MỤC LỤC

## ▶BÀI ❶. SỰ BIẾN THIÊN VÀ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

### Ⓐ. Tóm tắt kiến thức

### ❶. TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ.

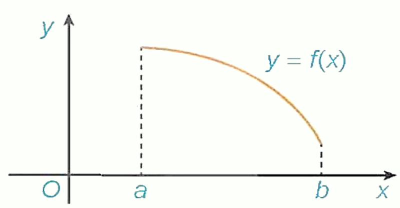
#### a) Khái niệm tính đơn điệu của hàm số.

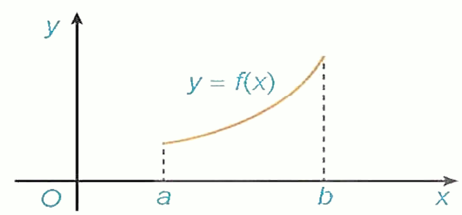
Giả sử $K$ là một khoảng, một đoạn hoặc một nửa khoảng và $y=f(x)$ là hàm số xác định trên $K$.

- Hàm số $y=f(x)$ được gọi là đồng biến trên $K$ nếu $\forall x_1,x_2\in K, x_1<x_2 \Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$.
- Hàm số $y=f(x)$ được gọi là nghịch biến trên $K$ nếu $\forall x_1,x_2\in K, x_1<x_2 \Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$.

**Chú ý**

- Nếu hàm số đồng biến trên $K$ thì đồ thị của hàm số đi lên từ trái sang phải
- Nếu hàm số nghịch biến trên $K$ thì đồ thị của hàm số đi xuống từ trái sang phải




a) Hàm số nghịch biến trên $(a;b)$. b) Hàm số đồng biến trên (a; b).

- Hàm số đồng biến hay nghịch biến trên $K$ còn được gọi chung là đơn điệu trên K. Việc tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số còn được gọi là tìm các khoảng đơn điệu (hay xét tính đơn điệu) của hàm số.
- Khi xét tính đơn điệu của hàm số mà không chỉ rõ tập $K$ thì ta hiểu là xét trên tập xác định của hàm số đó.

**Định lí.**

- Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $K$.
  - Nếu $f'(x)>0$ với mọi $x\in K$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $K$.
  - Nếu $f'(x)<0$ với mọi $x\in K$ thì hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $K$.

**Chú ý.**

- Định lí trên vẫn đúng trong trường hợp $f'(x)$ bằng 0 tại một số hữu hạn điểm trong khoảng $K$.
- Người ta chứng minh được rằng, nếu $f'(x)=0$ với mọi $x\in K$ thì hàm số $f(x)$ không đổi trên khoảng $K$.

### b) Sử dụng bảng biến thiên xét tính đơn điệu của hàm số:

- Các bước để xét tính đơn điệu của hàm số $y=f(x)$ :

①. Tìm tập xác định của hàm số.

②. Tính đạo hàm $f'(x)$. Tìm các điểm $x_i(i=1,2,\ldots)$ mà tại đó đạo hàm bằng 0 hoặc không tồn tại.

③. Sắp xếp các điểm $x_i$ theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên của hàm số.

④. Nêu kết luận về khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

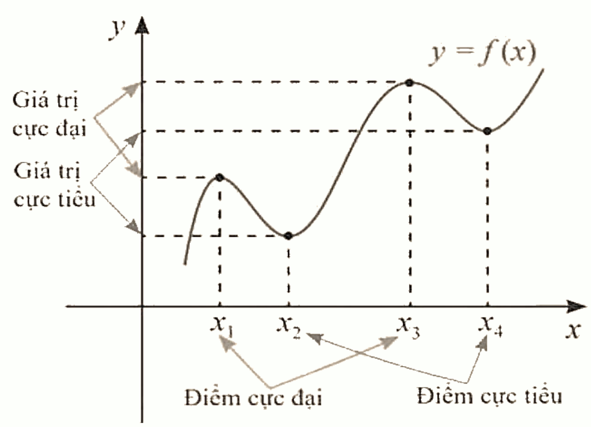
## ❷. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ.

### a) Khái niệm cực trị của hàm số:

- Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(a;b)$ ( $a$ có thể là $-\infty, b$ có thể là $+\infty$ ) và điểm $x_0 \in (a;b)$.

  - Nếu tồn tại số $h>0$ sao cho $f(x)<f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0-h;x_0+h) \subset (a;b)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0$.
  - Nếu tồn tại số $h>0$ sao cho $f(x)>f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0-h;x_0+h) \subset (a;b)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x_0$.

- **Chú ý**




  - Nếu hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x_0$ thì $x_0$ được gọi là điểm cực đại của hàm số $f(x)$. Khi đó, $f(x_0)$ được gọi là giá trị cực đại của hàm số $f(x)$ và kí hiệu là $f_{C\theta}$ hay $y_{C\ominus}$. Điểm $M_0(x_0;f(x_0))$ được gọi là điểm cực đại của đồ thị hàm số.
  - Nếu hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại $x_0$ thì $x_0$ được gọi là điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$. Khi đó, $f(x_0)$ được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ và kí hiệu là $f_{CT}$ hay $y_{CT}$.
  - Điểm $M_0(x_0;f(x_0))$ được gọi là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.
  - Các điểm cực đại và điểm cực tiểu được gọi chung là điểm cực trị. Giá trị

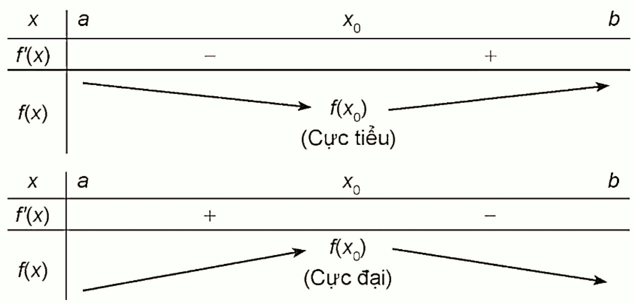
### b) Cách tìm cực trị của hàm số:

**Định lí.**

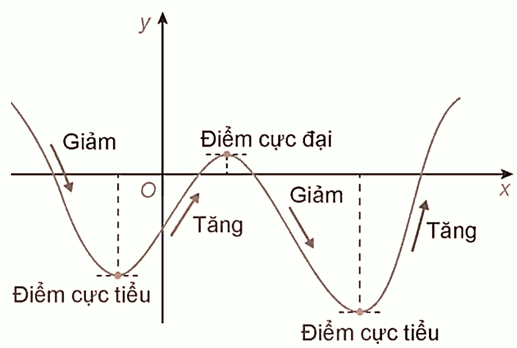
- Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(a;b)$ chứa điểm $x_0$ và có đạo hàm trên các khoảng $(a;x_0)$ và $(x_0;b)$. Khi đó:

a) Nếu $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (a;x_0)$ và $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (x_0;b)$ thì $x_0$ là một điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$.

b) Nếu $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a;x_0)$ và $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (x_0;b)$ thì $x_0$ là một điểm cực đại của hàm số $f(x)$.




**Chú ý:**

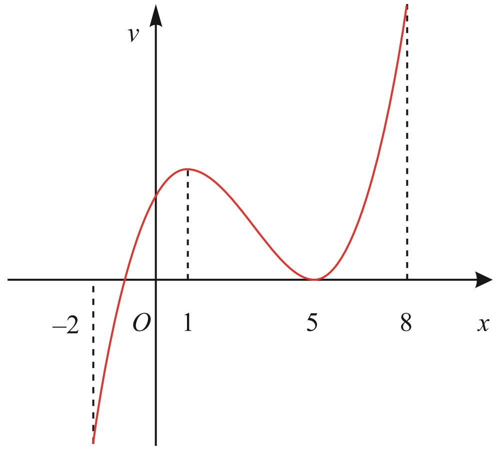



## Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản

### ◆Dạng ❶: Đọc đồ thị cho trước để tìm khoảng đơn điệu, cực trị

☞**Các ví dụ minh họa**

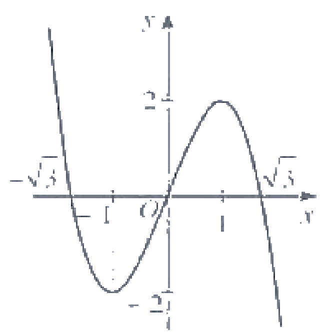
**Câu 1:** Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y = f(x)$ có đồ thị cho ở Hình vẽ bên dưới.




## Lời giải

Hàm số đồng biến trên các khoảng (−2; 1) và (5; 8), nghịch biến trên khoảng (1; 5).

**Câu 2:** Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)=-x^3+3x$ ở Hình 4, hãy chỉ ra các điểm cực trị của hàm số đó.




Hình 4

## Lời giải

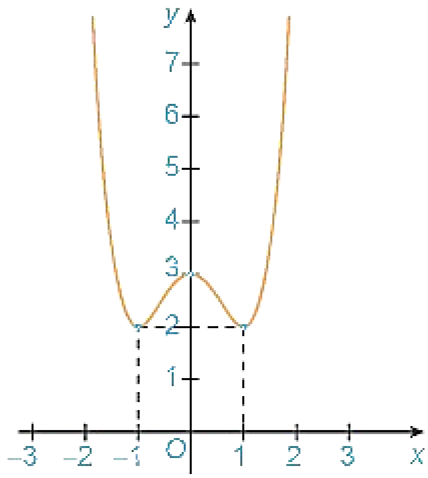
Xét khoảng $(-\sqrt{3};0)$ chưa điểm $x=-1$. Quan sát đồ thị của hàm số $y=f(x)=-x^3+3x$ ở Hình 4, ta thấy: $f(x)>f(-1)$ với mọi $x\in(-\sqrt{3};0)$ và $x\neq-1$.

Vậy $x=-1$ là điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$.

Xét khoảng $(0;\sqrt{3})$ chứa điểm $x=1$. Quan sát đồ thị của hàm số $y=f(x)=-x^3+3x$ ở Hình 4, ta thấy: $f(x)<f(1)$ với mọi $x\in(0;\sqrt{3})$ và $x\neq1$.

Vậy $x=1$ là điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$.

**Câu 3:** Hình 1.8 là đồ thị của hàm số $y=f(x)$. Hãy tìm các cực trị của hàm số.



*Hình 1.8*

## Lời giải

Từ đồ thị hàm số, ta có:

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$ và $y_{CT}=y(-1)=2$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và $y_{CE}=y(0)=3$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và $y_{CT}=y(1)=2$.

**Câu 4:** Xét hàm số $y=f(x)$ trên khoảng $(-1;4)$, ta có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-1$ | | $1$ | | $2$ | | $3$ | | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | ¦ | $-$ | $0$ | $+$ | ¦ | $+$ | |
| $f(x)$ | | ↘ | $-1$ | ↘ | $-5$ | ↗ | $-1$ | ↗ | |

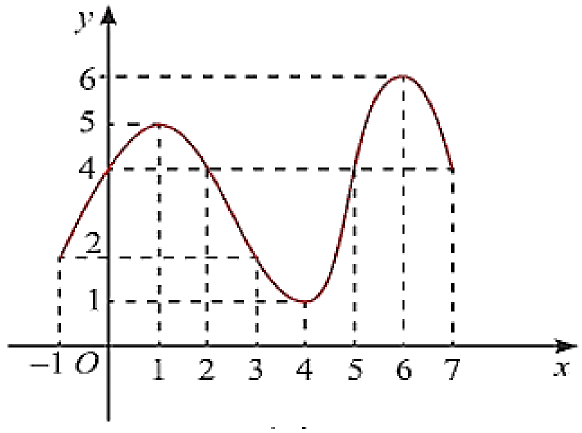
$x_0=2$ là điểm cực tiểu hay điểm cực đại của hàm số đã cho? Tìm giá trị cực trị tương ứng.

## Lời giải

Theo định nghĩa, ta có thể chọn $h=1$, ta có $x_0-h=1, x_0+h=3$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $f(x)>f(2), \forall x\in(1;3)\setminus\{2\}$, suy ra $x_0=2$ là điểm cực tiểu của hàm số, giá trị cực tiểu của hàm số là $f(2)=-5$.

**Câu 5:** Tìm cực trị của hàm số $y=f(x)$ có đồ thị được cho ở Hình vẽ.




Hình 7

## Lời giải

Hàm số $y = f(x)$ có:

$x = 1$ là điểm cực đại vì $f(x) < f(1)$ với mọi $x \in (0; 2) \setminus \{1\}$, $y_{cd} = f(1) = 5$;

$x = 6$ là điểm cực đại vì $f(x) < f(6)$ với mọi $x \in (5; 7) \setminus \{6\}$, $y_{cd} = f(6) = 6$;

$x = 4$ là điểm cực tiểu vì $f(x) > f(4)$ với mọi $x \in (3; 5) \setminus \{4\}$, $y_{ct} = f(4) = 1$.

### ◆Dạng ❷: Tìm khoảng đơn điệu và cực trị của hàm số được cho bởi công thức

### ☞Các ví dụ minh họa

**Câu 6:** Chứng minh rằng hàm số $g(x) = \dfrac{x}{x - 1}$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

## Lời giải

Hàm số xác định trên $(1; +\infty)$.

Ta có $g'(x) = -\dfrac{1}{(x-1)^2} < 0$ với mọi $x \in (1; +\infty)$.

Vậy $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

**Câu 7:** Tìm khoảng đơn điệu của hàm số $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 24x + 1$.

## Lời giải

Tập xác định: $D = R$. Ta có $f'(x) = 6x^2 - 18x - 24$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 4$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | $+\infty$ |

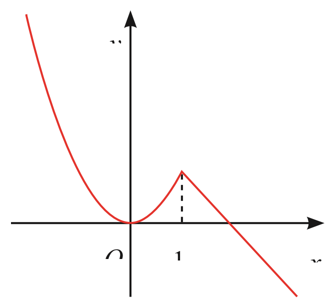
Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(4; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 4)$

**Câu 8:** Xét tính đơn điệu của các hàm số sau:

a) $f(x) = -x^3 + 3x^2$ b) $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$ c) $f(x) = x^3$

d) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 9x$ e) $f(x) = \dfrac{1}{x}$ f) $f(x) = \dfrac{x^2 + x + 4}{x + 1}$

**Câu 9:** Đồ thị của hàm số $y = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \le 1 \\ 2 - x & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ được cho ở hình bên.



a) Tìm điểm cực đại và điểm cực tiểu của hàm số.

b) Tại $x = 1$, hàm số có đạo hàm không?

c) Thay mỗi dấu ? bằng kí hiệu (+, –) thích hợp để hoàn thành bảng biến thiên dưới đây. Nhận xét về dấu của $y'$ khi $x$ đi qua điểm cực đại và điểm cực tiểu.

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | ? | $0$ | ? | $\|$ | ? | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $1$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

**Câu 10:** Tìm cực trị của hàm số $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 24x + 1$.

## Lời giải

Tập xác định: $D = R$. Ta có $f'(x) = 6x^2 - 18x - 24$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 4$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $14$ | $\searrow$ | $-111$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=-1$, $y_{cd}=f(-1)=14$; hàm số đạt cực tiểu tại $x=4$, $y_{ct}=f(4)=-111$.

**Câu 11:** Tìm cực trị của hàm số $f(x)=x^3-3x^2+3x-4$.

**Lời giải**

Tập xác định: $D=R$.

Ta có $f'(x)=3x^2-6x+3$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | | $\nearrow$ | | $+\infty$ |

Vậy hàm số không có cực trị.

**Câu 12:** Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y=\dfrac{x^2+4}{x}$.

**Lời giải**

Hàm số đã cho có tập xác định là $R \setminus \{0\}$.

Ta có: $y'=\dfrac{x^2-4}{x^2}$ vơi $x\neq 0$;

$y'=0 \Leftrightarrow x^2-4=0 \Leftrightarrow x=-2$ hoặc $x=2$.

Bảng biến thiên của hàm số như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | \|\| | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $-4$ | ↘ | $-\infty$ \|\| $+\infty$ | ↘ | $4$ | ↗ | $+\infty$ |

Vậy hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$; nghịch biến trên mỗi khoảng $(-2;0)$ và $(0;2)$.

## ◆Dạng ❸: Ứng dụng

### ☞Các ví dụ minh họa

**Câu 13:** Một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ độ cao $2\ m$ với vận tốc ban đầu là $24,5\ m/s$.

Trong Vật lí, ta biết rằng khi bỏ qua sức cản của không khí thì độ cao $h$ (mét) của vật sau t (giây) được cho bởi công thức: $h(t)=2+24,5t-4,9t^2$. Hỏi tại thời điểm nào thì vật đạt độ cao lớn nhất?

**Lời giải**

Xét hàm số: $h(t)=2+24,5t-4,9t^2$.
Tập xác định của hàm số là $R$.
Ta có: $h'(t)=-9,8t+24,5; h'(t)=0 \Leftrightarrow -9,8t+24,5=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{5}{2}$

Bảng biến thiên:

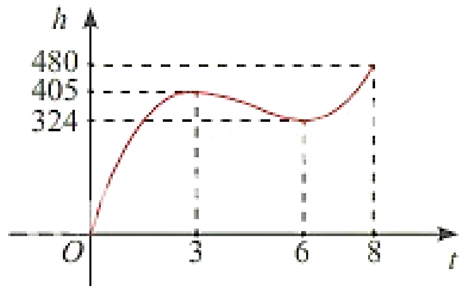
| t | $-\infty$ | | $\dfrac{5}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| h'(t) | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| h(t) | $-\infty$ | ↗ | $\dfrac{261}{8}$ | ↘ | $-\infty$ |

Từ bảng biến thiên ta có:
Hàm số đạt cực đại tại $t=\dfrac{5}{2}$,
Vậy thời điểm vật đạt độ cao lớn nhất là $t=\dfrac{5}{2}$ giây

**Câu 14:** Hãy trả lời câu hỏi trong Khởi động (trang 6 ) bằng cách xét dấu đạo hàm của hàm số

$h(t)=6t^3-81t^2+324t$ với $0\le t\le 8$

Trong 8 phút đầu kể từ khi xuất phát, độ cao $h$ (tính bằng mét) của khinh khí cầu vào thời điểm $t$ phút được cho bởi công thức $h(t)=6t^3-81t^2+324t$. Đồ thị của hàm số $h(t)$ được biểu diễn trong hình bên. Trong các khoảng thời gian nào khinh khí cầu tăng dần độ cao, giảm dần độ cao? Độ cao của khinh khí cầu vào các thời điểm 3 phút và 6 phút sau khi xuất phát có gì đặc biệt?




