ĐỀ THI TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2020-2021
MÔN TOÁN, MÃ ĐỀ 102
THỜI GIAN: 90 PHÚT

Câu 1. **[2D2-2.2-1]** Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{4}}$ là .

A. $y'=\frac{4}{9}x^{\frac{9}{4}}$. **B.** $y'=\frac{4}{5}x^{\frac{1}{4}}$. **C.** $y'=\frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$. **D.** $y'=\frac{5}{4}x^{-\frac{1}{4}}$.

Câu 2. **[2H1-3.2-1]** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{3}{2}a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $\frac{1}{3}a^3$. **D.** a^3.

Câu 3. **[2D3-2.1-1]** Nếu $\int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x=6$ và $\int\limits_1^4 g(x)\mathrm{d}x=-5$ thì $\int\limits_1^4 [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. -1. **B.** -11. **C.** 1. **D.** 11.

Câu 4. **[2D2-4.1-1]** Tập xác định của hàm số $y=7^x$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 5. **[2D1-2.2-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** -1. **C.** -5. **D.** 1.

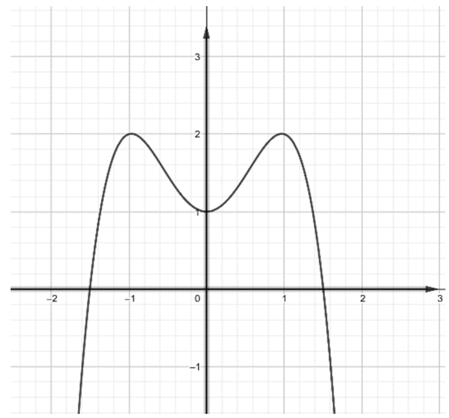
Câu 6. **[2H2-2.1-1]** Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=4\pi R^2$. **B.** $S=16\pi R^2$. **C.** $S=\frac{4}{3}\pi R^2$. **D.** $S=\pi R^2$.

Câu 7. **[2H3-3.2-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một véctơ chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$. Phương trình của d là:

A. $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=-1-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=1+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=1-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=5+2t \\ y=2+2t \\ z=-3+t \end{cases}$.

Câu 8. **[2D1-1.2-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như đường cong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 9. **[1D2-2.1-1]** Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 5$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^5 = \dfrac{n!}{5!(n-5)!}$. **B.** $A_n^5 = \dfrac{5!}{(n-5)!}$. **C.** $A_n^5 = \dfrac{n!}{(n-5)!}$. **D.** $A_n^5 = \dfrac{(n-5)!}{n!}$.

Câu 10. **[2H1-3.2-1]** Thể tích khối lập phương cạnh $4a$

A. $64a^3$. **B.** $32a^3$. **C.** $16a^3$. **D.** $8a^3$.

Câu 11. **[2D3-1.1-1]** Cho hàm số $f(x) = x^2 + 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^2 + 3x + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{3} + 3x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^3 + 3x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 2x + C$.

Câu 12. **[2D4-1.2-1]** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3;2)$ là điểm biểu diễn số phức nào dưới đây?

A. $z_3 = 3 - 2i$. **B.** $z_4 = 3 + 2i$. **C.** $z_1 = -3 - 2i$. **D.** $z_2 = -3 + 2i$.

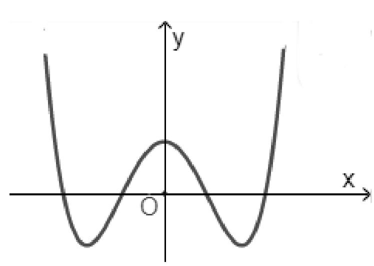
Câu 13. **[2H3-2.2-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -2x + 5y + z - 3 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_2} = (-2;5;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1} = (2;5;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_4} = (2;5;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_3} = (2;-5;1)$.

Câu 14. **[2H3-1.1-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-1;3)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{OA}$ là

A. $(-4;1;3)$. **B.** $(4;-1;3)$. **C.** $(-4;1;-3)$. **D.** $(4;1;3)$.

Câu 15. **[2D1-5.1-1]** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x + 1$. **D.** $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

Câu 16. **[1D3-4.1-1]** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 9. **B.** -9. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 4.

