

**SẢN PHẨM MẪU ĐỀ KIỂM TRA
CUỐI HK2 LỚP 12**

KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 2 – LỚP 12

Bài thi môn: TOÁN

(Đề gồm có ... trang)

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát
đề

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x - 2024$ là

A. $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} + C$

B. $\frac{1}{9}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} - 2024x + C$

C. $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} - 2024x + C$

D. $\frac{1}{9}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{x^2}{2} - 2024x + C$

Câu 2. Tích phân $\int_1^3 x^2 dx$ bằng

A. $\frac{26}{3}$

B. 26.

C. 7.

D. 9.

Câu 3. Biết rằng $\int_{-1}^2 f(x) dx = 9$. Giá trị của $\int_{-1}^2 3f(x) dx$ bằng

A. 3.

B. 27.

C. 12.

D. 18.

Câu 4. Tích phân $\int_1^3 x(x+1)^2 dx$ bằng

A. $\frac{38}{3}$

B. $\frac{56}{3}$

C. $\frac{124}{9}$

D. $\frac{124}{3}$

Câu 5. Công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$, xung quanh trục Ox .

A. $V = \int_a^b f(x) dx$

B. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

C. $V = \int_a^b f^2(x) dx$

D. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$

Câu 6. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 5x - 10$, trục Ox và các đường thẳng $x = 6, x = 11$.

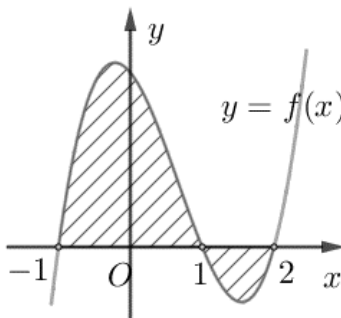
A. 200

B. 210

C. $\frac{325}{2}$

D. $\frac{405}{2}$

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -1, x = 2$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

B. $S = - \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

C. $S = - \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

Câu 8. Trong không gian Oxyz, vector nào sau đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P): $x + 3y - 4z + 5 = 0$?

A. $\vec{n}_1 = (3; 4; 5)$. B. $\vec{n}_2 = (1; 3; -4)$. C. $\vec{n}_3 = (1; 3; 4)$. D. $\vec{n}_4 = (3; -4; 5)$.

$$d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng có một vector chỉ phương là:

A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$ B. $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$ C. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$ D. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -3; 2)$ và đi qua $A(5; -1; 4)$ có phương trình:

A. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{24}$ B. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = \sqrt{24}$

C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 24$ D. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 24$

Câu 11. Một mảnh đất chia thành 2 khu vườn: Khu A có 300 cây ăn quả, khu B có 400 cây ăn quả. Trong đó, số cây cam ở khu A và khu B lần lượt là 200 cây và 250 cây. Chọn ngẫu nhiên 1 cây trong mảnh đất. Xác suất cây được chọn là cây cam, biết rằng cây đó ở khu B, là:

A. $\frac{5}{14}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{5}{8}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 12. Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh H nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh H thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu %?

A. 15% . B. 29% . C. 31% . D. 26% .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $F(x) = 3x^2 + 1, x \in \mathbb{R}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

a) Nếu hàm số $G(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $G(0) = 2$ thì $G(x) = F(x) - 1, x \in \mathbb{R}$.

b) Nếu hàm số $H(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $H(1) = -2$ thì $H(x) = F(x) - 6, x \in \mathbb{R}$.

c) Nếu hàm số $K(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $K(-1) = 0$ thì $K(x) = F(x) - 4, x \in \mathbb{R}$.

d) Nếu hàm số $M(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $M(2) = 4$ thì $M(x) = F(x) - 1, x \in \mathbb{R}$.

