

PHẦN I	PHẦN MỞ ĐẦU	Trang1
1	LÝ DO CHỌN ĐỀ TÀI	Trang 1
2	MỤC ĐÍCH NGHIÊN CỨU	Trang 1
3	ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU	Trang 2
4	PHẠM VI NGHIÊN CỨU	Trang 2
5	NHIỆM VỤ YÊU CẦU CỦA ĐỀ TÀI	Trang 2
6	PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU	Trang 3
7	THỜI GIAN NGHIÊN CỨU	Trang 3
PHẦN II	NỘI DUNG ĐỀ TÀI	Trang 4
Chương 1	CƠ SỞ LÝ LUẬN	Trang 4
Chương 2	THỰC TRẠNG CỦA ĐỀ TÀI	Trang 5
Chương 3	MỘT SỐ GIẢI PHÁP	Trang 8
	Giải pháp 1	Trang 8
	Giải pháp 2	Trang 11
	Giải pháp 3	Trang12
PHẦN III	KẾT LUẬN - KIẾN NGHỊ	Trang 18
1	KẾT LUẬN	Trang 18
2	KIẾN NGHỊ	Trang 19
3	TÀI LIỆU THAM KHẢO	Trang 20

I. MỞ ĐẦU

I.1. LÝ DO CHỌN ĐỀ TÀI.

- Năm học 2016-2017, tôi được phân công trực tiếp giảng dạy các lớp 10. Đa số học sinh nhận thức còn chậm, giáo viên cần có phương pháp cụ thể cho từng dạng toán để học sinh nắm được bài tốt hơn.

- Trong chương trình toán THPT, mà cụ thể là phân môn Đại số 10, các em học sinh đã được tiếp cận với phương trình chứa ẩn dưới dấu căn và được tiếp cận với một vài cách giải thông thường đối với những bài toán cơ bản đơn giản. Tuy nhiên trong thực tế các bài toán giải phương trình chứa ẩn dưới dấu căn rất phong phú và đa dạng, các em sẽ gặp một lớp các bài toán về phương trình vô tỷ mà chỉ có số ít các em biết phương pháp giải nhưng trình bày còn lủng củng chưa được gọn gàng, sáng sủa thậm chí còn mắc một số sai lầm không đáng có trong khi trình bày. Tại sao lại như vậy?

- Lý do chính ở đây là: Trong chương trình SGK Đại số lớp 10 hiện hành được trình bày ở phần đầu chương III (Giữa học kỳ I) rất là ít và hạn hẹp chỉ có một tiết lý thuyết sách giáo khoa, giới thiệu sơ lược 1 ví dụ và đưa ra cách giải khá rườm rà khó hiểu và dễ mắc sai lầm, phần bài tập đưa ra sau bài học cũng rất hạn chế. Mặt khác do số tiết phân phối chương trình cho phần này quá ít nên trong quá trình giảng dạy, các giáo viên không thể đưa ra được nhiều bài tập cho nhiều dạng để hình thành kỹ năng giải cho học sinh. Nhưng trong thực tế, để biến đổi và giải chính xác phương trình chứa ẩn dưới dấu căn đòi hỏi học sinh phải nắm vững nhiều kiến thức, phải có tư duy ở mức độ cao và phải có năng lực biến đổi toán học nhanh nhẹn thuần thục.

I.2. MỤC ĐÍCH NGHIÊN CỨU

- Từ lý do chọn đề tài, từ cơ sở thực tiễn giảng dạy khối lớp 10 ở trường THPT, cùng với kinh nghiệm trong thời gian giảng dạy. Tôi đã tổng hợp, khai

thác và hệ thống hoá lại các kiến thức thành một chuyên đề: **“Một số giải pháp giúp học sinh có kỹ năng giải phương trình vô tỉ”**.

- Qua nội dung của đề tài này tôi mong muốn sẽ cung cấp cho học sinh một số phương pháp tổng quát và một số kỹ năng cơ bản và phát hiện được đâu là điều kiện cần và đủ. Học sinh thông hiểu và trình bày bài toán đúng trình tự, đúng logic, không mắc sai lầm khi biến đổi. Hy vọng đề tài nhỏ này ra đời sẽ giúp các bạn đồng nghiệp cùng các em học sinh có một cái nhìn toàn diện cũng như phương pháp giải một lớp các bài toán về giải phương trình vô tỷ.

I.3. ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU :

- Phương trình vô tỉ (*Phương trình chứa ẩn dưới dấu căn*).

I.4 PHẠM VI NGHIÊN CỨU :

- Nội dung phân phương trình vô tỉ và một số bài toán cơ bản, nâng cao nằm trong chương trình đại số 10.

- Một số bài giải phương trình chứa ẩn dưới dấu căn trong các đề thi Đại học

- Cao đẳng - TCCN.

