

111 EQUATION CHAPTER 1 SECTION 1 ĐỀ SỐ 1

Câu 1: Cho $x = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$; $y = \frac{a^2 - (b - c)^2}{(b + c)^2 - a^2}$. Tính giá trị $P = x + y + xy$

Câu 2: Giải phương trình: a, $\frac{1}{a+b+x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{x}$ (x là ẩn số);

b, $\frac{(b-c)(1+a)^2}{x+a^2} + \frac{(c-a)(1+b)^2}{x+b^2} + \frac{(a-b)(1+c)^2}{x+c^2} = 0$; (a,b,c là hằng số và đôi một khác nhau)

Câu 3: Xác định các số a, b biết: $\frac{(3x+1)}{(x+1)^3} = \frac{a}{(x+1)^3} + \frac{b}{(x+1)^2}$

Câu 4: Chứng minh phương trình: $2x^2 - 4y = 10$ không có nghiệm nguyên.

Câu 5: Cho $\triangle ABC$; $AB = 3AC$. Tính tỷ số đường cao xuất phát từ B và C

ĐỀ SỐ 2

Câu 1: Cho a,b,c thỏa mãn: $\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b}$. Tính giá trị $M = (1 + \frac{b}{a})(1 + \frac{c}{b})(1 + \frac{a}{c})$

Câu 2: Xác định a, b để đa thức $f(x) = 6x^4 - 7x^3 + ax^2 + 3x + 2$ Chia hết cho $y(x) = x^2 - x + b$

Câu 3: Giải các PT: a, $(x-4)(x-5)(x-6)(x-7) = 1680$. b, $4x^2 + 4y - 4xy + 5y^2 + 1 = 0$

Câu 4: Tìm giá trị lớn nhất của phân số mà tử số là một số có 3 chữ số mà mẫu là tổng các chữ số của nó.

Câu 5: Cho $\triangle ABC$ cân tại A, trên AB lấy D, trên AC lấy E sao cho: $AD = EC = DE = CB$.

a, Nếu $AB > 2BC$. Tính góc \hat{A} của $\triangle ABC$

b, Nếu $AB < BC$. Tính góc \hat{A} của $\triangle HBC$.

ĐỀ SỐ 3

Câu 1: Phân tích thành nhân tử: a, $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$; b, $(x-y)^3 + (y-z)^3 + (z-x)^3$

Câu 2: Cho $A = \frac{x(1-x^2)^2}{1+x^2}$; $\left[\left(\frac{1-x^3}{1-x} + x \right) \left(\frac{1+x^3}{1+x} - x \right) \right]$

a, Rút gọn A

b, Tìm A khi $x = -\frac{1}{2}$

c, Tìm x để $2A = 1$

Câu 3: a, Cho $x+y+z = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $M = x^2 + y^2 + z^2$

b, Tìm giá trị lớn nhất của $P = \frac{x}{(x+10)^2}$

Câu 4: a, Cho a,b,c > 0, CMR: $1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < 2$; b, Cho x,y ≠ 0 CMR: $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} \geq \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$

Câu 5: Cho $\triangle ABC$ đều có độ dài cạnh là a, kéo dài BC một đoạn $CM = a$

a, Tính số đo các góc $\triangle ACM$

b, CMR: $AM \perp AB$

c, Kéo dài CA đoạn $AN = a$, kéo dài AB đoạn $BP = a$. CMR $\triangle MNP$ đều.

ĐỀ SỐ 4

Câu 1: Phân tích thành nhân tử: a, $a^8 + a^4 + 1$; b, $a^{10} + a^5 + 1$

Câu 2: a, Cho $a+b+c = 0$, Tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{1}{b^2+c^2-a^2} + \frac{1}{c^2+a^2-b^2} + \frac{1}{a^2+b^2-c^2}$

b, Cho biểu thức: $M = \frac{2|x-3|}{x^2+2x-15}$

+ Rút gọn M

+ Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để M đạt giá trị nguyên.

Câu 3: a, Cho $abc = 1$ và $a^3 > 36$, CMR: $\frac{a^2}{3} + b^2 + c^2 > ab + bc + ca$; b, CMR: $a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b$

Câu 4: a, Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = 2x^2 + 2xy + y^2 - 2x + 2y + 1$

b, Cho $a+b+c = 1$, Tìm giá trị nhỏ nhất $P = a^3 + b^3 + c^3 + a^2(b+c) + b^2(c+a) + c^2(a+b)$

Câu 5: a, Tìm $x, y, z \in \mathbb{Z}$ biết: $x^2 + 2y^2 + z^2 - 2xy - 2y + 2z + 2 = 0$

b, Tìm nghiệm nguyên của PT: $6x + 15y + 10z = 3$

Câu 6: Cho $\triangle ABC$. H là trực tâm, đường thẳng vuông góc với AB tại B, với AC tại C cắt nhau tại D.

a, CMR: Tứ giác BDCH là hình bình hành.

b, Nhận xét mối quan hệ giữa góc \hat{A} và \hat{D} của tứ giác ABDC.

ĐỀ SỐ 5

Câu 1: Phân tích thành nhân tử: a, $(x^2 - x + 2)^2 + (x-2)^2$; b, $6x^5 + 15x^4 + 20x^3 + 15x^2 + 6x + 1$

Câu 2: a, Cho a, b, c thoả mãn: $a+b+c = 0$ và $a^2 + b^2 + c^2 = 14$. Tính giá trị của $A = a^4 + b^4 + c^4$

b, Cho a, b, c $\neq 0$. Tính giá trị của $D = x^{2009} + y^{2010} + z^{2011}$

Biết x, y, z thoả mãn: $\frac{x^2 + y^2 + z^2}{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$

Câu 3: a, Cho $a, b > 0$, CMR: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$; b, Cho $a, b, c, d > 0$. CMR: $\frac{a-d}{d+b} + \frac{d-b}{b+c} + \frac{b-c}{c+a} + \frac{c-a}{a+d} \geq 0$

Câu 4: a, Tìm giá trị lớn nhất: $E = \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - xy + y^2}$ với $x, y > 0$;

b, Tìm giá trị lớn nhất: $M = \frac{x}{(x+2010)^2}$ với $x > 0$

Câu 5: a, Tìm nghiệm $\in \mathbb{Z}$ của PT: $xy - 4x = 35 - 5y$; b, Tìm nghiệm $\in \mathbb{Z}$ của PT: $x^2 + x + 6 = y^2$

Câu 6: Cho $\triangle ABC$ M là một điểm \in miền trong của $\triangle ABC$. D, E, F là trung điểm AB, AC, BC; A', B', C' là điểm đối xứng của M qua F, E, D.

a, CMR: $AB'A'B$ là hình bình hành.

b, CMR: CC' đi qua trung điểm của AA'

ĐỀ SỐ 6

Câu 1: Cho $\frac{a}{x+y} = \frac{13}{x+z}$ và $\frac{169}{(x+z)^2} = \frac{-27}{(z-y)(2x+y+z)}$

Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{2a^3 - 12a^2 + 17a - 2}{a - 2}$

Câu 2: Cho $x^2 - x = 3$, Tính giá trị của biểu thức $M = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 2$

Câu 3: a, Tìm giá trị nhỏ nhất của $M = x(x+1)(x+2)(x+3)$

b, Cho $x, y > 0$ và $x + y = 10$, Tìm giá trị nhỏ nhất của $N = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

Câu 4: a, Cho $0 \leq a, b, c \leq 1$. CMR: $a^2 + b^2 + c^2 \leq 1 + a^2b + b^2c + c^2a$

b, Cho $0 < a_0 < a_1 < \dots < a_{1997}$. CMR: $\frac{a_0 + a_1 + \dots + a_{1997}}{a_2 + a_5 + a_8 + \dots + a_{1997}} < 3$

Câu 5: a, Tìm a để PT $|4 - 3x| = 5 - a$ có nghiệm $\in \mathbb{Z}^+$

b, Tìm nghiệm nguyên dương của PT: $\frac{x}{2x+y+z} + \frac{y}{2y+x+z} + \frac{z}{2z+x+y} = \frac{3}{4}$

Câu 6:

Cho hình vuông $ABCD$, trên CD lấy M , nối M với A . Kẻ phân giác góc \widehat{MAB} cắt BC tại P , kẻ phân giác góc \widehat{MAD} cắt CD tại Q . CMR $PQ \perp AM$

ĐỀ SỐ 7

Câu 1: Cho a, b, c khác nhau thỏa mãn: $\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} + \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ac} + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = 1$

Thì hai phân thức có giá trị là 1 và 1 phân thức có giá trị là -1.