Câu 2. Biết rằng $\int_{-3}^{-1} f(x) dx = 5$ và $\int_2^{-1} f(x) dx = 1$.

a) $\int_{-3}^{-1} 2f(x) dx = 10$.

b) $\int_{-1}^2 f(x) dx = 1$.

c) $\int_{-3}^2 f(x) dx = 4$.

d) $\int_{-3}^2 [f(x) + 2x] dx = 9$.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(-2; 2; 1), B(3; 4; 1)$.

a) Đường thẳng AB có vector chỉ phương là $\vec{AB} = (5; 2; 0)$

b) Đường thẳng AB có vector pháp tuyến là $\vec{n}_{AB} = (2; -5; 0)$

c) Phương trình tham số của đường thẳng AB là
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 4 - 5t \\ z = 1 \end{cases}$$

d) Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm C(3;-3;5) và song song với đường thẳng AB

là:
$$\begin{cases} x = 3 + 10t \\ y = -3 + 4t \\ z = 5 \end{cases}$$

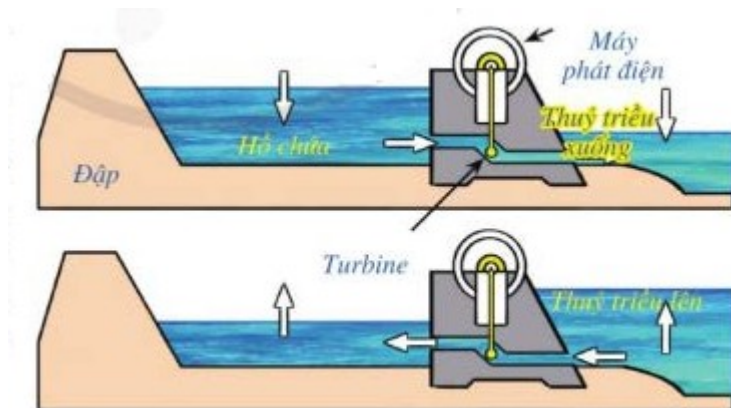
Câu 4. Trong một hộp có 18 quả bóng bàn loại I và 2 quả bóng bàn loại II, các quả bóng bàn có hình dạng và kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng bàn (lấy không hoàn lại) trong hộp.

- a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{10}$.
- b) Xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II, là $\frac{1}{19}$.
- c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{190}$.
- d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại I là $\frac{189}{190}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

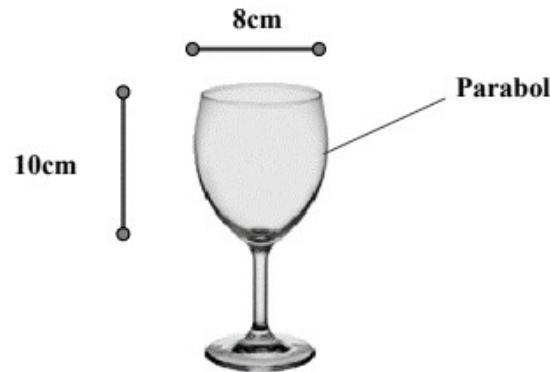
Câu 1. Mức nước trong hồ chứa của nhà máy điện thủy triều thay đổi trong suốt một ngày do nước chảy ra khi thủy triều xuống và nước chảy vào khi thủy triều lên (như hình vẽ). Tốc độ thay đổi

của mực nước được xác định bởi hàm số
$$h'(t) = \frac{1}{90}(t^2 - 17t + 60)$$
, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 24$), $h'(t)$ tính bằng mét/giờ. Tại thời điểm $t=0$, mực nước trong hồ chứa cao $8m$. Mực nước trong hồ cao nhất và thấp nhất bao nhiêu?

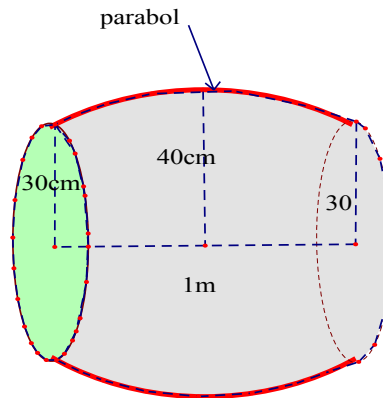


Câu 2. Sau khi được bắn lên từ mặt đất theo phương thẳng đứng, một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 30 - 5t$ (m/s) với t là thời gian (giây), $0 \leq t \leq 12$. Tính quãng đường vật đi được trong 7 giây đầu.