## Lời giải

$h(t)=6t^3-81t^2+324t$

Tập xác định: $D=R$

$h'(t)=18t^2-162t+324$

$h'(t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=3 \\ t=6 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

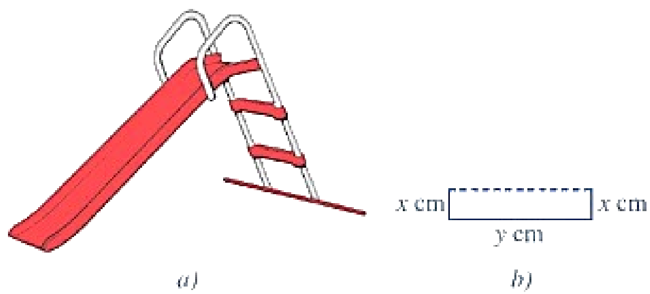
| x | 0 | | 3 | | 6 | | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f'(x) | | + | 0 | - | 0 | + | |
| f(x) | 0 | ↗ | 405 | ↘ | 324 | ↗ | 480 |

Trong thời gian từ lúc xuất phát đến thời điểm 3 phút, độ cao của khinh khí cầu tăng dần từ 0m lên 405m

Độ cao của khinh khí cầu tăng dần từ 0m lên 405m trong thời gian từ lúc xuất phát đến thời điểm 3 phút, từ 324m lên 480m trong thời gian từ 6 phút đến 8 phút

Độ cao của khinh khí cầu giảm dần từ 405m xuống 324m trong thời gian từ 3 phút đến 6 phút

**Câu 15:** Máng trượt của một cầu trượt cho trẻ em (Hình $5a$ ) được uốn từ một tấm kim loại có bề rộng $80\ cm$, mặt cắt được mô tả ở Hình $5b$. Nhà thiết kế khuyến cáo, diện tích của mặt cắt càng lớn thì càng đảm bảo an toàn cho trẻ em.




*Hình 5*

a) Gọi $S$ là diện tích mặt cắt. Tìm điều kiện của $x$ và viết công thức tính $S$ theo $x$.

b) Với $x$ đạt giá trị bằng bao nhiêu thì cầu trượt đảm bảo an toàn nhất cho trẻ em?

## Lời giải

a) Do tấm kim loại có bề rộng $80\ cm$ nên ta có: $2x+y=80 \Leftrightarrow y=80-2x$.

Để có thể thiết kế được máng trượt thì $y>0 \Leftrightarrow 80-2x>0 \Leftrightarrow x<40$.

Suy ra $0<x<40$.

Diện tích của mặt cắt máng trượt là: $S=xy=x(80-2x)=-2x^2+80x$.

b) Ta có: $S(x)=-2x^2+80x$ với $x\in(0;40)$;

$S'(x)=-4x+80;$

$S'(x)=0 \Leftrightarrow -4x+80=0 \Leftrightarrow x=20.$

Bảng biến thiên của hàm số $S(x)$ như sau:

| $x$ | 0 | | 20 | | 40 |
|---|---|---|---|---|---|
| $S'(x)$ | | + | 0 | − | |
| $S(x)$ | 0 | ↗ | 800 | ↘ | 0 |

Do đó, hàm số $S(x)$ đạt cực đại tại $x=20$ và $S_{CD}=800$.

Vậy để cầu trượt đảm bảo an toàn nhất cho trẻ em thì $x=20(\ cm)$.

## Ⓒ. Dạng toán rèn luyện

### ◆Dạng ❶: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

**Câu 1:** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

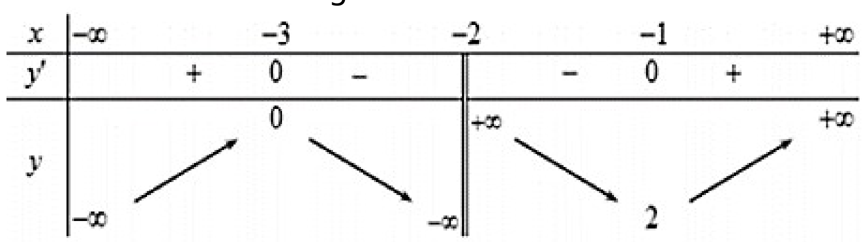
**A.** $(-\infty;-2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

**Lời giải**

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm, hàm số đã cho đồng biến khoảng $(-2;1)$

.

**Câu 2:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-3;-1)$. **B.** $(-\infty;0)$.

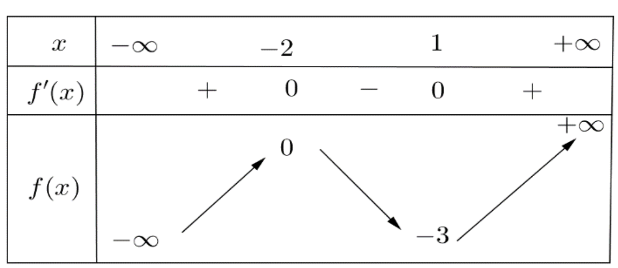
**C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-3;-2)\cup(-2;-1)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Căn cứ vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-3;-2)$ và $(-2-1)$.

**Câu 3:** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

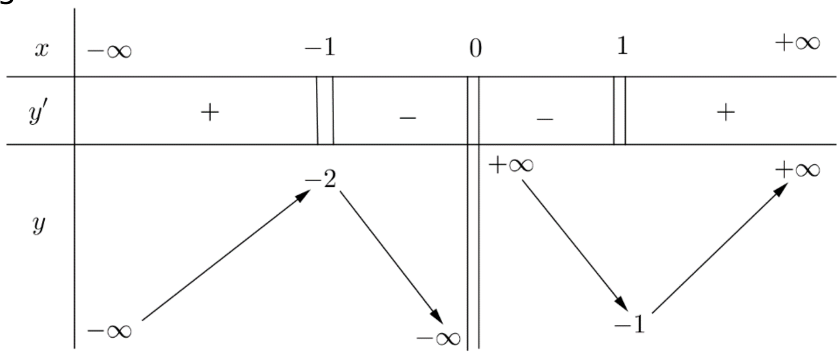
**A.** $(-2;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-3;0)$. **D.** $(-\infty;-2)$..

**Lời giải**

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;1)$

.

**Câu 4:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên từng khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ:



Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số nghịch biến trên $(0;1)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

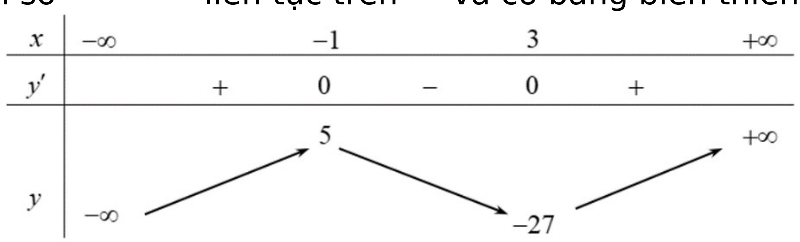
**D.** Hàm số đồng biến trên $(-1;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

**Câu 5:** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên



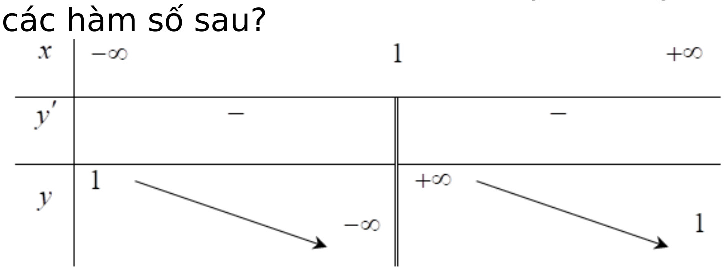
Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây?

**A.** $(-27;+\infty)$. **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 6:** Cho bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?



**A.** $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1$ và đường tiệm cận ngang là $y=1$ nên ta loại các đáp án **A** và **C.**
Mặt khác từ bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến nên loại đáp án **D.**

**Câu 7:** Bảng biến thiên hình bên là của hàm số nào dưới đây?

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | \|\| | $+$ | |
| $y$ | $3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ \|\| $-\infty$ | $\nearrow$ | $3$ |

**A.** $y=x^4-4x^2+3$. **B.** $y=-x^3+3x-2$.

**C.** $y=\dfrac{4x-3}{x+1}$ **D.** $y=\dfrac{3x+4}{x+2}$

**Lời giải**

**Chọn D**

Quan sát bảng biến thiên $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=3$ nên tiện cận ngang là $y=3$, $\lim\limits_{x\to-2^{\pm}} y=\pm\infty$ nên tiệm cận đứng là $x=-2$.
Nên loại A, **B.**

Hàm số $y=\dfrac{3x+4}{x+2}$ có tiện cận ngang $y=\dfrac{a}{c}=3$, tiện cận đứng $x=\dfrac{-d}{c}=-2$.

**Câu 8:** Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào trong các hàm số được cho ở dưới đây?

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | \|\| | $-$ | |
| $f(x)$ | $-2$ | $\searrow$ | $-\infty$ \|\| $+\infty$ | $\searrow$ | $-2$ |

**A.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+1}{x+1}$.

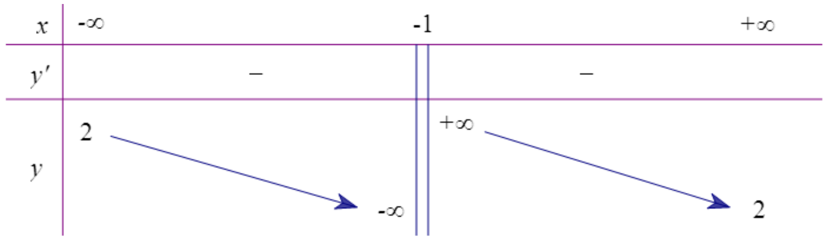
**C.** $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{-2x+3}{x-1}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Từ bảng biến thiên ta thấy đường tiệm cận đứng là $x=1$, đường tiệm cận ngang là $y=-2$.

**Câu 9:** Bảng biến thiên sau đây là của hàm số




**A.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{2x+2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

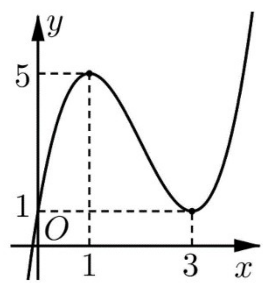
Dựa vào bảng biến thiên ta có

TCĐ: $x=-1 \Leftrightarrow x+1=0$.

TCN: $y=2$.

$y'<0$ với mọi $x\neq -1$.

**Câu 10:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



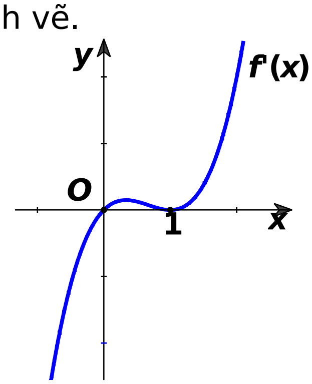

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng

**A.** $(0;1)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(1;5)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 11:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là hàm số $f'(x)$. Biết đồ thị hàm số $f'(x)$ được cho như hình vẽ.




Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng

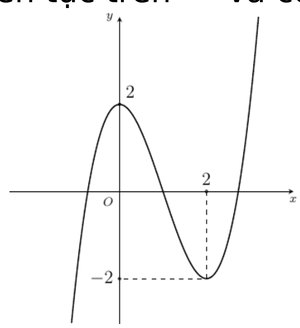
**A.** $(-\infty;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{3};1\right)$. **D.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$, ta có $f'(x)<0 \Leftrightarrow x<0$ do đó hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

**Câu 12:** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên dưới




Tìm khoảng đồng biến của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

**A.** $(-2;+\infty)$ **B.** $(0;2)$.

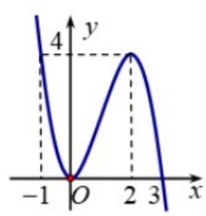
**C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta có hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

**Câu 13:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau.




Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây?

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

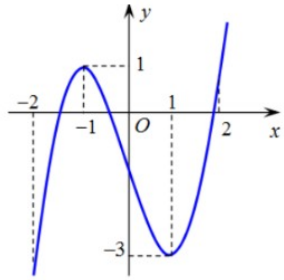
**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Quan sát đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$, $(2;+\infty)$.

**Câu 14:** Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:




Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

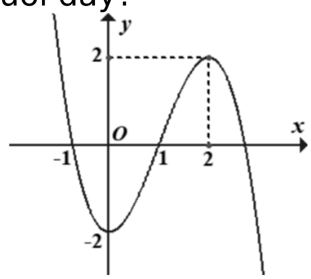
**A.** $(-1;1)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;2)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$.

**Câu 15:** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



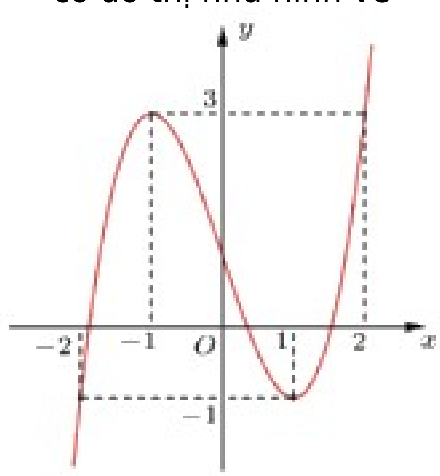

**A.** $(-1;0)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

**Câu 16:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ




Hàm số nghịch biến trên khoảng

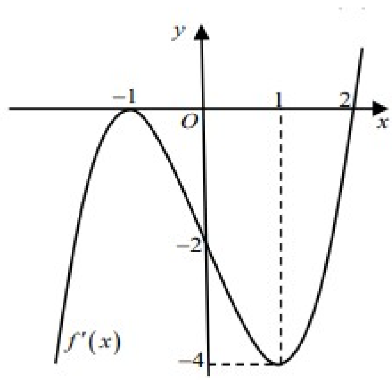
**A.** $(-1;2)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-2;0)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-1;0)$.

**Câu 17:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới




Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-1;1)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

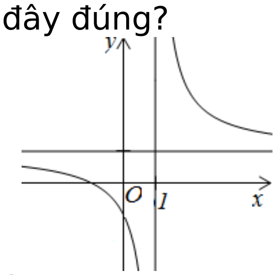
**Lời giải**

**Chọn D**

Từ đồ thị của $f'(x)$, ta suy ra $f'(x)>0 \Leftrightarrow x>2$.

Vậy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

**Câu 18:** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $a,b,c,d$ là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

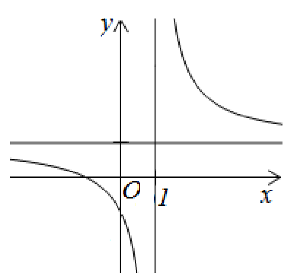



**A.** $y'<0, \forall x\neq 1$ **B.** $y'>0, \forall x\in \mathbb{R}$

**C.** $y'<0, \forall x\in \mathbb{R}$ **D.** $y'>0, \forall x\neq 1$

**Lời giải**

Ta có:

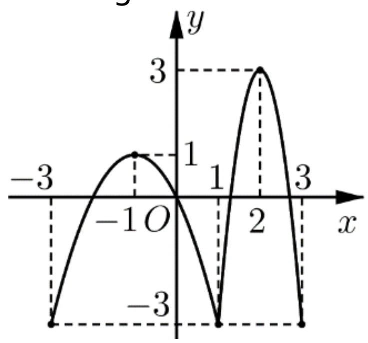



Dựa vào hình dáng của đồ thị ta được:

Điều kiện $x \neq 1$

Đây là đồ thị của hàm nghịch biến

**Câu 19:** Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

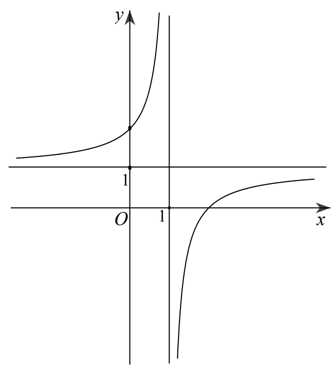



**A.** $(0;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(-3;-1)$. **D.** $(2;3)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 20:** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới.




Xét các mệnh đề sau:

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

Hàm số đồng biến trên tập xác định.

Số các mệnh đề đúng là

**A.** $2$. **B.** $1$. **C.** $0$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

**Câu 21:** Các khoảng đồng biến của hàm số $y=x^3+3x$ là

**A.** $(0;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty;1)$ và $(2;+\infty)$.

**Lời giải**

$y' = 3x^2 + 3 > 0\ \forall x \in \mathbb{R}$ suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**Câu 22:** Cho hàm số $y = \dfrac{x+1}{2-x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

**B.** Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

**C.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;2) \cup (2;+\infty)$.

**D.** Hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

**Lời giải**

Ta có $y = \dfrac{x+1}{2-x} = \dfrac{x+1}{-x+2} = \dfrac{3}{(-x+2)^2} > 0,\ \forall x \neq 2.$

Do đó hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

**Câu 23:** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5.$ Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

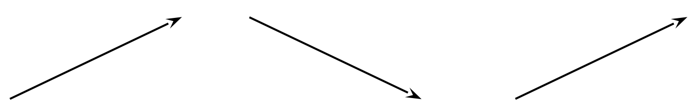
**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

**Lời giải**

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x$, Cho $3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 0 \end{array}\right.$



Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

**Câu 24:** Tìm tất cả các khoảng đồng biến của hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$.

**A.** $(1;3)$.

**B.** $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$.

**C.** $(-\infty;3)$.

**D.** $(1;+\infty)$.

**Lời giải**

Ta có: $y' = x^2 - 4x + 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$.

**Câu 25:** Cho hàm số $y=\frac{x+1}{x-1}.$ Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

**B.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và khoảng $(1;+\infty)$.

**C.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

**D.** Hàm số đã cho nghịch biến trên tập $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\backslash\{1\}$ .

Ta có: $y'=\frac{-2}{(x+1)^2}<0$ với $\forall x\neq 1$ .

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;\ 1)$ và $(1;\ +\infty)$ .

**Câu 26:** Trong các hàm số sau, hàm số nào luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$ ?

**A.** $y=\sin x-x$. **B.** $y=-x^3+3x^2$.

**C.** $y=\frac{2x+3}{x+1}$ . **D.** $y=x^4-3x^2-1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số $y=\sin x-x$ .

TXĐ: $D=\mathbb{R}$ .

$y'=\cos x-1\leq 0$ , $\forall x\in\mathbb{R}$ .

Vậy hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ .

**Câu 27:** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$ ?

**A.** $y=\tan x$ . **B.** $y=x^4+x^2+1$.

**C.** $y = x^3 + 1$. **D.** $y = \dfrac{4x+1}{x+2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Các hàm số ở các phương án A và D không thỏa vì có tập xác định không phải là tập $\mathbb{R}$.

Hàm số ở phương án B là hàm số bậc bốn trùng phương nên có ít nhất một cực trị do đó

không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Xét hàm số $y = x^3 + 1$, ta có $y' = 3x^2 \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**Câu 28:** Hàm số nào sau đây không đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

**A.** $y = x^3 + 1$. **B.** $y = x + 1$.

**C.** $y = \dfrac{x-2}{x-1}$. **D.** $y = x^5 + x^3 - 10$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Vì hàm số $y = \dfrac{x-2}{x-1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ nên hàm số không đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$

**Câu 29:** Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 + 3 \Rightarrow y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

**Câu 30:** Cho hàm số $y=\frac{x-1}{x+1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$.

**B.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$.

**C.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;-\infty)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(-1;-\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\backslash\{-1\}$.

$y'=\frac{2}{(x+1)^2}>0$, $\forall x\in D$.

Vậy hàm đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;-\infty)$.

