của đường thẳng Δ qua phép đối xứng tâm I ?

A. $x - 2y = 0$

B. $2x + y - 1 = 0$

C. $2x - y + 2 = 0$

D. $x - 2y - 1 = 0$

Câu 31. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x - 2y + 5 = 0$. Tìm ảnh Δ' của đường thẳng Δ qua phép quay tâm O góc quay 90° .

A. $-2x + y - 5 = 0$

B. $2x + y - 5 = 0$

C. $-2x + y + 5 = 0$

D. $2x + y + 5 = 0$

- Câu 32.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Gọi (C') là ảnh của (C) qua phép đồng dạng F có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ và phép tịnh tiến theo vec tơ $v(1; -1)$. Khi đó đường tròn (C') có dạng:
- A. $(x+1)^2 + (y+5)^2 = 4$ B. $(x+1)^2 + (y+5)^2 = 16$
 C. $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 4$ D. $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$
- Câu 33.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) và (C') lần lượt có phương trình $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 4$ và $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$. Tâm vị tự K trong phép vị tự biến (C) thành (C') có tọa độ là:
- A. $K\left(0; -\frac{3}{2}\right)$ B. $K\left(0; \frac{3}{2}\right)$ C. $K(0; -3)$ D. $K(0; 3)$
- Câu 34.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo vec tơ v cùng phương với vec tơ đơn vị i biến đường thẳng $d: x + y + 1 = 0$ thành đường thẳng $d': x + y - 1 = 0$. Tìm v
- A. $v = (2; 0)$ B. $v = (0; 2)$ C. $v = (0; -2)$ D. $v = (-2; 0)$
- Câu 35.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(1; -3)$. Tìm ảnh của M qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vector $v = (-3; 1)$ và phép quay tâm O một góc 90° .
- A. $M''(2; 2)$ B. $M''(-2; -2)$ C. $M''(-2; 2)$ D. $M''(2; -2)$

II. TỰ LUẬN

- Câu 1.** Trên các cạnh AB , BC , CD , DA của hình chữ nhật $ABCD$ lần lượt lấy 3 điểm, 4 điểm, 5 điểm, n điểm phân biệt khác các đỉnh của hình chữ nhật $(n \in \mathbb{N}, n \geq 3)$. Tìm n , biết số tất cả tam giác có đỉnh thuộc tập $n+12$ điểm nói trên là 781 tam giác.
- Câu 2.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x = 2$ và đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$.
- a. Hãy viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O , tỉ số $k = 0,5$ và phép quay tâm O góc quay 90° .
- b. Hãy viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O , tỉ số $k = -2$ và phép đối xứng qua trục Ox .
- $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$
- Câu 3.** Cho tập hợp A . Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau sao cho số đó luôn có mặt chữ số 2 và chia hết cho 5.

Câu 4. [1D1-3.8-4] Cho $x, y \in \mathbb{R}$; sao cho $x^2 + y^2 = 4$. Tìm Max; Min của $P = \frac{x^2 - 4xy + 2y^2}{2x^2 + xy + y^2}$

LỜI GIẢI CHI TIẾT

1.C	2.B	3.D	4.B	5.D	6.B	7.A	8.B	9.A	10.D
11.D	12.B	13.A	14.B	15.B	16.B	17.B	18.D	19.A	20.D
21.C	22.D	23.D	24.D	25.B	26.D	27.A	28.C	29.B	30.D
31.D	32.B	33.A	34.A	35.D					

Câu 1. Hàm số nào sau đây có tập xác định là tập số thực?

A. $y = \frac{1}{\sin x + 1}$ B. $y = \frac{1}{\cos x - 1}$ C. $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ D. $y = \tan x$

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Quang Dương

FBPB : Rose lee

Loại A vì $\sin x + 1 = 0$ có nghiệm.

Loại B vì $\cos x - 1 = 0$ có nghiệm.

Loại D vì $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$, mà $\cos x = 0$ có nghiệm.

Câu 2. Cho các hàm số:

(1) $y = \sin x$ (2) $y = \cos x$ (3) $y = \tan x$ (4) $y = \cot x$

Trong các hàm số trên, các hàm số có tập giá trị là tập $\mathbb{R}$ là:

A. (1) và (2) B. (3) và (4) C. (1) và (3) D. (2) và (4)

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Toàn

FB phản biện: Rose lee

Hàm số có tập giá trị là tập $\mathbb{R}$ là hàm số (3) và (4).

