

ĐỀ A

Bài 1 (2 điểm). Giải bất phương trình $\frac{x^2 - 6x - 72}{x + 3} \geq 0$.

Bài 2 (2 điểm). Cho $\sin x = \frac{5}{13}$, với $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

a) Tính $\cos x$, $\tan x$, $\cot x$.

b) Tính $\sin 2x$, $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$.

Bài 3 (2 điểm). Chứng minh rằng

a) $\frac{1 - \sin^2 x}{\sin^2 x} + \tan x \cot x = \frac{1}{\sin^2 x}$.

b) $\frac{1 + \sin 2x - \cos 2x}{1 + \sin 2x + \cos 2x} = \tan x$

Bài 4 (1 điểm). Rút gọn biểu thức: $A = \frac{2\sin^2 x \cos x + \cos x \cos 2x + \sin\left(\frac{17\pi}{2} - x\right)}{\sin 2x}$

Bài 5 (3 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 6y - 3 = 0$ và hai điểm $A(-3; 5)$, $B(1; -1)$.

a) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng AB .

b) Viết phương trình đường tròn đường kính AB .

c) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng

$d: 3x - 2y - 4 = 0$.

-----HẾT-----

ĐỀ B

Bài 1 (2 điểm). Chứng minh rằng

a) $\frac{1 - \sin^2 x}{\sin^2 x} + \tan x \cot x = \frac{1}{\sin^2 x}.$

b) $\frac{1 + \sin 2x - \cos 2x}{1 + \sin 2x + \cos 2x} = \tan x$

Bài 2 (2 điểm). Giải bất phương trình $\frac{x^2 - 6x - 72}{x + 3} \geq 0.$

Bài 3 (1 điểm). Rút gọn biểu thức: $A = \frac{2\sin^2 x \cos x + \cos x \cos 2x + \sin\left(\frac{17\pi}{2} - x\right)}{\sin 2x}$

Bài 4 (2 điểm). Cho $\sin x = \frac{5}{13}$, với $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right).$

a) Tính $\cos x$, $\tan x$, $\cot x$.

b) Tính $\sin 2x$, $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right).$

Bài 5 (3 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 6y - 3 = 0$ và hai điểm $A(-3; 5)$, $B(1; -1).$

a) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng AB .

b) Viết phương trình đường tròn đường kính AB .

c) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 3x - 2y - 4 = 0.$

-----HẾT-----

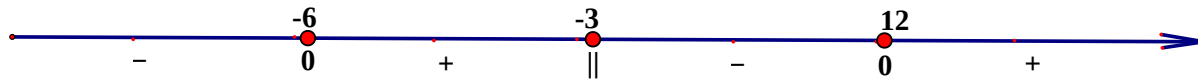
ĐÁP ÁN

ĐỀ A

Bài 1. Giải bất phương trình $\frac{x^2 - 6x - 72}{x + 3} \geq 0$.

$$x^2 - 6x - 72 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = -6 \end{cases} \dots\dots\dots 0,5.$$

$$x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -3 \dots\dots\dots 0,5.$$



Tập nghiệm của bất phương trình là $S = [-6; -3) \cup [12; +\infty)$ **1,0.**

Bài 2 (2 điểm):

$$\text{a) } \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{12}{13} & (l) \\ \cos x = -\frac{12}{13} & (n) \end{cases} \dots\dots\dots 0,25 + 0,25 \text{ điểm}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{5}{12} \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} = -\frac{12}{5} \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$$

b)

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x = 2 \cdot \frac{5}{13} \cdot \left(-\frac{12}{13}\right) = -\frac{120}{169} \dots\dots\dots 0,25 + 0,25 \text{ điểm}$$

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x = 1 - 2 \left(\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{119}{169} \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$$

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos 2x \cos \frac{\pi}{6} - \sin 2x \sin \frac{\pi}{6} = \frac{119\sqrt{3} + 120}{338} \text{ (chấp nhận số } \approx 0,965\dots) \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$$