**Câu 31:** Cho hàm số $y=x^4-2x^2+2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

**C.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

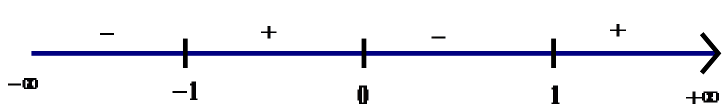
**D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$y=x^4-2x^2+2\Rightarrow y'=4x^3-4x$

$y'=0\Leftrightarrow 4x^3-4x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\end{array}\right.$.




Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)\rightarrow$ **Chọn A**

**Câu 32:** Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $y'=x^2(x-5)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số đồng biến trên $(5;+\infty)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và $(5;+\infty)$.

**Lời giải**

Vì hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $y'=x^2(x-5)$. Ta có bảng xét dấu $y'$.

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Căn cứ vào bảng xét dấu suy ra hàm đồng biến trên $(5;+\infty)$. Do đó đáp án **A** đúng.

**Câu 33:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+2, \forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

**A.** $f(-1)\ge f(1)$. **B.** $f(-1)=f(1)$.

**C.** $f(-1)>f(1)$. **D.** $f(-1)<f(1)$.

**Lời giải**

Từ $f'(x)=x^2+2, \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Mà $-1<1\Rightarrow f(-1)<f(1)$.

**Câu 34:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-2)^3(2x+3)$. Tìm số điểm cực trị của $f(x)$

**A.** $3$. **B.** $2$. **C.** $0$. **D.** $1$.

**Lời giải**

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\\x=-\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$$.

Bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{3}{2}$ | | $-1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$ suy ra hàm số $f(x)$ có $2$ điểm cực trị.

**Câu 35:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2-2x$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=-2f(x)$ đồng biến trên khoảng

**A.** $(0;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;0)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $y'=-2f'(x)=-2x^2+4x>0\Leftrightarrow x\in(0;2)$.

Suy ra: hàm số $y=-2f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$

**Câu 36:** Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=x^2-5x+4.$ Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

**B.** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2;3)$.

**C.** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

**D.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;4)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow x^2-5x+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=4\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $f(1)$ | $\searrow$ | $f(4)$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2;3)$.

**Câu 37:** Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

**B.** Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**C.** Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3;2)$.

**D.** Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

**Lời giải**

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$ ta có A đúng.

**Câu 38:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $y=f'(x)$ như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y=f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

**Lời giải**

Nhìn bảng xét dấu đạo hàm ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$ là **sai.**

**Câu 39:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

**A.** $(-1;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$$.

BBT:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | | | $\searrow$ | | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | |

Dựa vào BBT ta thấy: Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

**Câu 40:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên khoảng $(0;3)$ có tính chất $f'(x)\geq 0,\ \forall x\in(0;3)$ và $f'(x)=0,\ \forall x\in(1;2)$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

**A.** Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

**B.** Hàm số $f(x)$ không đổi trên khoảng $(1;2)$.

**C.** Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

**D.** Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

**Lời giải**

Vì $f'(x)=0,\ \forall x\in(1;2)$ nên $f(x)$ là hàm hằng trên khoảng $(1;2)$

Trên các khoảng $(0;2),(1;3),(0;3)$ hàm số $y=f(x)$ thỏa $f'(x)\geq 0$ nhưng $f'(x)=0,\ \forall x\in(1;2)$ nên $f(x)$ không đồng biến trên các khoảng này.

**Câu 41:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập $\mathbb{R}$ và có $f'(x)=x^2-5x+4$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;4)$.

**B.** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

**C.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

**D.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;4)$.

**Lời giải**

Hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập $\mathbb{R}$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=4 \end{array}\right.$.

BBT

| $x$ | $-\infty$ | | 1 | | 4 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |
| $y=f(x)$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;4)$.

**Câu 42:** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(1;2)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow (x+1)^2(x-1)^3(2-x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Lập bảng xét dấu của $f'(x)$ ta được:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | 1 | | 2 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | - | 0 | - | 0 | + | 0 | - | |

Vậy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

**Câu 43:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(3-x)(x^2-1)+2x, \forall x\in\mathbb{R}$. Hỏi hàm số $g(x)=f(x)-x^2-1$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

**A.** $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-1;0)$.

**Lời giải**

$g'(x)=f'(x)-2x=(3-x)(x^2-1)+2x-2x=(3-x)(x^2-1)$.

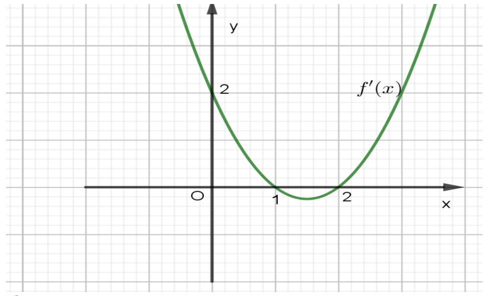
$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=\pm1 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $g'(x)$:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | 1 | | 3 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | |

Từ bảng xét dấu trên ta thấy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

**Câu 44:** Cho hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ




Hàm số $y = f\left(2 - x^2\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

**A.** $(-\infty;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

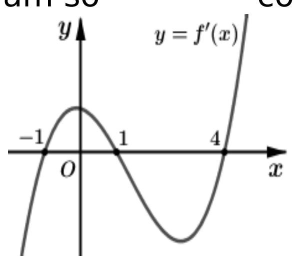
**Lời giải**

Hàm số $y = f\left(2 - x^2\right)$ có $y' = -2x.f'\left(2 - x^2\right)$

$$y' = -2x.f'\left(2 - x^2\right) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x > 0 \\ 1 < 2 - x^2 < 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x < 0 \\ \left[\begin{array}{l} 2 - x^2 < 1 \\ 2 - x^2 > 2 \end{array}\right. \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x > 0 \\ -1 < x < 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x < 0 \\ \left[\begin{array}{l} x < -1 \\ x > 1 \end{array}\right. \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0 < x < 1 \\ x < -1 \end{array}\right.$$

Do đó hàm số đồng biến trên $(0;1)$.

**Câu 45:** Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.




Hàm số $y = f\left(x^2\right)$ có ít nhất bao nhiêu khoảng nghịch biến.

**A.** 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

**Lờigiải**

Ta có: $y' = 2x.f'\left(x^2\right)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f'\left(x^2\right) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = -1\,(l) \\ x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{array}\right.$$

Bảng xét dấu của $y' = 2x.f'\left(x^2\right)$:

| x | $-\infty$ | | -2 | | -1 | | 0 | | 1 | | 2 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| y' | | - | 0 | + | 0 | - | 0 | + | 0 | - | 0 | + | |

Dựa vào BXD chọn đáp án **C.**

**Câu 46:** Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng xét dấu như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | |

Hàm số $y=f(x^2+2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(0;1)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-4;-3)$.

**Lời giải**

Cách 1: Đặt $g(x)=f(x^2+2x)$. Ta có $g'(x)=\left[f(x^2+2x)\right]'=2(x+1)f'(x^2+2x)$.

$g'(0)=2.1.f'(0)>0$ nên loại phương án **C.**

$g'\left(\frac{1}{2}\right)=2.\frac{3}{2}.f'\left(\frac{5}{4}\right)>0$ nên loại phương án **A.**

$g'\left(-\frac{7}{2}\right)=2.\left(-\frac{5}{2}\right).f'\left(\frac{21}{4}\right)>0$ nên loại phương án **D.**

$g'\left(-\frac{3}{2}\right)=2.\left(-\frac{1}{2}\right).f'\left(-\frac{3}{4}\right)<0$ nên chọn phương án **B.**

Cách 2: giải pt $g'(x)=0$ và lập bảng xét dấu của $g'(x)$.

**Câu 47:** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |

Hàm số $y=3f(x+2)-x^3+3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;2)$.

**Lời giải**

Xét $y=3f(x+2)-x^3+3x$.

$y'=3.\left[f'(x+2)+(1-x^2)\right]$

Ta có $f'(x+2)\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}1\le x+2\le 3\\ x+2\ge 4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-1\le x\le 1\\ x\ge 2\end{array}\right.$.

Ta có $\begin{cases} f'(x+2)\ge 0, \forall x\in(-1;1)\\ 1-x^2>0, \forall x\in(-1;1)\end{cases} \Rightarrow y'>0, \forall x\in(-1;1)$.

Vậy ta chọn đáp án **C.**

**Cách 2:**

Xét $y=3f(x+2)-x^3+3x$.

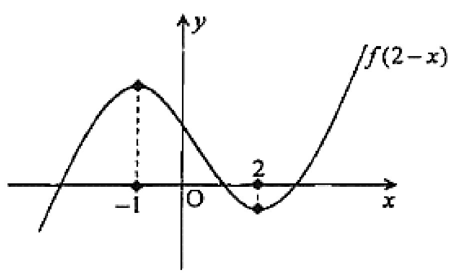
$y'=3.\left[f'(x+2)+(1-x^2)\right]$

Ta có $y'\left(\frac{3}{2}\right)=3.\left[f'\left(\frac{7}{2}\right)-\frac{5}{4}\right]<0$ nên loại đáp án A, **D.**

$y'(-2)=3.\left[f'(0)-3\right]<0$ nên loại đáp án **B.**

Vậy ta chọn đáp án **C.**

**Câu 48:** Cho đồ thị hàm số $y=f(2-x)$ như hình vẽ. Hàm số $y=f(x^2-3)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

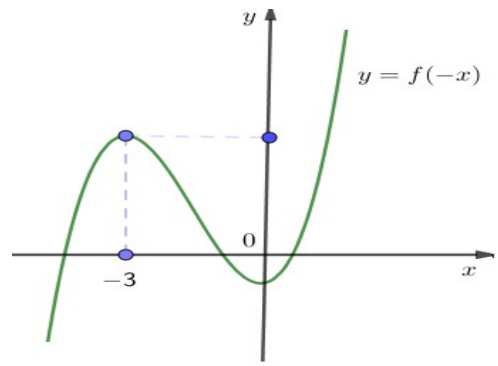



**A.** $(-1;2)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;1)$.

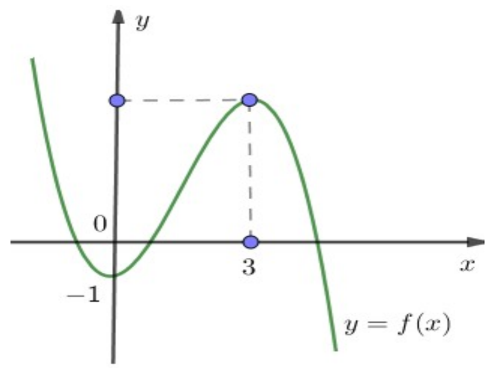
**Lời giải**

Gọi $(C)$ là đồ thị hàm số $y=g(x)=f(2-x)$.

Tịnh tiến $(C)$ sang trái 2 đơn vị ta được đồ thị hàm số $y=g(x+2)=f(-x)$.




Lấy đối xứng đồ thị hàm số $y = f(-x)$ qua Oy ta được đồ thị hàm số $y = f(x)$.




Ta có $y = f(x^2 - 3) \Rightarrow y' = 2x.f'(x^2 - 3)$.

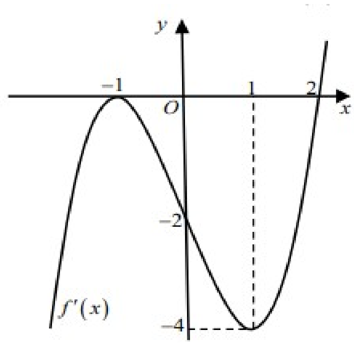
$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f'(x^2 - 3) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 - 3 = 0 \\ x^2 - 3 = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \\ x = \pm\sqrt{6} \end{array}\right.$$.

Bảng xét dấu $y'$

| $x$ | $-\infty$ | | $-\sqrt{6}$ | | $-\sqrt{3}$ | | $0$ | | $\sqrt{3}$ | | $\sqrt{6}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Vậy hàm số $y = f(x^2 - 3)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

**Câu 49:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới




Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-1;1)$. **B.** $(-2;+\infty)$.

**C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

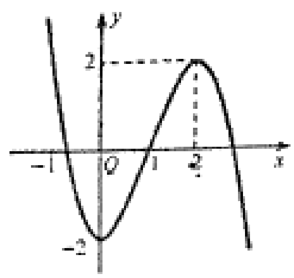
**Lời giải**

**Chọn D**

Từ đồ thị của $f'(x)$, ta suy ra $f'(x)>0 \Leftrightarrow x>2$.

Vậy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

**Câu 50:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?



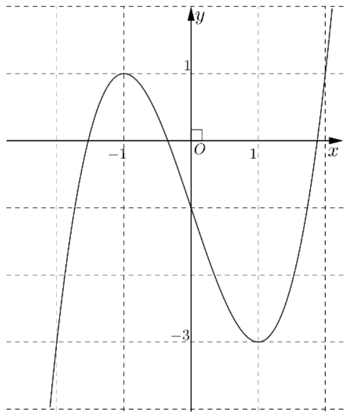

**A.** $(-\infty;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Nhìn vào đồ thị ta có hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(0;2)$.

**Câu 51:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=2019-f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?




**A.** $(0;1)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(-3;0)$. **D.** $(1;2)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

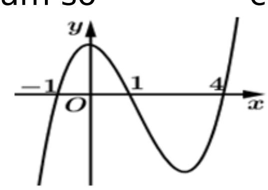
Xét hàm số $y=2019-f(x)$ Ta có $y'=-f'(x)$

$y'>0\Leftrightarrow f'(x)<0$.

Dựa vào đồ thị ta thấy trên khoảng $(0;1)$ thì $f'(x)<0$.

Vậy trên khoảng $(0;1)$ hàm số $y=2019-f(x)$ đồng biến.

**Câu 52:** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.




Hàm số $y=f(3-2x)+2020$ nghịch biến trên khoảng nào?

**A.** $(-1;1)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;1)$.

**Lời giải**

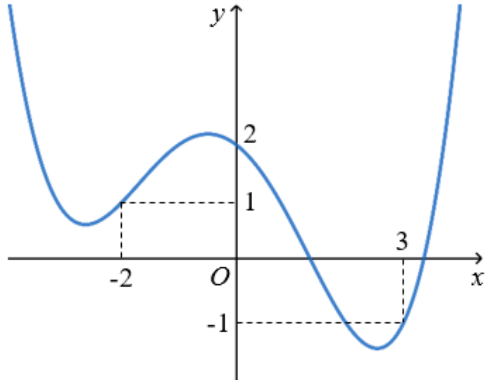
**Chọn C**

$y'=-2f'(3-2x)$.

$y'<0\Leftrightarrow f'(3-2x)>0\Leftrightarrow \begin{cases}-1<3-2x<1\\3-2x>4\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}1<x<2\\x<-\dfrac{1}{2}\end{cases}$.

Vậy hàm số $y=f(3-2x)+2020$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

**Câu 53:** Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x)=f(x+1)+\frac{x^3}{3}-3x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?




**A.** $(-1;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(1;5)$.

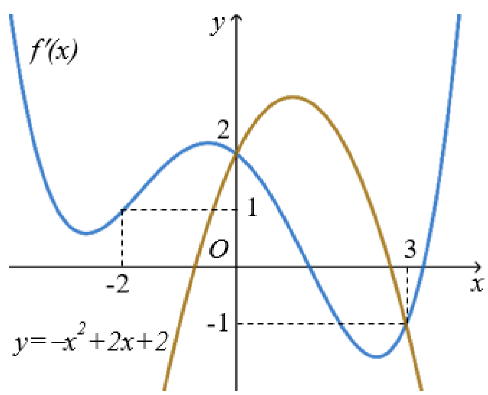
**Lời giải**

**Chọn A**

$g(x)=f(x+1)+\frac{x^3}{3}-3x$ ; $g'(x)=f'(x+1)+x^2-3$

Đặt: $x+1=t$ ; $t\in(-\infty;+\infty)\Rightarrow g'(t)=f'(t)+(t-1)^2-3\Leftrightarrow g'(t)=f'(t)-\left(-t^2+2t+2\right)$

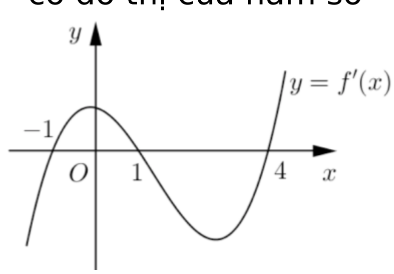
Vẽ đồ thị $y=-t^2+2t+2$ trên cùng hệ trục tọa độ với đồ thị $y=f'(t)$ như hình vẽ:




Ycbt: $g'(t)<0\Leftrightarrow f'(t)<-t^2+2t+2\Leftrightarrow 0<t<3$

$\Rightarrow 0<x+1<3\Leftrightarrow -1<x<2$.

**Câu 54:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y=f\left(|3-x|\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(4;7)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-1;2)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$y'=\dfrac{x-3}{|3-x|}f'\left(|3-x|\right)$. Ta có: $y'$ không xác định tại điểm $x=3$.

Hàm số đồng biến khi

$$y'>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x-3>0\\ f'\left(|3-x|\right)>0\end{cases}\\ \begin{cases}x-3<0\\ f'\left(|3-x|\right)<0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>3\\ \left[\begin{array}{l}-1<3-x<1\\ 3-x>4\end{array}\right.\end{cases}\\ \begin{cases}x<3\\ \left[\begin{array}{l}1<3-x<4\\ 3-x<-1\end{array}\right.\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>3\\ \left[\begin{array}{l}2<x<4\\ x<1\end{array}\right.\end{cases}\\ \begin{cases}x<3\\ \left[\begin{array}{l}-1<x<2\\ x>4\end{array}\right.\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3<x<4\\ -1<x<2\end{array}\right.$$.

Hàm số $y=f\left(|3-x|\right)$ đồng biến trên khoảng $(-1;2)$ và $(3;4)$.

**Câu 55:** Cho hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-m}$ với $m$ là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $(4;+\infty)$?

**A.** $3$. **B.** $4$. **C.** $5$. **D.** $6$.

**Lời giải**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

Ta có $y'=\dfrac{-3m-1}{(x-m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(4;+\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}y'<0\\ m\notin(4;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}-3m-1<0\\ m\le 4\end{cases}\Leftrightarrow -\dfrac{1}{3}<m\le 4$$.

Vậy có $5$ giá trị nguyên của $m$ là $0;1;2;3;4$ thì hàm số nghịch biến trên $(4;+\infty)$.

**Câu 56:** Gọi $S$ là tập hợp các số nguyên $m$ để hàm số $y=\frac{x+2m-3}{x-3m+2}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-14)$. Tính tổng $T$ của các phần tử trong $S$.

**A.** $T=-6$. **B.** $T=-5$.

**C.** $T=-9$. **D.** $T=-10$.

**Lời giải**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{3m-2\}$.

$y'=\frac{-5m+5}{(x-3m+2)^2}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y'>0, \forall x\in(-\infty;-14)$

$\Leftrightarrow \begin{cases}-5m+5>0\\3m-2\notin(-\infty;-14)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m<1\\3m-2\geq -14\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m<1\\m\geq -4\end{cases} \Leftrightarrow -4\leq m<1$.

$m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-4;-3;-2;-1;0\}$. Vậy $T=-4-3-2-1+0=-10$.