I.5 NHIỆM VỤ- YÊU CẦU CỦA ĐỀ TÀI:

- Xuất phát từ lý do chọn đề tài, sáng kiến kinh nghiệm thực hiện nhiệm vụ: Giúp cho giáo viên thực hiện tốt nhiệm vụ và nâng cao chất lượng giáo dục, giúp học sinh hình thành tư duy logic kỹ năng phân tích để đi đến một hướng giải đúng và thích hợp khi gặp bài toán giải phương trình vô tỉ từ phức tạp đưa về dạng đơn giản, cơ bản và giải được một cách dễ dàng. Muốn vậy người giáo viên phải hướng cho học sinh biết các dạng toán và phân biệt được điều kiện nào là điều kiện cần và đủ của phương trình, khi nào thì ta có phép biến đổi tương đương, khi nào thì ta có phép biến đổi hệ quả và lưu ý đến việc loại bỏ nghiệm ngoại lai của phương trình.

- Yêu cầu của sáng kiến kinh nghiệm: Nội dung giải pháp rõ ràng không rườm rà logic phù hợp với trường THPT, có sáng tạo đổi mới. Giới thiệu được các dạng phương trình cơ bản, đưa ra được giải pháp và một số ví dụ minh họa.

- Đề tài được sử dụng để giảng dạy và bồi dưỡng cho các em học sinh khối 10 hệ THPT và làm tài liệu tham khảo cho các thầy cô giảng dạy môn Toán. Các thầy cô và học sinh có thể sử dụng các bài toán trong đề tài này làm bài toán gốc để đặt và giải quyết các bài tập cụ thể.

Trong đề tài này tôi đã đưa ra và giải quyết một số dạng bài toán thường gặp tương ứng các bài tập tự luyện. Sau mỗi bài toán tác giả đều có những nhận xét bình luận khắc phục những sai lầm cơ bản giúp bạn đọc có thể chọn ra cho mình những phương pháp giải tối ưu nhất, để có được những lời giải gọn gàng và sáng sủa nhất.

I.6 PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU:

Phương pháp:

- Nghiên cứu lý luận chung.
- Khảo sát điều tra từ thực tế dạy và học .
- Tổng hợp so sánh , đúc rút kinh nghiệm.

Cách thực hiện:

- Trao đổi với đồng nghiệp, tham khảo ý kiến giáo viên cùng bộ môn
- Liên hệ thực tế trong nhà trường, áp dụng đúc rút kinh nghiệm qua quá trình giảng dạy.
- Thông qua việc giảng dạy trực tiếp ở các lớp khối 10

I.7 THỜI GIAN NGHIÊN CỨU

Trong suốt thời gian trực tiếp giảng dạy khối lớp 10 tại trường THPT Nguyễn Xuân Nguyên từ năm 2010 đến nay.

II. NỘI DUNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

CHƯƠNG 1: CỞ SỞ LÝ LUẬN

- Nhiệm vụ trung tâm trong trường học THPT là hoạt động dạy của thầy và hoạt động học của trò, xuất phát từ mục tiêu đào tạo ***“Nâng cao dân trí, đào tạo nhân lực, bồi dưỡng nhân tài”***. Giúp học sinh củng cố những kiến thức phổ thông đặc biệt là bộ môn toán học rất cần thiết không thể thiếu trong đời sống của con người. Môn Toán là một môn học tự nhiên quan trọng và khó với kiến thức rộng, đa phần các em ngại học môn này.

- Muốn học tốt môn toán các em phải nắm vững những tri thức khoa học ở môn toán một cách có hệ thống, biết vận dụng lý thuyết linh hoạt vào từng dạng bài tập. Điều đó thể hiện ở việc học đi đôi với hành, đòi hỏi học sinh phải có tư duy logic và cách biến đổi. Giáo viên cần định hướng cho học sinh học và nghiên cứu môn toán học một cách có hệ thống trong chương trình học phổ thông, vận dụng lý thuyết vào làm bài tập, phân dạng các bài tập rồi tổng hợp các cách giải.

- Do vậy, tôi mạnh dạn đưa ra sáng kiến kinh nghiệm này với mục đích giúp cho học sinh THPT vận dụng và tìm ra phương pháp giải khi gặp các bài toán giải phương trình chứa ẩn dưới dấu căn.

Trong sách giáo khoa Đại số 10 chỉ nêu phương trình dạng

$\sqrt{f(x)} = g(x)$ và trình bày phương pháp giải bằng cách biến đổi hệ quả, trước khi giải chỉ đặt điều kiện $f(x) \geq 0$. Nhưng chúng ta nên để ý rằng đây chỉ là điều kiện đủ để thực hiện được phép biến đổi cho nên trong quá trình giải học sinh

dễ mắc sai lầm khi lấy nghiệm và loại bỏ nghiệm ngoại lai vì nhầm tưởng điều kiện $f_{(x)} \geq 0$ là điều kiện cần và đủ của phương trình.