Câu 3. Trong các hàm số sau, hàm số chẵn là

A. $f(x) = \sin^{2023} x + \cos nx$, với $n \in \mathbb{Z}$. B. $f(x) = \frac{x^2}{\sin x + \tan x}$.

C. $f(x) = |x| \sin x$. D. $f(x) = \frac{\sin^{2022} x + 2022}{\cos x}, n \in \mathbb{Z}$

Lời giải

a) Hàm số $f(x) = \sin^{2023} x + \cos nx$, với $n \in \mathbb{Z}$ xác định trên $D = \mathbb{R}$ là tập đối xứng

Ta có: $f(-x) = \sin^{2023}(-x) + \cos(-nx) = -\sin^{2023} x + \cos nx \neq \pm f(x)$

Vậy hàm số không chẵn không lẻ.

b) Hàm số $f(x) = \frac{x^2}{\sin x + \tan x}$ xác định khi $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin x + \tan x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ (\cos x + 1) \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Vậy hàm số xác định trên $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ là tập đối xứng.

$$f(-x) = \frac{(-x)^2}{\sin(-x) + \tan(-x)} = -\frac{x^2}{\sin x + \tan x} = -f(x)$$

Vậy hàm số lẻ

c) Hàm số $f(x) = |x| \cdot \sin x$ xác định trên $D = \mathbb{R}$ là tập đối xứng

Ta có: $f(-x) = |-x| \cdot \sin(-x) = -|x| \cdot \sin x = -f(x)$

Vậy hàm số lẻ.

d) Hàm số $f(x) = \frac{\sin^{2022} x + 2022}{\cos x}$, $n \in \mathbb{Z}$ xác định trên $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ là tập đối xứng

$$f(-x) = \frac{\sin^{2022}(-x) + 2022}{\cos(-x)} = \frac{\sin^{2022} x + 2022}{\cos x} = f(x)$$

Ta có:

Vậy hàm số chẵn.

Câu 4. Hàm số nào sau đây là hàm số lượng giác ?

A. $y = x^2 + 3x - 4$

B. $y = \sin(2022x)$

C. $\sin x + 1 = 0$ D.

$$\cos \frac{A}{2} = \sin \frac{B+C}{2}$$

Lời giải

Ta có $y = \sin(2022x)$ là hàm số lượng giác.

Câu 5. Phương trình $\sin x = \sin \frac{\pi}{3}$ có nghiệm là:

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Lời giải

Tác giả: Bùi hoàng Ngọc;

FB phản biện: Rose lee

$$\sin x = \sin \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\tan x = \tan \frac{2\pi}{3}$$

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\tan x = \tan \frac{2\pi}{3}$ là

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

FB tác giả: Nhung Nguyen

FB phản biện: Rose lee, Phan Văn Ánh

Ta có $\tan x = \tan \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 7. Tìm m để phương trình $2 \cos 3x - (m+1) \sin 3x = m$ có nghiệm.

A. $m \geq \frac{-5}{2}$

B. $m > \frac{-5}{2}$

C. $m < \frac{-5}{2}$

D. $m \geq \frac{5}{2}$

Lời giải

Fb tác giả: Côngg Hienn

FB phản biện: Rose lee, Phan Văn Ánh

Để phương trình $2 \cos 3x - (m+1) \sin 3x = m$ có nghiệm thì điều kiện là:

$$2^2 + (m+1)^2 \geq m^2$$

$$\Leftrightarrow 4 + m^2 + 2m + 1 \geq m^2$$

$$\Leftrightarrow 2m \geq -5$$

$$\Leftrightarrow m \geq \frac{-5}{2}$$

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\sin x = \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$ trong khoảng $(0; \pi)$ có dạng $\frac{a\pi}{b}$, trong đó a, b là các số tự nhiên nguyên tố cùng nhau. Khi đó giá trị biểu thức $b - 5a$ bằng:

A. 1.

B. 7.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

FB tác giả: Hải Bùi

FB phản biện: Rose lee , Phan Văn Ánh

Ta có phương trình

$$\begin{aligned}\sin x &= \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \\ \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) &= \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{2} - x = x + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ \frac{\pi}{2} - x = -x - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} & \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ \Leftrightarrow -2x &= -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ \Leftrightarrow x &= \frac{\pi}{12} + k\pi\end{aligned}$$

Nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; \pi)$ là $x = \frac{\pi}{12}$ suy ra $a=1$ và $b=12$. Vậy $b-5a=7$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $\cos x + \sqrt{3} \sin x = \sqrt{2}$ là:

A. $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$

B. $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$

C. $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$

D. $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

FB tác giả: Cao Hùng

FB phản biện: Rose lee , Phan Văn Ánh

Phương trình $\cos x + \sqrt{3} \sin x = \sqrt{2}$ (1)

Có $a=1, b=\sqrt{3}, c=\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{a^2+b^2}=2$. Chia hai vế của (1) cho 2 được:

$$(1) \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \sin x \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

Kết luận nghiệm của phương trình: $x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi, x = \frac{\pi}{12} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Câu 10. Phương trình $\cos x = \sin x$ có số nghiệm thuộc đoạn $[0; \pi]$ là

- A. 2 . B. 4 . C. 5 . **D. 1** .