Câu 17. **[2D2-3.1-1]** Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[3]{a}$ bằng

A. -3. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** 3.

Câu 18. **[2D1-5.4-1]** Đồ thị hàm số $y=-x^4-2x^2+3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 19. **[2D4-2.1-1]** Cho hai số phức $z=5+2i$ và $w=1-4i$. Số phức $z+w$ bằng

A. $6+2i$. **B.** $4+6i$. **C.** $6-2i$. **D.** $-4-6i$.

Câu 20. **[2D3-1.1-1]** Cho hàm số $f(x)=e^x+1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{x-1}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x-x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x+x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x+C$.

Câu 21. **[2D1-2.2-2]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		3		5		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 22. **[2D3-2.1-1]** Nếu $\int_0^3 f(x)dx=3$ thì $\int_0^3 2f(x)dx$ bằng

A. 3. **B.** 18. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 23. **[2D1-4.1-1]** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=-1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Câu 24. **[2H3-1.3-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là

A. $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2$. **B.** $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2$.

C. $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$. **D.** $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$.

Câu 25. **[2D4-1.1-1]** Phần thực của số phức $z=6-2i$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 6. **D.** -6.

Câu 26. **[2D2-6.1-2]** Tập nghiệm của bất phương trình $2^x<5$ là

A. $(-\infty;\log_2 5)$. **B.** $(\log_2 5;+\infty)$. **C.** $(-\infty;\log_5 2)$. **D.** $(\log_5 2;+\infty)$.

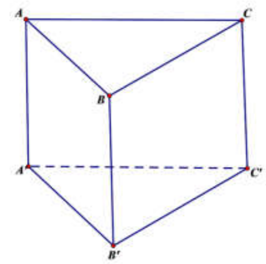
Câu 27. **[2D2-5.1-1]** Nghiệm của phương trình $\log_5(3x)=2$ là

A. $x=25$. **B.** $x=\frac{32}{3}$. **C.** $x=32$. **D.** $x=\frac{25}{3}$.

Câu 28. **[2H2-1.1-1]** Cho khối trụ có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 16π. **B.** 48π. **C.** 36π. **D.** 12π.

Câu 29. **[1H3-2.3-2]** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C$ bằng



A. 90^0 **B.** 45^0 **C.** 30^0 **D.** 60^0

Câu 30. **[2H3-2.3-1]** Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(2;1;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là.

A. $2x+y+2z-11=0$ **B.** $2x+y+2z-2=0$.

C. $2x+y+4z-4=0$. **D.** $2x+y+4z-17=0$.

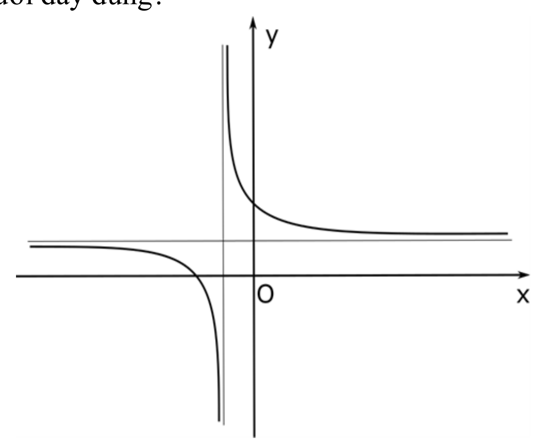
Câu 31. **[1D2-5.2-2]** Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{30}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Câu 32. **[2D4-3.1-2]** Cho số phức z thỏa mãn $iz=6+5i$. Số phức liên hợp của z là:

A. $\overline{z}=5-6i$. **B.** $\overline{z}=-5+6i$. **C.** $\overline{z}=5+6i$. **D.** $\overline{z}=-5-6i$.

Câu 33. **[2D1-1.5-2]** Biết hàm số $y=\frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a\neq 1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $y'>0,\forall x\neq -1$. **C.** $y'<0,\forall x\neq -1$. **D.** $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 34. **[2H3-3.2-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-1)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{1}$. **B.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{2}$.

C. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-1}{1}$. **D.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-1}{1}$.

