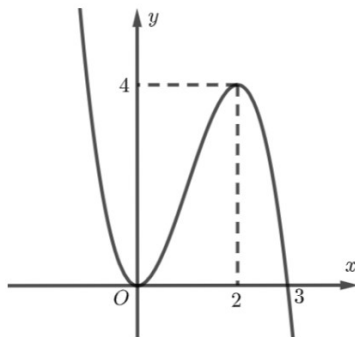


PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

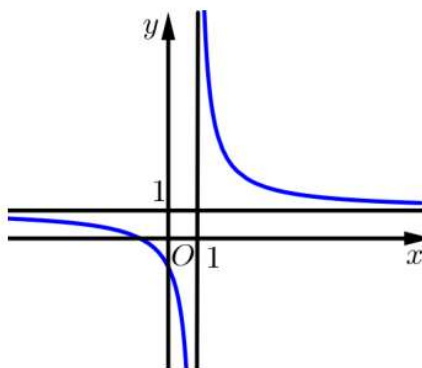
Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(0;2)$. **B.** $(0;4)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Đường thẳng nào sau đây là đường tiệm cận đứng của đồ thị đã cho?

- A.** $y = 1$. **B.** $y = 0$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 0$.

Câu 3: Nếu $\int f(x)dx = 4x^3 + x^2 + C$ thì hàm số $f(x)$ bằng ?

- A.** $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3} + Cx$. **B.** $f(x) = 12x^2 + 2x$.
C. $f(x) = 12x^2 + 2x + C$ **D.** $f(x) = x^3 + \frac{x^3}{3}$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, vector nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 1 = 0$?

- A.** $\vec{a} = (2; -3; 1)$. **B.** $\vec{b} = (2; 1; -3)$. **C.** $\vec{c} = (2; -3; 0)$. **D.** $\vec{d} = (3; 2; 0)$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của

$$\text{đường thẳng } d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases} ?$$

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-2}$.

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-2}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi I là tâm mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$. Độ dài $|\overline{OI}|$ bằng:

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. $\sqrt{2}$.

Câu 7: Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,7$, $P(AB) = 0,3$. Tính $P(A|B)$?

A. $P(A|B) = \frac{3}{7}$.

B. $P(A|B) = \frac{1}{2}$.

C. $P(A|B) = \frac{6}{7}$.

D. $P(A|B) = \frac{1}{7}$.

Câu 8: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 0,9.

B. 0,6.

C. 1,5.

D. 0,3.

Câu 9: Xét mẫu số liệu ghép nhóm có khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là Δ_Q . Khi đó x là giá trị ngoại lệ của bảng số liệu ghép nhóm khi x thỏa điều kiện nào sau đây?

A. $x > Q_3 + 1,5\Delta_Q$ hoặc $x < Q_1 - 1,5\Delta_Q$.

B. $x < Q_3 + 1,5\Delta_Q$ hoặc $x > Q_1 - 1,5\Delta_Q$.

C. $x > Q_3 + 1,5\Delta_Q$ hoặc $x > Q_1 - 1,5\Delta_Q$.

D. $x < Q_3 + 1,5\Delta_Q$ hoặc $x < Q_1 - 1,5\Delta_Q$.

Câu 10: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = 3^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_0^2 3^x dx$.

B. $V = \pi \int_0^2 3^{2x} dx$.

C. $S = \pi \int_a^b 3^x dx$.

D. $S = \int_0^2 3^{2x} dx$.

Câu 11: Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50 ; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Số ngày	5	10	9	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 145. B. 150. C. 155. D. 140.

Câu 12: Công thức tính khối lượng còn lại của một chất phóng xạ từ khối lượng ban đầu M_0 là

$$M(t) = M_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$$

trong đó t là thời gian tính từ thời điểm ban đầu và T là chu kỳ bán rã của chất.

Đồng vị plutonium-234 có chu kỳ bán rã là 9 giờ. Từ khối lượng ban đầu 200 g, sau bao lâu thì khối lượng plutonium-234 còn lại là 100g?

- A. 8 giờ. B. 9 giờ. C. 10 giờ. D. 11 giờ.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2), B(2;-2;1), C(-2;1;0)$ và mặt phẳng $(\alpha): x+2y-2z-1=0$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C .