Câu 2: Cho $x, y, z > 0$ và $xyz = 1$. Tìm giá trị lớn nhất $A = \frac{1}{x^3 + y^3 + 1} + \frac{1}{y^3 + z^3 + 1} + \frac{1}{z^3 + x^3 + 1}$

Câu 3: Cho $M = a^5 - 5a^3 + 4a$ với $a \in \mathbb{Z}$

a, Phân tích M thành nhân tử.

b, CMR: $M : 120 \forall a \in \mathbb{Z}$

Câu 4: Cho $N \geq 1, n \in \mathbb{N}$ a, CMR: $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$;

b, CMR: $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Câu 5: Tìm nghiệm nguyên của PT: $x^2 = y(y+1)(y+2)(y+3)$

Câu 6: Giải BPT: $\frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1} > \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2} - 1$

Câu 7: Cho $0 \leq a, b, c \leq 2$ và $a + b + c = 3$. CMR: $a^2 + b^2 + c^2 \leq 5$

Câu 8: Cho hình chữ nhật ABCD có chiều dài BC gấp 2 lần chiều rộng CD, từ C kẻ Cx tạo với CD một góc 15° cắt AD tại E. CMR: $\triangle BCE$ cân.

ĐỀ SỐ 8

Câu 1: Cho $A = \frac{n^3 + 2n^2 - 1}{n^3 + 2n^2 + 2n + 1}$

a, Rút gọn A

b, Nếu $n \in \mathbb{Z}$ thì A là phân số tối giản.

Câu 2: Cho $x, y > 0$ và $x + y = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = (1 - \frac{1}{x^2})(1 - \frac{1}{y^2})$

Câu 3:

a, Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của 1 tam giác. CMR: $a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$

b, Cho $0 \leq a, b, c \leq 1$. CMR: $a + b^2 + c^3 - ab - bc - ca \leq 1$

Câu 4: Tìm x, y, z biết: $x + y - z = y + z - x = z + x - y = xyz$

Câu 5: Cho $n \in \mathbb{Z}$ và $n \geq 1$. CMR: $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2 + (n + 1)^2}{4}$

Câu 6: Giải bất phương trình: $(x - 1)(3x + 2) > 3x(x + 2) + 5$

Câu 7: Chia tập N thành các nhóm: 1; (2,3); (4,5,6)....., nhóm n gồm n số hạng. Tính tổng các số trong nhóm 94.

Câu 8: Cho hình vuông ABCD. M, N là trung điểm AB, BC, K là giao điểm của CM và DN. CMR: $AK = BC$

ĐỀ SỐ 9

Câu 1: Cho $M = \frac{a}{b + c} + \frac{b}{a + c} + \frac{c}{a + b}$; $N = \frac{a^2}{b + c} + \frac{b^2}{a + c} + \frac{c^2}{a + b}$

a, CMR: Nếu $M = 1$ thì $N = 0$

b, Nếu $N = 0$ thì có nhất thiết $M = 1$ không?

Câu 2: Cho a, b, c > 0 và $a + b + c = 2$. CMR: $\frac{a^2}{b + c} + \frac{b^2}{a + c} + \frac{c^2}{a + b} \geq 1$

Câu 3: Cho x, y, z ≥ 0 và $x + 5y = 1999$; $2x + 3z = 9998$. Tìm giá trị lớn nhất của $M = x + y + z$

Câu 4:

a, Tìm các số nguyên x để $x^2 - 2x - 14$ là số chính phương.

b, Tìm các số $\frac{ab}{|a - b|}$ sao cho $\frac{ab}{|a - b|}$ là số nguyên tố

Câu 5: Cho a, b, c, d là các số nguyên dương

CMR: $A = \frac{a}{a + b + c} + \frac{b}{a + b + d} + \frac{c}{b + c + d} + \frac{d}{a + c + d}$ không phải là số nguyên.

Câu 6: Cho $\triangle ABC$ cân ($AB=AC$) trên AB lấy điểm M , trên phần kéo dài của AC về phía C lấy điểm N sao cho: $BM = CN$, vẽ hình bình hành $BMNP$. CMR: $BC \perp PC$

Câu 7: Cho x, y thoả mãn: $2x^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{y^2}{4} = 4$ ($x \neq 0$). Tìm x, y để xy đạt giá trị nhỏ nhất

ĐỀ SỐ 10

Câu 1: Cho $a, b, c > 0$ và $P = \frac{a^3}{a^2 + ab + b^2} + \frac{b^3}{b^2 + bc + c^2} + \frac{c^3}{c^2 + ac + a^2}$

$$Q = \frac{b^3}{a^2 + ab + b^2} + \frac{c^3}{b^2 + bc + c^2} + \frac{a^3}{c^2 + ac + a^2}$$

$$a, \text{ CMR: } P = Q ; \quad b, \text{ CMR: } P \geq \frac{a+b+c}{3}$$

Câu 2: Cho a, b, c thoả mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. CMR:

$$abc + 2(1+a+b+c+ab+bc+ca) \geq 0$$

Câu 3: CMR $\forall x, y \in \mathbb{Z}$ thì: $A = (x+y)(x+2y)(x+3y)(x+4y) + y^4$ là số chính phương.

Câu 4:

a, Tìm số tự nhiên m, n sao cho: $m^2 + n^2 = m + n + 8$

b, Tìm số nguyên nghiệm đúng: $4x^2y = (x^2+1)(x^2+y^2)$

Câu 5: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất: $A = \frac{4x+3}{x^2+1}$

Câu 6: Cho $x = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2ab}$; $y = \frac{a^2 - (b-c)^2}{(b+c)^2 - a^2}$ Tính giá trị: $M = \frac{x+y}{1-xy}$

Câu 7: Giải BPT: $|1 - |x|| < a - x$ (x là ẩn số)

Câu 8: Cho $\triangle ABC$, trên BC lấy M, N sao cho $BM = MN = NC$. Gọi D, E là trung điểm của AC, AB , P là giao của AM và BD . Gọi Q là giao của AN và CE . Tính PQ theo BC

ĐỀ SỐ 11

Câu 1: Cho $x = \frac{a-b}{a+b}$; $y = \frac{b-c}{b+c}$; $z = \frac{c-a}{c+a}$ CMR: $(1+x)(1+y)(1+z) = (1-x)(1-y)(1-z)$

Câu 2: Tìm giá trị nhỏ nhất, lớn nhất của $A = \frac{x^4+1}{(x^2+1)^2}$

Câu 3:

a, Cho $a, b, c > 0$ và $a+b+c = 1$. CMR: $b+c \geq 16abc$

b, Cho $0 < a, b, c, d < 1$. CMR có ít nhất một bất đẳng thức sai trong các bất đẳng thức sau:

$$2a(1-b) > 1$$

$$8c(1-d) > 1$$

$$3b(1-c) > 2$$

$$32d(1-a) > 3$$

Câu 4: Giải BPT: $mx(x+1) > mx(x+m) + m^2 - 1$

Câu 5:

a, Tìm nghiệm nguyên tố của PT: $x^2 + y^2 + z^2 = xyz$

b, Tìm số nguyên tố p để $4p + 1$ là số chính phương.

Câu 6: Tìm số có 2 chữ số mà số ấy là bội số của tích hai chữ số của nó.

Câu 7:

Cho hình thang ABCD (BC// AD). Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC, BD; Gọi E, F là trung điểm của AD, BC. CMR: E, O, F thẳng hàng.

ĐỀ SỐ 12

Câu 1:

Tìm đa thức f(x) biết:

f(x) chia cho x+3 dư 1

f(x) chia cho x-4 dư 8

f(x) chia cho (x+3)(x-4) thương là 3x và dư

Câu 2:

a, Phân tích thành nhân tử: $A = x^4 + 2000x^2 + 1999x + 2000$

b, Cho: $\frac{x^2 - yz}{a} = \frac{y^2 - zx}{b} = \frac{z^2 - xy}{c}$. CMR: $\frac{a^2 - bc}{x} = \frac{b^2 - ca}{y} = \frac{c^2 - ab}{z}$

Câu 4: CMR: $\frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \dots + \frac{1}{(2n+1)^2} < \frac{1}{4}$ Với $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 1$

Câu 5: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất: $M = \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 + y^2}$ ($x \neq 0; y \neq 0$)

Câu 6:

a, Tìm nghiệm nguyên của PT: $2x^2 + 4x = 19 - 3y^2$

b, CMR phương trình sau không có nghiệm nguyên: $x^2 + y^2 + z^2 = 1999$

Câu 7:

Cho hình vuông ABCD. Trên BD lấy M, từ M kẻ các đường vuông góc AB, AD tại E, F.

a, CMR: CF = DE; CF \perp DE

b, CMR: CM = EF; CM \perp EF

c, CMR: CM, BF, DE đồng qui

ĐỀ SỐ 13

Câu 1: a, Rút gọn: $A = (1 - \frac{4}{1^2})(1 - \frac{4}{3^2}) \dots (1 - \frac{4}{199^2})$

b, Cho a, b > 0 và $9b(b-a) = 4a^2$. Tính: $M = \frac{a-b}{a+b}$

Câu 2: a, Cho a, b, c > 0. CMR: $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \geq \frac{a+b+c}{2}$

b, Cho $ab \geq 1$. CMR: $\frac{1}{a^2+1} + \frac{1}{b^2+1} \geq \frac{2}{ab+1}$

Câu 3: Tìm x, y, z biết: $x+2y+3z=56$ và $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{y-2} = \frac{3}{z-3}$

Câu 4: a, Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $M = \frac{2x+1}{x^2+2}$; b, Tìm giá trị nhỏ nhất $A = \frac{2}{6x-5-9x^2}$

Câu 5: Giải BPT: $mx^2 - 4 > 4x + m^2 - 4m$

Câu 6: a, Tìm số nguyên dương x thoả mãn: $x(x+1) = k(k+2)$ (k là số nguyên dương cho trước).

b, Tìm nghiệm nguyên của PT: $2x-5y-6z=4$.