**Câu 57:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để hàm số $y=\frac{x+3}{x+4m}$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$?

**A.** 1. **B.** 3. **C.** Vô số. **D.** 2.

**Lời giải**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-4m\}$.

$y'=\frac{4m-3}{(x+4m)^2}$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$ khi và chỉ khi:

$\begin{cases}4m-3<0\\-4m\leq 2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m<\frac{3}{4}\\m\geq -\frac{1}{2}\end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\leq m<\frac{3}{4}$.

Vậy có 1 giá trị nguyên của $m$ thỏa mãn là $m=0$.

**Câu 58:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số *m* để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2mx^2+4x-5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

**A.** 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

**Lời giải**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y=\frac{1}{3}x^3-2mx^2+4x-5 \Rightarrow y'=x^2-4mx+4$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y'\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x^2-4mx+4,\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta'\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 4m^2-4\leq 0 \Leftrightarrow -1\leq m\leq 1$.

Đồng thời $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-1;0;1\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của *m* thỏa mãn yêu cầu của đề.

**Câu 59:** Cho hàm số $y=(m-1)x^3+(m-1)x^2-2x+5$ với $m$ là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của $m$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

**A.** $1$. **B.** $4$. **C.** $2$. **D.** $5$.

**Lời giải**

Với $m=1$: hàm số trở thành $y=-2x+5\rightarrow$ với $m=1$ hàm số luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Với $m\neq 1$: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty) \Leftrightarrow y'\leq 0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 3(m-1)x^2+2(m-1)x-2\leq 0\ \ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1<0 \\ \Delta'\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<1 \\ \Delta'\leq 0 \end{cases}$.

Do $m$ nguyên dương nên $\nexists m$ thỏa mãn.

Kết hợp hai trường hợp suy ra chỉ có $m=1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 60:** Giá trị nhỏ nhất của số thực $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+mx^2-mx-m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** $m=-2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=0$.

**Lời giải**

Ta có $y'=x^2+2mx-m$, $\Delta=m^2+m$

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \Delta \le 0 \Leftrightarrow -1 \le m \le 0$. Vậy $m = -1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 61:** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực $m$ để hàm số $y = mx^3 + mx^2 + m(m-1)x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** $m \le \frac{4}{3}$. **B.** $m \le \frac{4}{3}; m \ne 0$. **C.** $m = 0$, $m \ge \frac{4}{3}$. **D.** $m \ge \frac{4}{3}$.

**Lời giải**

Ta có: $y' = 3mx^2 + 2mx + m(m-1)$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $y' \ge 0\ \forall x \in \mathbb{R}$.

*TH1:* $m = 0 \Rightarrow y' = 0$.

*TH2:* $m \ne 0$. Để hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$

$$\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m^2 - 3m^2(m-1) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m^2(4-3m) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \ge \frac{4}{3}.$$

**Câu 62:** Với giá trị nào của tham số $m$ thì hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-3)x - m + 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

**A.** $-3 \le m \le 1$. **B.** $m \le 1$.

**C.** $\left[\begin{array}{l} m \le -3 \\ m \ge 1 \end{array}\right.$. **D.** $-3 < m < 1$.

**Lời giải**

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = -x^2 - 2mx + 2m - 3$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow -x^2 - 2mx + 2m - 3 \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 + 2m - 3 \le 0 \Leftrightarrow -3 \le m \le 1$. Vậy các giá trị cần tìm của $m$ là $-3 \le m \le 1$.

**Câu 63:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + 4x + 2$ đồng biến trên tập xác định của nó?

**A.** $4$. **B.** $2$. **C.** $5$. **D.** $3$.

**Lời giải**

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = x^2 - 2mx + 4$

.

Hàm số đồng biến trên tập xác định của nó khi $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta_{y'}' \leq 0 \Leftrightarrow (-m)^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$

.

Các giá trị nguyên của $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$ .

**Câu 64:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 2x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên $m < 100$ để hàm số $g(x) = f(x^2 - 8x + m)$ đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$.

**A.** $83$. **B.** $18$. **C.** $82$. **D.** $84$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 2x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$ .

Xét $g'(x) = (2x - 8).f'(x^2 - 8x + m).$ Để hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$ khi và chỉ khi $g'(x) \geq 0, \ \forall x > 4$ .

$\Leftrightarrow (2x - 8).f'(x^2 - 8x + m) \geq 0, \ \forall x > 4.$

$\Leftrightarrow f'(x^2 - 8x + m) \geq 0, \ \forall x > 4.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - 8x + m \leq 0, \ \forall x \in (4; +\infty) \\ x^2 - 8x + m \geq 2, \ \forall x \in (4; +\infty) \end{array}\right. \Leftrightarrow m \geq 18.$

Vậy $18 \leq m < 100.$ Do đó có $(99 - 18) + 1 = 82$ số nguyên $m$ thỏa đề bài.

**Câu 65:** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | | $0$ | | $0$ | | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $-2$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

**A.** $x=3$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-2$.

**Lời giải**

Nhìn bảng biến thiên ta thấy hàm số có điểm cực tiểu là $x=0$.

**Câu 66:** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây **sai**?

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

**A.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=-3$.

**C.** $x=1$ là điểm cực trị của hàm số. **D.** Hàm số có hai điểm cực trị.

**Lời giải**

Bảng biến thiên của hàm số

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | | $\nearrow$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |

Dựa theo BBT, ta thấy phương án $B$ sai.

**Câu 67:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $-3$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Hàm số đạt cực đại tại điểm

**A.** $x=0$. **B.** $(0;-3)$. **C.** $y=-3$. **D.** $x=-3$.

**Lời giải**

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=0$.

**Câu 68:** Hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $\|\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $1$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $0$ |

**A.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

**B.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $1$ và giá trị nhỏ nhất bằng $-1$.
**C.** Hàm số có đúng hai cực trị.
**D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$, $x=1$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

**Lời giải**

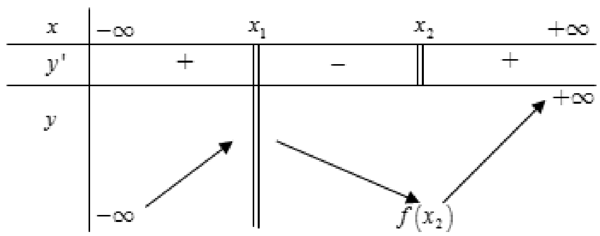
Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta có kết luận sau:

Hàm số đạt cực đại tại $x=1$, $y_{CĐ}=1$ nên D sai.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$, $y_{CT}=-1$ nên A sai.

Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 1 và hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$ nên B sai.

**Câu 69:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau




Mệnh đề nào sau đây đúng?
**A.** Hàm số đã cho có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.
**B.** Hàm số đã cho không có cực trị.
**C.** Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.
**D.** Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

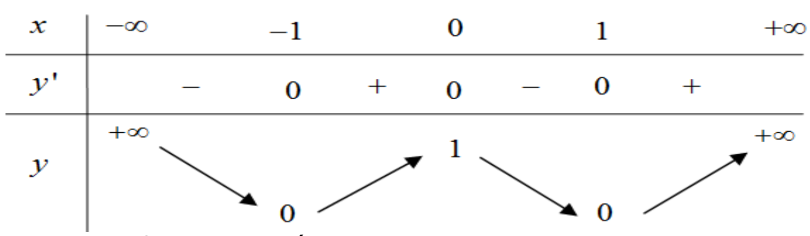
**Lời giải**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{x_1\}$.

Vì $x_1\notin D$ nên $x_1$ không là điểm cực trị của hàm số.

Vì $x_2\in D$ và $y'$ đổi dấu từ âm sang dương khi $x$ đi qua $x_2$ nên $x_2$ là điểm cực tiểu của hàm số.

**Câu 70:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.




Giá trị cực đại của hàm số đã cho là
**A.** $y=1$. **B.** $x=0$. **C.** $y=0$. **D.** $x=1$.

**Lời giải**

Dựa vào BBT ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho là $y=1$.

**Câu 71:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $5$ | ↘ | $1$ | ↗ | $+\infty$ |

**A.** Hàm số không có cực trị.
**B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.
**C.** Hàm số đạt cực đại tại $x=5$.
**D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

**Lời giải**

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại bằng $5$ tại $x=0$.

**Câu 72:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | -1 | | 0 | | 1 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | - | 0 | $+$ | 0 | - | 0 | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | 0 | ↗ | 3 | ↘ | 0 | ↗ | $+\infty$ |

Mệnh đề nào dưới đây là **sai?**
**A.** Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.
**B.** Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.
**C.** Hàm số có ba điểm cực trị.
**D.** Hàm số có hai điểm cực tiểu.

**Lời giải**

Giá trị cực đại của hàm số bằng 3 nên câu **A** sai.

**Câu 73:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

**A.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$.
**B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.
**C.** Hàm số đạt cực đại tại $x=4$.
**D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

**Lời giải**

Dựa vào BBT ta thấy hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=2.$

**Câu 74:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

**A.** Hàm số không có cực trị.

**B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

**C.** Hàm số đạt cực đại tại $x=5$.

**D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

**Lời giải**

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại bằng $5$ tại $x=0$.

**Câu 75:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $\Vert$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.** Hàm số $y=f(x)$ có giá trị cực tiểu bằng 1.

**B.** Hàm số $y=f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.

**C.** Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

**D.** Hàm số $y=f(x)$ có đúng một cực trị.

**Lời giải**

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

**Câu 76:** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** $x_0=1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

**B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

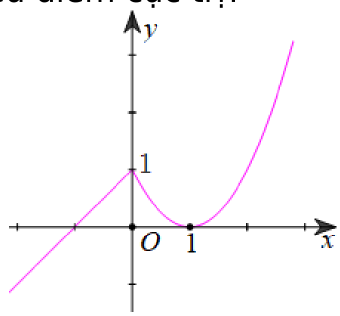
**C.** $M(0;2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

**D.** $f(-1)$ là một giá trị cực tiểu của hàm số.

**Lời giải**

Dựa vào BBT thì $M(0;2)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số. Do đó đáp án C sai.

**Câu 77:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên i và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi hàm số đó có bao nhiêu điểm cực trị?




**A.** $0$. **B.** $3$. **C.** $1$. **D.** $2$.

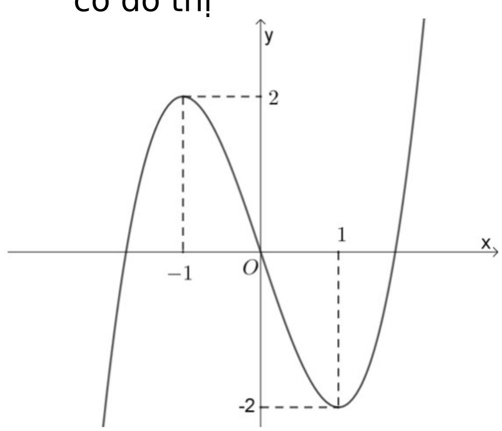
**Lời giải**

Dựa vào đồ thị, ta có bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $1$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số có 2 điểm cực trị.

**Câu 78:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị



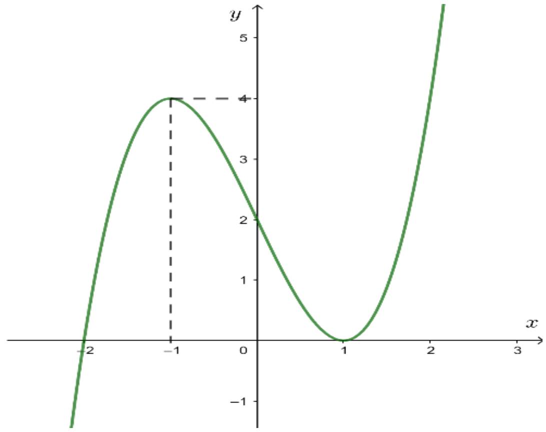

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

**A.** $x = -1$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -2$.

**Lời giải**

Từ đồ thị hàm số suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

**Câu 79:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm kết luận đúng?




**A.** Hàm số $f(x)$ có điểm cực tiểu là $x=2$.

**B.** Hàm số $f(x)$ có giá trị cực đại là $-1$.

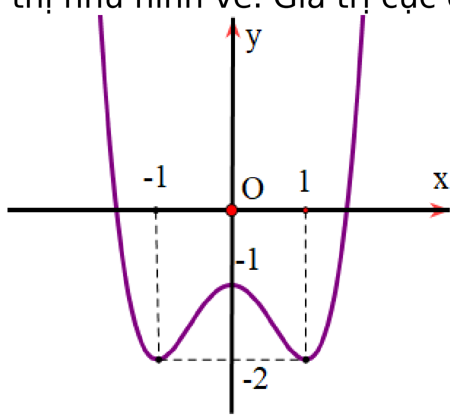
**C.** Hàm số $f(x)$ có điểm cực đại là $x=4$.

**D.** Hàm số $f(x)$ có giá trị cực tiểu là $0$.

**Lời giải**

Dựa vào đồ thị của hàm số ta suy ra được hàm số $f(x)$ có giá trị cực tiểu là $0$.

**Câu 80:** Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ. Giá trị cực đại của hàm số bằng

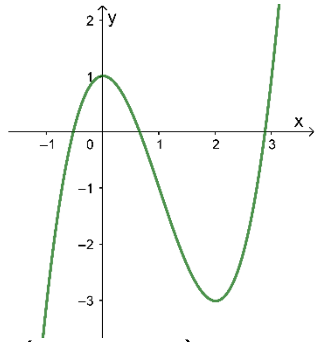



**A.** $-1$. **B.** $-2$. **C.** $1$. **D.** $0$.

**Lời giải**

Dựa vào đồ thị của hàm số ta có hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và giá trị cực đại bằng $-1$.

**Câu 81:** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



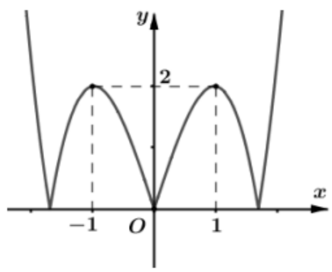

Điểm cực đại của hàm số đã cho bằng

**A.** $-3$. **B.** $0$. **C.** $2$. **D.** $1$.

**Lời giải**

Từ đồ thị suy ra điểm cực đại của hàm số là: $x_{CD}=0$.

**Câu 82:** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

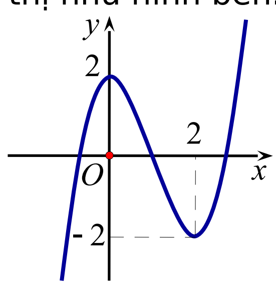



**A.** 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

Hàm số có 5 cực trị.

**Câu 83:** Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** Hàm số có ba cực trị.

**B.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $2$.

**C.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $2$ và giá trị nhỏ nhất bằng $-2$.

**D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

**Lời giải**

Dựa vào đồ thị:

Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ $(y_{CD}=2)$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ $(y_{CT}=-2)$.

**Câu 84:** Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $1$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Cách 1**:

$y' = 4x^3 - 4x = 4x\left(x^2 - 1\right)$ $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho có $3$ điểm cực trị.

**Cách 2**:

Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ là hàm trùng phương có $a.b < 0$ nên có $3$ điểm cực trị.

**Câu 85:** Tìm điểm cực đại $x_0$ của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

**A.** $x_0 = 2$. **B.** $x_0 = 1$. **C.** $x_0 = -1$. **D.** $x_0 = 3$.

**Lời giải**

$y' = 3x^2 - 3$, $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $4$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Suy ra, hàm số đạt cực đại tại $x_0 = -1$.

**Câu 86:** Hàm số $y = \dfrac{1 - 2x}{-x + 2}$ có bao nhiêu cực trị?

**A.** $3$. **B.** $0$. **C.** $2$. **D.** $1$.

**Lời giải**

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{2\right\}$.

Ta có: $y' = \dfrac{-3}{(-x+2)^2} < 0$, $\forall x \in (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.

Suy ra hàm số đã cho không có cực trị.

**Câu 87:** Gọi $x_1$ và $x_2$ là hai điểm cực trị của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - 3x^2 - 2x$. Giá trị của $x_1^2 + x_2^2$ bằng

**A.** $13$. **B.** $32$. **C.** $40$. **D.** $36$.

**Lời giải**

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$f'(x) = x^2 - 6x - 2$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 2 = 0 \; (*)$. Dễ thấy $\Delta' = 11 > 0$

Vì $x_1$ và $x_2$ là hai điểm cực trị của hàm số nên $x_1$ và $x_2$ là hai nghiệm của phương trình $(*)$.

**Cách 1:**

Phương trình $(*)$ có hai nghiệm $x_1 = 3 + \sqrt{11}$ và $x_2 = 3 - \sqrt{11}$. Khi đó $x_1^2 + x_2^2 = 40$.

**Cách 2:**

Theo định lí Vi – et, $\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1.x_2 = -2 \end{cases}$.

Do đó $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 6^2 - 2.(-2) = 40$.

**Câu 88:** Hàm số $y = 2x^3 - x^2 + 5$ có điểm cực đại là

**A.** $x = \dfrac{1}{3}$. **B.** $x = 5$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 0$.

**Lời giải**

Ta có $y' = 6x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \dfrac{1}{3} \end{array}\right.$.

$$y'' = 12x - 2 \Rightarrow \begin{cases} y''(0) = -2 < 0 \\ y''\left(\dfrac{1}{3}\right) = 2 > 0 \end{cases}.$$

Suy ra hàm số $y = 2x^3 - x^2 + 5$ có điểm cực đại là: $x = 0$.

**Câu 89:** Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 12x + 12$ là

**A.** $(-2;28)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(2;-4)$. **D.** $(4;28)$.

**Lời giải**

Đạo hàm $y' = 3x^2 - 12$. Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -2 \end{array}\right.$, lại có $y(2) = -4$, $y(-2) = 28$

Vậy điểm cực đại của đồ thị hàm số trên là $(-2;28)$.

**Câu 90:** Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 4$ đạt cực trị tại $x_1$ và $x_2$ thì tích các giá trị cực trị bằng

**A.** $-302$. **B.** $-207$. **C.** $25$. **D.** $-82$.

**Lời giải**

**Ta có**

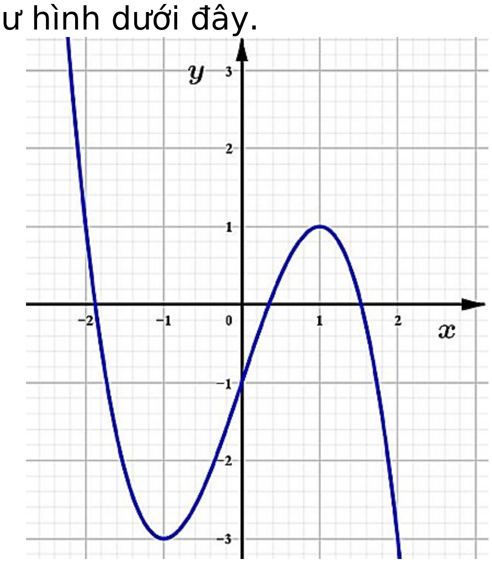
$$y' = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right.$$

Suy ra

$$y(-1) = 9; y(3) = -23 \Rightarrow y(-1).y(3) = -207$$

.