Lời giải

FB tác giả: Nhung Hy

FB phản biện: Rose lee , Phan Văn Ánh

$$\cos x = \sin x \Leftrightarrow \cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} - x + k2\pi \\ x = x - \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$$

Ta có

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 0x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$$

Do x thuộc đoạn $[0; \pi]$ nên $k = 0$. Phương trình chỉ có 1 nghiệm thuộc đoạn $[0; \pi]$.

Câu 11. Trên giá sách có 5 quyển sách Toán khác nhau, 8 quyển sách Tiếng Anh khác nhau và 2 quyển sách hoá khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một quyển sách?

- A. 13 . B. 10 . C. 80 . **D. 15** .

Lời giải

FB tác giả: Diệu Chon

FB phản biện: Huỳnh Dung Ngọc Dung, Rose lee

Chọn 1 quyển sách toán có: 5 cách.

Chọn 1 quyển sách tiếng Anh: 8 cách.

Chọn 1 quyển sách hoá có: 2 cách.

Do đó, theo quy tắc cộng có $5 + 8 + 2 = 15$ cách chọn 1 quyển sách.

Câu 12. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau chọn từ tập $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 9\}$?

- A. 504 . **B. 336** . C. 720 . D. 512 .

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Vương Duy Tuấn

FB phản biện: Huỳnh Dung Ngọc Dung, Rose lee

Gọi số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau có dạng $\overline{abc}$.

a có 8 cách chọn.

b có 7 cách chọn.

c có 6 cách chọn.

Số số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau chọn từ tập trên là: $8.7.6 = 336$ số.

Câu 13. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. **B.** $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. **C.** $C_n^k = n!$. **D.** $C_n^k = \frac{k!(n-k)!}{n!}$.

Lời giải

Lý thuyết về công thức tổ hợp chập k của n : $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. Chọn đáp án **A**.

FB tác giả: Phùng Hưng

FB phản biện: Rose lee

Câu 14. Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 bạn học sinh thành một hàng ngang?

A. 6 . **B.** 720 . **C.** 36 . **D.** 120 .

Lời giải

Fb tác giả: Nguyễn Thơm

FB phản biện: Rose lee

Mỗi cách sắp xếp 6 học sinh thành một hàng ngang là một hoán vị của 6 phần tử. Vậy có $6! = 720$ cách.

Câu 15. Số các chỉnh hợp chập 3 của $n-1$ ($n \geq 4$) phần tử bằng

A. $\frac{(n-1)!}{3!}$. **B.** $\frac{(n-1)!}{(n-4)!}$. **C.** $\frac{(n-1)!}{3!(n-4)!}$. **D.** $3!(n-1)!$.

Lời giải

Fb tác giả: Ngọc Yến

FB phản biện: Bùi Hồng, Rose lee

Số chỉnh hợp chập 3 của $n-1$ ($n \geq 4$) phần tử là: $A_{n-1}^3 = \frac{(n-1)!}{(n-1-3)!} = \frac{(n-1)!}{(n-4)!}$.

Câu 16 Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(2; -3)$ và $v = (-1; 4)$. Ảnh của A qua phép tịnh tiến theo vector v là điểm nào trong các điểm sau?

A. $M(3; -7)$. **B.** $N(1; 1)$. **C.** $P(-3; 7)$. **D.** $Q(-1; -1)$.

Lời giải

FB tác giả: Ngà Nguyễn

FB phản biện: Bùi Hồng, Nguyễn Huy Hoàng

Gọi $N(x; y)$ là ảnh của A qua phép tịnh tiến theo vector v .

Ta có $\begin{cases} x = 2 + (-1) \\ y = -3 + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$. Vậy $N(1; 1)$ là ảnh của A qua phép tịnh tiến theo vector v .

Câu 17. Ảnh của đường tròn $(C): (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$ qua phép tịnh tiến có bán kính là:

A. 4.

B. 2.

C. 16.

D. 8.

Lời giải

FB tác giả: Bình Lê

FB phản biện: Ngọc Yến.Nguyễn Huy Hoàng

Ta có: Đường tròn $(C): (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$ có tâm $I(2;1)$ và bán kính $R = 2$.