Tuy nhiên khi gặp bài toán giải phương trình vô tỉ, có nhiều bài toán đòi hỏi học sinh phải biết vận dụng kết hợp nhiều kiến thức kỹ năng phân tích biến đổi để đưa phương trình từ dạng phức tạp về dạng đơn giản

Trong giới hạn của SKKN tôi chỉ hướng dẫn học sinh hai dạng phương trình thường gặp một số bài toán vận dụng biến đổi cơ bản và một số dạng bài toán không mẫu mực (*dạng không tường minh*) nâng cao.

*** Dạng 1:** phương trình $\sqrt{f_{(x)}} = g_{(x)} \quad (1)$

$$\text{Phương trình } (1) \Leftrightarrow \begin{cases} g_{(x)} \geq 0 \\ f_{(x)} = g_{(x)}^2 \end{cases}$$

điều kiện $g_{(x)} \geq 0$ là điều kiện cần và đủ của phương trình (1) sau khi giải phương trình $f_{(x)} = g_{(x)}^2$ chỉ cần so sánh các nghiệm vừa nhận được với điều kiện $g_{(x)} \geq 0$ để kết luận nghiệm mà không cần phải thay vào phương trình ban đầu để thử để lấy nghiệm.

*** Dạng 2:** phương trình $\sqrt{f_{(x)}} = \sqrt{g_{(x)}} \quad (2)$

$$\text{Phương trình } (2) \Leftrightarrow \begin{cases} f_{(x)} \geq 0 \\ f_{(x)} = g_{(x)} \end{cases}$$

Điều kiện $f_{(x)} \geq 0$ là điều kiện cần và đủ của phương trình (2). Chú ý ở đây không nhất thiết phải đặt điều kiện đồng thời cả $f_{(x)}$ và $g_{(x)}$ không âm vì

$$f_{(x)} = g_{(x)}.$$

***Dạng bài toán không mẫu mực:**

Loại này được thực hiện qua các ví dụ cụ thể.

CHƯƠNG II: THỰC TRẠNG CỦA ĐỀ TÀI

Khi gặp các bài toán về phương trình vô tỉ học sinh chưa phân loại và định hình được cách giải, lúng túng khi đặt điều kiện và biến đổi, trong khi đó phương trình loại này có rất nhiều dạng. Nhưng bên cạnh đó chương trình đại số 10 không nêu cách giải tổng quát cho từng dạng, thời lượng dành cho phần này là rất ít.

Qua việc khảo sát kiểm tra định kỳ và việc học tập, làm bài tập hàng ngày nhận thấy học sinh thường bỏ qua hoặc không giải được hoặc trình bày cách giải đặt điều kiện và lấy nghiệm sai ở phần này.

Khi giảng dạy cho học sinh tôi nhận thấy:

1. Khi gặp bài toán:

$$\text{Giải phương trình } \sqrt{2x-3} = x-2 \quad (1)$$

Sách giáo khoa đại số 10 đã giải như sau

điều kiện $pt(1)$ là $x \geq \frac{3}{2}$ (*)

$$(1) \Rightarrow 2x-3 = x^2-4x+4$$

$$\Rightarrow x^2-6x+7=0$$

Phương trình cuối có nghiệm là $x = 3 + \sqrt{2}$ và $x = 3 - \sqrt{2}$.

Cả hai nghiệm đều thỏa mãn điều kiện (*) của phương trình (1) nhưng khi thay các giá trị của các nghiệm tìm được vào phương trình (1) thì giá trị $x = 3 - \sqrt{2}$ bị loại.

Vậy nghiệm phương trình (1) là $x = 3 + \sqrt{2}$.

Mặt khác, một số học sinh còn có ý kiến sau khi giải được nghiệm ở phương trình cuối chỉ cần so sánh với điều kiện $x \geq \frac{3}{2}$ (*) để lấy nghiệm và nghiệm phương trình là $x = 3 + \sqrt{2}$ và $x = 3 - \sqrt{2}$.

Theo tôi cách giải vừa nêu trên rất phức tạp ở việc thay giá trị của nghiệm vào phương trình ban đầu để thử sau đó loại bỏ nghiệm ngoại lai và dễ dẫn đến sai lầm của một số học sinh khi lấy nghiệm cuối cùng vì nhầm tưởng điều kiện $x \geq \frac{3}{2}$ là điều kiện cần và đủ.

2. Khi gặp bài toán:

Giải phương trình $\sqrt{5x^2 + 6x - 7} = \sqrt{x + 3}$

Học sinh thường đặt điều kiện $\begin{cases} 5x^2 + 6x - 7 \geq 0 \\ x + 3 \geq 0 \end{cases}$ sau đó bình phương hai vế để giải phương trình

Điều chú ý ở đây là học sinh cứ tìm cách để biểu thị hệ điều kiện của phương trình mà không biết rằng chỉ cần điều kiện $x + 3 \geq 0$ là điều kiện cần và đủ mà không cần đặt đồng thời cả hai điều kiện.