Câu 35. **[2D1-3.1-2]** Trên đoạn $[-2;1]$, hàm số $y=x^3-3x^2-1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm.

A. $x=-2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Câu 36. **[1H3-5.3-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, $AC=3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{3}{2}a$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}a$. **C.** $3a$. **D.** $3\sqrt{2}a$.

Câu 37. **[2D3-2.1-1]** Nếu $\int_0^2 f(x)dx=3$ thì $\int_0^2\left[2f(x)-1\right]dx$ bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 5.

Câu 38. **[2D2-3.2-2]** Với mọi a,b thỏa mãn $\log_2 a^3+\log_2 b=8$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3+b=64$. **B.** $a^3b=256$. **C.** $a^3b=64$. **D.** $a^3+b=256$.

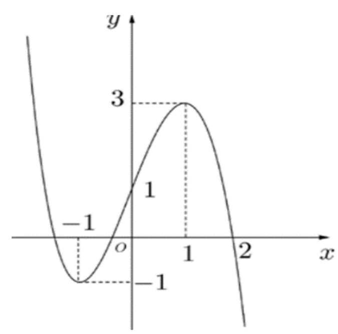
Câu 39. **[2D2-6.1-3]** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(3^{x^2}-9^x\right)\left[\log_2(x+30)-5\right]\le 0$

A. 30. **B.** Vô số. **C.** 31. **D.** 29.

Câu 40. **[2D3-2.1-3]** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x-1 & khi\quad x\ge 1\\ 3x^2-2 & khi\quad x<1\end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị $F(-1)+2F(2)$

A. 9 **B.** 15 **C.** 11 **D.** 6

Câu 41. **[2D1-5.3-3]** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x))=1$ là



A. 9. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 42. **[2D4-5.2-3]** Xét các số phức z,w thỏa mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $|z+i\overline{w}+6-8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-w|$ bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{221}}{5}$. **C.** 3. **D.** $\frac{\sqrt{29}}{5}$.

Câu 43. **[2D3-3.1-3]** Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a,b,c là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là 2 và -4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng.

A. $2\ln 2$. **B.** $\ln 6$. **C.** $3\ln 2$. **D.** $\ln 2$.

Câu 44. **[2H1-3.2-3]** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=4a$, góc giữa 2 mặt phẳng $(A'BD),(ABCD)$ bằng $30°$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng:

A. $\dfrac{16\sqrt{3}}{9}a^3$. **B.** $48\sqrt{3}a^3$. **C.** $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}a^3$. **D.** $16\sqrt{3}a^3$.

Câu 45. **[2D2-5.4-4]** Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x \in \left(\dfrac{1}{3};4\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy} = (1+xy)27^{12x}$?

A. 14. **B.** 27. **C.** 12. **D.** 15.

Câu 46. **[2H3-3.2-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x+y-z+3=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình

A. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z-1}{13}$. **B.** $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z-1}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{13}$.

Câu 47. **[2H2-1.2-3]** Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa mặt đáy một góc bằng $60°$, ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $(2a)$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $2\sqrt{7}\pi a^2$. **D.** $2\sqrt{13}\pi a^2$.

Câu 48. **[2D4-4.4-3]** Trên tập số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=5$.

A. 2 . **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 49. **[2D1-2.6-4]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-8)(x^2-9), \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+6x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 50. **[2H3-2.8-4]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2)$ và $B(-2;1;-3)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=1$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

A. $\sqrt{17}$. **B.** $\sqrt{41}$. **C.** $\sqrt{37}$. **D.** $\sqrt{61}$.

-------- HẾT--------

STRONG TEAM TOÁN VD-VDC

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.D	4.D	5.A	6.A	7.C	8.C	9.C	10.A
11.B	12.D	13.A	14.B	15.D	16.D	17.B	18.D	19.C	20.C
21.D	22.D	23.C	24.D	25.C	26.A	27.D	28.B	29.B	30.B
31.A	32.C	33.C	34.B	35.B	36.C	37.B	38.B	39.C	40.A
41.B	42.B	43.A	44.C	45.A	46.A	47.A	48.B	49.B	50.C

Câu 1. **[2D2-2.2-1]** Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{4}}$ là .