- a) Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}(1;1;1)$.
 b) Phương trình mặt phẳng (P) là $x+y-z+1=0$.
 c) Mặt phẳng (P) cắt trục Ox tại điểm $M(-1;0;0)$.
 d) Gọi H là hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng (α) . Mặt phẳng đi qua điểm H và song song với mặt phẳng (Oyz) có phương trình là $9x+7=0$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-3	5	$-\infty$	

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị.
 b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3;5)$.
 c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1;3]$ bằng $f(1)$.
 d) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(4x-x^2) + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + \frac{1}{3}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng 12.

Câu 3: Một vật chuyển động trên đường thẳng được xác định bởi công thức $s(t) = t^3 - 3t^2 + 7t - 2$, trong đó $t \geq 0$ và tính bằng giây và s là quãng đường chuyển động được của vật trong thời gian t giây tính bằng mét.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

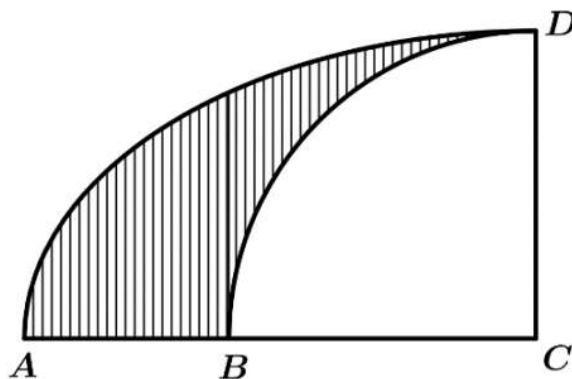
- a) Độ lớn vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 2$ là $7(m/s)$
- b) Gia tốc của vật tại thời điểm $t = 2$ là $6(m/s^2)$
- c) Gia tốc của vật tại thời điểm mà độ lớn vận tốc tức thời của chuyển động bằng $16m/s^2$ là $10m/s^2$
- d) Thời điểm $t = 1$ (giây) tại đó độ lớn vận tốc tức thời của chuyển động đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 4: Một công ty đấu thầu hai dự án. Khả năng thắng thầu các dự án lần lượt là 0,4 và 0,5. Khả năng thắng thầu cả hai dự án là 0,3. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

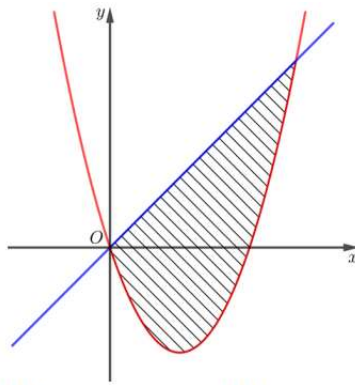
- a) Hai biến cố A và B độc lập.
- b) Giả sử công ty thắng thầu dự án 1, thì xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,75.
- c) Giả sử công ty không thắng thầu dự án 1, thì xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là $\frac{2}{3}$.
- d) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,3.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một vật trang trí có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (H) (Phần gạch sọc trong hình vẽ bên dưới) quanh trục AC . Biết rằng $AC = 5cm$, $BC = 3cm$, miền (H) được giới hạn bởi đoạn thẳng AB , cung tròn BD có tâm C , đường elip AD có trục AC và CD . Thể tích của vật trang trí bằng? (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng đơn vị)



Câu 2: Cho (H) là hình phẳng được giới hạn bởi parabol $y = x^2 - 3x$ và đường thẳng $y = x$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành là bao nhiêu? (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng đơn vị)



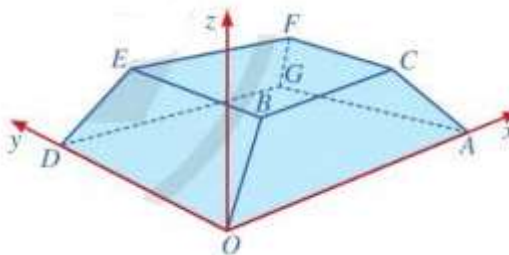
Câu 3: Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo trên mỗi trục tính theo kilômét, ra đa phát hiện một máy bay chiến đấu của Nga di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500;200;8)$ đến điểm $N(800;300;10)$ trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo có dạng $(a;b;c)$. Tính $a - 2b + 4c$?



