

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 06 trang, gồm 3 phần)

Họ, tên thí sinh: Số báo danh:MÃ ĐỀ 102

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi E là trung điểm của BC , F là điểm thuộc cạnh CD sao cho $EAF = 45^\circ$ và G thuộc cạnh SA . Biết FG song song với mặt phẳng (SBC) . Khi đó tỉ số $\frac{GA}{GS}$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

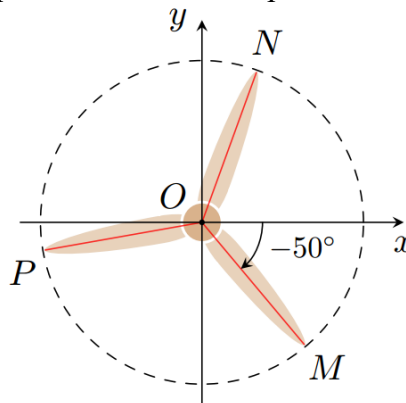
Câu 2. Biển số xe máy tỉnh K gồm hai dòng:
- Dòng thứ nhất là $68XY$, trong đó X là một trong 24 chữ cái, Y là một trong 10 chữ số;
- Dòng thứ hai là $abc.de$, trong đó a, b, c, d, e là các chữ số.
Biển số xe được cho là "đẹp" khi dòng thứ hai có tổng các chữ số là một số có chữ số tận cùng bằng 8 và có đúng 4 chữ số giống nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 2 biển số trong các biển số "đẹp" để đem bán đầu giá?

- A. 12000. B. 143988000. C. 4663440. D. 71994000.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có G là trọng tâm tam giác ABC và M là trung điểm của đoạn SG . Biết $\overrightarrow{SM} = x\overrightarrow{SA} + y\overrightarrow{SB} + z\overrightarrow{SC}$. Tính $T = x + 2y + 6z$.

- A. $T = \frac{1}{3}$. B. $T = \frac{5}{2}$. C. $T = \frac{3}{2}$. D. $T = \frac{2}{3}$.

Câu 4. Trong hình vẽ dưới đây, chiếc quạt có ba cánh được phân bố đều nhau.



Số đo của góc lượng giác (ON, Ox) bằng

- A. $120^\circ + k360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$). B. $70^\circ + k360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).
C. $50^\circ + k360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$). D. $-70^\circ + k360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 5. Khảo sát về số giờ mượn sách thư viện của học sinh khối 11 trường Y ta được một mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Số giờ mượn	$[0; 4)$	$[4; 8)$	$[8; 12)$	$[12; 16)$	$[16; 20)$
Số học sinh	54	78	120	45	12

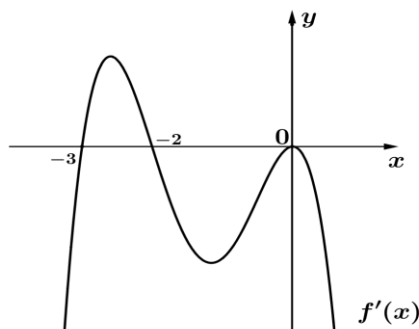
Một của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần nhất với giá trị nào sau đây

- A. 120; B. 9. C. 12; D. 8.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a$. SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi φ là góc giữa SC và mặt đáy $(ABCD)$, tính $\cos \varphi$.

- A. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{5}}{4}$. B. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{7}}{4}$. C. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{10}}{4}$. D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{6}}{4}$.

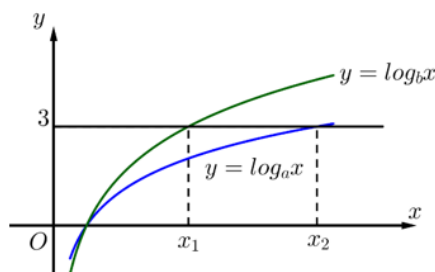
Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới :



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
- B.** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.
- C.** Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
- D.** Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.

Câu 8. Hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Đường thẳng $y = 3$ cắt hai đồ thị tại các điểm có hoành độ x_1, x_2 . Biết rằng $x_2 = 2x_1$, giá trị của $\frac{a}{b}$ bằng

- A.** 2.
- B.** $\sqrt[3]{2}$.
- C.** $\sqrt{3}$.
- D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Giả sử điểm M thuộc AC , điểm N thuộc DC' và $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{DN} = y\overrightarrow{DC'}$. Với x và y là các số thực sao cho $MN \parallel BD'$. Khi đó tỉ số $\frac{MN}{BD'} = \frac{m}{n}$ ($\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Tính $m + n$.