Qua phép tịnh tiến đường tròn biến thành đường tròn có cùng bán kính nên đường tròn ảnh cũng có bán kính là 2.

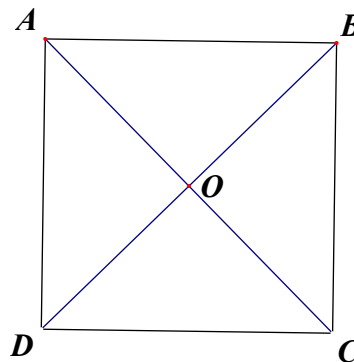
Câu 18. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O như hình vẽ. Tam giác ABO biến thành tam giác COD qua phép biến hình nào?

A. Tịnh tiến theo $\vec{AO}$.

B. Đối xứng qua trục BD .

C. Phép quay $Q_{(O;90^\circ)}$.

D. Đối xứng tâm O .



Lời giải

Fb: Trần Văn Phụng

FB phản biện: Ngọc Yến.Nguyễn Huy Hoàng

*Phép tịnh tiến theo $\vec{AO}$ biến ABO thành tam giác ở ngoài hình vuông, không phải là tam giác COD

*Phép đối xứng qua trục BD biến tam giác ABO thành tam giác COB

*Phép quay tâm O góc quay 90° biến tam giác ABO thành tam giác BOC

*Phép đối xứng tâm O biến tam giác ABO thành tam giác COD.

Câu 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 12$. Ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm O tỉ số $K = -2$ có phương trình là :

A. $(x + 6)^2 + (y - 4)^2 = 48$

B. $(x + 6)^2 + (y - 4)^2 = 4\sqrt{3}$

C. $(x-6)^2 + (y+4)^2 = 48$

D. $(x+6)^2 + (y-4)^2 = 12$

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Bích Huệ

Fb phản biện: Nguyễn Huy Hoàng

Đường tròn (C) có tâm $I(3; -2); R = 2\sqrt{3}$.

Gọi $(C') = V_{(0, -2)}(C)$, Khi đó đường tròn (C') có bán kính là $R' = 4\sqrt{3}$

Gọi $I'(x'; y') = V_{(0, -2)}(I) \Leftrightarrow \overline{OI'} = -2\overline{OI} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -2.3 = -6 \\ y' = -2.(-2) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow I'(-6; 4)$

Vậy phương trình đường tròn (C') là: $(x+6)^2 + (y-4)^2 = 48$

Chọn đáp án là A.

Câu 20. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $(d): x = 2$. Tìm ảnh d' của d qua phép quay tâm O góc quay 90°

A. $(d'): x = -2$

B. $(d'): y = -2$

C. $(d'): x = 2$

D. $(d'): y = 2$

FB tác giả: Phan Văn Trí

Fb phản biện: Nguyễn Huy Hoàng

Lời giải:

Tính chất phép quay hoặc có thể dùng hình vẽ

Câu 21. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\tan x + 2022x}{1 - \sin x}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{ k2\pi, k \in \mathbb{Z} \}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{ k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$

Lời giải

FB tác giả: Yến Thoa

FB phản biện: Phùng Nam, Nguyễn Hoàng Anh

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ 1 - \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Vậy tập xác định của hàm số là

$3\cos^2\left(\frac{17\pi}{2} - x\right) + 7\cos\left(\frac{17\pi}{2} + x\right) + 4 = 0(*)$

Câu 22. Nghiệm của phương trình

là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

B. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

FB tác giả: Mai Thắng

FB phản biện: Nguyễn Hoàng Anh

Phương trình (*) $\Leftrightarrow 3\cos^2\left(8\pi + \frac{\pi}{2} - x\right) + 7\cos\left(8\pi + \frac{\pi}{2} + x\right) + 4 = 0$

$\Leftrightarrow 3\cos^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 7\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 4 = 0$

$\Leftrightarrow 3\sin^2 x - 7\sin x + 4 = 0 \ (1)$

Đặt $t = \sin x$, điều kiện: $-1 \leq t \leq 1$.