**Câu 91:** Cho hàm số $y = f(x)$, có đạo hàm là $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu cực trị ?

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

**Lời giải**

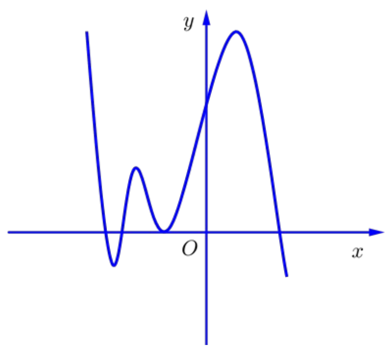
Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a \\ x=b \\ x=c \end{array}\right.$

Ta có bảng xét dấu

| $x$ | $-\infty$ | | $a$ | | $b$ | | $c$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số $y=f(x)$ có 3 cực trị.

**Câu 92:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong ở hình bên. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?




**A.** $6$. **B.** $5$. **C.** $4$. **D.** $3$.

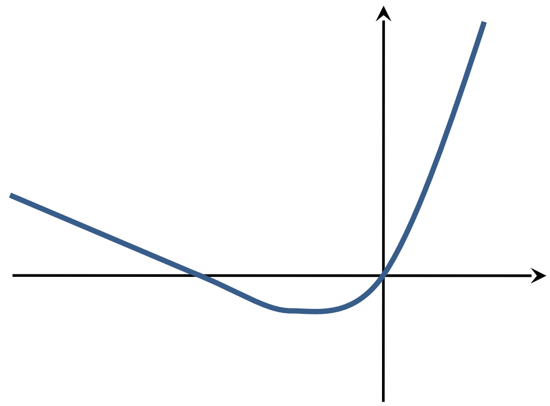
**Lời giải**

**Chọn D.**

Dựa vào đồ thị $y=f'(x)$ ta thấy phương trình $f'(x)=0$ có 4 nghiệm nhưng giá trị $f'(x)$ chỉ đổi dấu 3 lần.

Vậy hàm số $y=f(x)$ có 3 điểm cực trị.

**Câu 93:** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ sau:



Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào *sai*?

**A.** $f$ đạt cực tiểu tại $x=0$. **B.** $f$ đạt cực tiểu tại $x=-2$.

**C.** $f$ đạt cực đại tại $x=-2$. **D.** Cực tiểu của $f$ nhỏ hơn cực đại.

**Lời giải**

**Chọn B**

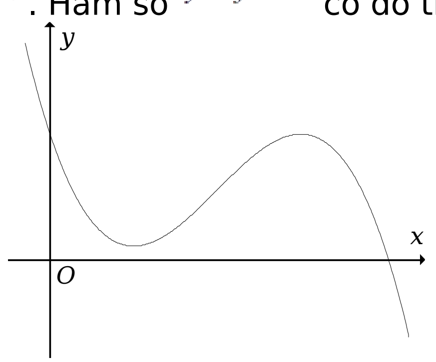
Từ đồ thị ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=0 \end{array}\right.$ và $f'(x)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-2 \\ x>0 \end{array}\right.$, $f'(x)<0 \Leftrightarrow -2<x<0$.

Từ đó suy ra bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $f(-2)$ | $\searrow$ | $f(0)$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=-2$.

**Câu 94:** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên.




Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

**A.** $3$. **B.** $1$. **C.** $0$. **D.** $2$.

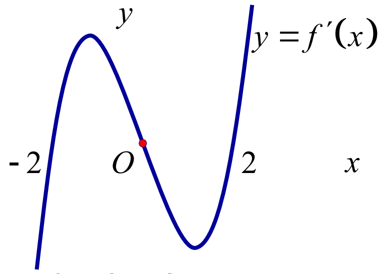
**Lời giải**

**Chọn B**

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$

ta thấy $f'(x)$ đổi dấu một lần do đó số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là $1$.

**Câu 95:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây




Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** $f(x)$ đạt cực đại tại $x=1$. **B.** $f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$.

**C.** $f(x)$ đạt cực đại tại $x=-1$. **D.** $f(x)$ đạt cực đại tại $x=\pm2$.

**Lời giải**

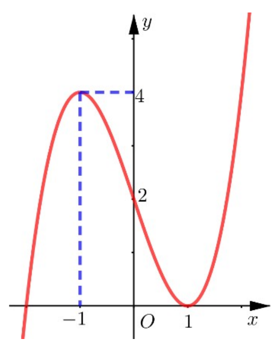
**Chọn B**

BBT

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

**Câu 96:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ sau:

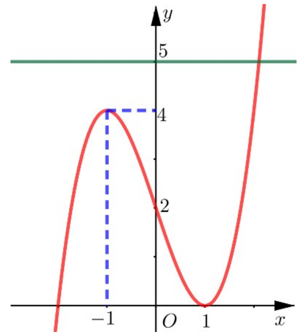



Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)-5x$ là:

**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $4$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn D**




Ta có: $y' = f'(x) - 5$; $y = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 5$. Dấu đạo hàm sai $y'$

Dựa vào đồ thị, suy ra phương trình $f'(x) = 5$ có nghiệm duy nhất và đó là nghiệm đơn.

Nghĩa là phương trình $y' = 0$ có nghiệm duy nhất và $y'$ đổi dấu khi qua nghiệm này.

Vậy hàm số $y = f(x) - 5x$ có một điểm cực trị.

**Câu 97:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y = mx^3 + x^2 + (m^2 - 6)x + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

**A.** $m = 1$. **B.** $m = -4$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = 2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $y' = 3mx^2 + 2x + m^2 - 6$ và $y'' = 6mx + 2$

Để hàm số $y = mx^3 + x^2 + (m^2 - 6)x + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ thì:

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 3m - 4 = 0 \\ 6m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -4 \end{array}\right. \\ m > -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$$

.

Thử lại: với $m = 1$ ta có: $y = x^3 + x^2 - 5x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 + 2x - 5$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -\frac{5}{3} \end{array}\right.$.

Vì $a = 1 > 0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = -\frac{5}{3}$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$. Vậy $m = 1$ thỏa mãn.

**Câu 98:** Tìm giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-4)x+3$ đạt cực tiểu tại $x=3$.

**A.** $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=5$. **D.** $m=-7$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $y'=x^2-2mx+m^2-4$, $y''=2x-2m$. Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$ điều kiện là

$$\begin{cases} y'(3)=0 \\ y''(3)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-6m+5=0 \\ 6x-2m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=5 \end{array}\right. \\ m<3 \end{cases} \Leftrightarrow m=1.$$

**Câu 99:** Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị là $A(1;-7)$, $B(2;-8)$. Tính $y(-1)$.

**A.** $y(-1)=11$. **B.** $y(-1)=7$. **C.** $y(-1)=-11$. **D.** $y(-1)=-35$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$. Vì $A(1;-7)$, $B(2;-8)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nên ta có $\begin{cases} y'(1)=0 \\ y(1)=-7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a+2b+c=0 \\ a+b+c+d=-7 \end{cases}$ và

$$\begin{cases} y'(2)=0 \\ y(2)=-8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12a+4b+c=0 \\ 8a+4b+2c+d=-8 \end{cases}.$$

Suy ra $a=2$, $b=-9$, $c=12$, $d=-12$. Do đó $y(-1)=-a+b-c+d=-35$.

**Câu 100:** Cho hàm số $f(x)=x^3-3mx^2+3(m^2-1)x$. Tìm tất cả các giá trị của $m$ để hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0=1$.

**A.** $m\neq 0$ và $m\neq 2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=0$. **D.** $m=0$ hoặc $m=2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $f'(x)=3x^2-6mx+3(m^2-1)$, $f''(x)=6x-6m$.

Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0=1$ thì $f'(1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=0 \end{array}\right.$.

Với $m=2$, ta có $f''(1)=-6<0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x_0=1$.

Với $m=0$, ta có $f''(1)=6>0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x_0=1$.

Vậy $m=2$ là giá trị cần tìm.

**Câu 101:** Biết điểm $M(0;4)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+a^2$. Tính $f(3)$.

**A.** $f(3)=17$. **B.** $f(3)=49$. **C.** $f(3)=34$. **D.** $f(3)=13$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $f'(x)=3x^2+2ax+b$ và $f''(x)=6x+2a$.

$M(0;4)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $\Rightarrow \begin{cases} f(0)=4 \\ f'(0)=0 \\ f''(0)<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2=4 \\ b=0 \\ a<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=0 \end{cases}$

$\Rightarrow f(x)=x^3-2x^2+4$. Vậy $f(3)=13$.

**Câu 102:** Tìm giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-4)x+3$ đạt cực đại tại điểm $x=3$.

**A.** $m=-7$. **B.** $m=5$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=1$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $y'=x^2-2mx+m^2-4$, $y''=2x-2m$.

Điều kiện cần để hàm số đạt cực đại tại điểm $x=3$ là:

$y'(3)=0 \Leftrightarrow m^2-6m+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=5 \end{array}\right.$.

Điều kiện đủ:

Tại $m=1$ thì $y''(3)=2.3-2.1=4>0$, hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=3$.

Tại $m=5$ thì $y''(3)=2.3-2.5=-4<0$, hàm số đạt cực đại tại điểm $x=3$.

Vậy với $m=5$ thì hàm số đạt cực đại tại điểm $x=3$.

## ◆Dạng ❷: Câu trắc nghiệm đúng, sai

**Câu 1:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+2025$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2025)$.

**Lời giải**

| a) Đ | b) S | c) Đ | d) Đ |
|---|---|---|---|

a) Ta có $f'(x)=x^2+2025>0$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Do đó Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.**Chọn Đ**

b) Ta có $f'(x)=x^2+2025>0$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Do đó Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

**Chọn S**

c) Ta có $f'(x)=x^2+2025>0$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Do đó Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

**Chọn Đ**

d) Ta có $f'(x)=x^2+2025>0$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Do đó Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2025)$

.**Chọn Đ**

**Câu 2:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

**Lời giải**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a) Đ** | **b) S** | **c) Đ** | **d) Đ** |

a) Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.**Chọn Đ**

b) Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.**Chọn S**

c) Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.**Chọn Đ**

d) Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.**Chọn Đ**

**Câu 3:** Cho hàm số $y=f(x)$.Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Nếu phương trình $f'(x)=0$ vô nghiệm thì hàm số $y=f(x)$ không có cực trị.

b) Nếu $f'(x_0)=0$ thì hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại $x=x_0$.

c) Nếu hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại $x=x_0$ thì đạo hàm đổi dấu khi $x$ chạy qua $x_0$.

d) Nếu hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại $x=x_0$ thì $f''(x_0)\neq 0$.

**Lời giải**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a) S** | **b) S** | **c) S** | **d) Đ** |

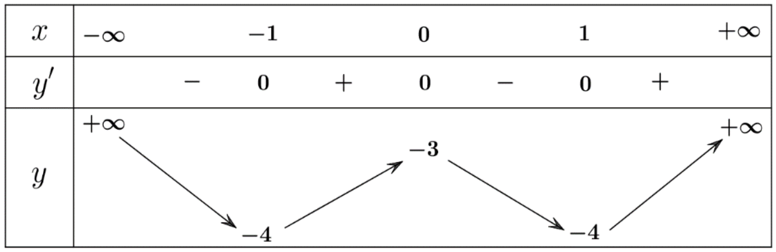
a) hàm số $y=f(x)=|x|$ có đạo hàm là $f'(x)=\frac{x}{|x|}$. Phương trình $f'(x)=\frac{x}{|x|}=0$ vô nghiệm nhưng hàm số có cực trị tại $x=0$. **Chọn S**

b) hàm số $y=f(x)=x^3$ có $f'(0)=0$ nhưng hàm số không đạt cực trị tại $x=0$. **Chọn S**

c) Nếu hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại $x=x_0$ thì đạo hàm đổi dấu khi $x$ chạy qua $x_0$. **Chọn Đ**

d) hàm số $y=f(x)=x^4$ đạt cực trị tại $x=0$ nhưng $f''(0)=0$. **Chọn S**

**Câu 4:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây:



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

b) Hàm số có hai điểm cực đại.

c) Hàm số có ba điểm cực trị.

d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

**Lời giải**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a) S** | **b) S** | **c) Đ** | **d) S** |

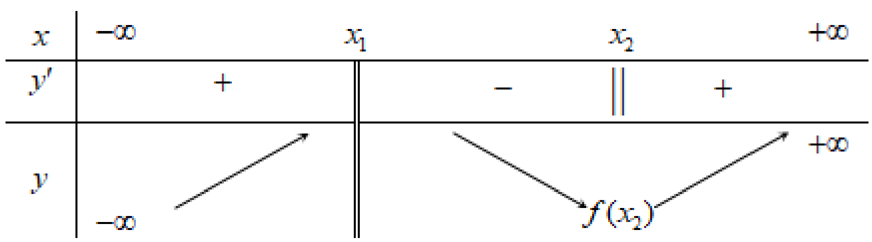
a) Dựa vào BBT ta có: Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.**Chọn S**

b) Dựa vào BBT ta có: Hàm số có hai điểm cực đại.**Chọn S**

c) Dựa vào BBT ta có: Hàm số có ba điểm cực trị.**Chọn Đ**

d) Dựa vào BBT ta có: Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.**Chọn S**

**Câu 5:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

b) Hàm số đã cho không có cực trị.

c) Hàm số đã cho có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

d) Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

**Lời giải**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a) Đ** | **b) S** | **c) S** | **d) S** |

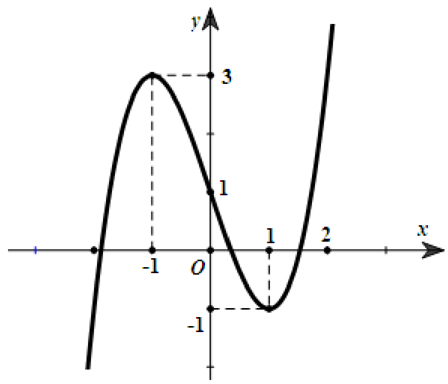
a) Dựa vào BBT, ta có $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = x_2$ và không có điểm cực đại.
**Chọn Đ**

b) Dựa vào BBT, ta có: Hàm số đã cho không có cực trị. **Chọn S**

c) Dựa vào BBT, ta có: Hàm số đã cho có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.**Chọn S**

d) Dựa vào BBT, ta có: Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu. **Chọn S**

**Câu 6:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.




Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(-1;3)$.

b) Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1;1)$.

c) Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1;-1)$.

d) Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(3;-1)$.

**Lời giải**

| a) Đ | b) S | c) S | d) S |
|---|---|---|---|

a) Quan sát đồ thị ta thấy được điểm cực đại là $(-1;3)$. **Chọn Đ**

b) Quan sát đồ thị ta thấy được điểm cực đại là $(-1;1)$. **Chọn S**

c) Quan sát đồ thị ta thấy được điểm cực đại là $(1;-1)$. **Chọn S**

d) Quan sát đồ thị ta thấy được điểm cực đại là $(3;-1)$. **Chọn S**

**Câu 7:** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $3$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.

b) Giá trị cực tiểu của hàm số bằng $3$.

c) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

d) Hàm số chỉ có 1 điểm cực tiểu.

**Lời giải**

| a) S | b) Đ | c) S | d) S |
|---|---|---|---|

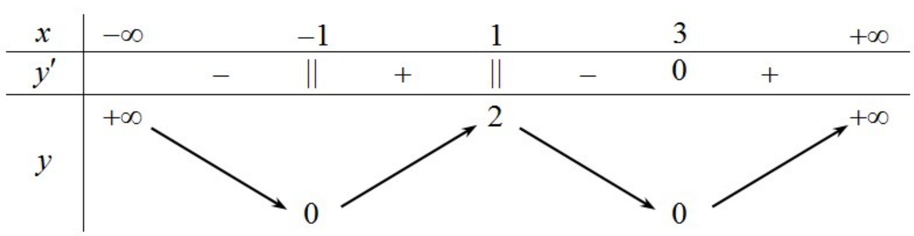
a) Theo bảng biến thiên. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.**Chọn S**

b) Theo bảng biến thiên. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng $3$.**Chọn Đ**

c) Theo bảng biến thiên. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.**Chọn S**

d) Theo bảng biến thiên. Hàm số chỉ có 1 điểm cực tiểu.**Chọn S**

**Câu 8:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:




.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số có 1 điểm cực trị.

b) Hàm số không có điểm cực trị.

c) Hàm số có 2 điểm cực trị.

d) Hàm số có 3 điểm cực trị.

**Lời giải**

| a) S | b) S | c) S | d) Đ |
|---|---|---|---|

a) Nhìn vào BBT ta thấy Hàm số có 1 điểm cực trị. **Chọn S**

b) Nhìn vào BBT ta thấy Hàm số không có điểm cực trị. **Chọn S**

c) Nhìn vào BBT ta thấy Hàm số có 2 điểm cực trị. **Chọn S**

d) Nhìn vào BBT ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị. **Chọn Đ**

**Câu 9:** Cho hàm số $y = \dfrac{-x + 2}{x - 1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

b) Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

c) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

d) Hàm số nghịch biến với mọi $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

**Lời giải**

| a) S | b) Đ | c) S | d) S |
|---|---|---|---|

a) Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Ta có $y'=\dfrac{1-2}{(x-1)^2}=\dfrac{-1}{(x-1)^2}<0,\ \forall x\in D$

Vậy Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. **Chọn S**

b) Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Ta có $y'=\dfrac{1-2}{(x-1)^2}=\dfrac{-1}{(x-1)^2}<0,\ \forall x\in D$

Vậy Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. **Chọn Đ**

c) Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Ta có $y'=\dfrac{1-2}{(x-1)^2}=\dfrac{-1}{(x-1)^2}<0,\ \forall x\in D$

Vậy Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **Chọn S**

d) Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Ta có $y'=\dfrac{1-2}{(x-1)^2}=\dfrac{-1}{(x-1)^2}<0,\ \forall x\in D$

Vậy Hàm số nghịch biến với mọi $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **Chọn S**

**Câu 10:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $2$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $-6$ | $\nearrow$ | $2$ |

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số có điểm cực đại là $(-1;5)$.

b) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-6$.

c) Hàm số có bốn điểm cực trị.

d) Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

**Lời giải**

| a) S | b) S | c) S | d) Đ |
|---|---|---|---|

a) Do $y'=0$ tại $x=-1$ và $y'$ đổi dấu từ dương sang âm khi $x$ qua điểm $-1$.

Vậy Hàm số có điểm cực đại là $(-1;5)$.

b) Do $y'=0$ tại $x=-1$ và $y'$ đổi dấu từ dương sang âm khi $x$ qua điểm $-1$.

Vậy Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-6$.

c) Do $y'=0$ tại $x=-1$ và $y'$ đổi dấu từ dương sang âm khi $x$ qua điểm $-1$.

Vậy Hàm số có bốn điểm cực trị.

d) Do $y'=0$ tại $x=-1$ và $y'$ đổi dấu từ dương sang âm khi $x$ qua điểm $-1$.

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

**Câu 11:** Cho hàm số $y=x^4+2025$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(2025;+\infty)$.

d) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**Lời giải**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a) S** | **b) S** | **c) Đ** | **d) S** |

Ta có $y' = 4x^3$.