Câu 4: Tỷ lệ người nghiện thuốc lá ở một vùng là 30%. Biết tỷ lệ viêm họng trong số người nghiện thuốc lá là $a\%$ còn người không nghiện là 40%. Gặp ngẫu nhiên một người trong vùng thì xác suất để người đó nghiện thuốc và bị viêm họng bằng 0,21; xác suất để người đó không nghiện thuốc và bị viêm họng là $b\%$. Tính $a + b$.

Câu 5: Anh Tuấn muốn xây dựng một hố ga không có nắp đậy dạng hình hộp chữ nhật có thể tích chứa được $3200(\text{cm}^3)$, tỉ số giữa chiều cao và chiều rộng của hố ga bằng 2. Xác định diện tích đáy của hố ga để khi xây hố tiết kiệm được nguyên liệu nhất.

Câu 6: Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA = 100\text{m}$, chiều rộng $OD = 60\text{m}$ và tọa độ điểm $B(10;10;8)$.



Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(OBED)$ (làm tròn đến 1 chữ số phần thập phân

---HẾT---

ĐÁP ÁN ĐỀ MẪU

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	C	B	C	D	A	A	C	A	A	C	B

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

☐Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.

☐Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.

☐Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.

☐Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) S	a) Đ	a) Đ	a) S
b) Đ	b) S	b) Đ	b) Đ
c) Đ	c) S	c) S	c) S
d) S	d) Đ	d) Đ	d) S

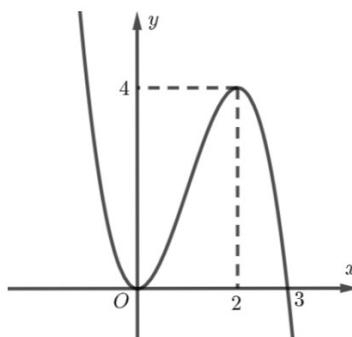
PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh Được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	38	64	267	98	160	62,5

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$.

B. $(0;3)$.

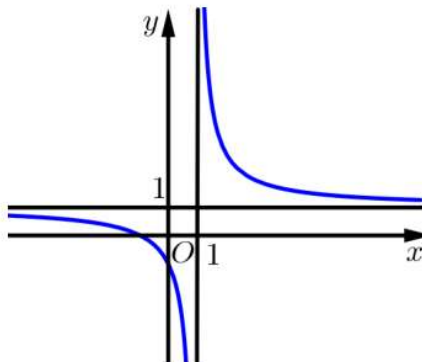
C. $(2;+\infty)$.

D. $(-\infty;0)$.

Chọn A

Ta thấy đồ thị hàm số đi lên từ trái sang phải trên khoảng $(0;2)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a,b,c,d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Đường thẳng nào sau đây là đường tiệm cận đứng của đồ thị đã cho?

- A.** $y = 1$. **B.** $y = 0$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 0$.

Chọn C

Từ đồ thị suy ra đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

Câu 3: Nếu $\int f(x)dx = 4x^3 + x^2 + C$ thì hàm số $f(x)$ bằng ?

- A.** $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3} + Cx$. **B.** $f(x) = 12x^2 + 2x$.
C. $f(x) = 12x^2 + 2x + C$ **D.** $f(x) = x^3 + \frac{x^3}{3}$.

Chọn B

Ta có: $f(x) = (4x^3 + x^2 + C)' = 12x^2 + 2x$

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, vectơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 1 = 0$?

- A.** $\vec{a} = (2; -3; 1)$. **B.** $\vec{b} = (2; 1; -3)$.
C. $\vec{c} = (2; -3; 0)$. **D.** $\vec{d} = (3; 2; 0)$.

Chọn C

Phương trình tổng quát của mặt phẳng có dạng: $(\alpha) 2x - 3y + 1 = 0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -3; 0)$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của

đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases}$?

- A.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-2}$.

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-2}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$.

Chọn D

Phương trình chính tắc của đường thẳng có dạng: $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ với $a.b.c \neq 0$.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi I là tâm mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$. Độ dài $|\overline{OI}|$ bằng ?

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. $\sqrt{2}$.