A. $y'=\frac{4}{9}x^{\frac{9}{4}}$. **B.** $y'=\frac{4}{5}x^{\frac{1}{4}}$. **C.** $y'=\frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$. **D.** $y'=\frac{5}{4}x^{-\frac{1}{4}}$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Trung Việt

$y'=\frac{5}{4}x^{\frac{5}{4}-1}=y'=\frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$.

Câu 2. **[2H1-3.2-1]** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{3}{2}a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $\frac{1}{3}a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Trung Việt

$V=\frac{1}{3}B.h=a^3$.

Câu 3. **[2D3-2.1-1]** Nếu $\int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x=6$ và $\int\limits_1^4 g(x)\mathrm{d}x=-5$ thì $\int\limits_1^4 [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. -1. **B.** -11. **C.** 1. **D.** 11.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Trung Việt

$\int\limits_1^4 [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=\int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_1^4 g(x)\mathrm{d}x=6-(-5)=11$.

Câu 4. **[2D2-4.1-1]** Tập xác định của hàm số $y=7^x$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Trung Việt

Hàm số $y=7^x$ không có điều kiện xác định nên $D=\mathbb{R}$.

Câu 5. **[2D1-2.2-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** -1. **C.** -5. **D.** 1.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Trung Việt

Dựa vào bảng biến thiên, Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 3.

Câu 6. **[2H2-2.1-1]** Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=4\pi R^2$. **B.** $S=16\pi R^2$. **C.** $S=\frac{4}{3}\pi R^2$. **D.** $S=\pi R^2$.

Lời giải

FB tác giả: Hiếu Nguyễn

Ta có: $S=4\pi R^2$.

Câu 7. **[2H3-3.2-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một véctơ chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$. Phương trình của d là:

A. $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=-1-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=1+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=1-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=5+2t \\ y=2+2t \\ z=-3+t \end{cases}$.

Lời giải

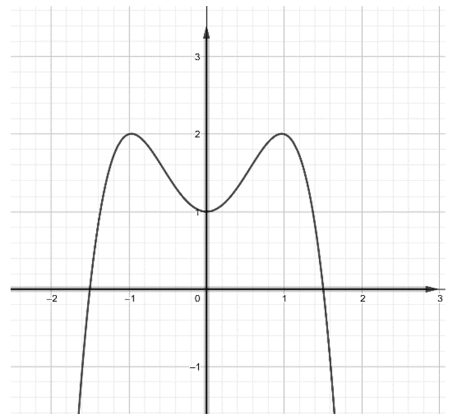
FB tác giả: Hiếu Nguyễn

Ta có :

Phương trình đường thẳng d có $\begin{cases} VTCP: \vec{u}=(5;2;-3) \\ Qua: M(2;2;1) \end{cases}$

$(d): \begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=1-3t \end{cases}$

Câu 8. **[2D1-1.2-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như đường cong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

FB tác giả: Hiếu Nguyễn

Dựa vào đồ thị ta có hàm số đồng biến trên các khoảng: $(-\infty;-1);(0;1)$

Câu 9. [1D2-2.1-1] Với n là số nguyên dương bất kì, $n \ge 5$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$. **B.** $A_n^5 = \frac{5!}{(n-5)!}$. **C.** $A_n^5 = \frac{n!}{(n-5)!}$. **D.** $A_n^5 = \frac{(n-5)!}{n!}$.

Lời giải

FB tác giả: Hiếu Nguyễn

Ta có: $A_n^5 = \frac{n!}{(n-5)!}$.

Câu 10. [2H1-3.2-1] Thể tích khối lập phương cạnh $4a$

A. $64a^3$. **B.** $32a^3$. **C.** $16a^3$. **D.** $8a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Hiếu Nguyễn

Ta có: $V = (4a)^3 = 64a^3$.

Câu 11. [2D3-1.1-1] Cho hàm số $f(x) = x^2 + 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^2 + 3x + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} + 3x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^3 + 3x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 2x + C$.

Lời giải

FB tác giả: Long Danh

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \int (x^2 + 3x)\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} + 3x + C$.