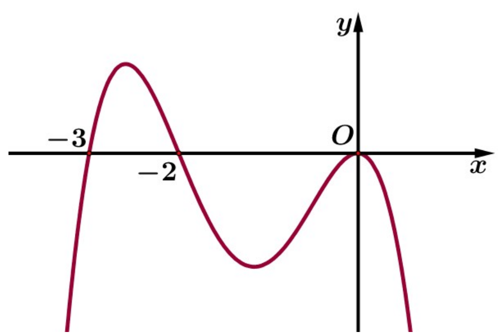
$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Ta có bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | **2025** | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Vậy hàm số $y = x^4 + 2025$ đồng biến trên khoảng $(2025; +\infty)$.

**Câu 12:** Hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.




Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.

b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

d) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

**Lời giải**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a) S** | **b) Đ** | **c) S** | **d) S** |

Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có: Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

**Câu 13:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $-2$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Giá trị cực đại của hàm số là $5$.

b) Giá trị cực đại của hàm số là $-2$.

c) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.

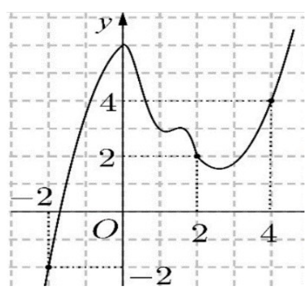
d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

**Lời giải**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a) Đ** | **b) S** | **c) S** | **d) S** |

Dựa vào BBT ta có giá trị cực đại của hàm số là $y = 5$.

**Câu 14:** Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $h(x) = f(x) - x$.




Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $h(1) + 1 = h(4) < h(2)$.

b) $h(0) = h(4) + 2 < h(2)$

c) $h(-1) < h(0) < h(2)$.

d) $h(2) < h(4) < h(0)$.

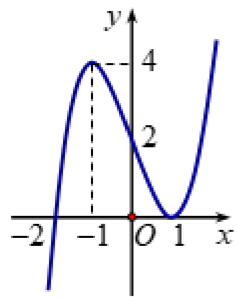
**Lời giải**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a) S** | **b) S** | **c) Đ** | **d) S** |

Xét hàm số $h(x) = f(x) - x$ trên đoạn $[-1;4]$.

Ta có $h'(x) = f'(x) - 1$. Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[-1;4]$ ta được $h'(x) > 0$. Suy ra hàm số đồng biến trên $[-1;4]$.

**Câu 15:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ ($y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$). Xét hàm số $g(x)=f(x^2-3)$.




Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-1;0)$.

b) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.

c) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(1;2)$.

d) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$.

**Lời giải**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a) Đ** | **b) Đ** | **c) S** | **d) Đ** |

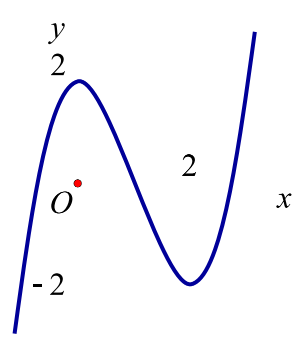
$g'(x)=\left(f(x^2-3)\right)'=(x^2-3)'f'(x^2-3)=2xf'(x^2-3)$

Ta có $f'(x)<0 \Leftrightarrow x<-2$ nên $g'(x)<0 \Leftrightarrow x^2-3<-2 \Leftrightarrow x^2<1 \Leftrightarrow -1<x<1$.

Ta có bảng xét dấu:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

**Câu 16:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $x = 2$.

b) Hàm số có điểm cực đại là 2.

c) Hàm số có cực tiểu là 2.

d) Hàm số có tổng cực đại và cực tiểu là 0.

**Lời giải**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a) S** | **b) S** | **c) S** | **d) Đ** |

Từ đồ thị ta thấy hàm số có cực đại là 2 và cực tiểu là $-2$ nên tổng cực đại và cực tiểu là 0.

**Câu 17:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-6$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-427$ | $\nearrow$ | | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số có $1$ điểm cực trị.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -6)$.

c) Điểm cực tiểu của hàm số là $x = -6$.

d) Hàm số có $2$ điểm cực trị.

**Lời giải**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a) Đ** | **b) Đ** | **c) Đ** | **d) S** |

Theo bảng biến thiên, hàm số đã cho có đúng $1$ điểm cực trị, nên mệnh đề "Hàm số có 2 điểm cực trị" là mệnh đề sai.

**Câu 18:** Cho hàm số $y = \left(\frac{3}{4}\right)^{x^2 - 2x + 2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số không có cực trị

b) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$

c) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$

d) Hàm số có 2 cực trị.

**Lời giải**

| a) S | b) S | c) Đ | d) S |
|---|---|---|---|

$y' = (2x-2)\left(\frac{3}{4}\right)^{x^2-2x+2}\ln\frac{3}{4}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | | $\nearrow$ | $\frac{3}{4}$ | $\searrow$ | |

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x = 1$

**Câu 19:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$.

b) Hàm số có hai điểm cực đại.

c) Hàm số có hai điểm cực trị.

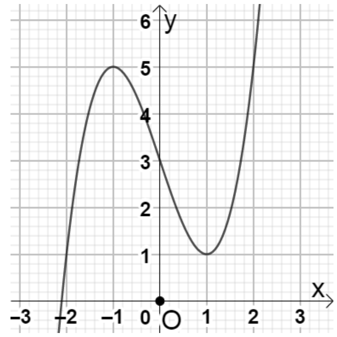
d) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 3$.

**Lời giải**

| a) Đ | b) S | c) S | d) S |
|---|---|---|---|

Dựa vào bảng biến thiên ta có: hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$; hàm số đạt cực tiểu tại hai điểm $x = -1$ và $x = 1$.

**Câu 20:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 - 3x$.




Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $g(0) \le g(2)$.

b) $g(-2) > g(0)$.

c) $g(2) < g(4)$.

d) $g(-4) = g(-2)$.

**Lời giải**

| a) S | b) S | c) Đ | d) S |
|---|---|---|---|

Ta có $g'(x) = f'(x) - x - 3 = f'(x) - (x+3)$.

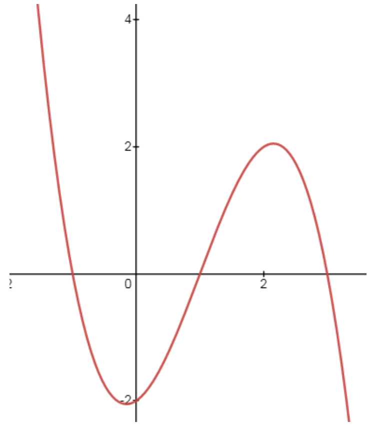
Khi đó: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) - (x+3) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = (x+3) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Lập Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $5$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ nên suy ra được $g(2) < g(4)$.

**Câu 21:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x) + x$.




Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

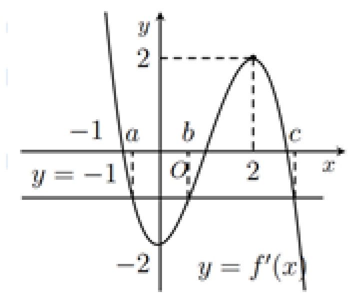
b) Hàm số không có điểm cực tiểu.

c) Hàm số có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.

d) Hàm số không có điểm cực đại.

**Lời giải**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a) Đ** | **b) S** | **c) S** | **d) S** |




$g'(x) = f'(x) + 1$. Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -1$.

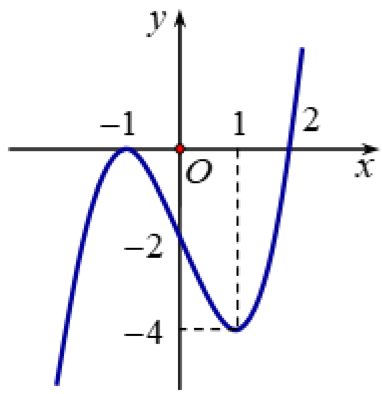
Vẽ đường thẳng $d: y = -1$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt đường thẳng $d$ tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $a$, $b$ và $c$.

Suy ra phương trình $g'(x) = 0$ có 3 nghiệm bội bậc lẻ $x = a$, $x = b$ và $x = c$.
Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $a$ | | $b$ | | $c$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g(x)$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | |

Vậy hàm số $y = g(x)$ có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

**Câu 22:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y=f'(x)$, ($y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$). Xét hàm số $g(x)=f(x^2-2)$.




Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

b) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

c) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

d) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

**Lời giải**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **a) Đ** | **b) Đ** | **c) S** | **d) Đ** |

Từ đồ thị thấy $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$ và $f'(x)>0 \Leftrightarrow x>2$.

Xét $g(x)=f(x^2-2)$ có TXĐ $D=\mathbb{R}$.

$g'(x)=2xf'(t)$ với $t=x^2-2$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ t=x^2-2=-1 \\ t=x^2-2=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$.

Có $f'(t)>0 \Leftrightarrow t=x^2-2>2 \Leftrightarrow x<-2 \vee x>2$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | ↘ | | | ↗ | | | | ↘ | | | ↗ | |

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-2;0)$.Vậy C sai.

**Câu 23:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $\Vert$ | $+$ | $0$ | $+$ | $\Vert$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $3 \,\Vert\, 0$ | $\nearrow$ | | $\nearrow$ | $4$ | $\searrow$ | $0$ |

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng.

b) Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

c) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=2$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(2;+\infty)$ bằng $0$.

**Lời giải**

| a) S | b) S | c) Đ | d) S |
|---|---|---|---|

Ta có

$\lim\limits_{x\to 0^-} y=3$ và $\lim\limits_{x\to 0^+} y=0$ $\Rightarrow$ đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng, suy ra mệnh đề A sai.

$\lim\limits_{x\to -\infty} y=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to +\infty} y=0$ $\Rightarrow$ đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$, suy ra mệnh đề B sai.

Trên khoảng $(2;+\infty)$ hàm số không có giá trị nhỏ nhất, suy ra mệnh đề D sai.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có 1 điểm cực đại tại điểm $x=2$ nên C đúng

**Câu 24:** Cho hàm số $y=f(x)=\ln\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số $y=f(x)$ là hàm số lẻ trên tập xác định.

b) Hàm số $y=f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

c) Hàm số $y=f(x)$ là hàm số chẵn trên tập xác định.

d) Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên tập xác định.

**Lời giải**

| a) Đ | b) Đ | c) Đ | d) S |
|---|---|---|---|

Rõ ràng $\sqrt{x^2+1}-x>|x|-x\geq 0$ nên $\sqrt{x^2+1}-x>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Do đó, hàm số $y=f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ (do đó $\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow -x\in\mathbb{R}$).

Với mọi $x\in\mathbb{R}$, ta có

$$f(-x)=\ln\left(\sqrt{(-x)^2+1}-(-x)\right)=\ln\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)=\ln\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+1}-x}\right)=-\ln\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)=-f(x)$$

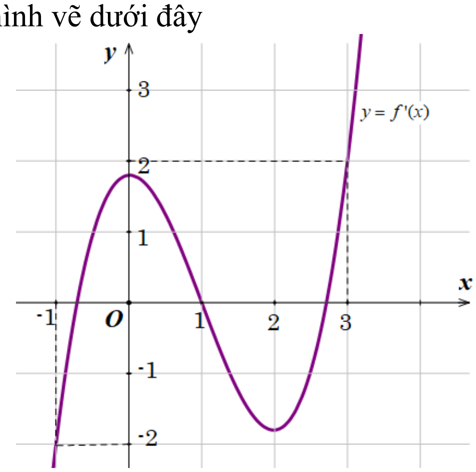
Vậy $y=f(x)$ là hàm số lẻ trên tập xác định.

Xét về đạo hàm, ta có

$$y'=f'(x)=\frac{\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1}{\sqrt{x^2+1}-x}=-\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}<0,\ \forall x\in\mathbb{R}.$$

Do đó hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên tập xác định.

**Câu 25:** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên tập số thực $\mathbb{R}$ và hàm số $g(x)=f(x)-\frac{1}{2}x^2+x+1$. Biết đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây




Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đồ thị hàm số $y=g(x)$ có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.

b) Đồ thị hàm số $y=g(x)$ có 2 điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

c) Đồ thị hàm số $y=g(x)$ có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.

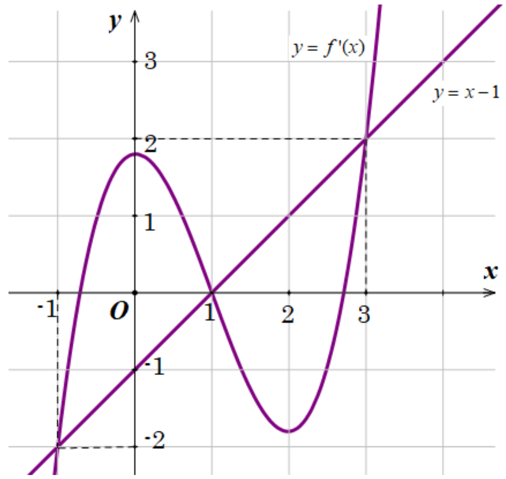
d) Đồ thị hàm số $y=g(x)$ có 3 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.

**Lời giải**

| a) Đ | b) S | c) S | d) S |
|---|---|---|---|

Ta có $g'(x)=f'(x)-(x-1)$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=x-1$ đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và đường thẳng $y=x-1$.




Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và đường thẳng $y=x-1$ ta có $g'(x)=0 \Leftrightarrow x=-1,\ x=1,\ x=3$

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | | $\searrow$ | $g(-1)$ | $\nearrow$ | $g(1)$ | $\searrow$ | $g(3)$ | $\nearrow$ | |

Từ bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số $y=g(x)$ có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.

## ◆Dạng ❸: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Tìm các khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến của hàm số $y=-x^2+2x+3$.

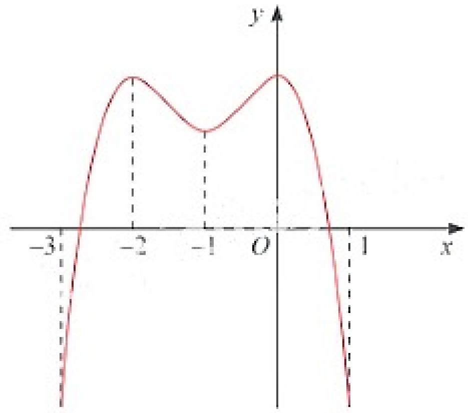
**Lời giải**

Tập xác định của hàm số là $R$.

Ta có: $y'=-2x+2, y'>0$ với $x\in(-\infty;1)$; $y<0$ với $x\in(1;+\infty)$.

Do đó, hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

**Câu 2:** Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số y = f(x) có đồ thị cho ở Hình 3.



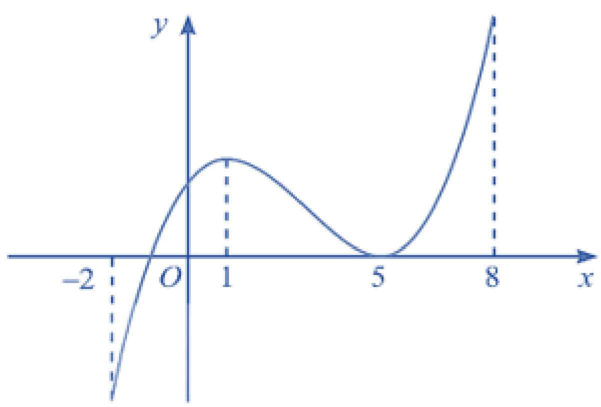

*Hình 3*

**Lời giải**

Hàm số đồng biến trên các khoảng (-3; -2) và $(-1;0)$

Hàm số nghịch biến trên khoảng (-2;-1) và $(0;1)$

**Câu 3:** Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y=f(x)$ có đồ thị cho ở Hình 2.




Hình 2

**Lời giải**

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2;1)$ và $(5;8)$, nghịch biến trên khoảng $(1;5)$.

**Câu 4:** Chứng minh rằng hàm số $g(x)=\frac{x}{x-1}$ nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

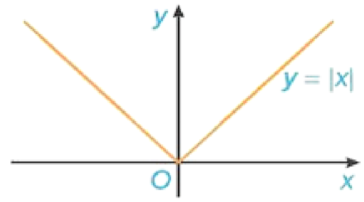
**Lời giải**

Hàm số xác định trên $(1;+\infty)$.

Ta có $g'(x)=\frac{-1}{(x-1)^2}<0$ với mọi $x\in(1;+\infty)$.

Vậy $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

**Câu 5:** Hình 1.4 là đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)=¿x\vee¿$. Hãy tìm các khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến của hàm số.




Hình 1.4

**Lời giải**

Tập xác định của hàm số là $R$.

Từ đồ thị suy ra: Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$.

**Câu 6:** Xét dấu $y'$ rồi tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $y=\frac{4}{3}x^3-2x^2+x-1$.

**Lời giải**

Tập xác định $D=R$.

Ta có: $y'=4x^2-4x+1$.

Xét $y'=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$.

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $+$ | |

Vậy hàm số đồng biến trên $R$.

*Câu* 7: Tìm điểm cực trị của hàm số: $y=x^3-3x^2-9x+11$.

**Lời giải**

Hàm số đã cho có tập xác định là $R$.

Ta có: $y'=3x^2-6x-9$;

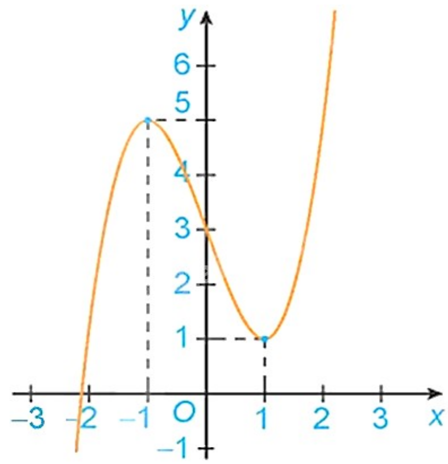
$y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x-9=0 \Leftrightarrow x=-1$ hoặc $x=3$.

Bảng biến thiên của hàm số như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $16$ | $\searrow$ | $-16$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và đạt cực tiểu tại $x=3$.

**Câu 8:** Hình 1.9 là đồ thị của hàm số $y=f(x)$. Hãy tìm các cực trị của hàm số.




*Hình 1.9*

**Lời giải**

Từ đồ thị hàm số, ta có:

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và $y_{CT}=y(1)=1$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và $y_{CD}=y(-1)=5$

**Câu 9:** Lập bảng biến thiên và xác định các khoảng đơn điệu của hàm số:
$y=f(x)=2x^3+6x^2+6x-9$

**Lời giải**

Hàm số đã cho xác định trên $R$.

Ta có $y'=f'(x)=6x^2+12x+6=6(x+1)^2$. Do đó $y'\geq 0$ với mọi $x\in R$ và $y'=0$ tại $x=-1$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | | $\nearrow$ | | $+\infty$ |

Vậy hàm số đồng biến trên $R$.

*Câu* 10: Xét dấu y' rồi tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số: $y=-2x^2+4x+3$.

**Lời giải**

Hàm số đã cho có tập xác định là $R$.

Ta có: $y'=-4x+4$;

$y'=0 \Leftrightarrow -4x+4=0 \Leftrightarrow x=1$.