Câu 7: Cho hình vuông ABCD, Về phía ngoài hình vuông trên cạnh BC vẽ $\triangle BCF$ đều, về phía trong hình vuông trên cạnh AB vẽ $\triangle ABE$ đều. CMR: D, E, F thẳng hàng.

ĐỀ SỐ 14

Câu 1: Cho $A = \left(\frac{x}{y^2+xy} - \frac{x-y}{x^2+xy}\right) : \left(\frac{y^2}{x^3-xy^2} + \frac{1}{x+y}\right) : \frac{x}{y}$

a, Tìm ĐKXD của A

b, Tìm x, y để $A > 1$ và $y < 0$.

Câu 2:

a, Giải PT: $x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3 = 0$

b, Giải BPT: $3 - mx < 2(x-m) - (m+1)^2$

Câu 3: Cho $a, b, c > 0$. CMR: $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$

Câu 4: CM: $A = n^6 - n^4 + 2n^3 + 2n^2$ không là số chính phương với $n \in \mathbb{N}$ và $n > 1$

Câu 5: Cho $f(x) = x^2 + nx + b$ thoả mãn $|f(x)| \leq \frac{1}{2}; |x| \leq 1$. Xác định $f(x)$

Câu 6: Cho $x, y > 0$ thoả mãn $xy = 1$. Tìm giá trị lớn nhất: $A = \frac{x}{x^4+y^2} + \frac{y}{x^2+y^4}$

Câu 7: Cho hình thang ABCD ($AD \parallel BC$). M, N là trung điểm của AD, BC. Từ O trên MN kẻ đường thẳng song song với AD cắt AB, CD tại E và F. CMR: $OE = OF$

ĐỀ SỐ 15

Câu 1: Cho $xyz = 1$ và $x+y+z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$. Tính giá trị $M = \frac{x^6+y^6+z^6}{x^3+y^3+z^3}$

Câu 2: Cho $a \neq 0; \pm 1$ và $x_1 = \frac{a-1}{a+2}; x_2 = \frac{x_1-1}{x_1+1}; x_3 = \frac{x_2-1}{x_2+1} \dots$ Tìm a nếu $x_{1997} = 3$

Câu 3: Tìm m để phương trình có nghiệm âm: $\frac{m(x+2) - 3(m-1)}{x+1} = 1$

Câu 4: Với $n \in \mathbb{N}$ và $n > 1$. CMR: $\frac{1}{2} < \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} < 1$

Câu 5: Cho $M = 3x^2 - 2x + 3y^2 - 2y + 6x + 1$ Tìm giá trị M biết: $xy = 1$ và $|x+y|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 6: Tìm $x, y \in \mathbb{N}$ biết: $2^x + 1 = y^2$

Câu 7: Cho $\triangle ABC$ ($AB < AC$). AD, AM là đường phân giác, đường trung tuyến của $\triangle ABC$. Đường thẳng qua D và vuông góc với AD cắt AC tại E . So sánh $S_{\triangle ADM}$ và $S_{\triangle CEM}$

ĐỀ SỐ 16

Câu 1: Cho $(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) = (ax + by + cz)^2$. CMR: $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$ với $abc \neq 0$

Câu 2: Cho $abc \neq 0$ và $\frac{x}{a+2b+c} = \frac{y}{2a+b-c} = \frac{z}{4a-4b+c}$

CMR: $\frac{a}{x+2y+z} = \frac{b}{2x+y-z} = \frac{c}{4x-4y+z}$

Câu 3: Cho a, b, c là 3 số dương và nhỏ hơn 1 CMR: Trong 3 số: $(1-a)b$; $(1-b)c$; và $(1-c)a$ không đồng thời lớn hơn $\frac{1}{4}$

Câu 4: Cho $x^3 + y^3 + 3(x^2+y^2) + 4xy + 4 = 0$ và $xy > 0$. Tìm giá trị lớn nhất $A = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

Câu 5:

a, CMR PT: $3x^5 - x^3 + 6x^2 - 18x = 2001$ không có nghiệm nguyên.

b, Tìm 4 số nguyên dương sao cho tổng của chúng bằng tích của chúng

Câu 6: Cho $n \in \mathbb{N}$ và $n > 1$ CMR: $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < 2$

Câu 7:

Cho $\triangle ABC$ về phía ngoài $\triangle ABC$ vẽ tam giác vuông cân ABE và CAF tại đỉnh A .

CMR: Trung tuyến AI của $\triangle ABC$ vuông góc với EF và $AI = \frac{1}{2} EF$

Câu 8: CMR: $\frac{21n+4}{14n+3}$ là phân số tối giản (với $n \in \mathbb{N}$).

ĐỀ SỐ 17

Câu 1: Phân tích ra thừa số:

a, $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7) + 15$

b, $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

Câu 2: Cho $x > 0$ và $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$. Tính giá trị của $M = x^5 + \frac{1}{x^5}$

Câu 3: Cho x, y thoả mãn $5x^2 + 8xy + 5y^2 = 72$ Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất: $A = x^2 + y^2$

Câu 4:

a, Cho $a, b, c > 0$ và $a+b+c \leq 1$ CMR: $\frac{1}{a^2 + 2bc} + \frac{1}{b^2 + 2ac} + \frac{1}{c^2 + 2ab} \geq 9$

b, Cho a, b, c thoả mãn $a+b+c = 2$; $ab+bc+ca = 1$. CMR: $0 \leq a, b, c \leq \frac{4}{3}$

Câu 5:

Tính tổng $S = 1+2x+3x^2+4x^3+\dots+nx^{n-1}$ ($x \neq 1$)

$$\frac{xy}{z} + \frac{xz}{y} + \frac{yz}{x} = 3$$

Câu 6: _Tìm nghiệm nguyên của PT:

Câu 7: _Cho $\triangle ABC$ biết đường cao AH và trung tuyến AM chia góc \widehat{BAC} thành 3 phần bằng nhau.

Xác định các góc của $\triangle ABC$

ĐỀ SỐ 18

Câu 1: Rút gọn: $M = \frac{a^2 - bc}{(a+b)(a+c)} + \frac{b^2 - ac}{(b+a)(b+c)} + \frac{c^2 - ab}{(a+c)(a+b)}$

Câu 2: Cho: $x = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$; $y = \frac{(a+b-c)(a+c-b)}{(a+b+c)(b+c-a)}$

Tính giá trị $P = (x+y+xy+1)^3$

Câu 3: Cho $0 < a, b, c, d < 1$. CMR có ít nhất một bất đẳng thức sai trong các bất đẳng thức sau:

$2a(1-b) > 1$

$8c(1-d) > 1$

$3b(1-c) > 2$

$32d(1-a) > 3$

Câu 4:

Cho $P = 5x+y+1$; $Q = 3x-y+4$

CMR: Nếu $x = m$; $y = n$ Với $m, n \in \mathbb{N}$ thì P.Q là số chẵn.

Câu 5: _a, CMR PT: $2x^2 - 4y^2 = 10$ không có nghiệm nguyên.

b, Tìm số tự nhiên nhỏ nhất $n > 1$ sao cho: $A = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2$ là một số chính phương.