Phương trình (1) trở thành $3t^2 - 7t + 4 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 (N) \\ t = \frac{4}{3} (L) \end{cases}$

$t = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 23. Phương trình $-\cos^2 x + 2\sin x + 2 = 0 (*)$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[0; 2022]$

A. 321.

B. 324.

C. 323.

D. 322.

Lời giải

FB tác giả: Mai Thắng

FB phản biện: Nguyễn Hoàng Anh

Phương trình (*) $\Leftrightarrow \sin^2 x + 2\sin x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow \sin x = -1$

$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Ta có $0 \leq x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \leq 2022 \ (k \in \mathbb{Z})$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{4} \leq k \leq \frac{1011}{\pi} + \frac{1}{4} \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} k \in [1; 322] \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases}$

Vậy số nghiệm của phương trình (*) thuộc đoạn $[0; 2022]$ là 322.

- Câu 24.** Tập nghiệm của phương trình $\tan x + \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 2 (*)$ là
- A. $\left\{\pm\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
- B. $\left\{\pm\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
- C. $\left\{\pm\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
- D.** $\left\{\pm\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

FB tác giả: Mai Thắng

FB phản biện: Nguyễn Hoàng Anh

Phương trình $(*) \Leftrightarrow \tan x + \frac{\tan x - 1}{1 + \tan x} = 2 \quad (1)$

Đặt $t = \tan x$

Phương trình (1) trở thành

$$t + \frac{t-1}{1+t} = 2 \quad (2), \text{ điều kiện: } t \neq -1.$$

Phương trình (2) $\Leftrightarrow t(1+t) + t - 1 = 2(1+t)$

$$\Leftrightarrow t^2 = 3 \Leftrightarrow t = \pm\sqrt{3} \text{ (nhận)}$$

$$\Rightarrow \tan x = \pm\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

- Câu 25.** Phương trình $\sin 2x - 2 \cos x = 0$ có nghiệm là:

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.
- B.** $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.
- C. $x = k\pi$.
- D. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Lời giải

Fb tác giả: Nguyễn Đăng Điệp.

Fb phản biện : Thanh văn nguyên , Hà Thị Thanh Huyền

Ta có $\sin 2x - 2 \cos x = 0 \Leftrightarrow 2 \sin x \cos x - 2 \cos x = 0 \Leftrightarrow 2 \cos x (\sin x - 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

- Câu 26.** Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Số các số tự nhiên lẻ gồm 3 chữ số đôi một khác nhau được lấy từ tập hợp A là:

- A. 36 .
- B. 196 .
- C. 168 .
- D.** 120 .

Lời giải

FB tác giả: Huỳnh Dung Ngọc Dung.
Fb phản biện: Thanh văn nguyên, Hà Thị Thanh Huyền

Gọi số cần tìm : $\overline{abc}$

$c \in \{1; 3; 5; 7\} \Rightarrow c$ có 4 cách chọn.

Chọn a, b từ 6 chữ số còn lại : A_6^2 cách.

Vậy có $4 \cdot A_6^2 = 120$ cách.

- Câu 27.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 7 có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau ?
- A.** 120. **B.** 360. **C.** 250. **D.** 432.

Lời giải

FB tác giả: Tran Anh Khoa

Fb phản biện: Thanh Văn Nguyên, Thuyền Nguyễn

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a, b, c, d) \in A = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$.

Vì $\overline{abcd}$ là số chẵn $\Rightarrow d \in \{2, 4\}$.

Chọn d : có 2 cách chọn.

Chọn a : có 5 cách chọn (khác d).

Chọn b : có 4 cách chọn (khác a, d).

Chọn c : có 3 cách chọn (khác a, b, d).

Áp dụng quy tắc nhân, ta có $2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 120$ số cần tìm như trên.

- Câu 28.** Một cửa hàng điện thoại đã mở bán 10 chiếc điện thoại Iphone 14 Pro Max. Bạn An muốn mua cùng lúc 2 chiếc điện thoại này để tặng bố, mẹ. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn?
- A.** 10 cách chọn. **B.** 2 cách chọn. **C.** 45 cách chọn. **D.** 90 cách chọn.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Đại Dương

Fb phản biện: Thanh Văn Nguyên, Thuyền Nguyễn

Số cách chọn 2 chiếc trong 10 chiếc điện thoại là tổ hợp chập 2 của 10.

Ta có: $C_{10}^2 = 45$ cách chọn.

- Câu 29.** Có bao nhiêu cách sắp xếp 10 học sinh lớp 11A và 10 học sinh lớp 11B thành một dãy sao cho học sinh của một lớp không đứng liền nhau?
- A.** $10! \cdot 10!$ **B.** $10! \cdot 2 \cdot 10!$ **C.** 100 **D.** 200

Lời giải.