Chọn A

Phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ bán kính R có dạng: $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

Nên tâm của mặt cầu là $I(0;0;2) \Rightarrow |\overline{OI}| = 2$

Câu 7: Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,7$, $P(AB) = 0,3$. Tính $P(A|B)$?

A. $P(A|B) = \frac{3}{7}$.

B. $P(A|B) = \frac{1}{2}$.

C. $P(A|B) = \frac{6}{7}$.

D. $P(A|B) = \frac{1}{7}$.

Chọn A

Công thức tính xác suất của biến cố A khi biết biến cố B đã xảy ra ($P(B) > 0$) là:

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,3}{0,7} = \frac{3}{7}.$$

Câu 8: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là?

A. 0,9.

B. 0,6.

C. 1,5.

D. 0,3.

Giải

Chọn C

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $a_{m+1} - a_1 = 4,2 - 2,7 = 1,5$.

Câu 9: Xét mẫu số liệu ghép nhóm có khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là Δ_Q . Khi đó x là giá trị ngoại lệ của bảng số liệu ghép nhóm khi x thỏa điều kiện nào sau đây?

A. $x > Q_3 + 1,5\Delta_Q$ hoặc $x < Q_1 - 1,5\Delta_Q$.

B. $x < Q_3 + 1,5\Delta_Q$ hoặc $x > Q_1 - 1,5\Delta_Q$.

C. $x > Q_3 + 1,5\Delta_Q$ hoặc $x > Q_1 - 1,5\Delta_Q$.

D. $x < Q_3 + 1,5\Delta_Q$ hoặc $x < Q_1 - 1,5\Delta_Q$.

Chọn A

x là giá trị ngoại lệ của bảng số liệu ghép nhóm khi x thỏa điều kiện $x > Q_3 + 1,5\Delta_Q$ hoặc $x < Q_1 - 1,5\Delta_Q$

Câu 10: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = 3^x, y = 0, x = 0, x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_0^2 3^x dx$. B. $V = \pi \int_0^2 3^{2x} dx$. C. $S = \pi \int_a^b 3^x dx$. D. $S = \int_0^2 3^{2x} dx$.

Chọn A

Câu 11: Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50 ; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Số ngày	5	10	9	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là?

A. 145.

B. 150.

C. 155.

D. 140.

Chọn C

Ta có:

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Giá trị đại diện	75	125	175	225	275
Số ngày	5	10	9	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{5.75 + 10.125 + 9.175 + 4.225 + 2.275}{30} = 155$$

Câu 12: Công thức tính khối lượng còn lại của một chất phóng xạ từ khối lượng ban đầu M_0 là

$$M(t) = M_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}} \text{ trong đó } t \text{ là thời gian tính từ thời điểm ban đầu và } T \text{ là chu kỳ bán rã của chất.}$$

Đồng vị plutonium-234 có chu kỳ bán rã là 9 giờ. Từ khối lượng ban đầu 200 g, sau bao lâu thì khối lượng plutonium-234 còn lại là 100g?

- A.** 8 giờ. **B.** 9 giờ. **C.** 10 giờ. **D.** 11 giờ.

Chọn B

$$M(t) = M_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}} \Leftrightarrow t = T \cdot \log_{\frac{1}{2}} \frac{M(t)}{M_0}$$

$$\text{Khi } M(t) = 100 \text{ thì } t = 9 \cdot \log_{\frac{1}{2}} \frac{100}{200} = 9 \text{ (giờ)}$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1:

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; -3; -1)$; $\overrightarrow{AC} = (-2; 0; -2)$.

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} = (6; 6; -6). \text{ Suy ra } \vec{n}(1; 1; 1) \text{ không là vector pháp tuyến của } (P).$$

Nên a) sai

b) Chọn $\vec{n} = \frac{1}{6} [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; 1; -1)$ là một VTPT của (P) . Ta có pt (P) là:

$$x + y - 1 - z + 2 = 0 \Leftrightarrow x + y - z + 1 = 0. \text{ Suy ra b) đúng}$$

c) (P) cắt trục Ox tại điểm $M(-1; 0; 0)$. Suy ra c) đúng.