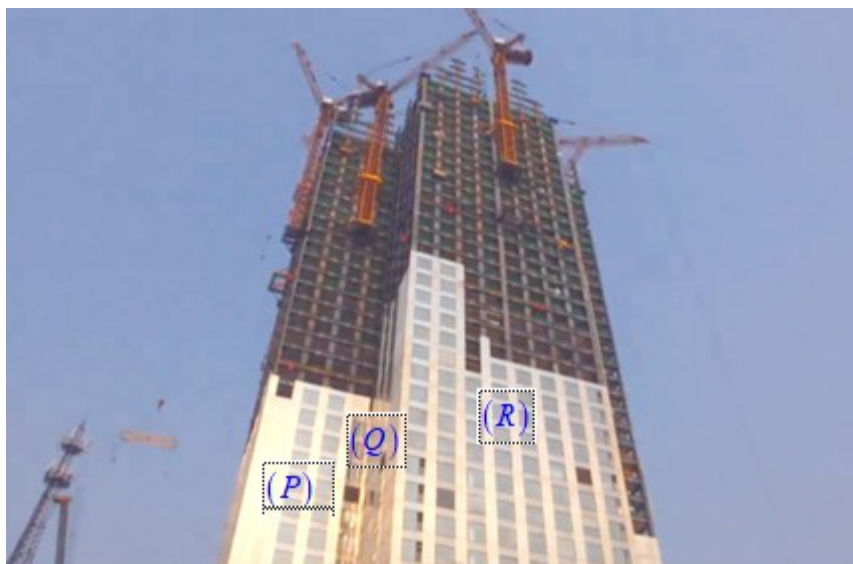
Câu 3. Một cốc rượu có hình dạng tròn xoay và kích thước như hình vẽ, thiết diện dọc của cốc (bỏ dọc cốc thành 2 phần bằng nhau) là một đường Parabol. Tính thể tích tối đa mà cốc có thể chứa được (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 4. Một cái trống trường có bán kính các đáy là 30 cm, thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy có diện tích là 1600π (cm^2), chiều dài của trống là $1m$. Biết rằng mặt phẳng chứa trục cắt mặt xung quanh của trống là các đường Parabol. Hỏi thể tích của cái trống là bao nhiêu với đơn vị tính là dm^3 ? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Câu 5. Một công trình đang xây dựng được gán hệ trục $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Ba bức tường $(P), (Q), (R)$ (như hình vẽ) của tòa nhà lần lượt có phương trình: $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$, $(Q): 2x + y + 2z - 3 = 0$, $(R): 2x + 4y - 4z - 19 = 0$.



Tính khoảng giữa hai bức tường (P) và (R) của tòa nhà.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$. Gọi D là điểm đối xứng với gốc tọa độ O qua trọng tâm G của tam giác ABC . Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Tính R .

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x - 2024$ là

- A. $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} + C$ B. $\frac{1}{9}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} - 2024x + C$
- C. $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} - 2024x + C$ D. $\frac{1}{9}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{x^2}{2} - 2024x + C$

Lời giải

Chọn C.

$$\int \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x - 2024 \right) dx = \frac{1}{3} \cdot \frac{x^4}{4} - 2 \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2024x + C = \frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2024x + C.$$

Câu 2. Tích phân $\int_1^3 x^2 dx$ bằng

A. $\frac{26}{3}$.

B. 26.

C. 7.

D. 9.

Câu 3. Biết rằng $\int_{-1}^2 f(x) dx = 9$. Giá trị của $\int_{-1}^2 3f(x) dx$ bằng

A. 3.

B. 27.

C. 12.

D. 18.

Câu 4. Tích phân $\int_1^3 x(x+1)^2 dx$ bằng

A. $\frac{38}{3}$.

B. $\frac{56}{3}$.

C. $\frac{124}{9}$.

D. $\frac{124}{3}$.

Câu 5. Công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$, xung quanh trục Ox .

A. $V = \int_a^b f(x) dx$

B. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

C. $V = \int_a^b f^2(x) dx$

D. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$

Lời giải:

Chọn B

$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

Câu 6. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 5x - 10$, trục Ox và các đường thẳng $x = 6, x = 11$.

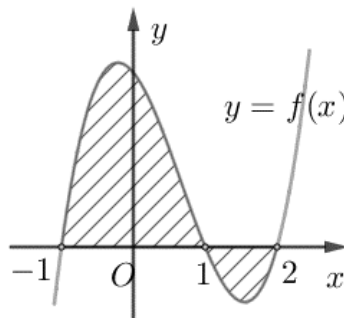
- A. 200. B. 210. C. $\frac{325}{2}$. D. $\frac{405}{2}$.

