|  |
| --- |
| UBND HUYỆN GIA LÂMĐỀ CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9NĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN**Đề số 3** |

1. (**2.0 điểm**). Cho đa thức  trong đó . Biết rằng khi chia đa thức  cho đa thức  thì được dư là 5, còn chia đa thức cho đa thức  thì được dư là – 4. Tính giá trị biểu thức .
2. (**2.0 điểm**). Giải các phương trình sau:

a) . b) .

1. (**2.0 điểm**). Cho với .

Tính .

1. (**2.0 điểm**). Tìm số tự nhiên , biết

.

1. (**2.0 điểm**). Cho các số và  là các số nguyên tố. Chứng minh rằng  cũng là số nguyên tố.
2. (**2.0 điểm**) Cho  là một điểm nằm trong hình chữ nhật  sao cho  . Tính độ dài đoạn thẳng .
3. (**2.0 điểm)** Tại khu điều trị bệnh nhân mắc COVID – 19 của một bệnh viện chỉ có bác sĩ và bệnh nhân. Biết rằng nhiệt độ trung bình của các bác sĩ khác với nhiệt độ trung bình của các bệnh nhân, nhưng trung bình của hai số này bằng nhiệt độ trung bình của tất cả các bệnh nhân và các bác sĩ trong khu điều trị. Hỏi bác sĩ nhiều hơn hay số bệnh nhân nhiều hơn.
4. ((**2.0 điểm)** Cho , trong đó và .

Hãy biểu diễn  theo 

1. (**2.0 điểm**) Cho các số dương  thỏa mãn điều kiện . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 
2. (**2.0 điểm**) Cho S là tập hợp gồm 3 số tự nhiên có tính chất: Tổng của hai phần tử tùy ý của S là một số chính phương. (Ví dụ hoặc là các tập hợp thỏa mãn điều kiện trên). Chứng minh rằng tập hợp S có không quá một phần tử là số lẻ.

🙢**HẾT**🙠

|  |
| --- |
| ĐÁP ÁN ĐỀ CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9UBND HUYỆN GIA LÂMNĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN |

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1. (**2.0 điểm**). Cho đa thức trong đó . Biết rằng khi chia đa thức  cho đa thức  thì được dư là 5, còn chia đa thức  cho đa thức  thì được dư là – 4. Tính giá trị biểu thức .

**Lời giải**

Gọi thương trong phép chia đa thức cho đa thức và  lần lượt là và 

Theo đề ra ta có 

 

do với mọi nên:

- Thay vào ta có: 

- Thay vào ta có: 

Từ và  suy ra 

.

1. (**2.0 điểm**). Giải các phương trình sau:

a) . b) .

**Lời giải**

a) Điều kiện: 

Ta có: 



 (TMĐK)

Vậy tập nghiệm của phương trình là .

b) ĐK: 

Ta có: 



 (phương trình vô nghiệm)

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là .

1. (**2.0 điểm**). Cho với .

Tính .

**Lời giải**











Vậy .

1. (**2.0 điểm**). Tìm số tự nhiên , biết

.

**Lời giải**

Ta thấy 



Áp dụng với ta có:



Khi đó phương trình đã cho 



Vậy .

1. (**2.0 điểm**). Cho các số và  là các số nguyên tố. Chứng minh rằng  cũng là số nguyên tố.

**Lời giải**

- Xét  thì (loại). Vì không là số nguyên tố.

- Xét  thì  (nhận). Vì  là số nguyên tố.

Suy ra,  (nhận). Vì là số nguyên tố.

- Xét .

Vì là số nguyên tố nên không chia hết cho  (1).

Mà  suy ra là số chính phương (2).

Từ (1), (2) suy ra  chia cho  dư .

 chia hết cho 3. (3)

Mặt khác,  (4)

Từ (3), (4) suy ra  là hợp số (trái với đề bài).

Vậy thỏa mãn bài toán.

1. (**2.0 điểm**) Cho  là một điểm nằm trong hình chữ nhật  sao cho . Tính độ dài đoạn thẳng .

**Lời giải**



Qua  kẻ đường thẳng 

Áp dụng định lý Pytago vào các tam giác vuông ta có:





Ta chứng minh được 



.

1. (**2.0 điểm**) Tại khu điều trị bệnh nhân mắc COVID – 19 của một bệnh viện chỉ có bác sĩ và bệnh nhân. Biết rằng nhiệt độ trung bình của các bác sĩ khác với nhiệt độ trung bình của các bệnh nhân, nhưng trung bình của hai số này bằng nhiệt độ trung bình của tất cả các bệnh nhân và các bác sĩ trong khu điều trị. Hỏi bác sĩ nhiều hơn hay số bệnh nhân nhiều hơn.

**Lời giải**

Gọi số bác sỹ là  (người) 

Nhiệt độ trung bình của các bác sỹ là  (độ)

Số bệnh nhân là  (người) 

Nhiệt độ trung bình của bệnh nhân là  (độ) 

Theo đề bài ta có:





Mà  khác  nên 

Vậy số bác sỹ và số bệnh nhân bằng nhau.

1. (**2.0 điểm**) Cho , trong đó và .

Hãy biểu diễn  theo 

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| C:\Users\MyPC\Desktop\Capture.PNG | Vẽ tam giác vuông tại có Khi đó số đo góc chính là số đo Áp dụng định lý Pytago vào tam giác ta có:  |



Khi đó ta có 

1. (**2.0 điểm**) Cho các số dương thỏa mãn điều kiện . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**Lời giải**

Ta có 

 



Dấu bằng xảy ra khi .

Tương tự ta có: 

 

Cộng vế với vế của (1); (2) và (3) ta có:



Dấu bằng xảy ra khi .

Vậy .

1. (**2.0 điểm**) Cho S là tập hợp gồm 3 số tự nhiên có tính chất: Tổng của hai phần tử tùy ý của S là một số chính phương. (Ví dụ hoặc là các tập hợp thỏa mãn điều kiện trên). Chứng minh rằng tập hợp S có không quá một phần tử là số lẻ.

**Lời giải**

Ta đã biết số chính phương hoặc chia hết cho  hoặc chia cho  dư .

Xét tập  thỏa yêu cầu.

* Nếu  là các số lẻ thì ,  và .

 Khi đó .

 Suy ra  là số chẵn (mâu thuẫn với  lẻ).

* Nếu  là các số lẻ và  chẵn thì , .

 Khi đó .

 Suy ra  là số chẵn (mâu thuẫn với  lẻ).