$$\text{d) +) Gọi } \Delta \text{ là đường thẳng đi qua điểm } A \text{ và vuông góc với } (\alpha) \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$$

$$\text{+) Ta có } H = \Delta \cap (\alpha). \text{ Xét phương trình: } t + 2 \cdot (1 + 2t) - 2 \cdot (2 - 2t) - 1 = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{3} \Rightarrow H \left(\frac{1}{3}; \frac{5}{3}; \frac{4}{3} \right).$$

$$\text{+) Gọi } (R) \text{ là mặt phẳng đi qua điểm } H \text{ và song song với mặt phẳng } (Oyz) \Rightarrow \vec{n}_R = \vec{i} = (1; 0; 0)$$

$$\Rightarrow (R): 1 \cdot \left(x - \frac{1}{3} \right) = 0 \Rightarrow (R): 3x - 1 = 0. \text{ Suy ra d) sai.}$$

Đáp án

a) Sai b) Đúng c) Đúng d) Sai

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-3	5	$-\infty$	

- a) Từ bảng biến thiên suy ra $x=0$ và $x=4$ là 2 điểm cực trị của hàm số nên mệnh đề đúng
b) Hàm số $y=f(x)$ liên tục có $f'(x)>0, \forall x \in (0;4)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0;4)$ do đó mệnh đề sai.
c) Hàm số $y=f(x)$ liên tục và đồng biến trên $[1;3]$ nên giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[1;3]$ bằng $f(3)$ do đó mệnh đề sai.
d) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(4x-x^2)+\frac{1}{3}x^3-3x^2+8x+\frac{1}{3}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng 12 là mệnh đề đúng.

Ta có: $g'(x)=(4-2x)f'(4x-x^2)+x^2-6x+8=(2-x)[2f'(4x-x^2)+4-x]$

Với $x \in [1;3]$ thì $4-x>0$; $3 \leq 4x-x^2 \leq 4$ nên $f'(4x-x^2)>0$.

Suy ra $2f'(4x-x^2)+4-x>0, \forall x \in [1;3]$.

Bảng biến thiên

x	1	2	3
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$	$g(1)$	$g(2)$	$g(3)$

Suy ra $\max_{[1;3]} g(x) = g(2) = f(4) + 7 = 5 + 7 = 12$.

Đáp án

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng

Câu 3: Một vật chuyển động trên đường thẳng được xác định bởi công thức $s(t)=t^3-3t^2+7t-2$, trong đó $t>0$ và tính bằng giây và s là quãng đường chuyển động được của vật trong thời gian t giây tính bằng mét.

Ta có: $s'(t)=3t^2-6t+7$ và $s''(t)=6t-6$.

a) Độ lớn vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t=2$ là: $v(2)=s'(2)=3.2^2-6.2+7=7$ (m/s).

b) Gia tốc của vật tại thời điểm $t=2$ là: $a(2)=v'(2)=s''(2)=6.2-6=6$ (m/s²).

c) Độ lớn vận tốc tức thời của chuyển động bằng 16 m/s tại thời điểm t nghĩa là:

$$v(t)=s'(t)=16 \Leftrightarrow 3t^2-6t+7=16 \Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \text{ (thỏa mãn)} \\ t=-1 \text{ (loại)} \end{cases}$$

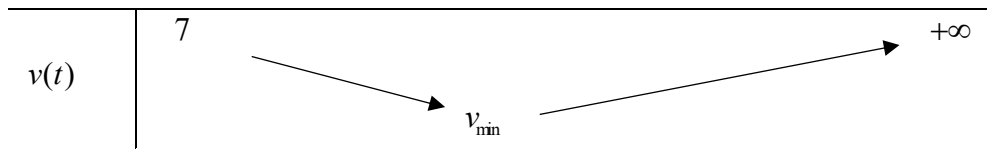
Gia tốc của vật tại thời điểm $t=3$ là: $a(3)=v'(3)=s''(3)=6.3-6=12$ (m/s²).

d) Hàm số biểu diễn tốc độ tức thời của chuyển động là $v(t)=3t^2-6t+7, t \geq 0$.

Ta có: $v'(t)=6t-6=0 \Leftrightarrow t=1$

Bảng biến thiên

t	0	1	$+\infty$
$v'(t)$	$-$	0	$+$



Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có giá trị nhỏ nhất khi $t = 1$. Vậy tại thời điểm $t = 1$ thì vận tốc của chuyển động đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 (m/s) .