Câu 6:

Cho $\triangle ABC$ vuông cân ở A, qua A vẽ đường thẳng d sao cho B, C thuộc cùng nửa mặt phẳng có bờ là d, vẽ BH, CK cùng vuông góc với d (H, K là chân đường vuông góc).

a, CMR: $AH = CK$

b, Gọi M là trung điểm BC. Xác định dạng $\triangle MHK$

ĐỀ SỐ 19

Câu 1: Cho $a, b, c \neq 0$; $a^2 + 2bc \neq 0$; $b^2 + 2ca \neq 0$; $c^2 + 2ab \neq 0$ và $a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)^2$

$$\text{CMR: } S = \frac{a^2}{a^2 + 2bc} + \frac{b^2}{b^2 + 2ac} + \frac{c^2}{c^2 + 2ab} = 1$$

$$M = \frac{bc}{a^2 + 2bc} + \frac{ca}{b^2 + 2ac} + \frac{ab}{c^2 + 2ab} = 1$$

Câu 2: a, Cho $a, b, c > 0$ CMR: $\frac{a+b}{a^2+b^2} + \frac{b+c}{b^2+c^2} + \frac{a+c}{a^2+c^2} \leq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

b, Cho $0 \leq a, b, c \leq 1$. CMR: $a+b+c + \frac{1}{abc} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + abc$

Câu 3: a, Tìm giá trị nhỏ nhất: $A = |x+1| + |2x+5| + |3x-8|$

b, Tìm giá trị lớn nhất: $M = \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - xy + y^2}$ ($x, y > 0$)

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2$$

Câu 4: a, Tìm nghiệm $\in \mathbb{Z}^+$ của:

b, Tìm nghiệm $\in \mathbb{Z}$ của: $x^4 + x^2 + 4 = y^2 - y$

Câu 5: Cho $\triangle ABC$, đặt trên các đoạn kéo dài của AB, AC các đoạn $BD = CE$. Gọi M là trung điểm của BC, N là trung điểm của DE. CMR: $MN \parallel$ đường phân giác trong của góc \hat{A} của $\triangle ABC$

Câu 6: Tìm các số nguyên dương n và số nguyên tố P sao cho $P = \frac{n(n+1)}{2} - 1$

ĐỀ SỐ 20

Câu 1: a, Cho $a+b+c = 1$; $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ và $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$; $abc \neq 0$. CMR: $xy + yz + xz = 0$

b, Cho $x, y, z > 0$ và $2x^2 + 3y^2 - 2z^2 = 0$, CMR: z là số lớn nhất.

Câu 2: a, Cho $a, b, c \neq 0$. CMR: $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2} \geq \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}$

b, Cho $n \in \mathbb{N}, n > 1$. CMR: $\frac{1}{5} + \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{n^2(n+1)^2} < \frac{1}{2}$

Câu 4: Tìm giá trị nhỏ nhất với $a, b, c > 0$

a, $P = \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} + \frac{a+b}{c} + \frac{c+a}{b} + \frac{b+c}{a}$

b, $Q = \frac{a}{b+c+d} + \frac{b}{a+c+d} + \frac{c}{a+b+d} + \frac{d}{a+b+c}$

Câu 5: Tìm các số chính phương sao cho chia nó cho 39 được thương số nguyên tố và dư 1

Câu 6:

Cho tứ giác ABCD, đường thẳng AB và CD cắt nhau tại E. Gọi F, G là trung điểm của AC, BD.

a, CMR: $S_{\triangle EFG} = \frac{1}{4} S_{ABCD}$

b, Gọi M là giao điểm của AD, BC. Chứng minh FG đi qua trung điểm ME.

ĐỀ SỐ 21

Câu 1: Cho a, b, c thỏa mãn $a+b+c = abc$

CMR: $a(b^2-1)(c^2-1) + b(a^2-1)(c^2-1) + c(a^2-1)(b^2-1) = 4abc$

Câu 2: Cho n là số nguyên tố

CMR: $A = n^4 - 14n^3 + 71n^2 - 154n + 120$ chia hết cho 24.

Câu 3:

Tìm nghiệm nguyên của PT: $4x^2y = (x^2+1)(x^2+y^2)$

Câu 4: Tìm a, b để $M = x^4 - 6x^3 + ax^2 + bx + 1$ là bình phương của một đa thức khác.

Câu 5: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của PT: $P = x^2+y^2$ và biết $x^2+y^2+xy = 4$

Câu 6: Tìm các số a, b, c thỏa mãn đồng thời các BĐT: $|a| < |b - c|$; $|b| < |a - c|$; $|c| < |a - b|$

Câu 7: Cho hình thang ABCD (AD//BC), $AD > BC$. Các đường chéo AC và BD vuông góc với nhau tại I. Trên AD lấy điểm M sao cho AM có độ dài bằng độ dài trung bình của hình thang ABCD.

CMR: $\triangle MAC$ cân tại M

ĐỀ SỐ 22

Câu 1: Cho $x^3 + x = 1$. Tính $A = \frac{x^4 - 2x^3 + x^2 - 3x + 5}{x^5 - x^2 - x + 2}$

Câu 2: Giải BPT: $|x^2 - 1| + |x^2 - 4| = 3$

Câu 3: Cho 3 số dương x, y, z thỏa mãn:

$x = 1 - |1 - 2y|$

$y = 1 - |1 - 2z|$

$z = 1 - |1 - 2x|$

Tìm số lớn nhất trong ba số x, y, z.

Câu 4: Cho x, y thỏa mãn: $x+y=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $M = x^3+y^3+xy$

Câu 5: CMR: $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < \frac{5}{3}$

Câu 6: Tìm nghiệm nguyên dương của PT sau: $x+y+z+t = xyzt$

Câu 7: Cho hình vuông ABCD, lấy điểm M nằm trong hình vuông sao cho:

$\sphericalangle MAB = \sphericalangle MBA = 15^\circ$. CMR: $\triangle MCA$ đều

ĐỀ SỐ 23

Câu 1: a, Cho $a^2 + b^2 + c^2 = |ab + bc + ca|$. CMR: $a = b = c$

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$$

b, Cho $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2$. CMR: $\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$ với $x, y \neq 0$

c, Rút gọn: $A = (x^2 - x + 1)(x^4 - x^2 + 1)(x^8 - x^4 + 1)(x^{16} - x^8 + 1)(x^{32} - x^{16} + 1)$

Câu 2: a, Tìm số nguyên dương n để $n^5 + 1$ chia hết cho $n^3 + 1$

b, Tìm các số a, b, c sao cho: $ax^3 + bx^2 + c$ chia hết cho $x + 2$ và chia cho $x^2 - 1$ thì dư $x + 5$.

c, Nếu n là tổng 2 số chính phương thì n^2 cũng là tổng 2 số chính phương.

Câu 3: a, Cho $A = 11 \dots 1$ (n chữ số 1), $b = 100 \dots 05$ ($n - 1$ chữ số 0). CMR: $ab + 1$ là số chính phương.

b, Tìm nghiệm tự nhiên của PT: $x + y + 1 = xyz$

$$\frac{x}{x+y} + \frac{y}{8 - (x+y)}$$

Câu 4: a, Cho $x, y \in \mathbb{N}$ Tìm giá trị lớn nhất của $A = \frac{x}{x+y} + \frac{y}{8 - (x+y)}$

b, Cho $x, y, z > 0$ $x + y + z = 1$ Tìm giá trị nhỏ nhất $B = \frac{x+y}{xyz}$

Câu 5: a, MCR: $\frac{7}{12} < 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} < \frac{5}{6}$

b, MCR: $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n - 1} > \frac{n}{2} (n \in \mathbb{N}; n > 0)$

Câu 6: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, cạnh huyền $BC = 2AB$, D là điểm trên AC sao cho góc $\sphericalangle ABD = \frac{1}{3} \sphericalangle ABC$,

E là điểm trên AB sao cho góc $\sphericalangle ACE = \frac{1}{3} \sphericalangle ACB$. F là giao điểm của BD và CE, K và H là điểm đối xứng của F qua BC, CA. CMR: H, D, K thẳng hàng.

ĐỀ SỐ 24

Câu 1: Cho $M = \left(\frac{x^2 - 25}{x^3 - 10x^2 + 25}\right) : \left(\frac{y - 2}{y^2 - y - 2}\right)$ Tính giá trị M biết: $x^2 + 9y^2 - 4xy = 2xy - |x - 3|$

Câu 2: a, Cho $a + b = ab$. Tính $(a^3 + b^3 - a^3 b^3)^3 + 27a^6 b^6$.

b, Cho a, b thỏa mãn: $\frac{2a}{a+b} + \frac{b}{a-b} = 2$ Tìm các giá trị có thể của $N = \frac{3a - b}{a + 5b}$

Câu 3: a, Tìm số tự nhiên n để $n^4 + 4$ là số nguyên tố.

b, Tìm số nguyên tố p sao cho $2p + 1$ là lập phương của số tự nhiên.

Câu 4: a, Cho $|a| < 1; |a - c| < 1999; |b - 1| < 1999$. CMR: $|ab - c| < 3998$

b, Chứng tỏ có ít nhất một bất đẳng thức sau là sai: $a(a+b) < 0; 2a > b^2 + 1$

c, Chứng tỏ có ít nhất 1 BĐT sau là đúng

$$a^3 b^5 (c-a)^7 (c-b)^9 \leq 0; bc^5 (c-b)^9 (a-c)^{13} \leq 0; c^9 a^7 (b-c)^5 (b-a)^3 \leq 0$$

Câu 5: Tìm giá trị nhỏ nhất: $A = (x+5)^4 + (x+1)^4$

Câu 6: Cho $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn, đường cao AH, BK, CL cắt nhau tại I. Gọi D, E, F là trung điểm của BC, CA, AB, Gọi P, Q, R là trung điểm của IA, IB, IC.

a, CM: PQRE, PEDQ là hình chữ nhật.

b, CM: PD, QE, RF cắt nhau tại trung điểm của mỗi đoạn thẳng.

c, CM: H,K,L,D,E,F,P,Q,R cùng cách đều một điểm.