Bài 3 (2 điểm): Chứng minh rằng

a/ (1 điểm) $VT = \frac{1 - \sin^2 x}{\sin^2 x} + \tan x \cot x$

$$= \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} + 1 \dots\dots\dots 0,25 + 0,25$$

$$= \tan^2 x + 1 \dots\dots\dots 0,25$$

$$= \frac{1}{\sin^2 x} = VP \dots\dots\dots 0,25$$

b) $\frac{1 + \sin 2x - \cos 2x}{1 + \sin 2x + \cos 2x} = \tan x$	
$VT = \frac{2 \sin^2 x + 2 \sin x \cos x}{2 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x}$	0.25
$= \frac{2 \sin x (\sin x + \cos x)}{2 \cos x (\cos x + \sin x)}$	0.25
$= \frac{\sin x}{\cos x}$	0.25
$= \tan x = VP$	0.25

Bài 4: (1,0đ)	$A = \frac{2 \sin^2 x \cos x + \cos x \cos 2x + \sin \left(\frac{13\pi}{2} - x \right)}{\sin 2x}$ $= \frac{2 \sin^2 x \cos x + \cos x \cos 2x + \sin \left(6\pi + \frac{\pi}{2} - x \right)}{\sin 2x}$ $= \frac{2 \sin^2 x \cos x + \cos x \cos 2x + \sin \left(\frac{\pi}{2} - x \right)}{\sin 2x} (0,25)$ $= \frac{2 \sin^2 x \cos x + \cos x \cos 2x + \cos x}{\sin 2x} (0,25)$ $= \frac{\cos x (2 \sin^2 x + \cos 2x + 1)}{2 \sin x \cos x}$ $= \frac{2 \sin^2 x + 2 \cos^2 x}{2 \sin x} (0,25)$ $= \frac{1}{\sin x} (0,25).$
--------------------------------	--

Bài 5 (3 điểm): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 6y - 3 = 0$ và hai điểm $A(-3;5)$, $B(1;-1)$.

a/ (1 điểm) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng AB .

- $vtcp \vec{u} = \overrightarrow{AB} = (4; -6) \Rightarrow vtpt \vec{n} = (6; 4) \dots\dots\dots 0.25 + 0.25$

- $AB: 6(x+3) + 4(y-5) = 0 \dots\dots\dots 0.25 + 0.25$
 $\Leftrightarrow 3x + 2y - 1 = 0$

b/ (1 điểm) Viết phương trình đường tròn đường kính AB.

- $\overrightarrow{AB} = (4; -6) \Rightarrow AB = 2\sqrt{13} \Rightarrow bk R = \sqrt{13} \dots\dots\dots 0.25 + 0.25$

- I là trung điểm AB nên tâm $I(-1; 2) \dots\dots\dots 0.25$

- $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 13 \dots\dots\dots 0.25$

c/ (1 điểm) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến song song với đường

thẳng $d: 3x - 2y - 4 = 0$.

- (C) có tâm $M(-1; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{13}$.

- $pttt: 3x - 2y + m = 0 \ (m \neq -4) \dots\dots\dots 0.25$

- $d(M, tt) = R \Leftrightarrow \frac{|-3 - 6 + m|}{\sqrt{13}} = \sqrt{13} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 22 & (n) \\ m = -4 & (l) \end{cases} \dots\dots\dots 0.25 + 0.25$

- $pttt: 3x - 2y + 22 = 0 \dots\dots\dots 0.25$

ĐỀ B

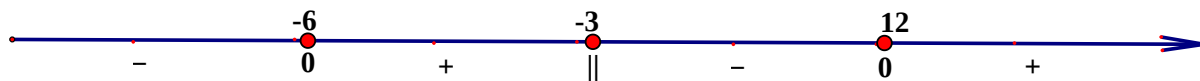
Bài 1 (2 điểm): Chứng minh rằng

$$\begin{aligned} \text{a/ (1 điểm)} \quad VT &= \frac{1 - \sin^2 x}{\sin^2 x} + \tan x \cot x \\ &= \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} + 1 \dots\dots\dots 0.25 + 0.25 \\ &= \tan^2 x + 1 \dots\dots\dots 0.25 \\ &= \frac{1}{\sin^2 x} = VP \dots\dots\dots 0.25 \end{aligned}$$

b) $\frac{1 + \sin 2x - \cos 2x}{1 + \sin 2x + \cos 2x} = \tan x$	
$VT = \frac{2 \sin^2 x + 2 \sin x \cos x}{2 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x}$	0.25
$= \frac{2 \sin x (\sin x + \cos x)}{2 \cos x (\cos x + \sin x)}$	0.25
$= \frac{\sin x}{\cos x}$	0.25
$= \tan x = VP$	0.25