Đáp án

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

Câu 4: a) Ta có $P(A).P(B) = 0,4.0,5 = 0,2 \neq 0,3 = P(AB)$. Nên a Sai.

b) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 khi đã biết thắng dự án 1 là $P(B|A)$

$$\text{Ta có } P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,3}{0,4} = 0,75.$$

Đs: b Đúng

c) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 khi đã biết điều kiện không thắng dự án 1 là:

$$P(B|\bar{A}) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})}$$

Vì hai biến cố $\bar{A}B$ và AB xung khắc nhau và $\bar{A}B \cup AB = B$ nên theo tính chất của xác suất ta có

$$P(\bar{A}B) = P(B) - P(AB).$$

$$\text{Suy ra } P(B|\bar{A}) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(AB)}{1 - P(A)} = \frac{0,5 - 0,3}{1 - 0,4} = \frac{1}{3}.$$

Đs: C Sai.

d) Xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án là $P(C)$

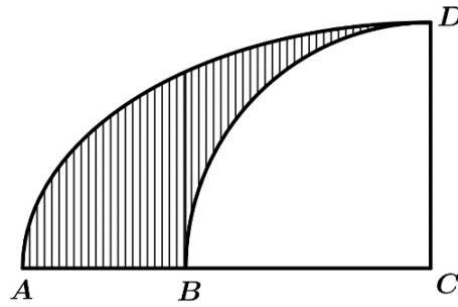
$$\begin{aligned} P(C) &= P(A|\bar{B}) + P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{B})} + \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})} \\ &= \frac{P(A) - P(AB)}{1 - P(B)} + \frac{P(B) - P(AB)}{1 - P(A)} = \frac{0,4 - 0,3}{1 - 0,5} - \frac{0,5 - 0,3}{1 - 0,4} = \frac{8}{15} \end{aligned}$$

Đáp án

a) Sai b) Đúng c) Sai d) Sai

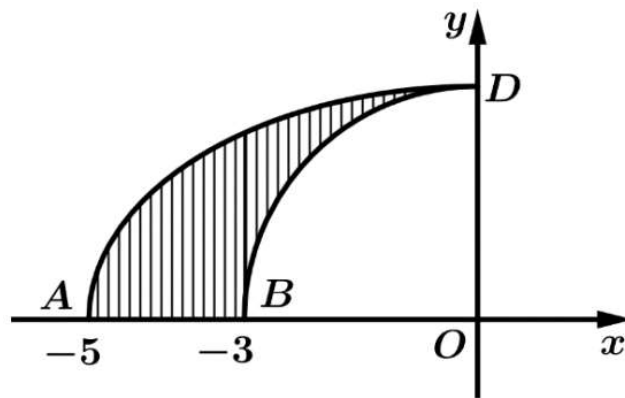
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một vật trang trí có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (H) (Phần gạch sọc trong hình vẽ bên dưới) quanh trục AC . Biết rằng $AC = 5 \text{ cm}$, $BC = 3 \text{ cm}$, miền (H) được giới hạn bởi đoạn thẳng AB , cung tròn BD có tâm C , đường elip AD có trục AC và CD . Thể tích của vật trang trí bằng ?



Đáp án

Chọn hệ trục với C trùng với O như hình vẽ.



Phương trình nửa đường tròn là: $y = f(x) = \sqrt{9 - x^2}$

Phương trình Elip là: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ suy ra phương trình đường cong Elip phía trên là

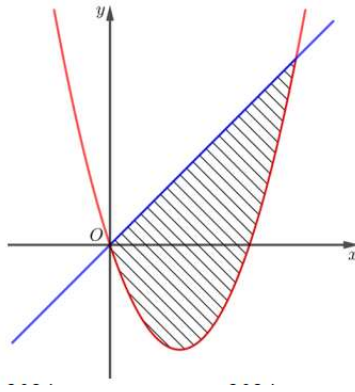
$$y = g(x) = 3\sqrt{1 - \frac{x^2}{25}}$$