3. Khi gặp bài toán:

Giải phương trình $(x + 4)\sqrt{x - 2} = 0$

Một số HS đã có lời giải sai như sau:

Ta có: $(x + 4)\sqrt{x - 2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 4 = 0 \\ \sqrt{x - 2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 2 \end{cases}$

Nhận xét: Đây là một bài toán hết sức đơn giản nhưng nếu giải như vậy thì đã mắc một sai lầm mà không đáng có. Rõ ràng $x = -4$ không phải là nghiệm của phương trình trên.

Chú ý rằng: $A\sqrt{B} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = 0 \\ \sqrt{B} = 0 \end{cases}$

ở đây đã bị bỏ qua mất điều kiện là: $B \geq 0$ ($x \geq 2$).

4. Khi gặp bài toán:

Giải phương trình $5\sqrt{4x^2 - 12x + 11} = 4x^2 - 12x + 15$

Một số học sinh thường đặt điều kiện rồi bình phương hai vế đi đến một phương trình bậc bốn và rất khó để giải được kết quả cuối cùng vì phương trình bậc bốn chưa có cách giải cụ thể đối với học sinh bậc phổ thông.

5. Khi gặp bài toán: Giải phương trình

$$(x+5) \cdot \sqrt{\frac{x-2}{x+5}} = x+2$$

Một số HS đã có lời giải sai như sau:

$$\text{Ta có: } (x+5) \cdot \sqrt{\frac{x-2}{x+5}} = x+2 \Leftrightarrow \sqrt{(x+5)(x-2)} = x+2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ (x+5)(x-2) = (x+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x^2 + 3x - 10 = x^2 + 4x + 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ 3x - 4x = 4 + 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x = -14 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Nhận xét: Rõ ràng $x = 14$ là nghiệm của phương trình. Lời giải trên đã làm cho bài toán có nghiệm trở thành vô nghiệm.

$$\text{Cần chú ý rằng: } B \cdot \sqrt{\frac{A}{B}} = \begin{cases} \sqrt{AB} & \text{khi } A \geq 0; B > 0 \\ -\sqrt{AB} & \text{khi } A < 0; B < 0 \end{cases}$$

Lời giải trên đã xét thiếu trường hợp $A < 0; B < 0$

Lúc này vai trò của người giáo viên là rất quan trọng, phải hướng dẫn chỉ rõ cho học sinh phương pháp giải từng dạng toán, nên giải như thế nào cho hợp lý đối với từng loại toán để được một bài toán đúng biến đổi đúng và suy luận có logic tránh được các tình huống rườm rà phức tạp dễ mắc sai lầm. Trên cơ sở đó hình thành cho học sinh kỹ năng tốt khi giải quyết các bài toán về phương trình vô tỉ.

CHƯƠNG III: MỘT SỐ GIẢI PHÁP

Qua nghiên cứu trao đổi và đúc rút kinh nghiệm từ thực tế và ý kiến của đồng nghiệp tôi mạnh dạn đưa ra hướng giải quyết các vấn đề trên của học sinh

với những giải pháp: Đưa ra một số giải pháp giúp học sinh hình thành kỹ năng khi biến đổi và giải phương trình chứa ẩn dưới dấu căn.

1/ Giải pháp 1:

*** Hướng dẫn học sinh giải phương trình dạng 1 :** $\sqrt{f(x)} = g(x) \quad (1)$

a, Phương pháp:

Giáo viên: chỉ cho học sinh thấy được rằng nếu khi bình phương hai vế để đi đến phương trình tương đương thì hai vế đó phải không âm

$$pt \quad \sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = g^2(x) \end{cases}$$

Điều kiện $g(x) \geq 0$ là điều kiện cần và đủ vì $f(x) = g^2(x) \geq 0$. Không cần đặt thêm điều kiện $f(x) \geq 0$

b, Các ví dụ:

+ Ví dụ 1: Giải phương trình

$$\sqrt{3x - 4} = x - 3 \quad (1)$$

. Điều kiện $x \geq 3 \quad (*)$

(Chú ý: không cần đặt thêm điều kiện $3x - 4 \geq 0$)

Khi đó pt(1) $\Leftrightarrow 3x - 4 = (x - 3)^2$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 3x - 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 9x + 13 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9 + \sqrt{29}}{2} \\ x = \frac{9 - \sqrt{29}}{2} \end{cases}$$

đối chiếu với điều kiện (*) ta thu được nghiệm của phương

$$\text{trình (1) là } x = \frac{9 + \sqrt{29}}{2}$$

! Lưu ý: không cần phải thay giá trị của các nghiệm vào phương trình ban đầu để thử mà chỉ cần so sánh với điều kiện $x \geq 3 \quad (*)$ để lấy nghiệm.