ĐỀ SỐ 25

Câu 1: Cho $A = 4x^2 + 8x + 3$; $B = 6x^2 + 3x$

a, Biến đổi S thành tích biết $S = A + B$

b, Tìm giá trị của x để A và B lấy giá trị là số đối nhau.

Câu 2: Cho 3 số x, y, z thỏa mãn đồng thời

$$x^2 + 2y = -1$$

$$y^2 + 2z = -1$$

$$z^2 + 2x = -1$$

Tính giá trị của $A = x^{2001} + y^{2002} + z^{2003}$

Câu 3: CMR PT: $2x^2 - 4y^2 = 10$ không có nghiệm nguyên.

Câu 4: Cho 2 đường thẳng ox và oy vuông góc với nhau và cắt nhau tại O, Trên ox lấy về hai phía của O hai đoạn thẳng $OA = 4\text{cm}$; $OB = 2\text{cm}$. Gọi M là một điểm nằm trên đường trung trực của đoạn AB. MA, MB cắt nhau với oy ở C và D. Gọi E là trung điểm của AC, F là trung điểm của BD.

a, CMR: $MF + ME = \frac{1}{2}(AC + BD)$

b, Đường thẳng CF cắt ox tại P. Chứng minh P là một điểm cố định khi M di chuyển trên đường trung trực của AB.

Câu 5:

Tìm giá trị lớn nhất của phân số mà tử số là một số có 3 chữ số, Mẫu số là tổng các chữ số của tử số.

ĐỀ SỐ 26

Câu 1: Cho $x, y > 0$ sao cho: $9y(y-x) = 4x^2$. Tính: $\frac{x-y}{x+y}$

Câu 2: Cho a, b, c thỏa mãn: $abc = 1$ và $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{c^2} + \frac{c}{a^2} = \frac{a^2}{c} + \frac{c^2}{b} + \frac{b^2}{a}$

CMR: Có ít nhất 1 phân số là bình phương của một trong 2 số còn lại.

Câu 3: Tìm các nghiệm nguyên thỏa mãn 2 BPT: $16 + 5x > 3 + 11$ và $\frac{7x}{4} + \frac{3}{2} < \frac{x}{2} + 6$

Câu 4: Cho $A = \frac{(x-a)^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{(x-b)^2}{(b-a)(b-c)} + \frac{(x-c)^2}{(c-a)(c-b)}$

a, A thay đổi như thế nào nếu ta hoán vị 2 trong 3 số a, b, c.

b, Tìm A nếu $x=a$.

c, Tìm A nếu $b = \frac{a}{3}$; $c = \frac{a}{4}$

d, Nếu $a-b = b-c > 0$. Tìm x nếu phân thức thứ nhất bằng phân thức thứ 3. Tìm giá trị của phân thức thứ nhất và phân thức thứ 3.

Câu 5: Cho $a \geq b \geq c > 0$. CMR: $\frac{a^2 - b^2}{c} + \frac{c^2 - b^2}{a} + \frac{a^2 - c^2}{b} \geq 3a - 4b + c$

Câu 6: Cho hình chữ nhật ABCD, Lấy P thuộc BD, trên tia CP lấy M sao cho PM = CP, Kẻ ME \perp AD; MF \perp AB

a, CMR: AM // BD; EF // AC

b, CMR: E, F, P thẳng hàng.

Câu 7: Cho hình vuông ABCD có cạnh là 1, trên AB, AD lấy M, N sao cho

$\angle MCN = 45^\circ$. Tính chu vi $\triangle AMN$

ĐỀ SỐ 27

Câu 1: Cho $M = x^3 + x^2 - 9x - 9$; $N = (x-2)^2 - (x-4)^2$

a, Rút gọn $A = \frac{M}{N}$

b, CMR: Nếu x chẵn \Rightarrow A tối giản.

Câu 2: Tìm số có 4 chữ số \overline{abcd} thỏa mãn: $665(abcd + ab + ad + cd + 1) = 738(bcd + b + d)$

Câu 3: CMR: $(x-1)(x-3)(x-4)(x-6) + 10 \geq 1$

Câu 4: Cho số chính phương M gồm 4 chữ số. Nếu ta thêm vào mỗi số của M một đơn vị thì được một số N là số chính phương. Tìm hai số M, N.

Câu 5: So sánh A, B biết: $A = 2^0 + 2^1 + \dots + 2^{100} + 90^{10}$; $B = 2^{101} + 10^{20}$

Câu 6: Cho $\triangle ABC$, đường cao AF, BK, CL cắt nhau tại H. Từ A kẻ Ax \perp AB, từ C kẻ Cy \perp BC. Gọi P là giao của Ax và Cy. Lấy O, D, E là trung điểm của BP, BC, CA.

a, CMR: $\triangle ODE$ đồng dạng với $\triangle HAB$

b, Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$ CMR: O, G, H thẳng hàng.

ĐỀ SỐ 28

Câu 1: Rút gọn: $A = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{(x-z)^2 + (z-x)^2 + (x-y)^2}$, với $x+y+z = 0$

Câu 2: a, CMR: $M = \frac{n^7 + n^2 + 1}{n^8 + n + 1}$ không tối giản $\forall n \in \mathbb{Z}^+$

b, CMR: Nếu các chữ số a, b, c $\neq 0$ thỏa mãn: $\overline{ab} : \overline{bc} = a : c$ Thì: $\overline{abbb} : \overline{bbbc} = a : c$

Câu 3: a, Rút gọn: $P = \frac{(1^4 + 4)(5^4 + 4)(9^4 + 4)(13^4 + 4) + \dots + (21^4 + 4)}{(3^4 + 4)(7^4 + 4) + \dots + (23^4 + 4)}$

b, Cho $Q = \frac{1}{1,00\dots1}$ (mẫu có 99 chữ số 0). Tìm giá trị của Q với 200 chữ số thập phân.

Câu 4: a, Cho a, b, c ≥ 0 . CMR: $a^4 + b^4 + c^4 \geq abc(a+b+c)$.

b, CMR: Nếu a, b, c là số đo 3 cạnh của 1 tam giác thì: $a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab+ac+bc)$.

Câu 5: Cho x, y thỏa mãn: $x^2 + y^2 = 4 + xy$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $A = x^2 + y^2$

Câu 6: Cho hình vuông ABCD có cạnh là 1. Trên AB, AD lấy P, Q sao cho $\triangle APQ$ cân có chu vi là 2.

a, CMR: $PQ + QD = PQ$

b, CMR: $\widehat{PCQ} = 45^\circ$

ĐỀ SỐ 29

Câu 1: Cho $A = \frac{4bc - a^2}{bc + 2a^2}; B = \frac{4ca - b^2}{ca + 2b^2}; C = \frac{4ab - c^2}{ab + 2c^2}$.

CMR: Nếu $a+b+c = 0$ thì:

a, $ABC = 1$

b, $A + B + C = 3$

Câu 2: Cho $n \in \mathbb{N}, n > 0$ CMR: $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < 1,65$

Câu 3: Cho a, b, c, d là các số nguyên dương.

a, CMR: $A = \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{a+b+d} + \frac{c}{b+c+d} + \frac{d}{a+c+d}$ không là số nguyên.

b, Tìm 5 số tự nhiên liên tiếp sao cho lập phương của số này bằng tổng các lập phương của 4 số còn lại.

Câu 4: Cho x, y, z thỏa mãn $xyz = 1; \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} < x + y + z$ CMR: Có 1 trong 3 số x, y, z là lớn hơn 1.

Câu 5: Cho $\triangle ABC$, đường thẳng d cắt AB, AC , trung tuyến AM tại E, F, N .

a, CMR: $\frac{AB}{AE} + \frac{AC}{AF} = \frac{2AM}{MN}$

b, Giả sử $d \parallel BC$. Trên tia đối của tia FB lấy K , KN cắt AB tại P , KM cắt AC tại Q . CMR: $PQ \parallel BC$

Câu 6:

Cho hình thang có độ dài hai đường chéo là 3,5. Độ dài đoạn thẳng nối trung điểm 2 đáy là 2.

Tìm diện tích hình thang?

ĐỀ SỐ 30

Câu 1: CMR: $\forall n \in \mathbb{N}; n \geq 1$ thì $\frac{1}{5} + \frac{1}{13} + \frac{1}{25} + \dots + \frac{1}{n^2(n+1)^2} < \frac{9}{20}$

Câu 2: Cho: $(x-y)^2 + (y-z)^2 + (z-x)^2 = (x+y-2z)^2 + (y+z-2x)^2 + (x+z-2y)^2$ CMR: $x = y = z$.

