**Bài 10:** Cho tam giác  nội tiếp trong đường tròn và có . Tính độ dài  theo .

1. Gọi  là điểm di động trên cung nhỏ  ( khác  và ) .tia  cắt  tại .Chứng minh tích  không đổi.
2. Tìm vị trí của  trên cung nhỏ AC để tổng  có giá trị nhỏ nhất.
3. Gọi  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác .Chứng minh  di động trên đường cố định  di động trên cung nhỏ .

**Lời giải**



1. Kẻ tính được suy ra tam giác  vuông cân tại  từ đó tính được 
2.  không đổi khi  di chuyển
3. Theo bất đẳng thức Cô-si : vậy giá trị nhỏ nhất là  xảy ra khi 
4. Kẻ đường kính  của (O)  (1) mặt khác nên  là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  thẳng hàng mà  cố định nên  thuộc đường hẳng  cố định.

**Bài 11 :** Cho đường tròn  đường kính , dây  vuông góc với  tại .Trên cung nhỏ  lấy điểm  ( khác  và ) đường thẳng  cắt  tại 

1. Chứng minh tứ giác  nội tiếp;
2. Chứng minh  suy ra ;
3. Gọi giao điểm của  và  là ,  với  là  chứng minh .

**Lời giải**



1. nên tứ giác  nội tiếp
2. Ta có : ( HTL trong tam giác )
3. Ta có : ;  mà  nên

 suy ra  nội tiếp .

**Bài 12**: Cho nửa đường tròn  đường kính . Gọi M là điểm chính giữa cung   là điểm thuộc cung (không trùng với và ), đường thẳng  cắt đường thẳng  tại ,đường thẳng  cắt đường thẳng tại 

1. Chứng minh  là một tứ giác nội tiếp và tích: không đổi;
2. Chứng minh hai tam giác và  đồng dạng;
3. Tiếp tuyến thứ hai của nửa đường tròn ở  cắt  tại . Chứng minh  là trung điểm của đoạn thẳng .

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **a)** + Chứng minh tứ giác  nội tiếp:  Vì  là điểm chính giữa của  nên:  cân tại  đường trung tuyến  cũng là đường cao . Do đó:  Mặt khác:  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) |  |

Suy ra:  nội tiếp.

+ Xét  và có:  chung , 

suy ra: ( Không đổi)

Do đó tích  không đổi.

**b)** + Xét  và có:  ( theo câu a)

 ( cùng phụ  )

Suy ra: 

**c)** Ta có:  ( Hai góc đối đỉnh), sđ ( hai góc nội tiếp cùng chắn  ),  ( theo câu b) **.** Do đó **: **cân tại I 

Mặt khác: ,  vuông tại P) mà 

Suy ra :  cân tại . Từ (1), (2) ta có : 

Vậy  là trung diểm của CD.