

CHỦ ĐỀ 2

ỨNG DỤNG GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT VÀO GIẢI TOÁN THỰC TẾ

DẠNG 1

CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN HÌNH HỌC

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong số các hình chữ nhật có cùng chu vi 16 cm, hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng:

- A. 64 cm^2 . B. 4 cm^2 . C. 16 cm^2 . D. 8 cm^2 .

Câu 2. Trong tất cả các hình chữ nhật có cùng diện tích 48 cm^2 , hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất bằng:

- A. $16\sqrt{3} \text{ cm}$ B. $4\sqrt{3} \text{ cm}$ C. 24 cm D. $8\sqrt{3} \text{ cm}$

Câu 3. Tam giác vuông có diện tích lớn nhất là bao nhiêu nếu tổng của một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng hằng số a ($a > 0$)?

- A. $\frac{a^2}{6\sqrt{3}}$ B. $\frac{a^2}{9}$ C. $\frac{2a^2}{9}$ D. $\frac{a^2}{3\sqrt{3}}$

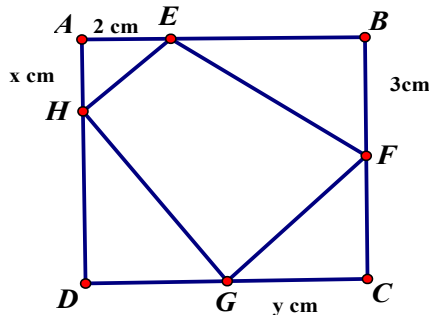
Câu 4. Cho $\triangle ABC$ đều cạnh a . Người ta dựng một hình chữ nhật $MNPQ$ có cạnh MN nằm trên BC , hai đỉnh P, Q theo thứ tự nằm trên hai cạnh AC và AB của tam giác. Xác định vị trí của điểm M sao cho hình chữ nhật có diện tích lớn nhất?

- A. $BM = \frac{2a}{3}$ B. $BM = \frac{3a}{4}$ C. $BM = \frac{a}{3}$ D. $BM = \frac{a}{4}$

Câu 5. Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính 10cm , biết một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc trên đường kính của đường tròn.

- A. 80cm^2 B. 100cm^2 C. 160cm^2 D. 200cm^2

Câu 6. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 6 cm. Người ta muốn cắt một hình thang như hình vẽ.



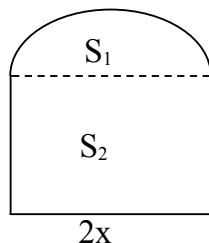
Tìm tổng $x + y$ để diện tích hình thang EFGH đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. 7 B. 5 C. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ D. $4\sqrt{2}$

Câu 7. Từ một bờ tường có sẵn, người ta muốn rào quanh một khu đất với một số vật liệu cho trước là 100 m thẳng hàng rào. Vậy làm thế nào để rào khu đất ấy theo hình chữ nhật sao cho có diện tích lớn nhất. Khi đó: chiều dài và chiều rộng hình chữ nhật là

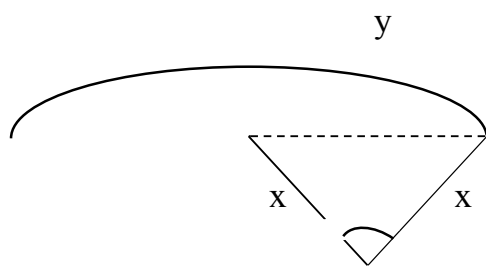
- A.** 50 và 25 **B.** 35 và 35 **C.** 75 và 25 **D.** 50 và 50

Câu 8. Cần phải làm cái cửa sổ mà, phía trên là hình bán nguyệt, phía dưới là hình chữ nhật, có chu vi là $a(m)$ (a chính là chu vi hình bán nguyệt cộng với chu vi hình chữ nhật trừ đi độ dài cạnh hình chữ nhật là dây cung của hình bán nguyệt). Hãy xác định các kích thước của nó để diện tích cửa sổ là lớn nhất?