Câu 3:

a, Phân tích thành nhân tử: $A = x^3(x^2-7)^2-36x$.

b, CMR: $A : 210$ với mọi $x \in \mathbb{N}$

Câu 4: Cho: $0 \leq a, b, c \leq 1$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của: $P = a+b+c-ab-bc-ca$

Câu 5: Cho $\triangle ABC$ vuông tại B , trên tia đối tia BA lấy D sao cho: $AD = 3AB$. Đường thẳng vuông góc với CD tại D cắt đường thẳng vuông góc với AC tại E . CMR: $\triangle BDE$ cân

ĐỀ SỐ 31

Câu 1: Cho $a+b+c=0$ CMR: $(\frac{a-b}{c} + \frac{b-c}{a} + \frac{c-a}{b})(\frac{c}{a-b} + \frac{a}{b-c} + \frac{b}{c-a})=9$

Câu 2: Tìm x, y, z biết: $x^2 + y^2 + z^2 \leq xy+3y+2z-4$

Câu 3: Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của 1 tam giác. CMR: $|\frac{a-b}{a+b} + \frac{b-c}{b+c} + \frac{c-a}{c+a}| < 1$

Câu 4: a, Cho $a, b, c > 0$ và $a+b+c=27$ Tìm a, b, c sao cho: $ab+bc+ca$ đạt giá trị lớn nhất.

b, Tìm 4 số tự nhiên liên tiếp sao cho lập phương của 1 số bằng tổng các lập phương của 3 số còn lại.

Câu 5: Tìm nghiệm nguyên dương của PT: $x^2 + (x+y)^2 = (x+9)^2$

Câu 6: Cho lục giác lồi ABCDEF, các đường thẳng AB, EF cắt nhau tại P, EF và CD cắt nhau tại Q, CD và AB cắt nhau tại R. Các đường thẳng BC và DE; DE và FA; FA và BC cắt nhau tại S, T, U.

CMR: Nếu $\frac{AB}{PR} = \frac{CD}{QR} = \frac{EF}{QP}$ thì $\frac{BC}{US} = \frac{DE}{TT} = \frac{FA}{TU}$

ĐỀ SỐ 32

Câu 1: a, CMR: $6^{2k-1}+1$ chia hết cho 7 với $K \in N; n > 0$

b, CMR: Số $a = 11\dots 1 + 44\dots 4 + 1$ là bình phương của một số tự nhiên.

(Trong đó có $2k$ chữ số 1 và k chữ số 4).

Câu 2: a, Tìm số dư của phép chia: $x^{2002}+x+1$ chia cho x^2-1

b, Tìm số nguyên dương x, y sao cho : $3(x^3-y^3) = 2001$.

Câu 3: a, Cho $a, b, c > 0$. CMR: $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \geq \frac{9}{2(a+b+c)}$

b, Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất: $y = x^3-6x^2+21x+18$ Với $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$.

Câu 4: Cho $\triangle ABC$ ($AB = AC$). Biết $\widehat{BAC} = 20^\circ$, và $AB = AC = b$; $BC = a$

CMR: $a^3 + b^3 = 3ab^2$

ĐỀ SỐ 33

Câu 1: Cho a, b, c thỏa mãn: $a+b+c=0$ và $ab+bc+ca=0$

Tìm giá trị của: $M = (a-1)^{1999} + b^{2000} + (c+1)^{2001}$

Câu 2: Cho x, y, z là các số nguyên khác 0. CMR:

Nếu : $x^2 - yz = a$

$y^2 - zx = b$

$z^2 - xy = c$

Thì $ax+by+cz$ chia hết cho $a+b+c$

Câu 3:

a, Cho $n \in N$, CMR: $A = 10^n + 18n - 1$ chia hết cho 27.

b, CMR: $n^5m - nm^5$ chia hết cho 30 với mọi $m, n \in Z$.

Câu 4: a, Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của $M = \frac{4x+3}{x^2+1}$

b, Tìm giá trị lớn nhất của: $N = \frac{8x^2+6xy}{x^2+y^2}$

Câu 5: Cho a, b, c là số đo 3 cạnh của 1 tam giác. Xác định dạng của tam giác để:

$$A = \frac{a}{b+c-a} + \frac{b}{a+c-b} + \frac{c}{a+b-c} \text{ đạt giá trị nhỏ nhất.}$$

Câu 6: Cho hình vuông ABCD. Tứ giác MNPQ có 4 đỉnh thuộc 4 cạnh của hình vuông ($M \in AB; N \in BC; P \in CD; Q \in DA$)

a, CMR: $S_{ABCD} \leq \frac{AC}{4}(MN + MP + PQ + QM)$

b, Xác định M, N, P, Q để chu vi MNPQ đạt giá trị nhỏ nhất.

c, Xác định M, N, P, Q để S_{MNPQ} đạt giá trị nhỏ nhất.

ĐỀ SỐ 34

Câu 1: Phân tích số 1328 thành tổng của 2 số nguyên x, y sao cho: x chia hết cho 23, y chia hết cho 29. Tính x, y khi $x-y = 52$.

$$\frac{x^5}{30} - \frac{x^3}{6} + \frac{2x}{15}$$

Câu 2: Cho $f(x) = \frac{x^5}{30} - \frac{x^3}{6} + \frac{2x}{15}$;

a, Phân tích $f(x)$ thành tích.

b, Chứng tỏ $f(x)$ nhận giá trị nguyên khác 17 với mọi $x \in \mathbb{Z}$.

Câu 3: Có bao nhiêu số \overline{abc} với $1 \leq a \leq 6; 1 \leq b \leq 6; 1 \leq c \leq 6$ thoả mãn abc là số chẵn.

Câu 4: Cho $\triangle ABC$, trung tuyến AM. Gọi E, F là các điểm lần lượt thuộc AB, AC sao cho $ME = MF$.

CMR: $\triangle ABC$ là tam giác cân tại đỉnh A trong các trường hợp:

a, ME, MF là phân giác trong của $\triangle AMB; \triangle AMC$

b, ME, MF là trung tuyến của $\triangle AMB; \triangle AMC$

ĐỀ SỐ 35

Câu 1:

a, Cho các số a, b, c là 3 số khác nhau.

CMR: $\frac{b-a}{(a-b)(a-c)} + \frac{c-a}{(b-c)(b-a)} + \frac{a-b}{(c-a)(c-b)} = \frac{2}{a-b} + \frac{2}{b-c} + \frac{2}{c-a}$

b, Tìm x, y, z biết:

$$x+y-z = y+z-x = z+x-y = xyz.$$

$$\frac{x+1}{58} + \frac{x+2}{57} = \frac{x+3}{56} + \frac{x+4}{55}$$

Câu 2: Giải PT:

Câu 3: Tìm giá trị lớn nhất. $A = \frac{1}{x^3 + y^3 + 1} + \frac{1}{y^3 + z^3 + 1} + \frac{1}{z^3 + x^3 + 1}$ ($x, y, z > 0; xyz = 1$).

Câu 4: Tìm nghiệm nguyên của PT: $x(x^2+x+1) = 4y(y+1)$

Câu 5:

Cho hình vuông ABCD cạnh là a. Lấy $M \in AC$, kẻ $ME \perp AB, MF \perp BC$. Tìm vị trí của M để S_{DEF} nhỏ nhất.

Câu 6:

Cho $\triangle ABC$ có $\hat{A} = 50^\circ; \hat{B} = 20^\circ$. Trên phân giác BE của $\triangle ABC$ lấy F sao cho $\hat{FAB} = 20^\circ$. Gọi I là trung điểm AF, nối EI cắt AB tại K và CK cắt EB tại M. CMR: $AI^2 + EI^2 = EA + \frac{EK}{2}$.

ĐỀ SỐ 36

Câu 1:

a, Cho $a+b+c = 0$ và $a^2 + b^2 + c^2 = 14$. Tìm giá trị $B = a^4+b^4+c^4$.

b, Cho $x > 0$ và $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$. CMR: $x^5 + \frac{1}{x^5}$ là số nguyên.

Câu 2: Cho $a, b, c > 0$. CMR: $\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq ab + bc + ca$

Câu 3: Cho $a, b, c > 0$ và $a+b+c = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất: $A = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(c + \frac{1}{c}\right)^2$

Câu 4: Xác định a, b sao cho $f(x) = ax^4+bx^3+1$ chia hết cho $g(x) = (x-1)^2$.

Câu 5: Tìm nghiệm nguyên của PT: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$

Câu 6:

Cho $\triangle ABC$, trung tuyến AM. Qua D thuộc BC vẽ đường song song với AM cắt AB, AC tại E, F.

a, CMR: Khi D di động trên BC thì $DE + DF$ có giá trị không đổi.

b, Qua A vẽ đường thẳng song song với BC cắt EF tại K.

CMR: K là trung tuyến của EF.

ĐỀ SỐ 37

Câu 1:

Cho $S = (n+1)(n+2).....(n+n)$ CMR: Với mọi $n \in \mathbb{N}$ thì S chia hết cho 2^n .

Câu 2:

Cho $f(x) = x^2+nx+b$ thoả mãn: $|f(x)| \leq \frac{1}{2}$ khi $|x| \leq 1$. Xác định f(x).