Lời giải:

Chọn C

Diện tích hình phẳng xác định bởi: $\int_6^{11} |5x - 10| dx = \frac{325}{2}$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -1, x = 2$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$. B. $S = - \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.
 C. $S = - \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$. D. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

Lời giải:

Chọn D

$$S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$$

Câu 8. Trong không gian Oxyz, vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P): $x + 3y - 4z + 5 = 0$?

- A. $\vec{n}_1 = (3; 4; 5)$. B. $\vec{n}_2 = (1; 3; -4)$. C. $\vec{n}_3 = (1; 3; 4)$. D. $\vec{n}_4 = (3; -4; 5)$.

Hướng dẫn: Chọn B.

$$d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng có một vectơ chỉ phương là:

- A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$ B. $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$ C. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$ D. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$

Hướng dẫn: Chọn C.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -3; 2)$ và đi qua $A(5; -1; 4)$ có phương trình:

A. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{24}$

B. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = \sqrt{24}$

C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 24$

D. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 24$

Đáp án: **Chọn D**

Lời giải

Tâm $I(1; -3; 2)$

Bán kính $R = IA = \sqrt{16+4+4} = \sqrt{24}$

Vậy phương trình mặt cầu (S) : $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 24$

Câu 11. Một mảnh đất chia thành 2 khu vườn: Khu A có 300 cây ăn quả, khu B có 400 cây ăn quả. Trong đó, số cây cam ở khu A và khu B lần lượt là 200 cây và 250 cây. Chọn ngẫu nhiên 1 cây trong mảnh đất. Xác suất cây được chọn là cây cam, biết rằng cây đó ở khu B, là:

A. $\frac{5}{14}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{5}{8}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Đáp án: **Chọn C**

Xét các biến cố:

M : "Cây được chọn là cây cam"; N : "Cây được chọn ở khu B".

Ta có: $P(M|N) = \frac{n(M \cap N)}{n(N)} = \frac{250}{400} = \frac{5}{8}$ Vậy xác suất cây được chọn là cây cam, biết rằng cây đó ở khu B, là $\frac{5}{8}$.

Câu 12. Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh H nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh H thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu %?

A. 15% . B. 29% . C. 31% . D. 26% .

Lời giải

Chọn D.

Gọi A là biến cố "người nghiện thuốc lá", suy ra $\bar{A}$ là biến cố "người không nghiện thuốc lá"

Gọi B là biến cố “người bị bệnh phổi”

Để người mà ta gặp bị bệnh phổi thì người đó nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá

Ta cần tính $P(B)$

Với
$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$$

Ta có

$$P(A) = 0,2$$

$$P(B|A) = 0,7$$

$$P(\bar{A}) = 0,8$$

$$P(B|\bar{A}) = 0,15$$

Vậy
$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2.0,7 + 0,8.0,15 = 0,26$$

Do đó, tỉ lệ người mắc bệnh phổi của tỉnh Khánh Hòa là 26%

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

$$F(x) = 3x^2 + 1, x \in \mathbb{R}$$

$$f(x).$$

Câu 1. Cho hàm số $F(x) = 3x^2 + 1, x \in \mathbb{R}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

a) Nếu hàm số $G(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $G(0) = 2$ thì $G(x) = F(x) - 1, x \in \mathbb{R}$.

b) Nếu hàm số $H(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $H(1) = -2$ thì $H(x) = F(x) - 6, x \in \mathbb{R}$.

c) Nếu hàm số $K(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $K(-1) = 0$ thì $K(x) = F(x) - 4, x \in \mathbb{R}$.

d) Nếu hàm số $M(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $M(2) = 4$ thì $M(x) = F(x) - 1, x \in \mathbb{R}$.

Giải

Vì $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ nên $G(x) = F(x) + C$, với C là một hằng số. Mà $G(0) = 2$ nên $G(0) = F(0) + C \Leftrightarrow 2 = 1 + C \Leftrightarrow C = 1$.
nên ta có

$$G(x) = F(x) + 1, x \in \mathbb{R}.$$

Vậy

$$H(x) = F(x) - 3, K(x) = F(x) + 1, M(x) = F(x) - 1, x \in \mathbb{R}.$$

Tương tự, ta cũng có

Đáp án: a) S, b) Đ, c) Đ, d) S.