FB tác giả: Doãn Thịnh

Fb phản biện: Thanh Văn Nguyên, Thuyền Nguyễn

Sắp xếp 10 học sinh lớp 11A có $10!$ cách.

Chọn vị trí để sắp xếp học sinh lớp 11B xen giữa các học sinh lớp 11A có 2 cách (học sinh lớp 11A đứng đầu hoặc học sinh lớp 11B đứng đầu).

Sắp xếp 10 học sinh lớp 11B vào vị trí đã chọn, có $10!$ cách.

Vậy số cách sắp xếp thỏa mãn yêu cầu bài toán là $10! \cdot 2 \cdot 10!$ cách.

- Câu 30.** Trong mặt phẳng tọa độ cho đường thẳng $\Delta: x - 2y + 1 = 0$ và điểm $I(2;1)$. Tìm ảnh của đường thẳng Δ qua phép đối xứng tâm I ?
- A. $x - 2y = 0$ B. $2x + y - 1 = 0$ C. $2x - y + 2 = 0$ **D. $x - 2y - 1 = 0$**

Lời giải

FB tác giả: Trịnh Thanh Hải

Fb phản biện: Thanh Văn Nguyễn, Thuyền Nguyễn

Gọi Δ' là ảnh của đường thẳng Δ qua phép đối xứng tâm I .

Suy ra phương trình đường thẳng Δ' có dạng: $x - 2y + m = 0$.

Chọn điểm $A(-1;0) \in \Delta$. Suy ra ảnh của điểm A qua phép đối xứng tâm I là điểm $A'(5;2)$

Vì $A' \in \Delta'$ nên ta có: $5 - 2 \cdot 2 + m = 0 \Leftrightarrow m = -1$.

Vậy phương trình đường thẳng $\Delta': x - 2y - 1 = 0$

- Câu 31.** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x - 2y + 5 = 0$. Tìm ảnh Δ' của đường thẳng Δ qua phép quay tâm O góc quay 90° .
- A. $-2x + y - 5 = 0$ B. $2x + y - 5 = 0$ C. $-2x + y + 5 = 0$ **D. $2x + y + 5 = 0$**

Lời giải.

FB tác giả: Doãn Thịnh

FB phản biện: Xuân trường, Thanh Văn Nguyễn

Gọi $M(x; y)$ bất kì thuộc đường thẳng Δ và $M'(x'; y')$ là ảnh của M , $M' \in \Delta'$.

Qua phép $Q_{(0, 90^\circ)}(M) = M'$ suy ra M' có tọa độ là: $\begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x' \\ x = y' \end{cases}$.

Do $M(x; y) \in \Delta$ ta được: $y' - 2(-x') + 5 = 0 \Leftrightarrow 2x' + y' + 5 = 0$.

Do $M'(x'; y') \in \Delta'$ nên ảnh của Δ qua phép quay tâm O góc quay 90° là đường thẳng $\Delta': 2x + y + 5 = 0$.

- Câu 32.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$. Gọi (C'') là ảnh của (C) qua phép đồng dạng F có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ và phép tịnh tiến theo véc tơ $v(1; -1)$. Khi đó đường tròn (C'') có dạng:
- A. $(x + 1)^2 + (y + 5)^2 = 4$ **B. $(x + 1)^2 + (y + 5)^2 = 16$**

C. $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 4$

D. $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$

Lời giải

FB người làm: Trần Thị Phương Lan

FB phản biện: Xuân trường, Thanh Văn Nguyễn

Đường tròn (C) có tâm $I(1;2)$, bán kính $R=2$.

(C') là ảnh của (C) qua phép vị tự tâm O tỉ số $k=-2$.

Khi đó (C') có bán kính $R' = |-2| \cdot R = 4$, tâm $I' = V_{(O;-2)}(I)$ thỏa mãn $\overrightarrow{OI'} = -2\overrightarrow{OI}$.

Vì vậy $I'(-2;-4)$.

Do (C'') là ảnh của (C) qua phép đồng dạng F có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm

O tỉ số $k=-2$ và phép tịnh tiến theo véc tơ $v(1;-1)$ nên (C'') là ảnh của (C') qua phép tịnh tiến theo véc tơ $v(1;-1)$. Vì vậy (C'') có bán kính $R'' = R' = 4$, tâm $I''(x;y)$ thỏa mãn $\overrightarrow{I'I''} = v \Rightarrow I''(-1;-5)$.

Phương trình đường tròn (C'') có dạng $(x+1)^2 + (y+5)^2 = 16$.