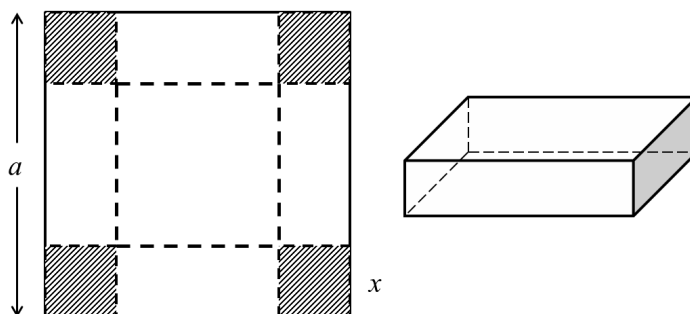
- A.** chiều rộng bằng $\frac{2a}{4 + \pi}$, chiều cao bằng $\frac{a}{4 + \pi}$
B. chiều rộng bằng $\frac{a}{4 + \pi}$, chiều cao bằng $\frac{2a}{4 + \pi}$
C. chiều rộng bằng $a(4 + \pi)$, chiều cao bằng $2a(4 + \pi)$
D. Đáp án khác

Câu 9. Người ta muốn làm một cánh diều hình quạt sao cho với chu vi cho trước là a sao cho diện tích của hình quạt là cực đại. Dạng của quạt này phải như thế nào?



- A.** $x = \frac{a}{4}; y = \frac{a}{2}$ **B.** $x = \frac{a}{3}; y = \frac{a}{3}$ **C.** $x = \frac{a}{6}; y = \frac{2a}{3}$ **D.** Đáp án khác

Câu 10. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh a . Người ta cắt ở 4 góc 4 hình vuông bằng nhau, rồi gập tấm nhôm lại để được một cái hộp không nắp.



Tìm cạnh của hình vuông bị cắt sao cho thể tích của khối hộp là lớn nhất?

A. $\frac{5a}{6}$.

B. $\frac{a}{6}$.

C. $\frac{a}{12}$.

D. $\frac{a}{9}$.

Câu 11. Có một tấm nhôm hình vuông cạnh $12cm$. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(cm)$ rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hình hộp nhận được có thể tích lớn nhất.

A. $x=6$

B. $x=3$

C. $x=2$

D. $x=4$

Câu 12. Một sợi dây có chiều dài 28 m là được cắt thành hai đoạn để làm thành một hình vuông và một hình tròn. Tính chiều dài của đoạn dây làm thành hình vuông được cắt ra sao cho tổng diện của hình vuông và hình tròn là tối thiểu?

A. 14 .

B. $4 + \pi$.

C. $4 + \pi$.

D. $4 + \pi$

Câu 13. Một Bác nông dân cần xây dựng một hồ ga không có nắp dạng hình hộp chữ nhật có thể tích $3200cm^3$, tỉ số giữa chiều cao của hồ và chiều rộng của đáy bằng 2 . Hãy xác định diện tích của đáy hồ ga để khi xây tiết kiệm nguyên vật liệu nhất?

A. $1200cm^2$

B. $160cm^2$

C. $1600cm^2$

D. $120cm^2$

Câu 14. Người ta phải cưa một thân cây hình trụ có đường kính $1m$, chiều dài $8m$ để được một cây xà hình khối chữ nhật. Hỏi thể tích cực đại của khối gỗ sau khi cưa xong là bao nhiêu?