Câu 2. Biết rằng $\int_{-3}^{-1} f(x)dx = 5$ và $\int_2^{-1} f(x)dx = 1$.

a) $\int_{-3}^{-1} 2f(x)dx = 10$

b) $\int_{-1}^2 f(x)dx = 1$

c) $\int_{-3}^2 f(x)dx = 4$

d) $\int_{-3}^2 [f(x) + 2x]dx = 9$

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(-2; 2; 1), B(3; 4; 1)$.

a) Đường thẳng AB có vector chỉ phương là $\vec{AB} = (5; 2; 0)$

b) Đường thẳng AB có vector pháp tuyến là $\vec{n}_{AB} = (2; -5; 0)$

c) Phương trình tham số của đường thẳng AB là
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 4 - 5t \\ z = 1 \end{cases}$$

d) Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm C(3; -3; 5) và song song với đường thẳng AB

là:
$$\begin{cases} x = 3 + 10t \\ y = -3 + 4t \\ z = 5 \end{cases}$$

a)	Đúng
b)	Đúng
c)	Sai
d)	Đúng

Câu 4. Trong một hộp có 18 quả bóng bàn loại I và 2 quả bóng bàn loại II, các quả bóng bàn có hình dạng và kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng bàn (lấy không hoàn lại) trong hộp.

- a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{10}$.
- b) Xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II, là $\frac{1}{19}$.
- c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{190}$.
- d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại I là $\frac{189}{190}$.

Lời giải

Đáp án: a) S, b) Đ, c) S, d) Đ.

Xét các biến cố:

A : "Lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II";

B : "Lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II".

Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là: $P(A) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.

Sau khi lấy 1 quả bóng bàn loại II thì chỉ còn 1 quả bóng bàn loại II trong hộp. Suy ra xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II, là $P(B|A) = \frac{1}{19}$.

Khi đó, xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là:

$$P(C) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{19} = \frac{1}{190}.$$

Vậy để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại I là:

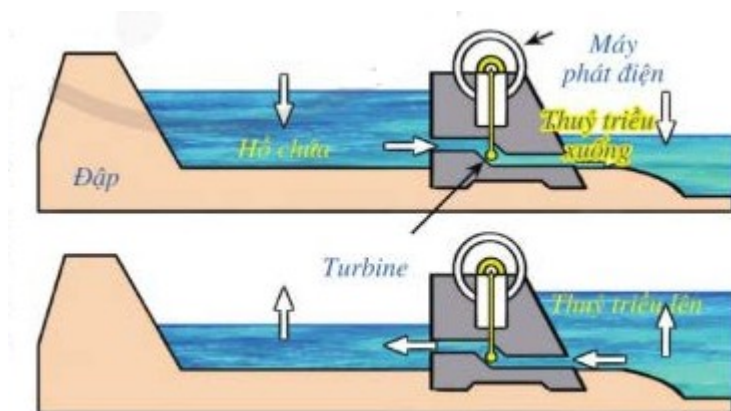
$$P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{1}{190} = \frac{189}{190}.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Mức nước trong hồ chứa của nhà máy điện thủy triều thay đổi trong suốt một ngày do nước chảy ra khi thủy triều xuống và nước chảy vào khi thủy triều lên (như hình vẽ). Tốc độ thay đổi

của mực nước được xác định bởi hàm số $h'(t) = \frac{1}{90}(t^2 - 17t + 60)$, trong đó t tính bằng giờ

$(0 \leq t \leq 24)$, $h'(t)$ tính bằng mét/giờ. Tại thời điểm $t=0$, mực nước trong hồ chứa cao $8m$. Mực nước trong hồ cao nhất và thấp nhất bao nhiêu?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án:

Ta có

$$h'(t) = \frac{1}{90}(t^2 - 17t + 60)$$

$$\Rightarrow h(t) = \frac{1}{90} \int (t^2 - 17t + 60) dt = \frac{1}{90} \left(\frac{1}{3}t^3 - \frac{17}{2}t^2 + 60t \right) + C$$

$$\Rightarrow h(t) = \frac{1}{90} \left(\frac{1}{3}t^3 - \frac{17}{2}t^2 + 60t \right) + C$$