+ **Ví dụ 2:** Giải phương trình

$$\sqrt{3x^2 - 2x - 1} = 3x + 1 \quad (2)$$

. **Nhận xét :**

Biểu thức dưới dấu căn là biểu thức bậc hai, nên nếu sử dụng phương pháp biến đổi hệ quả sẽ gặp khó khăn khi biểu thị điều kiện để $3x^2 - 2x - 1 \geq 0$ và thay giá trị của các nghiệm vào phương trình ban đầu để lấy nghiệm.

Ta có thể giải như sau:

. Điều kiện: $x \geq -\frac{1}{3}$ (**)

$$\text{Khi đó pt(2)} \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 = (3x + 1)^2$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 9x^2 + 6x + 1$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

đối chiếu với điều kiện (**) ta thu được nghiệm pt(2) là $x = -\frac{1}{3}$

+ **Ví dụ 3:** Giải phương trình

$$5\sqrt{4x^2 - 12x + 11} = 4x^2 - 12x + 15 \quad (3)$$

. **Nhận xét:** Biểu thức ngoài dấu căn là biểu thức bậc hai, nếu ta bình phương hai vế thì sẽ đi đến một phương trình bậc bốn rất khó giải.

Ta có thể giải bài toán như sau:

Chưa vội đặt điều kiện ở bước giả này. ta biến đổi

$$pt(3) \Leftrightarrow 4x^2 - 12x + 11 - 5\sqrt{4x^2 - 12x + 11} + 4 = 0$$

Đặt $\sqrt{4x^2 - 12x + 11} = t$; đk $t \geq 0$, (***) .

Phương trình trở thành: $t^2 - 5t + 4 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 4 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn điều kiện (***)})$$

. Với $t = 1 \Leftrightarrow \sqrt{4x^2 - 12x + 11} = 1$

$\Leftrightarrow 4x^2 - 12x + 10 = 0$ phương trình này vô nghiệm.

. Với $t = 4 \Leftrightarrow \sqrt{4x^2 - 12x + 11} = 4$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 12x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{56}}{4} \\ x = \frac{3 - \sqrt{56}}{4} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của phương trình là: $x = \frac{3 + \sqrt{56}}{4} \quad \vee \quad x = \frac{3 - \sqrt{56}}{4}$

*Như vậy khi gặp các bài toán thuộc các dạng nêu trên học sinh chủ động hơn trong cách đặt vấn đề bài giải : điều kiện phương trình là gì? đặt cái gì ? biến đổi như thế nào là biến đổi tương đương ? biến đổi như thế nào là biến đổi hệ quả? kết luận nghiệm cuối cùng dựa vào điều kiện nào?

2/ Giải pháp 2

* **Hướng dẫn học sinh giải phương trình dạng 2:** $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$. (2)

a. **Phương pháp:**

Giáo viên hướng dẫn học sinh đặt điều kiện và biến đổi

$$\text{pt}(2) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 (g(x) \geq 0) \\ f(x) = g(x) \end{cases}$$

Chú ý: Không cần đặt đồng thời cả $g(x) \geq 0$ và $f(x) \geq 0$ vì $f(x) = g(x)$.

b. **Các ví dụ:**

+ **Ví dụ 1:** Giải phương trình

$$\sqrt{-3x+2} = \sqrt{2x+1} \quad , \quad (1)$$

.Điều kiện $x \geq -\frac{1}{2}$, (*)

$$\text{pt}(1) \Leftrightarrow -3x + 2 = 2x + 1$$

$$\Leftrightarrow 5x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{5} \quad (\text{thoả mãn với điều kiện } (*))$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = \frac{1}{5}$.

! **Lưu ý:** Điều kiện $x \geq -\frac{1}{2}$, (*) là điều kiện cần và đủ của phương trình (1) nên ta chỉ cần đối chiếu với điều kiện (*) để lấy nghiệm cuối cùng của phương trình.

+ **Ví dụ 2:** Giải phương trình

$$\sqrt{2x^2 + 3x - 4} = \sqrt{7x + 2}, \quad (2)$$

. **Nhận xét:** Biểu thức dưới dấu căn ở vế trái là biểu thức bậc hai nên ta đặt điều kiện cho vế phải không âm.

$$\text{. DK: } x \geq -\frac{7}{2}, \quad (*).$$

$$pt(2) \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 4 = 7x + 2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 4x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Đối chiếu với điều kiện (*), nghiệm của phương trình là $x = 3$.