- A.** 5.
- B.** 3.
- C.** 4.
- D.** 7.

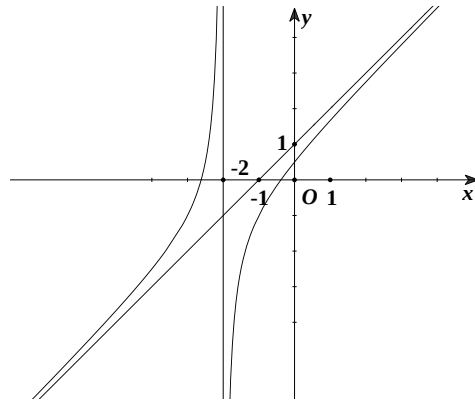
Câu 10. Giá trị của $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k}$ ($k \in \mathbb{N}^*$) bằng:

- A.** 0.
- B.** 2.
- C.** 4.
- D.** 5.

Câu 11. Một hộp đựng 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ và 8 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên hai viên bi. Xác suất để chọn được hai viên bi cùng màu là

- A.** $\frac{21}{105}$.
- B.** $\frac{31}{105}$.
- C.** $\frac{37}{105}$.
- D.** $\frac{28}{105}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + 1}{cx + 2}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tính giá trị biểu thức:
 $T = 2a + 3b - c$.



A. 11.

B. 10.

C. 9.

D. 8.

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{1}{4}(m^3 - 1)x^4 - x^3 + \frac{2m-5}{2}x^2 - 3x + m^2$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-500; 500)$ để hàm số nghịch biến trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 4\right]$?

A. 501.

B. 499.

C. 502.

D. 500.

Câu 14. Điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$ là

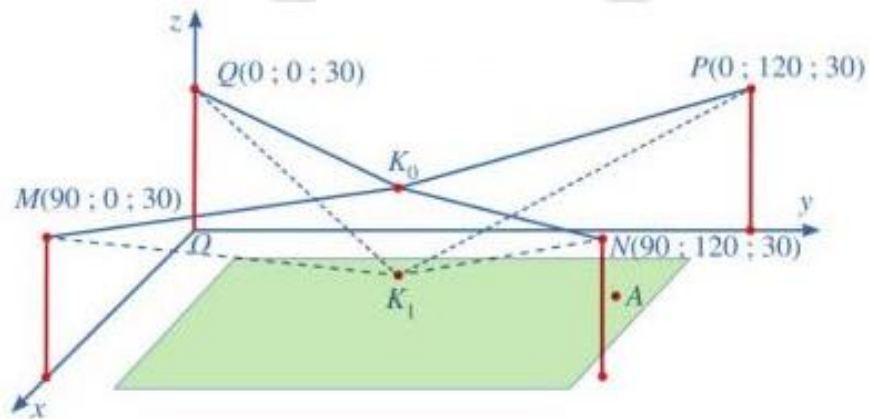
A. $x \neq k\pi$.

B. $x \neq k2\pi$.

C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

D. $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Câu 15. Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao $30m$ và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn. Mô hình thiết kế được xây dựng như sau: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục là $1m$), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm $M(90; 0; 30)$, $N(90; 120; 30)$, $P(0; 120; 30)$, $Q(0; 0; 30)$ (Hình vẽ). Giả sử K_0 là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$. Để theo dõi quả bóng đến vị trí A , camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm K_1 có cao độ bằng 19.



Biết rằng véc tơ $\overrightarrow{K_0K_1}$ có tọa độ là $(a; b; c)$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Khi đó $a + b + c$ bằng

A. -6

B. 5

C. -7

D. 7

Câu 16. Cho tam giác ABC vuông tại A có ba cạnh CA, AB, BC lần lượt tạo thành một cấp số nhân có công bội là q . Tìm q ?