Tại thời điểm $t=0$, mực nước trong hồ chứa cao $8m$ nên $h(0)=8 \Rightarrow C=8$

$$\Rightarrow h(t) = \frac{1}{90} \left(\frac{1}{3}t^3 - \frac{17}{2}t^2 + 60t \right) + 8 \quad (0 \leq t \leq 24)$$

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow t^2 - 17t + 60 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=5 \\ t=12 \end{cases}$$

Ta có:

Lập bảng biến thiên:

t	0	5	12	24	
$h'(t)$	+	0	-	0	+
$h(t)$	8 $\nearrow$ $\frac{1019}{108}$ $\nwarrow$ $\frac{44}{5}$ $\nearrow$ $\frac{104}{5}$				

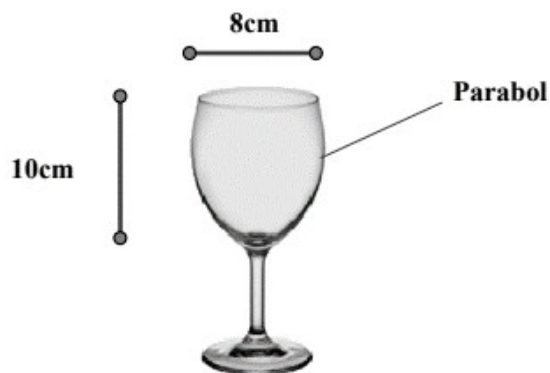
Mức nước trong hồ cao nhất : $\frac{104}{5} = 20,8m$

Mức nước trong hồ thấp nhất $8m$

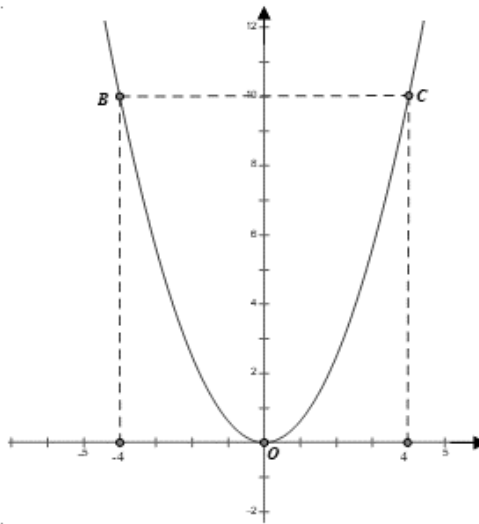
Câu 2. Sau khi được bắn lên từ mặt đất theo phương thẳng đứng, một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 30 - 5t$ (m/s) với t là thời gian (giây), $0 \leq t \leq 12$. Tính quãng đường vật đi được trong 7 giây đầu.

Đáp số: 92,5 mét.

Câu 3. Một cốc rượu có hình dạng tròn xoay và kích thước như hình vẽ, thiết diện dọc của cốc (bỏ dọc cốc thành 2 phần bằng nhau) là một đường Parabol. Tính thể tích tối đa mà cốc có thể chứa được (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

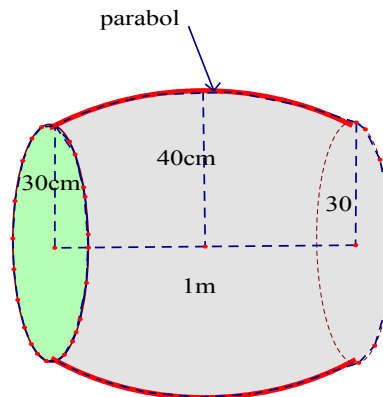


Parabol có phương trình $y = \frac{5}{8}x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{8}{5}y$
 Thể tích tối đa cốc:

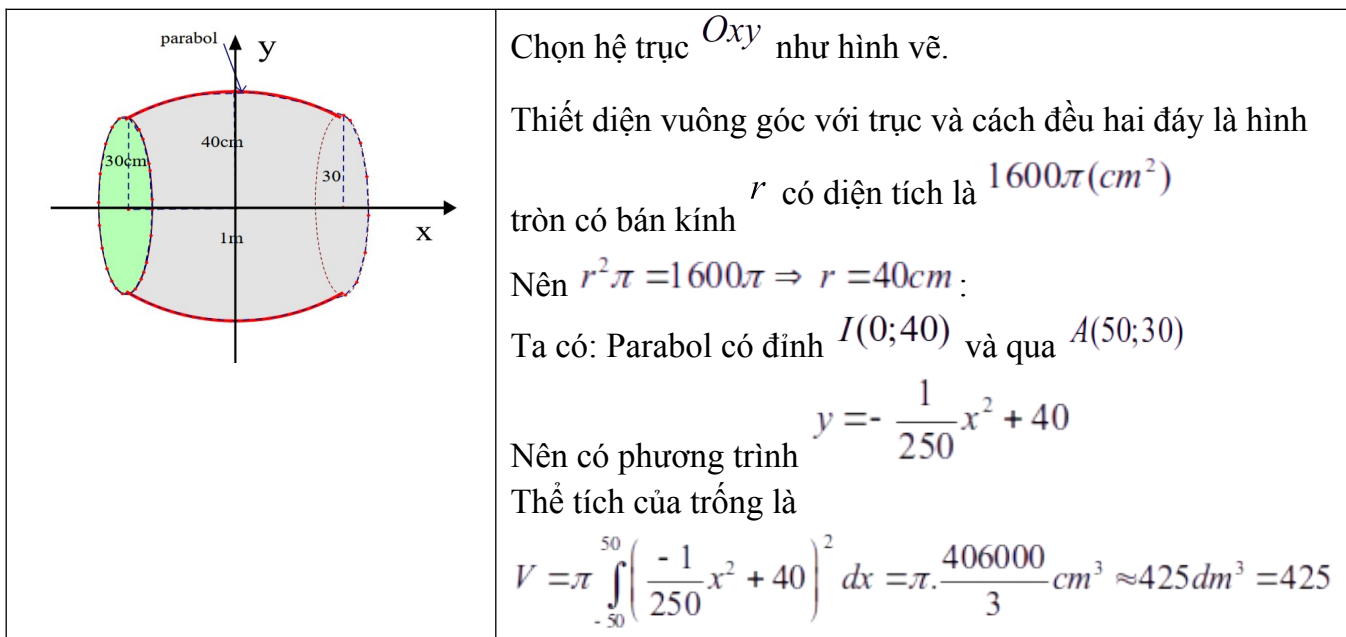
$$V = \pi \int_0^{10} \left(\frac{8}{5}y \right) dy \approx 251$$

Đáp số: 251

Câu 4. Một cái trống trường có bán kính các đáy là 30 cm , thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy có diện tích là $1600\pi(\text{cm}^2)$, chiều dài của trống là 1 m . Biết rằng mặt phẳng chứa trục cắt mặt xung quanh của trống là các đường Parabol. Hỏi thể tích của cái trống là bao nhiêu với đơn vị tính là dm^3 ? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Lời giải



Đáp số: 425 .

Câu 5. Một công trình đang xây dựng được gán hệ trục $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Ba bức tường $(P), (Q), (R)$ (như hình vẽ) của tòa nhà lần lượt có phương trình: $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$, $(Q): 2x + y + 2z - 3 = 0$, $(R): 2x + 4y - 4z - 19 = 0$.



Tính khoảng giữa hai bức tường (P) và (R) của tòa nhà.

Lời giải

Chọn điểm $M(-1; 0; 0) \in (P)$

Do hai bức tường (P) và (R) song song nhau nên:

$$d((P), (R)) = d(M, (R)) = \frac{|2 \cdot (-1) + 4 \cdot 0 - 4 \cdot 0 - 19|}{\sqrt{4 + 16 + 16}} = \frac{21}{6} = 3,5m$$

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$. Gọi D là điểm đối xứng với gốc tọa độ O qua trọng tâm G của tam giác ABC . Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Tính R .

Đáp số $\sqrt{3}$

Lời giải

Ta có G là trọng tâm của tam giác $ABC \Rightarrow G\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$

D đối xứng với O qua G nên G là trung điểm $OD \Rightarrow D\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

ABC là tam giác đều cạnh bằng $2\sqrt{2}$, có trọng tâm G cũng là trực tâm

Dễ thấy $OG \perp (ABC)$

Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ thì

$$AI = BI = CI \Rightarrow a = b = c \Rightarrow I(a;a;a)$$

$$\text{Lại có } AI = DI \Leftrightarrow 3\left(a - \frac{4}{3}\right)^2 = (a - 2)^2 + a^2 + a^2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{3} \Rightarrow I\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là $R = AI = \sqrt{3}$.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>