Câu 33. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) và (C') lần lượt có phương trình $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 4$ và $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$. Tâm vị tự K trong phép vị tự biến (C) thành (C') có tọa độ là:

A. $K\left(0; -\frac{3}{2}\right)$

B. $K\left(0; \frac{3}{2}\right)$

C. $K(0; -3)$

D. $K(0; 3)$

Lời giải

FB người làm: Trần Thị Phương Lan

FB phản biện: Xuân trường, Thanh Văn Nguyễn

Đường tròn (C) có tâm $I(-2;-4)$, bán kính $R=2$.

Đường tròn (C') có tâm $I'(2;1)$, bán kính $R'=2$.

Do $R'=R=2$ nên tâm vị tự K của 2 đường tròn chính là trung điểm của II' . Vậy $K\left(0; -\frac{3}{2}\right)$.

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo véc tơ v cùng phương với véc tơ đơn vị i biến đường thẳng $d: x+y+1=0$ thành đường thẳng $d': x+y-1=0$. Tìm v

A. $v=(2;0)$

B. $v=(0;2)$

C. $v=(0;-2)$

D. $v=(-2;0)$

Lời giải

Vì v cùng phương với véc tơ $i(1;0) \Rightarrow v = (a;0)$

$$M(0;-1) \in d \quad T_v(M) = M' \Rightarrow M'(a;-1)$$

Lấy

$$T_v(d) = d' \Rightarrow M' \in d' \Rightarrow a - 1 - 1 = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$v = (2;0)$$

Vậy

Câu 35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(1;-3)$. Tìm ảnh của M qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vector $v = (-3;1)$ và phép quay tâm O một góc 90° .

A. $M''(2;2)$

B. $M''(-2;-2)$

C. $M''(-2;2)$

D. $M''(2;-2)$

Lời giải

FB tác giả: Hồ Văn Dũng

FB phản biện: Trí Phan, Thanh Văn Nguyễn

Gọi $M'(x';y')$ là ảnh của M qua phép tịnh tiến theo vector v .

Khi đó, ta có biểu thức tọa độ: $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$ hay $\begin{cases} x' = -2 \\ y' = -2 \end{cases}$. Vậy $M'(-2;-2)$.

Gọi $M''(x'';y'')$ là ảnh của $M'(x';y')$ qua phép quay tâm O một góc 90°

Khi đó, ta có: $\begin{cases} x'' = -y' \\ y'' = x' \end{cases}$ hay $\begin{cases} x'' = 2 \\ y'' = -2 \end{cases}$.

Vậy $M''(2;-2)$ là ảnh cần tìm.

II.TỰ LUẬN

Câu 1. Trên các cạnh AB, BC, CD, DA của hình chữ nhật $ABCD$ lần lượt lấy 3 điểm, 4 điểm, 5 điểm, n điểm phân biệt khác các đỉnh của hình chữ nhật $(n \in \mathbb{N}, n \geq 3)$. Tìm n , biết số tất cả tam giác có đỉnh thuộc tập $n+12$ điểm nói trên là 781 tam giác.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Toàn

FB phản biện: Lưu Quý Hiền

Số cách chọn 3 điểm bất kì từ $n+12$ đã cho là: C_{n+12}^3 .

Ba điểm được chọn sẽ không là 3 đỉnh của một tam giác khi 3 điểm đó cùng thuộc một cạnh của hình chữ nhật. Suy ra, số cách chọn 3 điểm không là 3 đỉnh của một tam giác là:

$$C_3^3 + C_4^3 + C_5^3 + C_n^3$$

Vậy số tất cả tam giác có đỉnh thuộc tập $n+12$ điểm nói trên là:

$$C_{n+12}^3 - (C_3^3 + C_4^3 + C_5^3 + C_n^3) = C_{n+12}^3 - C_n^3 - 15$$

$$C_{n+12}^3 - C_n^3 - 15 = 781$$

Theo bài ra ta có:

Giải phương trình trên ta được $n=6$.

Câu 2. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho đường thẳng $d: x=2$ và đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$.

a. Hãy viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O , tỉ số $k=0,5$ và phép quay tâm O góc quay 90° .

b. Hãy viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O , tỉ số $k=-2$ và phép đối xứng qua trục Ox .

Lời giải

FB tác giả: Nhung Hy

FB phản biện: Lưu Quý Hiền

a. Gọi d_1 là ảnh của d qua phép vị tự tâm O , tỉ số $k=0,5$ thì d_1 có phương trình $x=1$. Qua phép quay tâm O góc quay 90° , ta được d' có phương trình $y=1$.

b. Gọi (C_1) là ảnh của (C) qua phép vị tự tâm O , tỉ số $k=-2$. Đường tròn (C) có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=2$, suy ra (C_1) có tâm $I_1(-2;-4)$ và bán kính $R_1=4$.