+ **Ví dụ 3:** Giải phương trình $\sqrt{2x+5} = \sqrt{x-2}$ (*)

Tóm tắt bài giải

$$\begin{aligned} (*) \Leftrightarrow \sqrt{2x+5} = \sqrt{x-2} &\Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ 2x+5 = x-2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = -7 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm

3/ **Giải pháp 3:**

⌞ **Hướng dẫn học sinh giải một số phương trình không mẫu mực**

(Phương trình không tường minh).

+ **Ví dụ 1:** Giải phương trình

$$2\sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}} - \sqrt{x+1} = 4 \quad (1)$$

Điều kiện của phương trình là $x \geq -1$, (*)

. **Nhận xét:** Biểu thức dưới dấu căn $\sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}}$ có dạng hằng đẳng thức

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ nên ta biến đổi như sau.

$$\begin{aligned}
 pt(1) &\Leftrightarrow 2\sqrt{(\sqrt{x+1}+1)^2} - \sqrt{x+1} = 4 \\
 &\Leftrightarrow 2\sqrt{x+1} + 2 - \sqrt{x+1} = 4 \\
 &\Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 2 \Leftrightarrow x+1 = 4 \Leftrightarrow x = 3 \text{ (thỏa mãn điều kiện (*))}
 \end{aligned}$$

Vậy, nghiệm của phương trình là $x = 3$.

+ **Ví dụ 2**: Giải phương trình

$$\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2 \quad (2)$$

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 3x+7 \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{7}{3} \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -1 \quad (**)$$

Chuyển vế và bình phương hai vế ta được

$$pt(2) \Leftrightarrow \sqrt{3x+7} = 2 + \sqrt{x+1}$$

với điều kiện (**) nên hai vế luôn không âm, bình phương hai vế ta được.

$$\begin{aligned}
 &\Leftrightarrow 3x+7 = x+5+4\sqrt{x+1} \\
 &\Leftrightarrow 2\sqrt{x+1} = x+1 \text{ tiếp tục bình phương hai vế} \\
 &\Leftrightarrow 4x+4 = x^2+2x+1 \\
 &\Leftrightarrow x^2-2x-3 = 0 \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện (**))}
 \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = -1 \vee x = 3$.

+ **Ví dụ 3**:

$$\text{Giải phương trình } 2\sqrt{x-4} + \sqrt{x-1} = \sqrt{2x-3} + \sqrt{4x-16}.$$

Lời giải : Ta có

$$\begin{aligned}
 Pt &\Leftrightarrow 2\sqrt{x-4} + \sqrt{x-1} = \sqrt{2x-3} + 2\sqrt{x-4} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x-4 \geq 0 \\ \sqrt{x-1} = \sqrt{2x-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \\ x-1 = 2x-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x = 2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Lưu ý: Học sinh có thể đưa ra lời giải sai như sau

$$\begin{aligned}
\text{Ta có : } & 2\sqrt{x-4} + \sqrt{x-1} = \sqrt{2x-3} + \sqrt{4x-16} \\
& \Leftrightarrow 2\sqrt{x-4} + \sqrt{x-1} = \sqrt{2x-3} + \sqrt{4(x-4)} \\
& \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = \sqrt{2x-3} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-1 = 2x-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x = 2 \end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = 2$.

Nhận xét: Ta nhận ra ngay $x = 2$ không phải là nghiệm đúng của phương trình đã cho nhưng.

$$\text{Chú ý rằng: } \sqrt{A} + \sqrt{B} = \sqrt{A} + \sqrt{C} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ \sqrt{B} = \sqrt{C} \end{cases}$$

+ **Ví dụ 4:** Giải phương trình

$$\sqrt{7-x^2+x\sqrt{x+5}} = \sqrt{3-2x-x^2} \quad (3)$$

$$\text{Hướng dẫn : Đk } \begin{cases} 7-x^2+x\sqrt{x+5} \geq 0 \\ 3-2x-x^2 \geq 0 \\ x+5 \geq 0 \end{cases} \quad (***)$$

! Lưu ý: Hệ điều kiện (***) rất phức tạp nên ta không cần giải ra cụ thể.

Từ ĐK (***) nên hai vế không âm , bình phương hai vế ta được

$$\begin{aligned}
pt(3) & \Leftrightarrow 7-x^2+x\sqrt{x+5} = 3-2x-x^2 \\
& \Leftrightarrow x\sqrt{x+5} = -2x-4 \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} x(2x+4) \leq 0 \\ x^2(x+5) = 4x^2+16x+16 \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 0 \\ x^3+x^2-16x-16=0 \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 0 \\ (x+1)(x^2-16)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 0 \\ \begin{cases} x=-1 \\ x=\pm 4 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x=-1
\end{aligned}$$

Thay giá trị của $x = -1$ vào hệ ĐK (***) , thoả mãn

Vậy nghiệm của phương trình là $x = -1$

+ **Ví dụ 5:** Giải phương trình

$$\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} = 3x + 2\sqrt{2x^2+5x+3} - 16, \quad (4)$$

$$\text{HD: Điều kiện } \begin{cases} 2x+3 \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{3}{2} \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -1 \quad (****)$$