Câu 12. [2D4-1.2-1] Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3;2)$ là điểm biểu diễn số phức nào dưới đây?

A. $z_3 = 3 - 2i$. **B.** $z_4 = 3 + 2i$. **C.** $z_1 = -3 - 2i$. **D.** $z_2 = -3 + 2i$.

Lời giải

FB tác giả: Long Danh

Điểm $M(-3;2)$ biểu diễn số phức $z = -3 + 2i$.

Câu 13. **[2H3-2.2-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -2x+5y+z-3=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_2}=(-2;5;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(2;5;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(2;5;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-5;1)$.

Lời giải

FB tác giả: Long Danh

Vector pháp tuyến của $(P): -2x+5y+z-3=0$ là $\overrightarrow{n_P}=(-2;5;1)$

Câu 14. **[2H3-1.1-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-1;3)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{OA}$ là

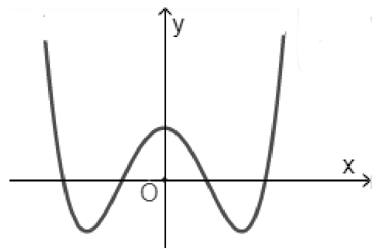
A. $(-4;1;3)$. **B.** $(4;-1;3)$. **C.** $(-4;1;-3)$. **D.** $(4;1;3)$.

Lời giải

FB tác giả: Long Danh

Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm A cũng chính là tọa độ vector $\overrightarrow{OA}$. Do đó $\overrightarrow{OA}=(4;-1;3)$

Câu 15. **[2D1-5.1-1]** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=-2x^4+4x^2+1$.

C. $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=2x^4-4x^2+1$.

Lời giải

FB tác giả: Long Danh

Đường cong đề bài ra là đồ thị của hàm bậc 4 trùng phương có hệ số $a>0$, và $ab<0$. Do đó đây là đồ thị của hàm số $y=2x^4-4x^2+1$.

Câu 16. **[1D3-4.1-1]** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 9. **B.** -9. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 4.

Lời giải

FB tác giả: Tuấn Minh

Công bội của cấp số nhân đã cho là $q=\frac{u_2}{u_1}=\frac{12}{3}=4$

Câu 17. **[2D2-3.1-1]** Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[3]{a}$ bằng

A. -3. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** 3.

Lời giải

FB tác giả: Tuấn Minh

Với $a>0$ và $a\neq 1$, ta có $\log_a \sqrt[3]{a}=\log_a a^{\frac{1}{3}}=\frac{1}{3}\log_a a=\frac{1}{3}$.

Câu 18. **[2D1-5.4-1]** Đồ thị hàm số $y=-x^4-2x^2+3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 1. **B.** 0 . **C.** 2 . **D.** 3.

Lời giải

FB tác giả: Tuấn Minh

Đồ thị hàm số $y=-x^4-2x^2+3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.

Câu 19. **[2D4-2.1-1]** Cho hai số phức $z=5+2i$ và $w=1-4i$. Số phức $z+w$ bằng

A. $6+2i$. **B.** $4+6i$. **C.** $6-2i$. **D.** $-4-6i$.

Lời giải

FB tác giả: Tuấn Minh

Ta có: $z+w=(5+2i)+(1-4i)=6-2i$

Câu 20. **[2D3-1.1-1]** Cho hàm số $f(x)=e^x+1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{x-1}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x-x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x+x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x+C$.

Lời giải

FB tác giả: Tuấn Minh

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(e^x+1)\mathrm{d}x=e^x+x+C$

Câu 21. **[2D1-2.2-2]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		3		5		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Fb tác giả: Dương Hà Hải

Chọn D

Theo bảng xét dấu, ta thấy đạo hàm đổi dấu 4 lần nên hàm số có 4 điểm cực trị.

Câu 22. **[2D3-2.1-1]** Nếu $\int_0^3 f(x)dx=3$ thì $\int_0^3 2f(x)dx$ bằng

A. 3. **B.** 18. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Fb tác giả: Dương Hà Hải

Chọn D

Ta có $\int_0^3 2f(x)dx=2\int_0^3 f(x)dx=2.3=6$.

