|  |  |
| --- | --- |
| PHÒNG GD&ĐT VỤ BẢN**TRƯỜNG THCS ĐẠI AN** | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI NĂM HỌC 2023-2024**Môn: Toán lớp 9 (vòng 1)*( Thời gian 150 phút )* |

**Bài 1:** *(4 điểm)*

a) Cho các số thực *x, y, z* thỏa mãn đồng thời các điều kiện

 và . Tính giá trị của

 b) Chứng minh rằng: Nếu thì

**Bài 2**: *(6 điểm)* Giải phương trình

a)

b )

c) .

**Bài 3:** *(2 điểm)*Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình**:**

 **+ + + = 1**

**Bài 4**: *(7 điểm)* Cho đường tròn tâm và đường thẳng cắt đường tròn tâm tại hai điểm ( không đi qua ). Trên tia đối của tia lấy điểm ( nằm ngoài đường tròn tâm ). Kẻ và là các tiếp tuyến với đường tròn tâm tại và . Gọi là trung điểm của , cắt tại và cắt đường tròn tại các điểm và ( nằm giữa và ), cắt tại .

a) Chứng minh 

b) Chứng minh bốn điểm B, H, O, C cùng nằm trên một đường tròn

c) Gọi là trung điểm , từ kẻ đường thẳng vuông góc với cắt đường thẳng tại . Chứng minh là trung điểm .

**Bài 5:** *(1 điểm)* Cho và . Chứng minh rằng:.

ĐÁP ÁN – BIỂU ĐIỂM

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Bài** | **Ý** | **Nội dung đáp án** | **Điểm** |
| 1 | a | Ta có Tương tự và Suy ra  Ta có Suy ra  | 2 |
| b | Đặt Ta có: Bình phương hai vế được:Biến đổi ta được:  hay (đpcm) | 2 |
| 2 | a | a) Điều kiện Phương trình đã cho được viết lại như sau: Xét phương trình: . Tương đương  Chia cho Ta có: . Đặt phương trình mới là:Với ta có:  | 2 |
| b | Điều kiện: . Để đơn giản ta đặt Phương trình đã cho trở thành: Nhẩm được . Nên ta phân tích phương trình thành:Để ý rằng và nên ta có . Vì vậy phương trình có nghiệm duy nhất . | 2 |
| c | .Điều kiện  Đặt Từ đó ta có hệ:Suy ra:  (do )Với , ta có: Thử lại ta thấy, nghiệm của phương trình đã cho là . | 2 |
| 3 |  | Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình**: + + + = 1**Vai trò của x, y, z như nhau nên không làm mất tính tổng quát giả sử  1≤ x ≤ y ≤ z ⇒ x2 ≤ xy ≤ xz ≤ yz ≤ xyz  ⇒ 1 =  **+ + +**  ≤ + + + ⇔ 1 ≤ ⇒ x2 ≤ 12 ⇒ x є 1, 2,3 Nếu x = 1 ⇒ + + + = 1⇒ z + 1 + y + 9 = yz ⇒ yz – z – y + 1 = 11 (y- 1) (z - 1) = 11 ⇒ y = 2 ; z = 12 hoặc z =2 ; y = 12Nếu x = 2 ⇒ + + + = 1⇒ (2y - 1) (2z-1) = 23 ⇒ y = 1; z = 12 hoặc y = 12; z = 1Nếu x = 3 ⇒ (3y – 1) (3z - 1) = 37 vô nghiệmVậy (x, y, z) = (1; 2, 12) và các hoán vị của nó | 2 |
|  | a | a, Chứng minh \* Ta có là hai tiếp tuyến của cắt nhau tại nên là tia phân giác của góc . Mà cân tại nên .Ta có vuông tại có đường cao nên suy ra .Ta có đồng dạng với (vì và chung) nên .Vậy . (đpcm) | 2 |
| b | b, Chứng minh bốn điểm B, H, O, C cùng nằm trên một đường trònGọi F là giao điểm của MN với OICmtt ta có  mà Vậy bốn điểm B, C O, H thuộc đường tròn đường kính OF | 2 |
| c | c, Gọi là trung điểm , từ kẻ đường thẳng vuông góc với cắt đường thẳng tại . Chứng minh là trung điểm .Ta có thuộc đường tròn nên .Xét và có (cùng phụ với ), (cùng phụ với ).Suy ra . Do đó ta được .Tương tự ta có .Suy ra . Vậy là trung điểm . (đpcm). | 3 |
| 5 |  | Cho và . Chứng minh rằng:.**Giải:**Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có: . Tương tự: Cộng ba bất đẳng thức này lại vế theo vế, ta được:Bài toán được quy về chứng minh:. Bất đẳng thức cuối cùng hiển nhiên đúng vì theo bất đẳng thức Cauchy, ta có:Bài toán được chứng minh xong. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi . | 1 |