NX: Đây là phương trình khá phức tạp nếu bình phương hai vế của phương trình ta cũng không thu được kết luận lợi khi giải nên ta có thể giải như sau.

$$\text{Đặt } \sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} = t, \quad (\text{ĐK: } t \geq 0)$$

$$\Leftrightarrow 3x + 2\sqrt{2x^2+5x+3} = t^2 - 4$$

$$\text{pt(4)} \Leftrightarrow t^2 - t - 20 = 0 \Leftrightarrow t = 5 \text{ (nhận)} \vee t = -4 \text{ (loại)}$$

$$\text{. Với } t = 5 \Leftrightarrow 2\sqrt{2x^2+5x+3} = 21 - 3x \text{ (là phương trình thuộc dạng 1)}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 21 - 3x \geq 0 \\ 4(2x^2 + 5x + 3) = 441 - 216x + 9x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 7 \\ x^2 - 236x + 429 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 118 - \sqrt{1345} \text{ (thỏa mãn ĐK)}$$

$$\text{Vậy nghiệm phương trình là } x = 118 - \sqrt{1345}$$

+ **Ví dụ 6**: Giải phương trình

$$x^2 - 7x + 12 = \sqrt{(x-3)(x^2 - x - 6)}$$

Lời giải sai: Ta có

$$x^2 - 7x + 12 = \sqrt{(x-3)(x^2 - x - 6)}$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x-4) = \sqrt{(x-3)(x-3)(x-2)} \Leftrightarrow (x-3)(x-4) = \sqrt{(x-3)^2(x-2)}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)\sqrt{x+2} = (x-3)(x-4) & (1) \\ -(x-3)\sqrt{x+2} = (x-3)(x-4) & (2) \end{cases}$$

$$\text{Giải (1)} \Leftrightarrow (x-3)\sqrt{x+2} = (x-3)(x-4) \Leftrightarrow (x-3)(\sqrt{x+2} - x + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ \sqrt{x+2} = x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 7 \end{cases}$$

$$\text{Giải (2)} \Leftrightarrow -(x-3)\sqrt{x+2} = (x-3)(x-4) \Leftrightarrow -(x-3)(\sqrt{x+2} + x - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ \sqrt{x+2}=4-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=2 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là : $x = 2$ v $x = 3$ v $x = 7$.

Nhân xét: Bài toán này HS có thể giải mắc sai lầm như sau:

Lời giải sai:

$$\text{Ta có: } x^2 - 7x + 12 = \sqrt{(x-3)(x^2 - x - 6)}$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x-4) = \sqrt{(x-3)(x-3)(x-2)} \Leftrightarrow (x-3)(x-4) = \sqrt{(x-3)^2(x-2)}$$

$$\Leftrightarrow (x-3)\sqrt{x+2} = (x-3)(x-4) \Leftrightarrow (x-3)(\sqrt{x+2} - x + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ \sqrt{x+2}=x-4 \end{cases} (*)$$

$$\text{Giải } (*) \text{ ta có } \sqrt{x+2}=x-4 \Leftrightarrow \begin{cases} x-4 \geq 0 \\ x+2=(x-4)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x^2 - 9x + 14 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 7$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = 3$ và $x = 7$.

HS có thể kết luận với $x = 3$ và $x = 7$ là hai nghiệm thoả mãn của phương trình. Mà không ngờ rằng phương trình đã cho còn có một nghiệm nữa là $x = 2$ cũng thoả mãn.

$$\text{Chú ý rằng: } \sqrt{A^2 B} = |A| \sqrt{B} = \begin{cases} 0 & \text{khi } A = 0 \\ A \sqrt{B} & \text{khi } A > 0 \\ -A \sqrt{B} & \text{khi } A < 0 \end{cases}$$

Lời giải trên đã bỏ sót mất trường hợp $A \leq 0$

** Sau khi ra bài tập giải phương trình vô tỉ và hướng dẫn học sinh giải. Giáo viên ra dạng bài tập tương tự để học sinh giải. Qua đó học sinh rèn luyện phương pháp giải hình thành kỹ năng giải phương trình vô tỉ.*

Bài tập

1. Giải phương trình

a. $\sqrt{3x-2} = 1-2x$

b. $\sqrt{5-2x} = \sqrt{x-1}$

c. $\sqrt{3x^2-9x+1} + x - 2 = 0$

HD: Biến đổi theo dạng 1 và dạng 2

2. Giải phương trình: $x^2 - 3x + \sqrt{x^2 - 3x + 5} = 7$

HD: Đặt $t = \sqrt{x^2 - 3x + 5} \quad (t \geq 0)$

ĐS: $x = -1$ v $x = 4$

3. Giải phương trình: $\sqrt{x-1} + \sqrt{3x-2} = \sqrt{5x-1}$

HD: Đặt đk sau đó bình phương hai vế

ĐS: $x = 2$

4. Giải phương trình: $\sqrt{\frac{x+2}{x-1}} = \frac{x+1}{x-1}$

HD: $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{AB}}{|B|} = \begin{cases} \frac{\sqrt{AB}}{B} & \text{khi } A \geq 0; B > 0 \\ -\frac{\sqrt{AB}}{B} & \text{khi } A < 0; B < 0 \end{cases}$

ĐS: Nghiệm phương trình là: $x = -3$.