Ta có bảng xét dấu của $y'$ như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$; nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

*Câu* 11: Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số: $y=x^3-3x^2-9x+1$.

**Lời giải**

Hàm số đã cho có tập xác định là $R$.

Ta có: $y'=3x^2-6x-9$;

$y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x-9=0 \Leftrightarrow x=-1$ hoạc $x=3$.

Bảng biến thiên của hàm số như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $6$ | $\searrow$ | $-26$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Vậy hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$; nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

**Câu 12:** Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y=\frac{-1}{3}x^3+x^2-x+5$.

**Lời giải**

Hàm số đã cho có tập xác định là $R$.

Ta có: $y'=-x^2+2x-1=-(x-1)^2$;

$y'\le 0$ vơii mọi $x\in R$ và $y'=0 \Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên của hàm số như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | | | | $-\infty$ |

Vậy hàm số nghịch biến trên $R$.

**Câu 13:** Tìm điểm cực trị của hàm số $y=\frac{x^2+x+1}{x+1}$.

**Lời giải**

Hàm số đã cho có tập xác định là $R\setminus\{-1\}$.

Ta có: $y'=\frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$ với $x\neq-1$;

$y'=0\Leftrightarrow x^2+2x=0\Leftrightarrow x=-2$ hoặc $x=0$.

Bảng biến thiên của hàm số như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-1$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-\infty$ ‖ $+\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và đạt cực tiểu tại $x=0$.

**Câu 14:** Quan sát bảng biến thiên dưới đây và cho biết:
a) $x_o$ có là điểm cực đại của hàm số $f(x)$ hay không.

b) $x_1$ có là điểm cực tiểu của hàm số $h(x)$ hay không.

| $x$ | $a$ | | $x_0$ | | $b$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | | $-$ | |
| $f(x)$ | | | $f(x_0)$ | | |

| $x$ | $a$ | | $x_1$ | | $b$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $h'(x)$ | | $-$ | | $+$ | |
| $h(x)$ | | | $h(x_1)$ | | |



**Lời giải**

a) $x_o$ có là điểm cực đại của hàm số $f(x)$.

b) $x_1$ có là điểm cực tiểu của hàm số $h(x)$.

**Câu 15:** Tìm cực trị của hàm số $y=f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+\frac{1}{3}$.

**Lời giải**

Hàm số xác định với mọi $x\in R$. Ta có $y'=x^2-2x-3$;

Bảng biến thiên:

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $-\frac{26}{3}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên, suy ra $x=-1$ là điểm cực đại của hàm số, $f_{CD}=2$;

$x=3$ là điểm cực tiểu của hàm số, $f_{CT}=\frac{-26}{3}$.

**Câu 16:** Tìm cực trị của hàm số $f(x)=2x^3-9x^2-24x+1$.

**Lời giải**

Tập xác định: $D=R$.

Ta có $f'(x)=6x^2-18x-24$;

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-1$ hoặc $x=4$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $14$ | $\searrow$ | $-111$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=-1, y_{CD}=f(-1)=14$; hàm số đạt cực tiểu tại $x=4$, $y_{CT}=f(4)=-111$.

**Câu 17:** Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $y=x^4+2x^2-3$.

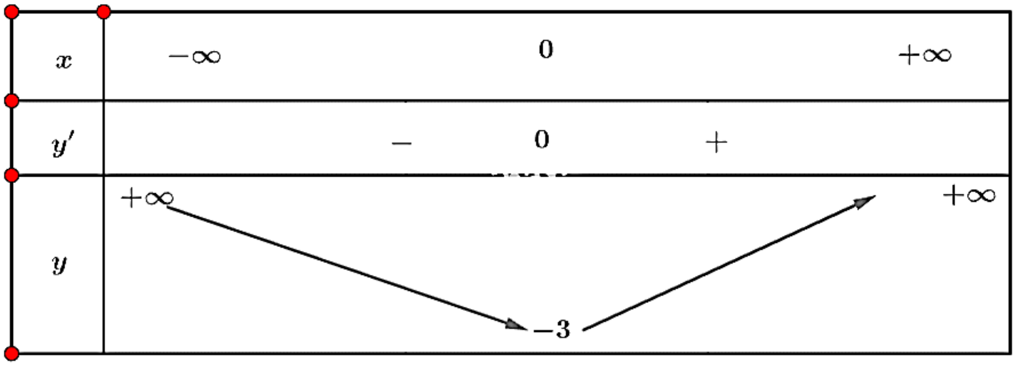
**Lời giải**

Tập xác định $D=R$.

Ta có: $y'=4x^3+4x$.

Xét $y'=0 \Leftrightarrow x=0$.

Ta có bảng biến thiên:




Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

**Câu 18:** Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số sau $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$.

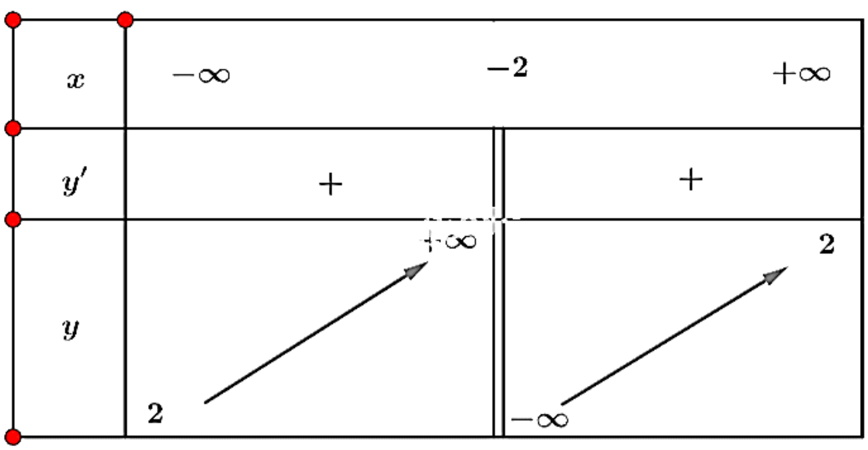
**Lời giải**

Tập xác định $D=R \setminus \{-2\}$.

Ta có: $y'=\dfrac{5}{(x+2)^2}$.

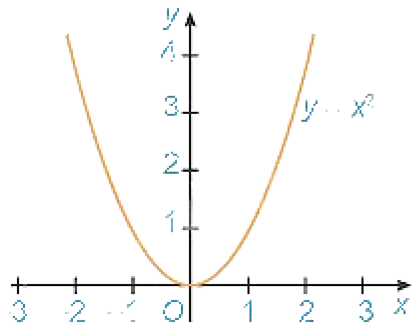
Nhận xét: $y'>0$ với mọi $x \in D$.

Ta có bảng biến thiên:




Vậy hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

**Câu 19:** Quan sát đồ thị của hàm số $y=x^2$ (H.1.2)



*Hình 1.2*

a) Hàm số đồng biến trên khoảng nào?

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng nào?

**Lời giải**

Từ đồ thị ta thấy:

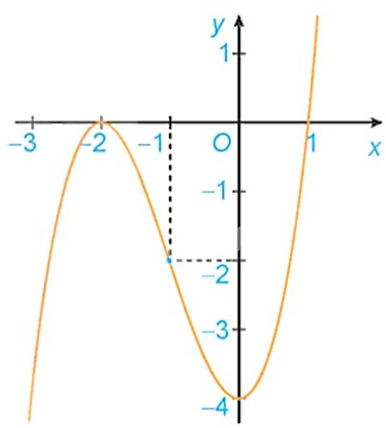
Xét khoảng $(0;+\infty)$: $\forall x_1,x_2\in(0;+\infty), x_1<x_2$ thì $x_1^2<x_2^2$ hay $f(x_1)<f(x_2)$.

Suy ra, hàm số $y=x^2$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Xét khoảng $(-\infty;0)$: $\forall x_1,x_2\in(-\infty;0), x_1<x_2$ thì $x_1^2>x_2^2$ hay $f(x_1)>f(x_2)$.

Suy ra, hàm số $y=x^2$ nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

**Câu 20:** Quan sát đồ thị của hàm số $y=x^3+3x^2-4$ (H.1.7). Xét dấu đạo hàm của hàm số đã cho và hoàn thành các bảng sau vào vớ:



*Hình 1.7*

| $x$ | $-3$ | | $-2$ | | $-1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | ? | 0 | ? | |
| $y$ | $-4$ | ↗ | ? | ↘ | $-2$ |

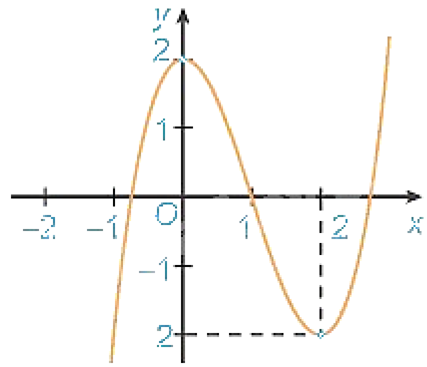
| $x$ | $-1$ | | $0$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | ? | 0 | ? | |
| $y$ | $-2$ | ↘ | ? | ↗ | $0$ |

**Lời giải**

| $x$ | $-3$ | | $-2$ | | $-1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-4$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-2$ |

| $x$ | $-1$ | | $0$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-2$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $0$ |

**Câu 21:** Hình 1.5 là đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2+2$. Hãy tìm các khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến của hàm số.




*Hình 1.5*

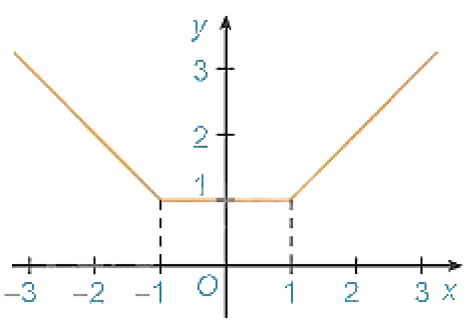
**Lời giải**

Tập xác định của hàm số là $R$.

Trong khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$ thì đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ đi lên từ trái sang phải nên hàm số $y=x^3-3x^2+2$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Trong khoảng $(0;2)$ thì đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ đi xuống từ trái sang phải nên hàm số $y=x^3-3x^2+2$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

**Câu 22:**




*Hình 1.6*

a) Xét dấu đạo hàm của hàm số trên các khoảng $(-\infty;-1),(1;+\infty)$. Nêu nhận xét về mối quan hệ giữa tính đồng biến, nghịch biến và dấu của đạo hàm trên mỗi khoảng này.

b) Có nhận xét gì về đạo hàm y' của hàm số y trên khoảng $(-1;1)$?

**Lời giải**

a) + Xét khoảng $(-\infty;-1)$ ta có: $y'=(-x)'=-1<0$

Trong khoảng $(-\infty;-1)$ ta thấy hàm số y nghịch biến và đạo hàm $y'<0$.

Xét khoảng $(1;+\infty)$ ta có: $y'=x'=1>0$

Trong khoảng $(1;+\infty)$ ta thấy hàm số y đồng biến và đạo hàm $y'>0$.

b) Trong khoảng $(-1;1)$ ta có: $y'=(1)'=0$

Trong khoảng $(-1;1)$ ta thấy hàm số y không đổi và đạo hàm $y'=0$.

**Câu 23:** Chứng minh rằng hàm số $y=\sqrt{x^2+1}$ nghịch biến trên nửa khoảng $(-\infty;0$¿ và đồng biến trên nửa khoảng ¿.

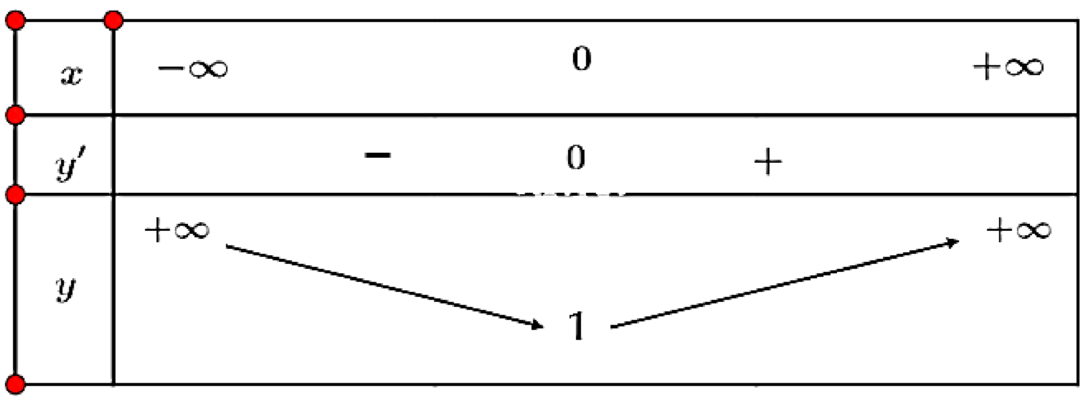
**Lời giải**

Tập xác định $D=R$.

Ta có: $y'=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

Xét $y'=0 \Leftrightarrow x=0$.

Ta có bảng biến thiên:




Vậy hàm số $y=\sqrt{x^2+1}$ nghịch biến trên nửa khoảng $(-\infty;0$¿ và đồng biến trên nửa khoảng ¿.

**Câu 24:** Cho hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+2x+1$.
a) Tính đạo hàm $f'(x)$ và tìm các điểm $x$ mà $f'(x)=0$.

b) Lập bảng biến thiên của hàm số, tức là lập bảng thể hiện dấu của đạo hàm và sự đồng biến, nghịch biến của hàm sổ trên các khoảng tương ứng.

c) Nếu kết luận về khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

**Lời giải**

a) $f'(x)=\left(x^3-3x^2+2x+1\right)'=3x^2-6x+2$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3-\sqrt{3}}{3} \\ x=\dfrac{3+\sqrt{3}}{3} \end{array}\right.$$

Vậy $x=\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}, x=\dfrac{3+\sqrt{3}}{3}$ thì $f'(x)=0$

b) Bảng biến thiên:

| x | $-\infty$ | | $\frac{3-\sqrt{3}}{3}$ | | $\frac{3+\sqrt{3}}{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f'(x) | | + | 0 | $-$ | 0 | + | |
| f(x) | $-\infty$ | $\nearrow$ | $\frac{9+2\sqrt{3}}{9}$ | $\searrow$ | $\frac{9-2\sqrt{3}}{9}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

c) Hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+2x+1$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}\right)$ và $\left(\dfrac{3+\sqrt{3}}{3};+\infty\right)$.

Hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+2x+1$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{3-\sqrt{3}}{3};\dfrac{3+\sqrt{3}}{3}\right)$.

**Câu 25:** Tìm các khoảng đơn điệu của các hàm số sau:

a) $y=\dfrac{1}{3}x^3+3x^2+5x+2$; b) $y=\dfrac{-x^2+5x-7}{x-2}$.

**Lời giải**

a) Tập xác định: $D=R$.

Ta có: $y'=x^2+6x+5, y'=0 \Leftrightarrow x^2+6x+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-5 \end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên của hàm số:

| x | $-\infty$ | | $-5$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| y' | | + | 0 | $-$ | 0 | + | |
| y | $-\infty$ | $\nearrow$ | $\frac{31}{3}$ | $\searrow$ | $\frac{-1}{3}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+3x^2+5x+2$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-5)$ và $(-1;+\infty)$.

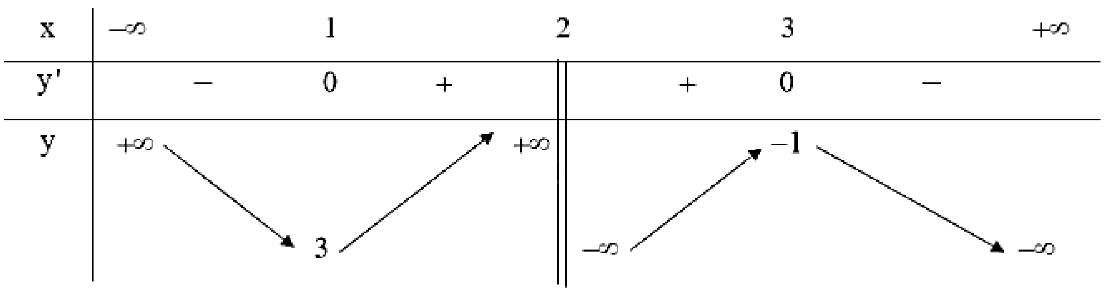
Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+3x^2+5x+2$ nghịch biến trên khoảng $(-5;-1)$.

b) Tập xác định: $D=R\setminus\{2\}$.

Ta có: $y'=\frac{(-2x+5)(x-2)-(-x^2+5x-7)}{(x-2)^2}=\frac{-x^2+4x-3}{(x-2)^2}$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=1\end{array}\right.$ (thỏa mãn)

Lập bảng biến thiên của hàm số:




Hàm số $y=\frac{-x^2+5x-7}{x-2}$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$ và $(2;3)$.

Hàm số $y=\frac{-x^2+5x-7}{x-2}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$.

**Câu 26:** Giải bài toán trong tình huống mở đầu bằng cách thực hiện lần lượt các yêu cầu sau:
a) Theo ý nghĩa cơ học của đạo hàm, vận tốc v(t) là đạo hàm của s(t). Hãy tìm vận tốc v(t).

b) Xét dấu của hàm v(t), từ đó suy ra câu trả lời.

Bài toán mở đầu:

Xét một chất điểm chuyển động trên một trục số nằm ngang, chiều dương từ trái sang phải (H.1.1). Giả sử vị trí $s(t)$ (mét) của chất điểm trên trục số đã chọn tại thời điểm $t$ (giây) được cho bởi công thức $s(t)=t^3-9t^2+15t, t\geq 0$. Hỏi trong khoảng thời gian nào thì chất điểm chuyển động sang phải, trong khoảng thời gian nào thì chất điểm chuyển động sang trái?


*Hình 1.1*

**Lời giải**

a) Ta có: $v(t)=s'(t)=(t^3-9t^2+15t)'=3t^2-18t+15$

b) Tập xác định: $D=R$.

Ta có: $v(t)>0 \Leftrightarrow 3t^2-18t+15>0 \Leftrightarrow (t-1)(t-5)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t<1 \\ t>5 \end{array}\right.$

$v(t)<0 \Leftrightarrow 3t^2-18t+15<0 \Leftrightarrow (t-1)(t-5)<0 \Leftrightarrow 1<t<5$

Chất điểm chuyển động theo chiều dương (sang bên phải) khi $v(t)>0$, tức là $t \in (-\infty;1) \cup (5;+\infty)$.

Chất điểm chuyển động theo chiều âm (sang bên trái) khi $v(t)<0$, tức là $1<t<5$.

**Câu 27:** Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-3x^2+8x+1$.

a) Tính đạo hàm $f'(x)$ và tìm các điểm mà tại đó đạo hàm $f'(x)$ bằng 0.

b) Lập bảng biến thiên của hàm số.

c) Từ bảng biến thiên suy ra các điểm cực trị của hàm số.

