

Câu đúng sai (Lý thuyết về tính đơn điệu, cực trị của hàm số cho trước)

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x^2 + 2$

a) Tập xác định của hàm số là $D = [0; +\infty)$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

*c) Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

*d) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	1	2	1	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

a) Sai: Tập xác định của hàm số là $D = [0; +\infty)$.

b) Sai: Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

c) Đúng: Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

d) Đúng: Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$.

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$

b) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

*c) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

*d) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

$$y' = \frac{3}{(x+2)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

Ta có:

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

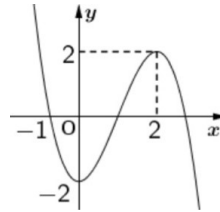
a) Sai: Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

b) Sai: Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

c) Sai: Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

d) Đúng: Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



*a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$

*b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0), (2; +\infty)$

*c) Với mọi $x \in (0; 2)$ thì hàm số $y = f(x)$ luôn nhận giá trị dương

*d) Hàm số $y = f(-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$

Lời giải

Từ đồ thị, hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0; 2) \Leftrightarrow f'(x) > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$.

Xét hàm số $y = f(-x)$ có $y' = -f'(-x)$.

Để hàm số nghịch biến thì $y' < 0 \Leftrightarrow -f'(-x) < 0 \Leftrightarrow f'(-x) > 0 \Leftrightarrow 0 < -x < 2 \Leftrightarrow -2 < x < 0$.

Suy ra hàm số $y = f(-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

a) Đúng: Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$

b) Đúng: Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0), (2; +\infty)$

c) Đúng: Với mọi $x \in (0; 2)$ thì hàm số $y = f(x)$ luôn nhận giá trị dương

d) Đúng: Hàm số $y = f(-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$

*a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

*b) Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm nguyên

c) Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(0; 1)$ và $(2; +\infty)$

*d) Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(0; 1)$ và $(1; 2)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có: $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1} \Rightarrow y' = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	$-\infty$	5	$+\infty$	

Vậy hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0), (2; +\infty)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(0; 1), (1; 2)$.

a) Đúng: Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

b) Đúng: Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm nguyên

c) Sai: Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0), (2; +\infty)$

d) Đúng: Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(0; 1)$ và $(1; 2)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$

*a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

b) Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

*c) Đạo hàm của hàm số luôn nhỏ hơn 0 với mọi $x \neq 1$.

*d) Hàm số đã cho không có cực trị.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có đạo hàm $y' = \frac{-4}{(x-1)^2} < 0 \forall x \neq 1$.
Do đó hàm số đã cho không có cực trị.

a) Đúng: Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

b) Sai: Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

c) Đúng: Đạo hàm của hàm số luôn nhỏ hơn 0 với mọi $x \neq 1$.

d) Đúng: Hàm số đã cho không có cực trị.

Câu 6. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 + 1}$

a) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

b) Hàm số không có cực trị.

*c) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

d) Hàm số có hai điểm cực trị.

Lời giải

Xét hàm số $y = \sqrt{x^2 + 1}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$

Đạo hàm $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	0	$+\infty$

a) Sai: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

b) Sai: Hàm số có một cực trị.

c) Đúng: Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

d) Sai: Hàm số chỉ có một điểm cực trị.

Câu 7. Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^4 + x^2 + \frac{1}{2}$.

a) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, giá trị cực tiểu của hàm số là $y(0)=0$.

b) Hàm số đạt cực tiểu tại các điểm $x = \pm 1$, giá trị cực tiểu của hàm số là $y(\pm 1)=1$.

c) Hàm số đạt cực đại tại các điểm $x = \pm 1$, giá trị cực đại của hàm số là $y(\pm 1)=\frac{1}{2}$.