A. $q = \frac{\sqrt{2\sqrt{5}-2}}{2}$.

B. $q = \frac{\sqrt{2+2\sqrt{5}}}{2}$.

C. $q = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

D. $q = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Câu 17. Cho biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax^2 + 1} - bx - 2}{x^3 - 3x + 2}$ $a, b \in \mathbb{R}$ có kết quả là một số thực. Giá trị của biểu thức $a^2 + b^2$ bằng:

A. $87 - 48\sqrt{3}$

B. $6 + 5\sqrt{3}$.

C. $\frac{9}{4}$.

D. $\frac{45}{16}$

Câu 18. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n^2 + 4n + 7}{n + 1}$. Hỏi dãy số trên có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên.

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 6.

Câu 19. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc khoảng $(1; 20)$ để bất phương trình $\log_m x > \log_x m$ nghiệm đúng với mọi x thuộc khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$?

A. 16.

B. 18.

C. 19.

D. 17.

Câu 20. Thống kê điểm trung bình cuối học kì 1 môn Toán của một số học sinh lớp 12A được cho ở bảng sau:

Khoảng điểm	$[6, 5; 7)$	$[7; 7, 5)$	$[7, 5; 8)$	$[8; 8, 5)$	$[8, 5; 9)$	$[9; 9, 5)$	$[9, 5; 10)$
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Số trung vị (làm tròn đến hàng phần trăm) của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 9,15.

B. 7,75.

C. 7,15.

D. 8,15.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = 2024 \\ u_{n+2} + u_n = 2(u_{n+1} + 1012), n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ và dãy số (w_n) xác định như

sau $w_n = \frac{\sum_{i=1}^n i u_i}{3n^4 + 4n^3 - 2n + 3}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

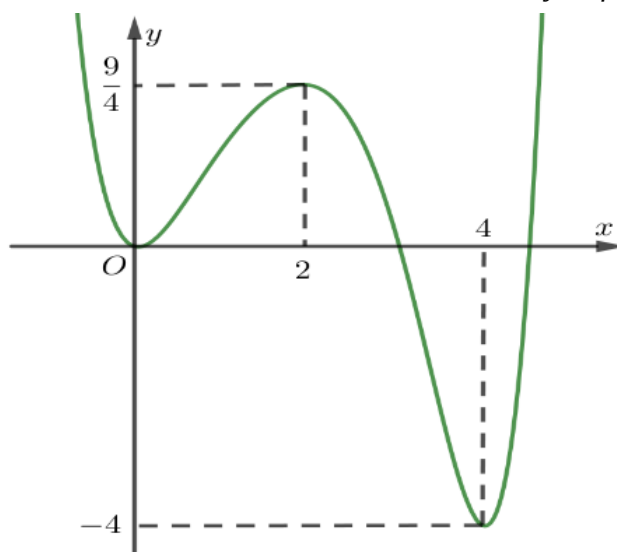
a) $u_4 = 12142$

b) $w_4 = \frac{141660}{2038}$

c) Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2u_n}{2n^2 + n - 2} = \frac{a}{b}$ với a, b là số tự nhiên và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, khi đó $a^2 - b^2 = 1012$.

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} w_n = \frac{759}{9}$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f(4 - 3x)$ như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số $y = f(4 - 3x)$ đồng biến trên tập $(0; 2) \cup (4; +\infty)$.

b) $f'(-8) + f'(-2) + f'(4) = 0$

c) Hàm số $g(x) = f(x^3 - 2)$ đồng biến trên khoảng $(\alpha; +\infty)$, giá trị nhỏ nhất của α bằng $\sqrt[3]{6}$

d) Có 26 giá trị thực của tham số m thuộc khoảng $(-9;9)$ thỏa mãn $2m \in \mathbb{Z}$ để hàm số $y = \left| 2f(x^3 - 2) + m - \frac{1}{2} \right|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 3. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a . Gọi O là trọng tâm của tam giác ABC , $SO = 2a$. Trên đường cao AH của tam giác ABC lấy điểm M không trùng với A và H , mặt phẳng (P) đi qua M và vuông góc với AH . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) SO song song với mặt phẳng (P)

b) Cạnh bên của hình chóp đã cho bằng $\frac{a\sqrt{39}}{3}$.

c) Gọi α là góc giữa mặt bên và mặt đáy, giá trị $\tan \alpha = 4\sqrt{3}$

d) Giá trị lớn nhất của diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABC$ cắt bởi mặt phẳng (P) bằng $\frac{3a^2}{4}$.