Câu 23. **[2D1-4.1-1]** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=-1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Fb tác giả: Dương Hà Hải

Chọn C

Từ $\lim\limits_{x\to 2^+} y = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x+1}{x-2} = +\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to 2^-} y = \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{x+1}{x-2} = -\infty$ nên suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$.

Câu 24. **[2H3-1.3-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là

A. $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2$. **B.** $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2$.

C. $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$. **D.** $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$.

Lời giải

Fb tác giả: Dương Hà Hải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính bằng 2 có phương trình là

$x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$.

Câu 25. **[2D4-1.1-1]** Phần thực của số phức $z=6-2i$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 6. **D.** -6.

Lời giải

Fb tác giả: Dương Hà Hải

Chọn C

Số phức $z=6-2i$ có phần thực là 6.

Câu 26. **[2D2-6.1-2]** Tập nghiệm của bất phương trình $2^x<5$ là

A. $(-\infty;\log_2 5)$. **B.** $(\log_2 5;+\infty)$. **C.** $(-\infty;\log_5 2)$. **D.** $(\log_5 2;+\infty)$.

Lời giải

Fb tác giả: Nguyễn Phương Thu

Ta có.

$2^x<5 \Leftrightarrow x<\log_2 5 \Leftrightarrow x\in(-\infty;\log_2 5)$

Tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty;\log_2 5)$.

Câu 27. **[2D2-5.1-1]** Nghiệm của phương trình $\log_5(3x)=2$ là

A. $x=25$. **B.** $x=\dfrac{32}{3}$. **C.** $x=32$. **D.** $x=\dfrac{25}{3}$.

Lời giải

Ta có

$\log_5(3x)=2 \Leftrightarrow \begin{cases}3x>0\\3x=5^2\end{cases} \Leftrightarrow x=\dfrac{25}{3}$.

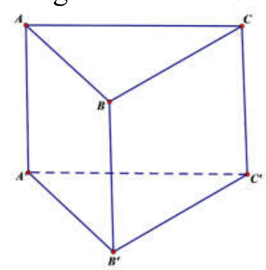
Câu 28. **[2H2-1.1-1]** Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 16π. **B.** 48π. **C.** 36π. **D.** 12π.

Lời giải

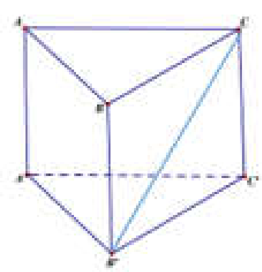
Thể tích khối trụ bằng: $V = \pi r^2 h = \pi.4^2.3 = 48\pi$.

Câu 29. **[1H3-2.3-2]** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C$ bằng



A. 90^0 **B.** 45^0 **C.** 30^0 **D.** 60^0

Lời giải



$ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ đứng nên suy ra tam giác $BB'C$ vuông cân tại B và

$\left(AA',B'C\right) = \left(BB',B'C\right) = \widehat{BB'C} = 45^0$

Câu 30. **[2H3-2.3-1]** Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A\left(0;0;1\right)$ và $B\left(2;1;3\right)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là.

A. $2x + y + 2z - 11 = 0$ **B.** $2x + y + 2z - 2 = 0$.

C. $2x + y + 4z - 4 = 0$. **D.** $2x + y + 4z - 17 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB nhận $\overrightarrow{AB}\left(2;1;2\right)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là

$2\left(x - 0\right) + \left(y - 0\right) + 2\left(z - 1\right) = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 2z - 2 = 0$

Câu 31. **[1D2-5.2-2]** Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{30}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyet Doan

Gọi A là biến cố lấy được 3 quả màu xanh

Số phần tử của không gian mẫu là: $n_\Omega = C_{10}^3$.

Số phần tử của biến cố A là: $n_A = C_6^3$.

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{6}$.