Bài 2. Giải bất phương trình $\frac{x^2 - 6x - 72}{x + 3} \geq 0$.

$$\begin{aligned} x^2 - 6x - 72 = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = -6 \end{cases} \dots\dots\dots 0,5. \\ x + 3 = 0 &\Leftrightarrow x = -3 \dots\dots\dots 0,5. \end{aligned}$$



Tập nghiệm của bất phương trình là $S = [-6; -3) \cup [12; +\infty)$ **1,0.**

Bài 3: (1,0đ)	$A = \frac{2 \sin^2 x \cos x + \cos x \cos 2x + \sin \left(\frac{13\pi}{2} - x \right)}{\sin 2x}$ $= \frac{2 \sin^2 x \cos x + \cos x \cos 2x + \sin \left(6\pi + \frac{\pi}{2} - x \right)}{\sin 2x}$ $= \frac{2 \sin^2 x \cos x + \cos x \cos 2x + \sin \left(\frac{\pi}{2} - x \right)}{\sin 2x} (0,25)$
--------------------------------	--

	$= \frac{2\sin^2 x \cos x + \cos x \cos 2x + \cos x}{\sin 2x} (0,25)$ $= \frac{\cos x \cdot 2\sin^2 x + \cos 2x + 1}{2\sin x \cos x}$ $= \frac{2\sin^2 x + 2\cos^2 x}{2\sin x} (0,25)$ $= \frac{1}{\sin x} (0,25).$
--	---

Bài 4 (2 điểm):

a) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{12}{13} & (l) \\ \cos x = -\frac{12}{13} & (n) \end{cases} \dots\dots\dots 0,25 + 0,25 \text{ điểm}$

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{5}{12} \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$

$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} = -\frac{12}{5} \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$

b)

$\sin 2x = 2\sin x \cos x = 2 \cdot \frac{5}{13} \cdot \left(-\frac{12}{13}\right) = -\frac{120}{169} \dots\dots\dots 0,25 + 0,25 \text{ điểm}$

$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x = 1 - 2\left(\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{119}{169} \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$

$\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos 2x \cos \frac{\pi}{6} - \sin 2x \sin \frac{\pi}{6} = \frac{119\sqrt{3} + 120}{338}$ (chấp nhận số $\approx 0,965\dots$) $\dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$

Bài 5 (3 điểm): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 3 = 0$ và hai điểm A(-3;5), B(1;-1).

a/ (1 điểm) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng AB.

• $vtcp \vec{u} = \overrightarrow{AB} = (4; -6) \Rightarrow vtpt \vec{n} = (6; 4) \dots\dots\dots 0.25 + 0.25$

• AB: $6(x+3) + 4(y-5) = 0 \dots\dots\dots 0.25 + 0.25$
 $\Leftrightarrow 3x + 2y - 1 = 0$

b/ (1 điểm) Viết phương trình đường tròn đường kính AB .

- $\overline{AB} = (4; -6) \Rightarrow AB = 2\sqrt{13} \Rightarrow \text{bán kính } R = \sqrt{13} \dots\dots\dots 0.25 + 0.25$
- I là trung điểm AB nên tâm $I(-1; 2) \dots\dots\dots 0.25$
- $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 13 \dots\dots\dots 0.25$

c/ (1 điểm) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 3x - 2y - 4 = 0$.

- (C) có tâm $M(-1; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{13}$.
- $\text{pttt}: 3x - 2y + m = 0 \ (m \neq -4) \dots\dots\dots 0.25$
- $d(M, tt) = R \Leftrightarrow \frac{|-3 - 6 + m|}{\sqrt{13}} = \sqrt{13} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 22 & (n) \\ m = -4 & (l) \end{cases} \dots\dots\dots 0.25 + 0.25$
- $\text{pttt}: 3x - 2y + 22 = 0 \dots\dots\dots 0.25$