Câu 4. Cho $1 < a < b \leq 2$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\log_a 2^{2024} < \log_b 2^{2024}$.

b) $\log_a^2(ab) - 4\log_a^2 b - 1 = 2\log_a b$.

c) $\log_{ab} \frac{\sqrt{b}}{a} = \frac{\log_a b - 2}{1 + \log_a b}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của $P = 2.\log_a(b^2 + 4b - 4) + \log_{\frac{b}{a}} a$ có dạng $x + 3\sqrt[3]{y}$ với x, y là các số nguyên dương, khi đó $x + 2y = 22$.

Câu 5. Một hộp đựng 50 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 50. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Số cách chọn được hai thẻ chẵn là 1225.

b) Xác suất chọn được hai thẻ mà tích các số ghi trên hai thẻ là số chẵn bằng $\frac{37}{49}$.

c) Số cách chọn được ba thẻ mà các số ghi trên ba thẻ lập thành cấp số cộng là 780.

d) Xác suất để chọn được hai thẻ mà hiệu bình phương số ghi trên hai thẻ là số chia hết cho 3 bằng 0,65 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-2;0;-3), B(-4;-4;1), C(-4;1;-1)$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Điểm $A'(2;0;-3)$ đối xứng với A qua mặt phẳng (Oyz) .

b) Tam giác ABC là tam giác tù.

c) Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm) là $r = 1,12$.

d) Cho hai điểm M, N thay đổi trên mặt phẳng (Oyz) sao cho $MN = 3$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm) là 6,17.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;2;-3), B(4;0;5), C(2;0;1)$ và $D(6;-2;11)$. Gọi $M(x;y;z)$ là điểm sao cho hai biểu thức $P = 2MA^2 - 3MB^2 - MC^2 + MD^4$ và $Q = x + 2y + 2z - 24$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $x + 3y + z$

Câu 2. Chọn ngẫu nhiên 3 số a, b, c trong tập hợp $S = \{1; 2; \dots; 26\}$. Biết xác suất để 3 số chọn ra thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2$ chia hết cho 5 bằng $\frac{m}{n}$ với $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức $T = 2m + n$.

Câu 3. Cho hình lăng trụ $ABCD.MNPQ$ có tất cả các cạnh bằng $\sqrt{3}$, đáy $ABCD$ là hình thoi và $\angle BAD = 60^\circ$. Các mặt phẳng $(ADQM)$, $(ABNM)$ cùng tạo với đáy của lăng trụ góc α thỏa mãn $\tan \alpha = 2\sqrt{11}$ và hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng $(MNPQ)$ nằm bên trong hình thoi $MNPQ$. Gọi O là điểm cách đều bốn đỉnh tứ diện $AMNQ$. Biết thể tích khối chóp $O.ABM$ có giá trị bằng V và $V^2 = \frac{a}{b}$ với a, b là số tự nhiên; phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tìm $a + b$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 3$ với a, b là các tham số thực thỏa mãn $\begin{cases} a + b - 2 > 0 \\ 24 + 3(3a + b) < 0 \end{cases}$. Hỏi phương trình $2.f(x).f''(x) = [f'(x)]^2$ có bao nhiêu nghiệm?

Câu 5. Một mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $AB = 25\text{m}$, chiều rộng $AD = 20\text{m}$ được chia thành hai phần bằng nhau bởi vạch chắn MN (M, N lần lượt là trung điểm BC và AD). Một đội xây dựng làm một con đường đi từ A đến C qua vạch chắn MN , biết khi làm đường trên miền $ABMN$ mỗi giờ làm được 15m và khi làm trong miền $CDNM$ mỗi giờ làm được 30m . Do tính cấp thiết cần có của con đường nên đội xây dựng đã hoàn thành con đường trong một thời gian ngắn nhất. Hỏi sau bao nhiêu phút đội xây dựng làm được con đường đi từ A đến C (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 6. Có bao nhiêu số nguyên y ($y \geq 3$) sao cho tồn tại đúng hai số thực x lớn hơn $\frac{1}{2021}$ thỏa mãn:

$$\left(e^{y^x - xy + x}\right)^{\ln y} = xy$$

.....**HẾT**.....

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.