A. $V=2m^3$

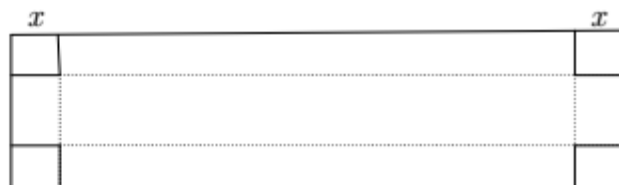
B. $V=4m^3$

C. $V=8m^3$

D. $V=16m^3$

Câu 15. Một tấm bìa cứng hình chữ nhật có kích thước $3m \times 8m$. Người ta cắt mỗi góc của tấm bìa một hình vuông có cạnh là x để tạo ra hình hộp chữ nhật không nắp.

Hình vẽ :



Với giá trị nào của x thì thể tích hình hộp chữ nhật đạt giá trị lớn nhất ?

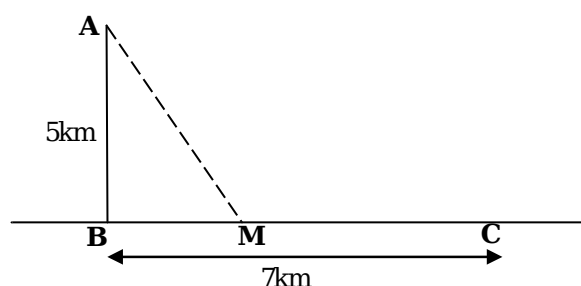
A. $x = \frac{1}{3}m$

B. $x = 1m$

C. $x = \frac{2}{3}m$

D. $x = \frac{4}{3}m$

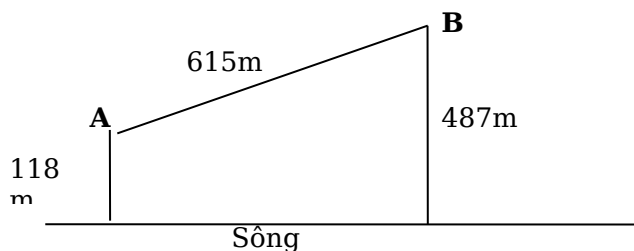
Câu 16. Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng AB 5km. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 7km. Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến điểm M trên bờ biển với vận tốc 4km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 6km/h (xem hình vẽ dưới đây).



Tính độ dài đoạn BM để người đó đến kho nhanh nhất.

- A. $\frac{\sqrt{74}}{4}$ B. $\frac{29}{12}$ C. $\sqrt{29}$ D. $2\sqrt{5}$

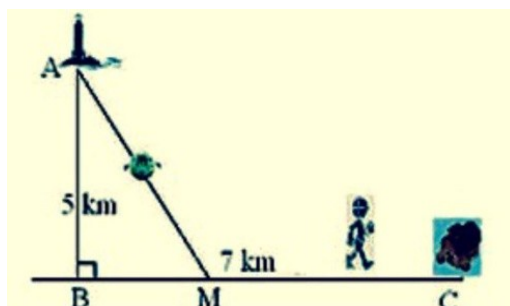
Câu 17. Cho hai vị trí A, B cách nhau 615m, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ.



Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là 118m và 487m. Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước và mang về B. Đoạn đường ngắn nhất mà người đó phải đi là:

- A. 569,5m B. 671,4m C. 779,8m D. 741,2m

Câu 18. Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A có khoảng cách đến bờ biển $AB = 5\text{km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng 7km (như hình vẽ).



Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến M trên bờ biển với vận tốc 4km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 6km/h . Vị trí của điểm M cách B một khoảng bao nhiêu để người đó đi đến kho nhanh nhất?

- A. 0km B. 7km C. $2\sqrt{5}\text{km}$ D. $\frac{14 + 5\sqrt{5}}{12}\text{km}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

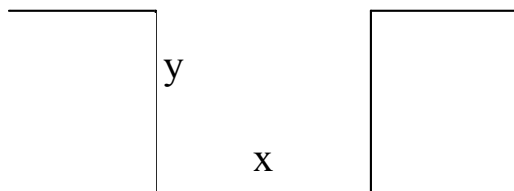
Câu 19. Cho hình chữ nhật có diện tích bằng $100(\text{cm}^2)$. Hỏi mỗi kích thước của nó bằng bao nhiêu để chu vi của nó nhỏ nhất?

