|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI HỌC SINH GIỎI NĂM HỌC 2021-2022**  **KHỐI LỚP 9**  **Môn : TOÁN**  *Thời gian làm bài : 150 phút* |

**Bài 1.** Giải các phương trình sau :

1. 
2. 
3. 

**Bài 2.**

1. Tìm và nguyên thỏa mãn : 
2. Cho Tính 

**Bài 3.**

Cho đường tròn , hai đường kính . Qua kẻ tiếp tuyến với đường tròn cắt và kéo dài lần lượt tại và F. Gọi lần lượt là trung điểm của .

1. Chứng minh 
2. Trực tâm của tam giác có là trung điểm của hay không
3. Tìm điều kiện đường kính và của để diện tích tam giác nhỏ nhất

**Bài 4.**

Diện tích của toàn bộ trang sách là S. Do yêu cầu kỹ thuật nên dòng đầu và dòng cuối đều phải lần lượt cách các mép trên và dưới trang sách là a. Lề bên trái và lề bên phải cũng phải lần lượt cách mép trái và mép phải là b. Hãy xác định tỷ số các kích thước của trang để sách cho diện tích phần in các chữ có giá trị lớn nhất.

**ĐÁP ÁN**

**Bài 1. Giải các phương trình sau :**

****

1. ****
2. ****

**Bài 2.**

1. **Tìm và nguyên thỏa mãn : **

Ta có :



Ta được 4 hệ phương trình

Vậy ta có các bộ nghiệm 

1. **Cho Tính **

Đặt thì và 

Áp dụng bất đẳng thức Cô – si :



Dấu bằng xảy ra khi 



**Bài 3.**

**Cho đường tròn , hai đường kính . Qua kẻ tiếp tuyến với đường tròn cắt và kéo dài lần lượt tại và F. Gọi lần lượt là trung điểm của .**

****

1. **Chứng minh **

Ta có chung 

1. **Trực tâm của tam giác có là trung điểm của hay không**

Gọi G là trung điểm của OB , gọi K là giao điểm của 

vuông tại A, đường cao 



Lại có là đường trung bình , mặt khác : 

Vậy trung điểm G của OB là trực tâm 

1. **Tìm điều kiện đường kính và của để diện tích tam giác nhỏ nhất**

Ta có : 

Đẳng thức xảy ra khi vuông cân tại A nên 

Vậy 

**Bài 4.**

**Diện tích của toàn bộ trang sách là S. Do yêu cầu kỹ thuật nên dòng đầu và dòng cuối đều phải lần lượt cách các mép trên và dưới trang sách là a. Lề bên trái và lề bên phải cũng phải lần lượt cách mép trái và mép phải là b. Hãy xác định tỷ số các kích thước của trang để sách cho diện tích phần in các chữ có giá trị lớn nhất.**

Diện tích trang sách là 

Diện tích in là 

Vì 

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi 