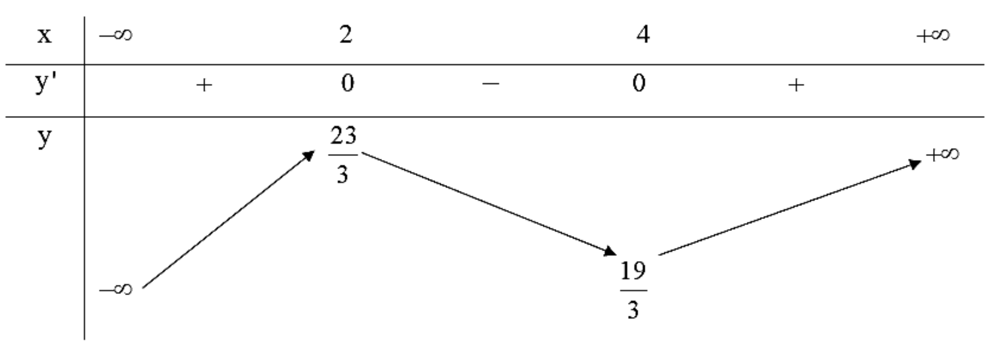
**Lời giải**

a) Tập xác định: $D=R$.

$y'=x^2-6x+8,\ y'=0 \Leftrightarrow x^2-6x+8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=2 \end{array}\right.$

Vậy $x=4;x=2$ thì $f'(x)=0$

b) Bảng biến thiên:




c) Từ bảng biến thiên ta có:

Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-3x^2+8x+1$ có điểm cực đại là $\left(2;\frac{23}{3}\right)$.

Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-3x^2+8x+1$ có điểm cực tiểu là $\left(4;\frac{19}{3}\right)$.

**Câu 28:** Giải thích vì sao nếu $f'(x)$ không đổi dấu qua $x_0$ thì $x_0$ không phải là điểm cực trị của hàm số f(x)?

**Lời giải**

Giả sử hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng ( $a;b$) chứa điểm $x_0$ và có đạo hàm trên các khoảng $(a;x_0)$ và $(x_0;b)$. Nếu $f'(x)$ không đổi dấu qua $x_0$ thì:

**TH1:** $f'(x)<0$ với mọi $x\in(a;x_0)$ và $f'(x)<0$ với mọi $x\in(x_0;b)$, ta có bảng biến thiên:

Giả sử hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng ( $a;b$) chứa điểm $x_0$ và có đạo hàm trên các khoảng $(a;x_0)$ và $(x_0;b)$. Nếu $f'(x)$ không đổi dấu qua $x_0$ thì:

| x | a | | $x_0$ | | b |
|---|---|---|---|---|---|
| f'(x) | | − | 0 | − | |
| f(x) | | ↘ | $f(x_0)$ | ↘ | |

**TH1:** $f'(x)<0$ với mọi $x\in(a;x_0)$ và $f'(x)<0$ với mọi $x\in(x_0;b)$, ta có bảng biến thiên:

| x | a | | $x_0$ | | b |
|---|---|---|---|---|---|
| f'(x) | | + | 0 | + | |
| f(x) | | ↗ | $f(x_0)$ | ↗ | |

Do đó, $x_0$ không phải là điểm cực trị của hàm số $f(x)$.

**Câu 29:** Tìm cực trị của các hàm số sau:

a) $y=x^4-3x^2+1$; b) $y=\dfrac{-x^2+2x-1}{x+2}$.

**Lời giải**

a) Tập xác định của hàm số là $R$.

Ta có: $y'=4x^3-6x, y'=0 \Leftrightarrow 4x^3-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\dfrac{\sqrt{6}}{2} \end{array}\right.;$

Bảng biến thiên:

| x | $-\infty$ | | $\frac{-\sqrt{6}}{2}$ | | 0 | | $\frac{\sqrt{6}}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| y' | | − | 0 | + | 0 | − | 0 | + | |
| y | $+\infty$ | ↘ | $\frac{-5}{4}$ | ↗ | 1 | ↘ | $\frac{-5}{4}$ | ↗ | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên ta có:

Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$ và $y_{CT}=\frac{-5}{4}$.

b) Tập xác định: $D=R\setminus\{-2\}$.

Ta có: $y'=\frac{(-2x+2)(x+2)-(-x^2+2x-1)}{(x+2)^2}=\frac{-x^2-4x+5}{(x+2)^2}$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-5\\x=1\end{array}\right.$ (thỏa mãn)

Lập bảng biến thiên của hàm số:

| x | $-\infty$ | | $-5$ | | $-2$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| y' | | $-$ | 0 | $+$ | ‖ | $+$ | 0 | $-$ | |
| y | $+\infty$ | ↘ | 12 | ↗ $+\infty$ | ‖ $-\infty$ | ↗ | 0 | ↘ | $-\infty$ |

Từ bảng biến thiên ta có:

Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ và.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-5$ và $y_{CT}=12$.

**Câu 30:** Cho hàm số $y=f(x)=x^2$

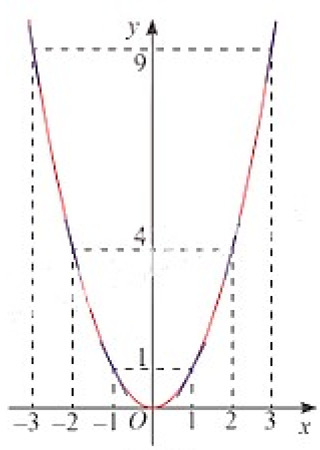
a) Từ đồ thị của hàm số $y=f(x)$ (Hình 4), hãy chỉ ra các

khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số đã cho.

b) Tính đạo hàm $f'(x)$ và xét dấu $f'(x)$.

c) Từ đó, nhận xét về mối liên hệ giữa các khoảng đồng biến,

nghịch biến của hàm số với dấu của f '(x).



Hình 4

**Lời giải**

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$

b) $f'(x)=(x^2)'=2x$

Ta có:

$f'(x)>0 \Leftrightarrow 2x>0 \Leftrightarrow x>0$

$f'(x)<0 \Leftrightarrow 2x<0 \Leftrightarrow x<0$

c) Nhận xét:

$f'(x)>0$ trên $K$ thì $y=f(x)$ đồng biến trên $K$

$f'(x)<0$ trên $K$ thì $y=f(x)$ nghịch biến trên $K$

**Câu 31:** Xét tính đơn điệu của các hàm số sau:
a) $f(x)=-x^3+3x^2$; b) $g(x)=x+\frac{1}{x}$ c) $h(x)=x^3$.

**Lời giải**

a) Xét hàm số $f(x)=-x^3+3x^2$.

Tập xác định: $D=R$.

Ta có $f'(x)=-3x^2+6x; f'(x)=0 \Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=2$.

Bảng biến thiên.

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $4$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Vậy hàm số $f(x)=-x^3+3x^2$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

b) Xét hàm số $g(x)=x+\frac{1}{x}$.

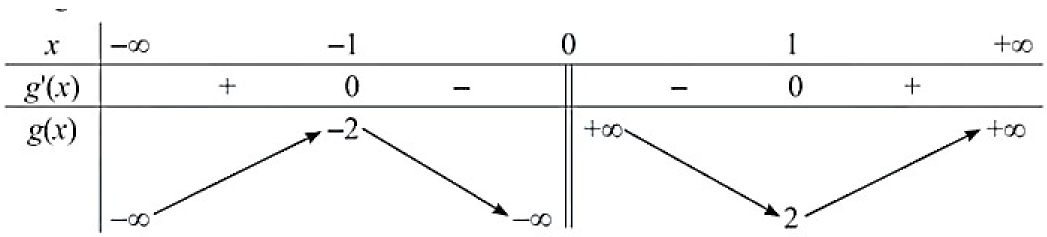
Tập xác định: $D=R \setminus \{0\}$.

Ta có $g'(x)=1-\frac{1}{x^2}=\frac{x^2-1}{x^2}$.

Vì $x^2>0$ với mọi $x \in R \setminus \{0\}$ nên $g'(x)$ cùng dấu với $x^2-1$.

Ta có $g'(x)=0 \Leftrightarrow x^2-1=0 \Leftrightarrow x=-1$ hoặc $x=1$.

Bảng biến thiên.




Vậy hàm số $g(x)=x+\frac{1}{x}$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$,

nghịch biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(0;1)$.

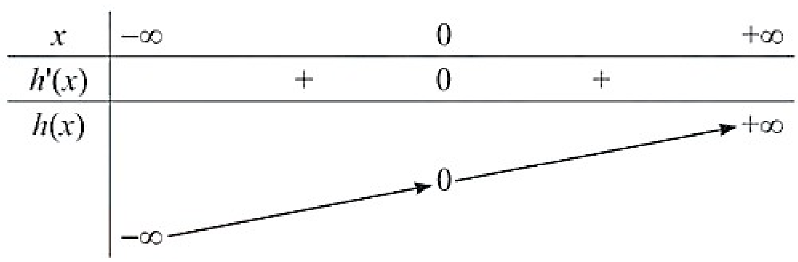
c) Xét hàm số $h(x)=x^3$.

Tập xác định: $D=R$.

Ta có $h'(x)=3x^2; h'(x)=0 \Leftrightarrow x=0$.

Vậy hàm số $h(x)=x^3$ đồng biến trên $R$.

Bảng biến thiên.




Vậy hàm số $h(x)=x^3$ đồng biến trên $R$.

**Câu 32:** Xác định các khoảng đồng biến, nghịch biến và lập bảng biến thiên của hàm số:

a) $y=f(x)=x^3-3x^2+1$; b) $y=f(x)=x+\frac{1}{x}$.

**Lời giải**

a) Hàm số đã cho xác định trên $R$.

Ta có $y'=f'(x)=3x^2-6x$;

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$$

Bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Suy ra hàm số $y=x^3-3x^2+1$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $1$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

b) Hàm số đã cho xác định trên $R\setminus\{0\}$.

Ta có $y'=f'(x)=1-\frac{1}{x^2}=\frac{x^2-1}{x^2}$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$

Vì $x^2>0, \forall x\neq 0$ nên dấu của $f'(x)$ là dấu của $x^2-1$.

Bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $\|$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Suy ra hàm số $y=x+\frac{1}{x}$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$, nghịch biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(0;1)$.

Bảng biến thiên:

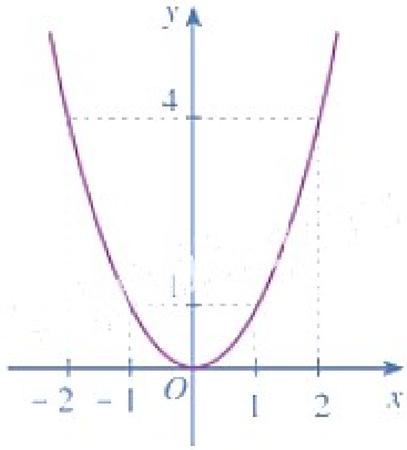
| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $\|$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $-2$ | $\searrow$ | $-\infty$ $\|$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $2$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

**Lưu ý:** Từ nay về sau, bảng xét dấu của $f'(x)$ sẽ được ghép chung vào bảng biến thiên.

## Câu 33:

a) Nêu định nghĩa hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến trên tập $K\subset R$, trong đó $K$ là một khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng.

b) Cho hàm số $y=f(x)=x^2$ có đồ thị như Hình 2.




*Hình 2*

Xác định khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số đó.

Xét dấu đạo hàm $f'(x)=2x$.

Nêu mối liên hệ giữa sự đồng biến, nghịch biến của hàm số $f(x)=x^2$ và dấu của đạo hàm $f'(x)=2x$ trên mỗi khoảng $(-\infty;0),(0;+\infty)$.

Hoàn thành bảng biến thiên sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | ? | ? | ? | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | ? | ↗ | $+\infty$ |

**Lời giải**

a) Cho K là một khoảng, một đoạn hoặc một nửa khoảng và $f(x)$ là hàm số xác định trên K.

Hàm số $f(x)$ được gọi là hàm số đồng biến trên $K$ nếu với mọi $x_1,x_2$ thuộc $K$ và $x_1<x_2$ thì $f(x_1)<f(x_2)$.

Hàm số $f(x)$ được gọi là hàm số đồng biến trên $K$ nếu với mọi $x_1,x_2$ thuộc $K$ và $x_1<x_2$ thì $f(x_1)>f(x_2)$.

Hàm số đồng biến hoặc nghịch biến trên K còn được gọi là hàm số đơn điệu trên K.

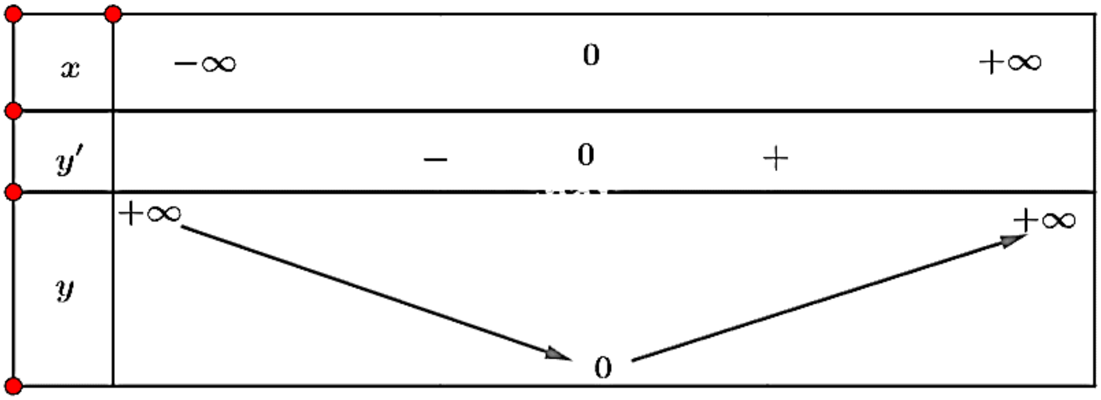
b)

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Đạo hàm $f'(x)=2x$ âm khi $x<0$ và dương khi $x>0$.

Hàm số $y=f(x)=x^2$ nghịch biến khi $f'(x)=2x$ mang dấu âm và đồng biến khi $f'(x)=2x$ mang dấu dương.

Ta có bàng biến thiên sau:




**Câu 34:**
a) Xác định tính đồng biến, nghịch biến của hàm số $f(x)=x^3$.

b) Xét dấu của đạo hàm $f'(x)=3x^2$.

c) Phương trình $f'(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

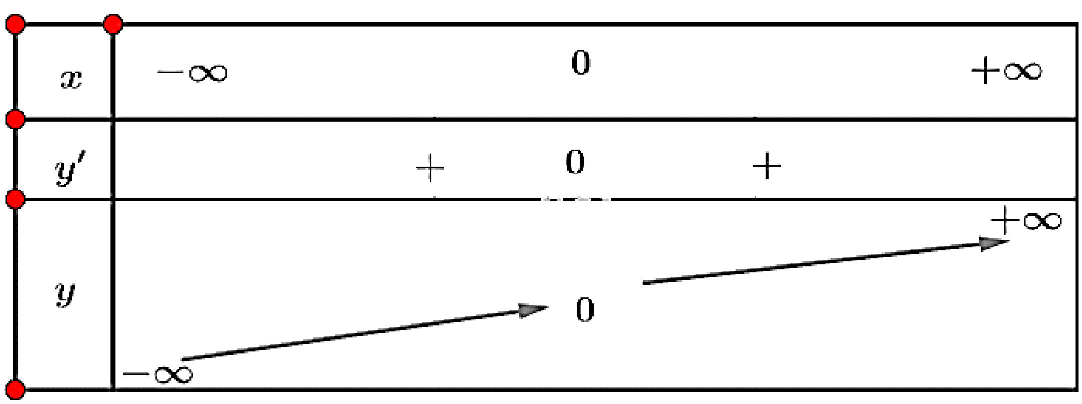
**Lời giải**

a) Tập xác định $D=R$.

Ta có: $y'=3x^2$.

Xét $y'=0 \Rightarrow x=0$.

Bảng biến thiên:




Vậy hàm số đồng biến trên $R$.

b) Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đạo hàm $y'=3x^2$ luôn dương với mọi $x$.

c) Phương trình $f'(x)=0$ có một nghiệm.

**Câu 35:** Tìm điểm cực trị của mỗi hàm số sau:

a) $y=x^4-6x^2+8x+1$.

b) $y=\dfrac{3x+5}{x-1}$.

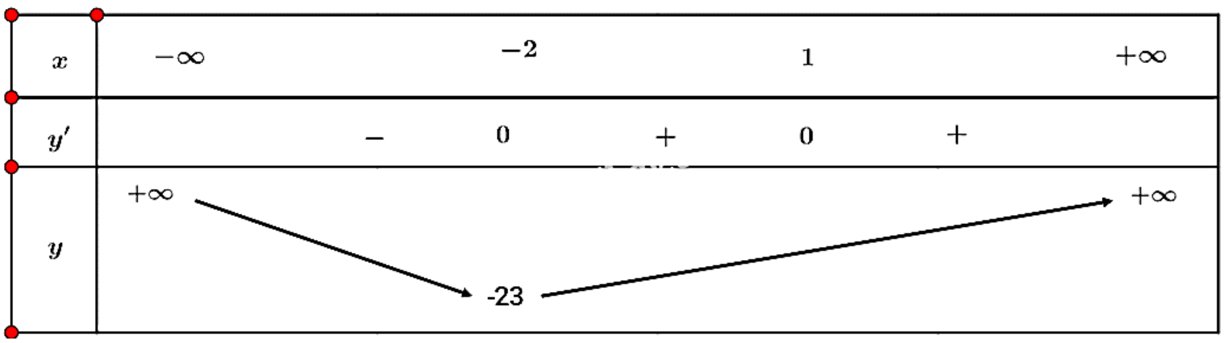
**Lời giải**

a) Tập xác định: $D=R$.

Ta có: $y'=4x^3-12x+8$.

Xét $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1 \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên sau:



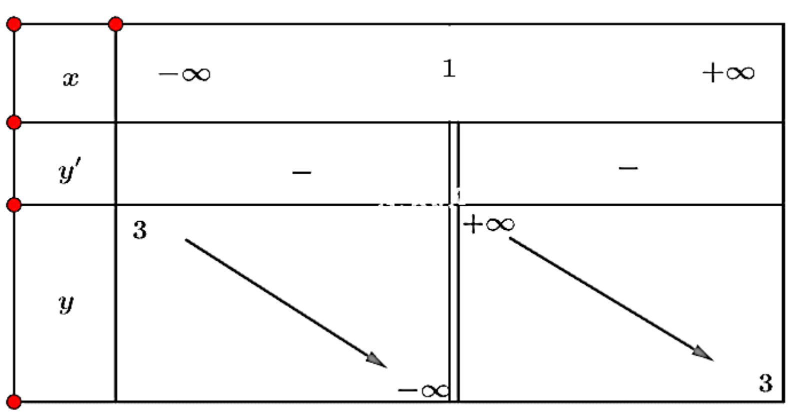

Vậy hàm số đạt cực đại tại điểm $x=-2$.

b) Tập xác định: $D=R \setminus \{1\}$.

Ta có: $y'=\dfrac{-8}{(x-1)^2}$.

Nhận xét $y'<0 \, \forall x \in D$

Ta có bảng biến thiên sau:



Vậy hàm số không có điểm cực trị.