Câu 3: Cho: $2 \leq a, b, c, d \leq 3$, CMR: $\frac{2}{3} \leq \frac{a(c-d)+3d}{b(d-c)+3c} \leq \frac{3}{2}$

Câu 4:

Cho tứ giác lồi ABCD. CMR: $AD \cdot BC + DC \cdot AB \geq AC \cdot BD$

Câu 5:

Cho $\triangle ABC$, O là điểm nằm trong tam giác ABC, đường thẳng AO, BO, CO cắt các cạnh của $\triangle ABC$

tại A_1, B_1, C_1 . Tìm vị trí của O để $P = \frac{OA}{OA_1} + \frac{OB}{OB_1} + \frac{OC}{OC_1}$ đạt giá trị nhỏ nhất

ĐỀ SỐ 38

Câu 1:

a, Giải PT: $\frac{a+b-x}{c} + \frac{a+c-x}{b} + \frac{b+c-x}{a} + \frac{4x}{a+b+c} = 1$

b, Tìm các số a, b, c, d, e biết:

$$2a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 = a(b+c+d+e)$$

Câu 2:

Tìm nghiệm nguyên của PT: $1+x+x^2+x^3 = y^3$

Câu 3:

a, Với điều kiện nào của x thì A tối giản, không tối giản.

$$A = \frac{x^3 + x^2 - 9x - 9}{(x-2)^2 - (x-4)^2}$$

b, CMR: Nếu $a^2 - bc = x$; $b^2 - ac = y$; $c^2 - ab = z$;

Thì $ax + by + cz$ chia hết cho $x+y+z$

Câu 4:

Cho góc vuông xEy quay quanh đỉnh E của hình vuông EFGH. Ex cắt FG, GH tại M, N; Ey cắt FG, GH tại P, Q

a, CMR: $\triangle NEP, \triangle MMQ$ vuông cân

b, Gọi R là giao của PN, QM. Gọi I, K là trung điểm của NP, QM. Tứ giác EKRI là hình gì?

c, CMR: F, H, K, I thẳng hàng.

Câu 5:

Cho $\triangle ABC$ có diện tích là S. Trên AB lấy $BB_1 = AB$. Trên BC lấy $CC_1 = BC$, trên AC lấy $AA_1 = AC$.

Tìm tỷ số $S_{\triangle A_1 B_1 C_1}$ và $S_{\triangle ABC}$ theo S.

ĐỀ SỐ 39

Câu 1:

a, Tìm các số a, b, c, d biết:

$$a^2+b^2+c^2+d^2-ab-bc-cd-d+\frac{2}{5} = 0.$$

b, CMR: Với mọi $n \in \mathbb{N}; n > 0$ thì :

$$A = n^4 + 2n^3 + 2n^2 + 2n + 1 \text{ không là số chính phương}$$

Câu 2:

Tìm nghiệm nguyên của PT: $x^7 - x^5 + x^4 - x^3 - x^2 + x = 1992.$

Câu 3:

Cho $x, y, z, t > 0$ Tìm giá trị nhỏ nhất của:

$$A = \frac{x}{y+z+t} + \frac{y}{x+z+t} + \frac{z}{x+y+t} + \frac{t}{x+y+z} + \frac{y+z+t}{x} + \frac{x+z+t}{y} + \frac{x+y+t}{z} + \frac{x+y+z}{t}$$

Câu 4:

a, Cho a, b, c đôi một khác nhau. CMR: Trong các BĐT sau có ít nhất một BĐT là sai.

$$(a+b+c)^2 \leq 9ab; \quad (a+b+c)^2 \leq 9bc; \quad (a+b+c)^2 \leq 9ac.$$

b, Cho $n \in \mathbb{N}; n > 0$. CMR: $\frac{1}{n+1} \left(1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2n-1}\right) \geq \frac{1}{n} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2n}\right)$

Câu 5:

Cho $\triangle ABC$, từ D trên AB kẻ $Dx \parallel BC$ cắt AC tại E, từ C kẻ $Cy \parallel AB$ cắt Dx tại F. AC cắt BF tại I.

a, Chứng tỏ ta có thể chọn vị trí D để BF là phân giác góc $\angle B$

b, CMR: Nếu D là trung điểm của AB thì $CI = 2IE$.

c, Với D là điểm bất kỳ trên AB. CMR: $IC^2 = IE \cdot IA$.

ĐỀ SỐ 40

Câu 1: Tìm tổng $S_n = 7 + 77 + \dots + \underbrace{777\dots777}_n$

(n chữ số)

Câu 2: CMR: $S = 1+2+3+\dots+n$ ($n \in \mathbb{N}$) có tận cùng là 0, 1, 3, 5, 6 hoặc 8.

Câu 3: a, CMR: $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

b, CMR: Với $n \in \mathbb{N}$ thì: $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ là số nguyên.

Câu 4: CMR: Nếu $n \in \mathbb{Z}$ thì: $\frac{n^5}{5} + \frac{n^3}{3} + \frac{7n}{15}$ là số nguyên tố.

Câu 5: Cho $a, b, c > 0$ CMR: $\frac{a^2}{b^2+c^2} + \frac{b^2}{c^2+a^2} + \frac{c^2}{a^2+b^2} \geq \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$

Câu 6: Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A, M là trung điểm BC. Từ M vẽ góc 45° , hai cạnh của góc cắt AB, AC tại E, F.

a, Xác định vị trí của E, F để $S_{\triangle MEF}$ đạt giá trị lớn nhất.

b, $S_{\triangle MEF}$ lớn nhất là bao nhiêu?

ĐỀ SỐ 41

Câu 1: a, Cho $a+b+c=0$. CMR: $\left(\frac{a-b}{c} + \frac{b-c}{a} + \frac{c-a}{b}\right)\left(\frac{c}{a-b} + \frac{a}{b-c} + \frac{b}{c-a}\right) = 0$

b, CMR với mọi $x, y \in \mathbb{Z}$ thì $A = (x+y)(x+2y)(x+3y)(x+4y) + y^4$ là số chính phương.

Câu 2: Tìm số nguyên x, y, z thoả mãn: $x^2 + y^2 + z^2 < xy + 3y - 3$

Câu 3: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất: $y = \frac{4x+3}{x^2+1}$

Câu 4: $x, y \in \mathbb{Z}^+ : x^2 + (x+y)^2 = (x+9)^2$

Câu 5: CMR: $A = 10^n + 18n - 1$ chia hết cho 27 ($n \in \mathbb{N}$)

Câu 6: Cho $\triangle ABC$, trên BC, CA, AB lấy M, N, P sao cho:

$$\frac{BM}{MC} = \frac{CN}{NA} = \frac{AP}{PM} = k; (0 < k \neq 1)$$

và kẻ các đoạn AM, BN, CP.

Tìm diện tích tam giác tạo bởi các đoạn AM, BN, CP. Biết $S_{\triangle ABC} = S$

Câu 7: Tìm số nguyên $x, y : 2|x| + 3|y| = 5$

ĐỀ SỐ 42

Câu 1:

Cho 3 số $x, y, z : xyz = 1$; và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} < x + y + z$

CMR: Có đúng 1 trong 3 số lớn hơn 1.

Câu 2:

Tìm giá trị nguyên x, y thoả mãn đồng thời:

$$x+y \geq 25$$

$$y \leq 2x+18$$

$$y \geq x^2+4x$$

Câu 3:

Giải PT: $|x-3|^2 + |x-4|^3 = 1$

Câu 4:

Cho 3 số a, b, c thoả mãn: $a^4+b^4+c^4 < 2(a^2b^2+b^2c^2+a^2c^2)$

Chứng minh rằng: Tồn tại tam giác mà có độ dài 3 cạnh là a, b, c .

Câu 5:

Cho 2 đường thẳng ox , và oy vuông góc với nhau, cắt nhau tại O. Trên Ox lấy về 2 phía của điểm O hai đoạn $OA = 4\text{cm}$; $OB = 2\text{cm}$. Gọi M là điểm nằm trên đường trung trực của AB. MA, MB cắt Oy ở C, và D. Gọi E là trung điểm CA; F là trung điểm của DB.

a, CMR: $\triangle MA, \triangle BFO, \triangle OEA$ đồng dạng và tìm tỷ số đồng dạng.

b, CMR: OEFM là hình bình hành.

c, Đường thẳng EF cắt Ox tại P. CMR: P là điểm cố định khi M di chuyển trên đường thẳng trung trực AB.

d, Cho $MH = 3\text{cm}$, tứ giác OFME là hình gì?

ĐỀ SỐ 43

Câu 1: Cho a, b, c là ba số phân biệt thoả mãn: $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 0$

CMR: $\frac{a}{(b-c)^2} + \frac{b}{(c-a)^2} + \frac{c}{(a-b)^2} = 0$

Câu 2: Cho a, b, c $\neq 0$ và $a+b+c = x+y+z = \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 0$. CMR: $xa^2 + yb^2 + zc^2 = 0$.