Câu 20. Có một tấm gỗ hình vuông cạnh 200 cm. Cắt một tấm gỗ có hình tam giác vuông, có tổng của một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng hằng số 120cm từ tấm gỗ trên sao cho tấm gỗ hình tam giác vuông có diện tích lớn nhất. Hỏi cạnh huyền của tấm gỗ này là bao nhiêu?

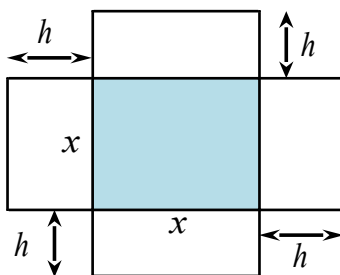
Câu 21. Người ta muốn rào quanh một khu đất với một số vật liệu cho trước là 180 mét thẳng hàng rào. Ở đó người ta tận dụng một bờ giậu có sẵn để làm một cạnh của hàng rào và rào thành mảnh đất hình chữ nhật. Hỏi mảnh đất hình chữ nhật được rào có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

Câu 22. Một lão nông chia đất cho con trai để người con canh tác riêng, biết người con sẽ được chọn miếng đất hình chữ nhật có chu vi bằng $800(m)$. Hỏi anh ta chọn mỗi kích thước của nó bằng bao nhiêu để diện tích canh tác lớn nhất?

Câu 23. Trong lĩnh vực thủy lợi, cần phải xây dựng nhiều mương dẫn nước dạng "Thủy động học" (Ký hiệu diện tích tiết diện ngang của mương là S , l là độ dài đường biên giới hạn của tiết diện này, l - đặc trưng cho khả năng thấm nước của mương; mương được gọi là có dạng thủy động học nếu với S xác định, l là nhỏ nhất). Cần xác định các kích thước của mương dẫn nước như thế nào để có dạng thủy động học? Nếu mương dẫn nước có tiết diện ngang là hình chữ nhật như hình vẽ sau:



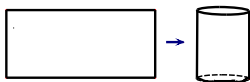
Câu 24. Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo mẫu như hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh x cm, chiều cao h cm và có thể tích 500 cm^3 .



Giá trị của x để diện tích của mảnh các tông nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

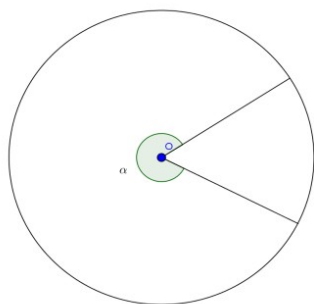
Câu 25. Trong các hình trụ nội tiếp hình cầu bán kính R , hình trụ có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

Câu 26. Bạn Hiền là một học sinh lớp 12, bố bạn là một thợ hàn. Bố bạn định làm một chiếc thùng hình trụ từ một mảnh tôn có chu vi 120 cm theo cách dưới đây:

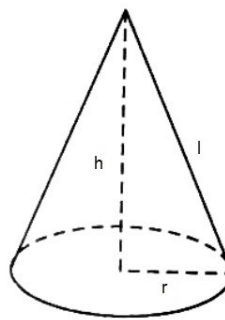


Bằng kiến thức đã học em giúp bố bạn Hiền chọn mảnh tôn để làm được chiếc thùng có thể tích lớn nhất, khi đó chiều dài, rộng của mảnh tôn lần lượt là bao nhiêu?

Câu 27. Cho một tấm tôn hình tròn có diện tích $4\pi \text{ dm}^2$. Người ta cắt thành một hình quạt có góc ở tâm là α ($0 < \alpha < 2\pi$) như Hình 1 để làm thành một cái gầu mức nước hình nón như Hình 2.