Qua phép đối xứng qua trục Ox , I_1 biến thành $I_1'(-2;4)$. Từ đó suy ra phương trình của đường tròn (C') là $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 16$.

Câu 3. Cho tập hợp $A = \{0;1;2;3;4;5;6;7\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau sao cho số đó luôn có mặt chữ số 2 và chia hết cho 5.

Lời giải

FB tác giả: Phạm Quân

FB phản biện: Lưu Quý Hiền

Gọi số có 4 chữ số phải tìm có dạng: $\overline{abcd}$ với $a \in A \setminus \{0\}$, $d \in \{0;5\}$, $b, c \in A$ và a, b, c, d khác nhau.

TH1: $d=0$. Ta có $\overline{abc0}$

Xếp chữ số 2 vào 3 vị trí a, b, c có: 3 (cách).

Xếp 2 chữ số còn lại sau khi xếp số 2 có: $A_0^2 = 30$ (cách).

Suy ra có: $3 \cdot 30 = 90$ (số).

TH2: $d = 5$. Ta có $\overline{abc5}$

Xếp chữ số 2 vào 3 vị trí a, b, c có: 3 cách.

Xếp 2 chữ số còn lại sau khi xếp số 2 có: $A_0^2 = 30$ (cách).

Bị loại trường hợp số 0 ở vị trí đầu $\overline{0bc5}$ có: $2 \cdot 5 = 10$ (số).

Suy ra có: $3 \cdot 30 - 10 = 80$ (số).

Vậy tất cả có 170 số thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Câu 4.

Cho $x, y \in \mathbb{R}$; sao cho $x^2 + y^2 = 4$. Tìm Max; Min của

$$P = \frac{x^2 - 4xy + 2y^2}{2x^2 + xy + y^2}$$

Lời giải

Fb Tác giả: xuanhieptienthinh

FB phản biện: Lưu Quý Hiền

Vi: $x^2 + y^2 = 4$; ta đặt: $\begin{cases} x = 2\sin t \\ y = 2\cos t \end{cases}; (t \in \mathbb{R})$

$$P = \frac{4\sin^2 t - 16\sin t \cos t + 8\cos^2 t}{8\sin^2 t + 4\sin t \cos t + 4\cos^2 t} = \frac{2(1 - \cos 2t) - 8\sin 2t + 4(1 + \cos 2t)}{4(1 - \cos 2t) + 2\sin 2t + 2(1 + \cos 2t)}$$

$$= \frac{(1 - \cos 2t) - 4\sin 2t + 2(1 + \cos 2t)}{2(1 - \cos 2t) + \sin 2t + (1 + \cos 2t)} = \frac{-4\sin 2t + \cos 2t + 3}{\sin 2t - \cos 2t + 3}$$

$$\Leftrightarrow (P+4)\sin 2t + (-P-1)\cos 2t = 3 - 3P \quad (*)$$

Để tồn tại P thì phương trình (*) có nghiệm; ta có điều kiện:

$$\Leftrightarrow (P+4)^2 + (-P-1)^2 \geq (3-3P)^2 \Leftrightarrow 7P^2 - 28P - 8 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{14 - 6\sqrt{7}}{7} \leq P \leq \frac{14 + 6\sqrt{7}}{7}$$

Vậy $Min P = \frac{14 - 6\sqrt{7}}{7}; Max P = \frac{14 + 6\sqrt{7}}{7}$

Cách 2 : Lưu Quý Hiền

• TH1: $y = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow P = \frac{1}{2}$

• TH2: $y \neq 0 \Rightarrow P = \frac{t^2 - 4t + 2}{2t^2 + t + 1} \quad t = \frac{x}{y}$
 $\Leftrightarrow (2P-1)t^2 + (P+4)t + P-2 = 0 \quad (*)$

Vì luôn tồn tại P nên phương trình (*) luôn có nghiệm. Xét $P \neq \frac{1}{2}$, phương trình (*) có nghiệm khi $(P+4)^2 - 4(2P-1)(P-2) \geq 0 \Leftrightarrow 7P^2 - 28P - 8 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{14-6\sqrt{7}}{7} \leq P \leq \frac{14+6\sqrt{7}}{7}$.

Kết hợp hai trường hợp suy ra $MinP = \frac{14-6\sqrt{7}}{7}; MaxP = \frac{14+6\sqrt{7}}{7}$