**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THẠCH THÀNH**

**ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN**

**NĂM HỌC 2022-2023**

**Câu 1. (4,0 điểm)** Tính giá trị các biểu thức sau :









**Câu 2. (4,0 điểm)**

1. Tìm hai số tự nhiên biết và 
2. Cho x,y là các số nguyên. Chứng minh rằng : Nếu thì 

**Câu 3. (4,0 điểm)**

1. Tìm x, biết :





1. Cho . So sánh A và B

**Câu 4. (4,0 điểm)** Cho n đường thẳng trong đó bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm

1. Biết rằng số giao điểm của các đường thẳng đó là . Tính n
2. Số giao điểm của các đường thẳng đó có thể là 2021 được không ? Vì sao ?

**Câu 5. (4,0 điểm)**

1. Tìm bộ ba số nguyên dương sao cho 
2. Cho . Chứng minh rằng 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (4,0 điểm) Tính giá trị các biểu thức sau :**

****

****

**(**vì 

****

****

**Câu 2. (4,0 điểm)**

1. **Tìm hai số tự nhiên biết và **

Vì nên ắt tồn tại các số tự nhiên khác 0, sao cho :

và 

Vì nên theo trên ta suy ra



Vì 

Trong các trường hợp thỏa mãn (2), (3) thì chỉ có trường hợp m=4, n=5 là thỏa mãn điều kiện (4)

Vậy với ta được các số phải tìm là 

1. **Cho x,y là các số nguyên. Chứng minh rằng : Nếu thì **

Ta có :



Do đó từ (\*) suy ra mà 

**Câu 3. (4,0 điểm)**

1. **Tìm x, biết :**

****

****

1. **Cho . So sánh A và B**

****

**Câu 4. (4,0 điểm) Cho n đường thẳng trong đó bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm**

1. **Biết rằng số giao điểm của các đường thẳng đó là . Tính n**

Với n đường thẳng trong đó có bất cứ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba dường thẳng nào đồng quy. Số giao điểm được xác định như sau :

Chọn 1 đường thẳng, đường thẳng này cắt đường thẳng còn lại tạo ra n – 1 giao điểm, làm như vậy với n đường thẳng ta được giao điểm . Nhưng mỗi giao điểm đã được tính hai lần, nên số giao điểm là giao điểm

Khi số giao điểm là , ta có : 

1. **Số giao điểm của các đường thẳng đó có thể là 2021 được không ? Vì sao ?**

Giả sử số giao điểm bằng 2021, áp dụng kết quả câu a ta có :



Ta có nên không tồn tại n thỏa mãn đề bài

**Câu 5. (4,0 điểm)**

1. **Tìm bộ ba số nguyên dương sao cho **

Không làm mất tính tổng quát, ta giả sử . Khi đó ta có mà a nguyên dương nên 

Nếu vì mà theo đề bài 



Vậy các số 



Vậy có 12 bộ số thỏa mãn là các hoán vị của hai bộ số 

1. **Cho . Chứng minh rằng **