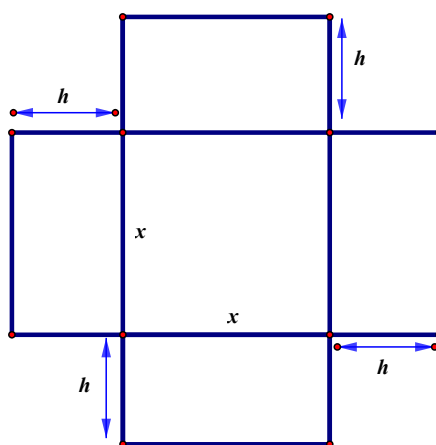
Hình 1



Hình 2

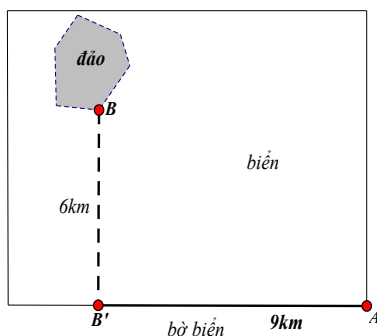
Thể tích lớn nhất của cái gầu là bao nhiêu?

Câu 28. Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông như hình bên dưới.



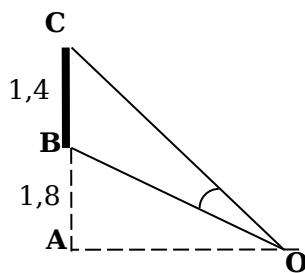
Hộp có đáy là một hình vuông cạnh x (cm), đường cao là h (cm) và có thể tích là 500 cm^3 . Tìm giá trị của x sao diện tích của mảnh các tông là nhỏ nhất.

Câu 29. Một công ty xây dựng muốn làm một đường ống dẫn từ một điểm A trên bờ đến một điểm B trên một hòn đảo (như hình vẽ).



Hòn đảo cách bờ biển 6km. Giá để xây đường ống trên bờ là 50.000USD mỗi km, và 130.000USD mỗi km để xây dưới nước. B' là điểm trên bờ biển sao cho BB' vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ A đến B' là 9km. Vị trí C trên đoạn AB' sao cho khi nối ống theo ACB thì số tiền ít nhất. Khi đó C cách A một đoạn bằng bao nhiêu?

Câu 30. Một màn ảnh hình chữ nhật cao 1,4m được đặt ở độ cao 1,8m so với tầm mắt (tính đầu mép dưới của màn hình như hình vẽ).



Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng cách màn ảnh sao cho góc nhìn lớn nhất. Hãy xác định vị trí đó.

DẠNG 2

CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN CHUYỂN ĐỘNG

- Nếu phương trình chuyển động của vật là $s = f(t)$ thì $v(t) = f'(t)$ là vận tốc tức thời của vật tại thời điểm t .
- Một vật chuyển động có phương trình $s = f(t)$ thì đạo hàm cấp hai (nếu có) là gia tốc tức thời của chuyển động. Ta có: $a(t) = f''(t)$.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 31. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S = 6t^2 - t^3$, vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm t (s) bằng

- A. 2 (s) B. 12 (s) C. 6 (s) D. 4 (s)

Câu 32. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. 243 (m/s) B. 27 (m/s) C. 144 (m/s) D. 36 (m/s)

Câu 33. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S(t) = 1 + 3t^2 - t^3$. Vận tốc của chuyển động đạt giá trị lớn nhất khi t bằng bao nhiêu

- A. $t = 2$. B. $t = 1$. C. $t = 3$. D. $t = 4$.

Câu 34. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + 9t$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và S (mét) là quãng đường vật chuyển động trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của chất điểm là bao nhiêu?

- A. 88(m/s). B. 25(m/s). C. 100(m/s). D. 11(m/s).

Câu 35. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S = -2t^3 + 18t^2 + 2t + 1$, trong đó t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Tính thời gian vận tốc chất điểm đạt giá trị lớn nhất.