*d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, giá trị cực tiểu của hàm số là $y(0)=\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$y' = -2x^3 + 2x = 0 \Leftrightarrow -2x^3 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Ta có

Ta có bảng biến thiên của hàm số

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	1	$\frac{1}{2}$	1	$-\infty$

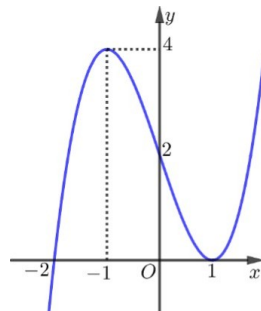
a) Sai: Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, giá trị cực tiểu của hàm số là $y(0)=\frac{1}{2}$.

b) Sai: Hàm số đạt cực tiểu tại các điểm $x=0$, giá trị cực tiểu của hàm số là $y(0)=\frac{1}{2}$.

c) Sai: Hàm số đạt cực đại tại các điểm $x = \pm 1$, giá trị cực đại của hàm số là $y(\pm 1)=1$.

d) Đúng: Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, giá trị cực tiểu của hàm số là $y(0)=\frac{1}{2}$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



a) Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=-1$ và giá trị cực đại là $y_{CD}=4$

b) Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$ và giá trị cực tiểu là $y_{CT}=0$

*c) Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=-2$.

d) Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=-2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$, ta có các nhận xét sau: $f'(x)$ đổi dấu từ $(-)$ sang $(+)$ khi đi qua điểm $x=-2$. Suy ra $x=-2$ là điểm cực trị và là điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$. Mặt khác $f'(x)$ không đổi dấu khi đi qua điểm $x=-1$, $x=1$. Suy ra $x=-1$, $x=1$ không là các điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$. Vậy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x=-2$.

a) Sai: Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=-1$ và giá trị cực đại là $y_{CD}=4$

b) Sai: Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$ và giá trị cực tiểu là $y_{CT}=0$

c) Đúng: Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=-2$.

d) Sai: Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=-2$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-2		0		1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$
y	$+\infty$			-1		2	2	$-\infty$

*a) Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1 .

*b) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$.

*c) Giá trị cực đại của hàm số bằng 2 .

d) Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và $x=1$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm đổi dấu từ $'-'$ sang $'+'$ khi x đi qua $x_1=-2 \Rightarrow y_{CT}=-1$.

Do đó mệnh đề “Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1 ” và mệnh đề “Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$ ” là mệnh đề đúng.

Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm đổi dấu từ $'+'$ sang $'-'$ khi x đi qua $x_2=1 \Rightarrow y_{CD}=2$ do đó mệnh đề “Giá trị cực đại của hàm số bằng 2 ” là mệnh đề đúng.

a) Đúng: Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1 .

b) Đúng: Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$.

c) Đúng: Giá trị cực đại của hàm số bằng 2 .

d) Sai: Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và $x=1$.

Câu 10. Xét một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox . Toạ độ của chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi hàm số $x(t)=t^3-6t^2+9t$ với $t \geq 0$. Khi đó $x'(t)$ là vận tốc của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu $v(t)$; $v'(t)$ là gia tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu $a(t)$.

a) Phương trình hàm vận tốc là $v(t)=3t^2-6t+9$.

*b) Phương trình hàm gia tốc là $a(t)=6t-12$.

*c) Vận tốc của chất điểm tăng khi $t \in (0;1) \cup (3;+\infty)$.

*d) Vận tốc của chất điểm giảm khi $t \in (1;3)$.

Lời giải

a) Ta có $v(t) = x'(t) = 3t^2 - 12t + 9$ và $a(t) = v'(t) = 6t - 12$.

$$v(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 3 \end{cases}$$

b) Xét

Bảng xét dấu

t	0	1	3	$+\infty$		
$v(t)$		+	0	-	0	+

Suy ra vận tốc của chất điểm tăng khi $t \in (0; 1) \cup (3; +\infty)$ và giảm khi $t \in (1; 3)$.

a) Sai: Phương trình hàm vận tốc là $v(t) = 3t^2 - 12t + 9$.

b) Đúng: Phương trình hàm gia tốc là $a(t) = 6t - 12$.

c) Đúng: Vận tốc của chất điểm tăng khi $t \in (0; 1) \cup (3; +\infty)$.

d) Đúng: Vận tốc của chất điểm giảm khi $t \in (1; 3)$.

---HẾT---