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là

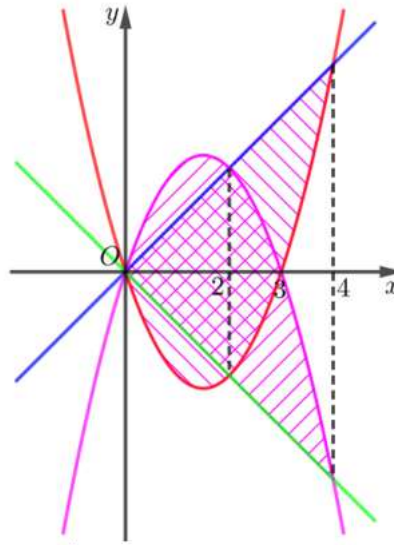
$$V = \pi \int_{-5}^0 g^2(x) dx - \pi \int_{-3}^0 f^2(x) dx$$

$$V = \pi \int_{-5}^0 9\left(1 - \frac{x^2}{25}\right) dx - \pi \int_{-3}^0 (9 - x^2) dx = 30\pi - 18\pi = 12\pi \approx 38(\text{cm}^3)$$

Câu 2: Cho (H) là hình phẳng được giới hạn bởi parabol $y = x^2 - 3x$ và đường thẳng $y = x$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành là bao nhiêu?



Đáp án



Xét phương trình hoành độ giao điểm của parabol $y = x^2 - 3x$ và đường thẳng $y = x$ ta có

$$x^2 - 3x = x \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của parabol $y = x^2 - 3x$ và đường thẳng $y = -x$ ta có

$$x^2 - 3x = -x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

Dựa vào đồ thị ta có:

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^2 (x^2 - 3x)^2 dx + \pi \int_2^4 x^2 dx - \pi \int_3^4 (x^2 - 3x)^2 dx \\ &= \pi \left(\frac{x^5}{5} - \frac{6x^4}{4} + \frac{9x^3}{3} \right) \Big|_0^2 + \pi \left(\frac{x^3}{3} \right) \Big|_2^4 - \pi \left(\frac{x^5}{5} - \frac{6x^4}{4} + \frac{9x^3}{3} \right) \Big|_3^4 = \frac{32}{5}\pi + \frac{56}{3}\pi - \frac{47}{10}\pi = \frac{611}{30}\pi \approx 64 \end{aligned}$$

Câu 3: Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay chiến đấu của Nga di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500;200;8)$ đến điểm $N(800;300;10)$ trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo có dạng $(a;b;c)$. Tính $a - 2b + 4c$?



Đáp án

Gọi $Q(x; y; z)$ là tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo.

$$\overrightarrow{MN} = (300; 100; 2), \overrightarrow{NQ} = (x - 800; y - 300; z - 10)$$

Vì máy bay giữ nguyên hướng bay nên $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{NQ}$ cùng hướng. Do máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và thời gian bay từ $M \rightarrow N$ gấp 4 lần thời gian bay từ $N \rightarrow Q$ nên $MN = 4NQ$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{MN} = 4\overrightarrow{NQ} \Leftrightarrow \begin{cases} 300 = 4(x - 800) \\ 100 = 4(y - 300) \\ 2 = 4(z - 10) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 875 \\ y = 325 \\ z = 10,5 \end{cases} \Rightarrow Q(875; 325; 10,5)$$

$$\text{Suy ra: } a - 2b + 4c = 267$$

Câu 4: Tỉ lệ người nghiện thuốc lá ở một vùng là 30%. Biết tỉ lệ viêm họng trong số người nghiện thuốc lá là $a\%$ còn người không nghiện là 40%. Gặp ngẫu nhiên một người trong vùng thì xác suất để người đó nghiện thuốc và bị viêm họng bằng 0,21; xác suất để người đó không nghiện thuốc và bị viêm họng là $b\%$. Tính $a + b$.