- A. $t = 5s$ B. $t = 6s$ C. $t = 3s$ D. $t = 1s$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 36. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất vật đạt được bằng bao nhiêu?

Câu 37. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t) = -t^3 + 6t^2$ với t là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $s(t)$ là quãng đường đi được trong khoảng thời gian t . Tính thời điểm t tại đó vận tốc đạt giá trị lớn nhất.

Câu 38. Một vật chuyển động theo quy luật $s = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 9t$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

Câu 39. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t) = t^2 - \frac{1}{6}t^3$ (m). Tìm thời điểm t (giây) mà tại đó vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất.

Câu 40. Một chất điểm chuyển động trong 20 giây đầu tiên có phương trình $s(t) = \frac{1}{12}t^4 - t^3 + 6t^2 + 10t$, trong đó $t > 0$ với t tính bằng giây (s) và $s(t)$ tính bằng mét (m). Hỏi tại thời điểm gia tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất thì vận tốc của vật bằng bao nhiêu?

DẠNG 3
MỘT SỐ DẠNG KHÁC

- Nếu hàm số $T = f(t)$ biểu thị nhiệt độ T theo thời gian t thì $f'(t_0)$ biểu thị tốc độ thay đổi nhiệt độ theo thời gian tại thời điểm t_0 .
- Cường độ tức thời của điện lượng $Q = Q(t)$ tại thời điểm t_0 là: $I(t_0) = Q'(t_0)$.

Câu 41. Hai số có hiệu là 13, tích của chúng bé nhất khi hai số đó bằng

- A. 5; - 8. B. 1; - 12. C. $-\frac{13}{2}; \frac{13}{2}$. D. 6; - 7.

Câu 42. Công suất P (đơn vị W) của một mạch điện được cung cấp bởi một nguồn pin $12V$ được cho bởi công thức $P = 12I - 0,5I^2$ với I (đơn vị A) là cường độ dòng điện. Tìm công suất tối đa của mạch điện.

- A. 72. B. 12. C. $-\frac{1}{192}$. D. $\frac{23}{2}$.

Câu 43. Để giảm nhiệt độ trong phòng từ $28^{\circ}C$, một hệ thống làm mát được phép hoạt động trong 10 phút. Gọi T (đơn vị $^{\circ}C$) là nhiệt độ phòng ở phút thứ t được cho bởi công thức $T = -0,008t^3 - 0,16t + 28$ với $t \in [1; 10]$. Tìm nhiệt độ thấp nhất trong phòng đạt được trong thời gian 10 phút kể từ khi hệ thống làm mát bắt đầu hoạt động.

- A. $27,832^{\circ}C$. B. $18,4^{\circ}C$. C. $26,2^{\circ}C$. D. $25,312^{\circ}C$.

Câu 44. Một hợp tác xã nuôi cá thí nghiệm trong hồ. Người ta thấy rằng nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 480 - 20n$ (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều gam cá nhất?

- A. 12. B. 24. C. 6. D. 32.

Câu 45. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0.025x^2(30 - x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất bằng

- A. 100 mg. B. 20 mg. C. 30 mg. D. 0 mg.

Câu 46. Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt khoảng cách là 300 km. Vận tốc dòng nước là 6 km/h. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là v (km/h) thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$, trong đó c là hằng số và E tính bằng Jun. Vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng tiêu hao là ít nhất bằng

- A. 6 km/h. B. 8 km/h. C. 7 km/h. D. 9 km/h.

Câu 47. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3, t = 0, 1, 2, \dots, 25$. Nếu coi $f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0; 25]$ thì đạo hàm $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Xác định ngày mà tốc độ truyền bệnh là lớn nhất?

A. Ngày thứ 19.

B. Ngày thứ 5.

C. Ngày thứ 16.

D. Ngày thứ 15.