5. Giải phương trình: $(x+5) \cdot \sqrt{\frac{x-2}{x+5}} = x+2$

HD: $B \cdot \sqrt{\frac{A}{B}} = \begin{cases} \sqrt{AB} & \text{khi } A \geq 0; B > 0 \\ -\sqrt{AB} & \text{khi } A < 0; B < 0 \end{cases}$

ĐS: Nghiệm của phương trình là: $x = 14$

6. Giải phương trình: $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+10} = \sqrt{x+2} + \sqrt{x+5}$

7. Giải phương trình: $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} = 4$

8. Giải phương trình: $x + \sqrt{x + \frac{1}{2}} + \sqrt{x + \frac{1}{4}} = 2$

9. Giải phương trình: $x^2 + 3x + 1 = (x+3)\sqrt{x^2+1}$

10. Giải phương trình: $(4x - 1)\sqrt{x^3 + 1} = 2x^3 + 2x + 1$

11. Giải phương trình: $x^2 - 1 = 2x\sqrt{x^2 - 2x}$

12. Giải phương trình: $x^2 + 4x = (x + 2)\sqrt{x^2 - 2x + 4}$

PHẦN III: KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

1/ Kết luận:

Trên đây là những giải pháp mà tôi đúc rút được trong suốt quá trình giảng dạy tại trường THPT Nguyễn Xuân Nguyên.

Phương trình vô tỉ là một nội dung quan trọng trong chương trình môn toán lớp 10 nói riêng và bậc THPT nói chung. Nhưng đối với học sinh lại là một mảng tương đối khó, đây cũng là phần nhiều thầy cô giáo quan tâm.

Đề tài của tôi đã được kiểm nghiệm trong các năm học giảng dạy lớp 10, được học sinh đồng tình và đạt được kết quả, nâng cao khả năng giải phương trình vô tỉ. Các em hứng thú học tập hơn, ở những lớp có hướng dẫn kỹ các em học sinh với mức học trung bình cũng trở lên đã có kỹ năng giải các bài tập. Học sinh biết áp dụng tăng rõ rệt.

Như vậy tôi thấy các phương pháp có hiệu quả tương đối. Theo tôi khi dạy phần toán giải phương trình vô tỉ giáo viên cần chỉ rõ các dạng toán và cách giải tương ứng để học sinh nắm được bài tốt hơn.

Mặc dù cố gắng tìm tòi, nghiên cứu song chắc chắn còn có nhiều thiếu sót và hạn chế. Tôi rất mong được sự quan tâm của tất cả các đồng nghiệp bổ sung và góp ý cho tôi. Tôi xin chân thành cảm ơn !

2. Kiến nghị và đề xuất:

- Đề nghị các cấp lãnh đạo tạo điều kiện giúp đỡ học sinh và giáo viên có nhiều hơn nữa tài liệu sách tham khảo đổi mới và phòng thư viện để nghiên cứu học tập nâng cao kiến thức chuyên môn nghiệp vụ .

- Nhà trường cần tổ chức các bồi trao đổi phương pháp giảng dạy. Có tủ sách lưu lại các tài liệu chuyên đề bồi dưỡng ôn tập của giáo viên hàng năm để làm cơ sở nghiên cứu phát triển chuyên đề.

- Học sinh cần tăng cường học tập trao đổi, học nhóm nâng cao chất lượng học tập.

Xác nhận của Thủ trưởng đơn vị *Thanh Hóa, ngày 25 tháng 5 năm 2017*

Người viết

Phạm Đình Thương

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- + Sách giáo khoa đại số 10 - *Nhà xuất bản giáo dục*
- + Sách hướng dẫn giảng dạy - *Nhà xuất bản giáo dục*
- + Tài liệu tập huấn sách giáo khoa - *Nhà xuất bản Giáo dục*
- + Các bài giảng luyện thi môn toán - *Nhà xuất bản giáo dục*

(TG: Phan Đức Chính - Vũ Dương Thụy - Đào Tam - Lê Thống Nhất)

- + Toán nâng cao đại số 10 - *Phan Huy Khải*
- + Báo Toán học tuổi trẻ- *Nhà xuất bản giáo dục*
- + Các đề thi đại học các năm trước

MỤC LỤC

---□□---