Đáp án

Gọi A : “Người nghiện thuốc lá”

B : “Người bị viêm họng”

Khi đó: AB : “Người nghiện thuốc và bị viêm họng”

$\overline{AB}$: “Người không nghiện thuốc và bị viêm họng”

Theo đề bài ta có $P(A) = 30\%$; $P(B|A) = a\%$ và $P(AB) = 0,21$ nên theo công thức xác suất có điều

$$\text{kiện ta được: } P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \Leftrightarrow a\% = \frac{0,21}{30\%} = 70\%.$$

Tương tự: $P(\overline{A}) = 1 - 30\% = 70\%$; $P(B|\overline{A}) = 40\%$ và $P(\overline{AB}) = b\%$ nên theo công thức xác suất có điều

$$\text{kiện ta được: } P(B|\overline{A}) = \frac{P(\overline{AB})}{P(\overline{A})} \Leftrightarrow 40\% = \frac{b\%}{70\%} \Leftrightarrow b\% = 28\%.$$

$$\text{Vậy } a + b = 98$$

Câu 5: Anh Tuấn muốn xây dựng một hố ga không có nắp đậy dạng hình hộp chữ nhật có thể tích chứa được $3200(\text{cm}^3)$, tỉ số giữa chiều cao và chiều rộng của hố ga bằng 2. Xác định diện tích đáy của hố ga để khi xây hố tiết kiệm được nguyên liệu nhất.

Đáp án

Gọi x, y, h lần lượt là chiều rộng, chiều dài, chiều cao của hố ga ($x > 0, y > 0, h > 0, \text{cm}$)

Ta có: $\frac{h}{x} = 2 \Leftrightarrow h = 2x$

Thể tích hố ga: $V = xyh \Leftrightarrow y = \frac{V}{xh} = \frac{1600}{x^2}$

Diện tích cần xây dựng hố ga là:

$$S(x) = xy + 2xh + 2yh = x \cdot \frac{1600}{x^2} + 2x \cdot 2x + 2 \cdot \frac{1600}{x^2} \cdot 2x$$

$$= \frac{1600}{x} + 4x^2 + \frac{6400}{x} = 4x^2 + \frac{8000}{x}$$

Bài toán trở thành tìm x để $S(x)$ nhỏ nhất.

$$S'(x) = 8x - \frac{8000}{x^2}$$

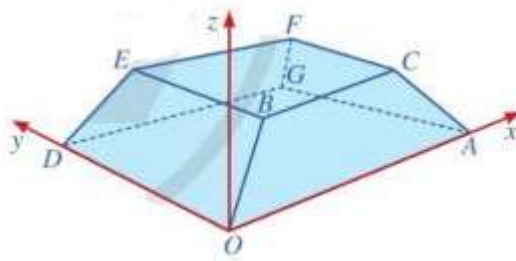
$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow 8x - \frac{8000}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 10$$

x	0	10	$+\infty$
$S'(x)$		+	0
$S(x)$			–

Suy ra, chiều rộng của hố ga là 10 cm , chiều dài là 16 cm

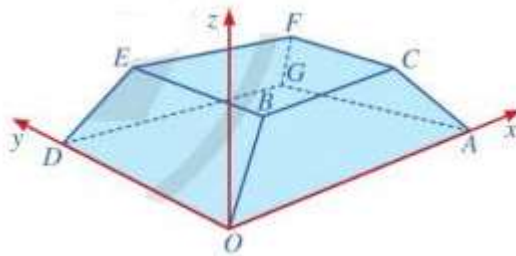
Vậy diện tích đáy hố ga nhỏ nhất là: $S = 10 \cdot 16 = 160 \text{ cm}^2$

Câu 6: Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA = 100\text{m}$, chiều rộng $OD = 60\text{m}$ và tọa độ điểm $B(10; 10; 8)$.



Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(O\overset{\square}{B}ED)$ (lấy 1 chữ số phần thập phân).

Đáp án



Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(OBED)$.

$$\overrightarrow{OD} = (0; 60; 0), \overrightarrow{OB} = (10; 10; 8)$$

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(OBED)$ là $\vec{n} = [\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OB}] = (480; 0; -600) = 120(4; 0; -5)$

Phương trình mặt phẳng $(OBED)$ đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (4; 0; -5)$ là:

$$4x - 5z = 0$$

Khoảng cách từ điểm $G(100; 60; 0)$ đến mặt phẳng $(OBED)$ là:

$$d(G, (OBED)) = \frac{|4 \cdot 100 - 5 \cdot 0|}{\sqrt{16 + 25}} = \frac{400\sqrt{41}}{41} \approx 62,5m$$

---HẾT---