Câu 3: Giải PT: a, $(x-4)(x-5)(x-6)(x-7) = 1680$; b, $\frac{x^2+2x+7}{x^2+2x+3} = x^2+2x+4$

Câu 4: Cho a, b, c thoả mãn: $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} \geq 2$. CMR: $abc \leq \frac{1}{8}$.

Câu 5: Cho hình vuông OCID có cạnh là a. AB là đường thẳng bất kỳ đi qua I cắt tia OC, OD tại A, và B.
a, CMR: CA.DB có giá trị không đổi (theo a).

b, $\frac{CA}{DB} = \frac{OA^2}{OB^2}$

c, Xác định vị trí A, B sao cho $DB = 4CA$.

d, Cho $S_{\triangle AOB} = \frac{8a^2}{3}$. Tính $CA + DB$ theo a.

ĐỀ SỐ 44

Câu 1: Cho $a > b > 0$. So sánh A, B: $A = \frac{1+a+a^2+\dots+a^{n-1}}{1+a+a^2+\dots+a^n}$; $B = \frac{1+b+b^2+\dots+b^{n-1}}{1+b+b^2+\dots+b^n}$

Câu 2:

a, Cho $x+y+z = 0$

CMR: $2(x^5+y^5+z^5) = 5xyz(x^2+y^2+z^2)$

b, Cho a, b, c $\neq 0$. Tính giá trị $M = x^{2003} + y^{2003} + z^{2003}$.

Biết z, y, z: $\frac{x^2+y^2+z^2}{a^2+b^2+c^2} = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$

Câu 3:

a, Cho a, y, z ≥ 0

CMR: $a(x-y)(x-z) + y(y-z)(y-x) + z(z-x)(z-y) \geq 0$

b, Cho a, b, c thoả mãn $a+b+c > 0$; $ab+bc+ca > 0$; và $abc > 0$.

CMR: Cả 3 số đều dương.

Câu 4: Tìm giá trị nhỏ nhất: $A = x^{100} - 10x^{10} + 10$.

Câu 5: Với giá trị nào của A thì PT: $|2x-a|+1 = |x+3|$ có nghiệm duy nhất.

Câu 6:

Cho $\triangle ABC$ đường thẳng d//BC cắt AB, AC tại D, E.

a, CMR: Với mọi điểm F trên BC luôn có $S_{\triangle DEF}$ không lớn hơn $\frac{1}{4}S_{\triangle ABC}$

b, Xác định vị trí D, E để $S_{\triangle DEF}$ lớn nhất.

ĐỀ SỐ 45

Câu 1:

a, Cho $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{abc}$ CMR: $\frac{1}{a^n} + \frac{1}{b^n} + \frac{1}{c^n} = \frac{1}{a^n + b^n + c^n}$ (với n là số nguyên dương lẻ; a, b, c ≠ 0)

b, Cho abcd = 1. Tính giá trị:

$$M = \frac{1}{abc + ab + a + 1} + \frac{1}{bcd + bc + b + 1} + \frac{1}{acb + cd + c + 1} + \frac{1}{abd + ad + d + 1}$$

Câu 2: Cho a, b > 0. Tìm giá trị nhỏ nhất:

$$P = \frac{ab}{a^2 + b^2} + \frac{a^2 + b^2}{ab}$$

Câu 3:

a, Cho a, b ∈ Q và a, b không đồng thời bằng không. CMR: $\frac{a^2}{a^2 + 1} + \frac{b^2}{b^2 + 1} + \frac{c^2}{c^2 + 1} > 1$

b, Cho a, b, c thỏa mãn: a² + b² + c² = 1. CMR: $-\frac{1}{2} \leq ab + bc + ca \leq 1$

Câu 4: Tìm nghiệm nguyên của PT:

a, $xy - 2 = x + y$

b, $3xy + x - y = 1$

Câu 5: Giải PT: $x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 1 = 0$

Câu 6: Cho ΔABC có đường cao là AA₁, BB₁, CC₁, hình chiếu của A₁ lên AB, AC BB₁, CC₁ là H, I, K, P.

CMR: H, I, K, P thẳng hàng.

ĐỀ SỐ 46

Câu 1: Cho a, b, c ≠ 0; a³ + b³ + c³ = 3abc. Tính giá trị biểu thức: $P = \left(1 + \frac{a}{b}\right)\left(1 + \frac{b}{c}\right)\left(1 + \frac{c}{a}\right)$

Câu 2: a, Tìm giá trị lớn nhất của $M = \frac{3x^2 + 6x + 10}{x^2 + 2x + 3}$

b, Tìm giá trị nhỏ nhất: $A = x^2 + 26y^2 - 10xy + 14x - 76y + 59$.

Câu 3: Cho a + b + c + d = 1 CMR: $(a+c)(b+d) + 2ac + 2bd \leq \frac{1}{2}$

b, Cho 3 số dương a, b, c đều nhỏ hơn 1. CMR: có ít nhất 1 mệnh đề sau là sai:

$$a(1-b) > \frac{1}{4}; \quad b(1-c) > \frac{1}{4}; \quad c(1-a) > \frac{1}{4}$$

Câu 4:

a, Tìm x, y ∈ Z : $x^2 + (x+1) = y^4 + (y+1)^4$

b, Cho $N = 1.2.3 + 2.3.4 + \dots + n(n+1)(n+2)$

CMR: 4N + 1 là số chính phương với mọi n ∈ Z⁺

c, Tìm nghiệm nguyên dương của PT: $x^2 - (x+y)^2 = -(x+y)^2$

Câu 5: Xác định a, b, c để: $f(x) = x^4 + ax^2 + bx + c$ chia hết cho $g(x) = (x-3)^3$.

Câu 6: Cho O là trực tâm của $\triangle ABC$ (có 3 góc nhọn). Trên OB, OC lấy B₁, C₁ sao cho:

$$\angle B_1C = \angle C_1B = 90^\circ. \text{ CMR: } AB_1 = AC_1$$

ĐỀ SỐ 47

Câu 1:

a, CMR: Nếu $(y-z)^2 + (z-x)^2 + (x-y)^2 = (y+z-2x)^2 + (z+x-2y)^2 + (y+x-2z)^2$ thì $x = y = z$.

b, Cho $x^2 - y = a$; $y^2 - z = b$; $z^2 - x = c$.

Tính $P = x^3(z-y^2) + y^3(x-z^2) + z^3(y-x^2) + xyz(xyz-1)$

Câu 2:

Tìm x để: $P = \frac{4x^4 + 16x^3 + 56x^2 + 80x + 356}{x^2 + 2x + 5}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 3: CMR: $\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{n^2-1} + \frac{1}{n^2} > 1$ với $n \in N$; $n > 0$.

Câu 4: Tìm nghiệm nguyên dương của PT: $2(x+y+z) + y = 3xyz$.

Câu 5:

Cho $\triangle ABC$, trung tuyến AD. Gọi G là trọng tâm $\triangle ABC$, một cát tuyến quay quanh G cắt AB, AC tại M,

N. CMR: $\frac{AB}{AM} + \frac{AC}{CM} = 3$

Câu 6: Cho $\triangle ABC$, một hình chữ nhật MNPQ thay đổi sao cho: $M \in AB$; $N \in AC$; $P \in BC$, $Q \in BC$.

Tim tập hợp tâm O của hình chữ nhật MNPQ

ĐỀ SỐ 48

Câu 1:

a, Cho $x+y=a$; $x^2+y^2=b$; $x^3+y^3=c$.

CMR: $a^3 - 3ab + 2c = 0$.

b, Xác định a, b, c, d để đẳng thức sau đúng với mọi x.

$$\frac{x^3 + 2x}{x^4 - 1} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-1} + \frac{cx+d}{x^2+1}$$

Câu 2: Cho a, b, c $\neq 0$. Giải PT: $\frac{x-a}{bc} + \frac{x-b}{ac} + \frac{x-c}{ab} = 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$

Câu 3: a, Cho a, b, c là độ dài các cạnh của 1 tam giác. CMR: $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} < 2$

b, Cho a, b, c là số tự nhiên không nhỏ hơn 1. CMR: $\frac{1}{1+a^2} + \frac{1}{1+b^2} + \frac{1}{1+c^2} \geq \frac{3}{1+abc}$

Câu 4: Cho x, y, z thoả mãn: $xy+yz+zx = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất: $M = x^4+y^4+z^4$

Câu 5: Tìm nghiệm nguyên của PT: $5x - 3y = 2xy - 11$

Câu 6: Cho hình thang ABCD (AB//CD). Giao điểm của AC, BD là O, đường thẳng qua O và song song AB cắt AD, BC tại M, N.

a, CMR: $\frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} = \frac{2}{MN}$

b, Cho $S_{\triangle AOB} = a^2; S_{\triangle COD} = b^2$; Tính S_{ABCD}

c, Tìm điểm K trên BD sao cho đường thẳng qua K và song song AB bị hai cạnh bên và 2 đường chéo chia thành 3 đoạn bằng nhau.