Câu 32. **[2D4-3.1-2]** Cho số phức z thỏa mãn $iz = 6 + 5i$. Số phức liên hợp của z là:

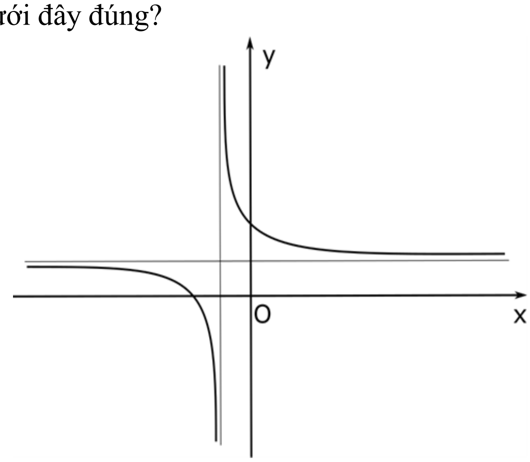
A. $\bar{z} = 5 - 6i$. **B.** $\bar{z} = -5 + 6i$. **C.** $\bar{z} = 5 + 6i$. **D.** $\bar{z} = -5 - 6i$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyet Doan

Ta có: $iz = 6 + 5i \Leftrightarrow z = \frac{6}{i} + 5 \Leftrightarrow z = \frac{6i}{i^2} + 5 \Leftrightarrow z = 5 - 6i \Leftrightarrow \bar{z} = 5 + 6i$.

Câu 33. **[2D1-1.5-2]** Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **B.** $y' > 0, \forall x \neq -1$. **C.** $y' < 0, \forall x \neq -1$. **D.** $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyet Doan

ĐK: $x \neq -1$.

Đặt $y = f(x) = \frac{x+a}{x+1}$. Từ đồ thị hàm số đã cho ta có:

Với $\forall x_1, x_2 \in (-1; +\infty)$, $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$. Do đó $f(x)$ nghịch biến trên $(-1; +\infty)$.

Với $\forall x_1, x_2 \in (-\infty; -1)$, $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$. Do đó $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -1)$.

Suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$. Vậy $y' < 0, \forall x \neq -1$.

Câu 34. **[2H3-3.2-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-1)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{1}$. **B.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{2}$.

C. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-1}{1}$. **D.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-1}{1}$.

Lời giải

Fb Tác giả: Đỗ Hữu Nhân

$(P): x-3y+2z+1=0 \Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}}=(1;-3;2)$

Đường thẳng đi qua M và vuông góc với $(P) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}=\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;-3;2) \\ \text{Qua } M(2;1;-1) \end{cases} \Leftrightarrow \frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{2}$

Câu 35. **[2D1-3.1-2]** Trên đoạn $[-2;1]$, hàm số $y=x^3-3x^2-1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm.

A. $x=-2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Fb Tác giả: Đỗ Hữu Nhân

$y'=3x^2-6x$

$y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

Với $x=-2 \Leftrightarrow y(-2)=-21$

Với $x=0 \Leftrightarrow y(0)=-1$

Với $x=1 \Leftrightarrow y(-2)=-3$

Vậy hàm số $y=x^3-3x^2-1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x=0$ với $y(0)=-1$.

Câu 36. **[1H3-5.3-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, $AC=3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{3}{2}a$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}a$. **C.** $3a$. **D.** $3\sqrt{2}a$.

Lời giải

Fb Tác giả: Đỗ Hữu Nhân

$$\left.\begin{array}{ll} BC\perp AC & (\Delta ABC \text{ vuông cân } C) \\ BC\perp SA & (SA\perp(ABC)) \end{array}\right\} \Rightarrow BC\perp(SAC).$$

$\Rightarrow d\left[B,(SAC)\right]=BC=3a$

Câu 37. **[2D3-2.1-1]** Nếu $\int_0^2 f(x)dx=3$ thì $\int_0^2\left[2f(x)-1\right]dx$ bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 5.

Lời giải

FB tác giả: Viet Dang

$\int_0^2\left[2f(x)-1\right]dx=2\int_0^2 f(x)dx-\int_0^2 dx=2.3-x\Big|_0^2=6-2=4$

Câu 38. **[2D2-3.2-2]** Với mọi a,b thỏa mãn $\log_2 a^3+\log_2 b=8$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3+b=64$. **B.** $a^3b=256$. **C.** $a^3b=64$. **D.** $a^3+b=256$.

Lời giải

FB tác giả: Viet Dang

$\log_2 a^3+\log_2 b=8 \Leftrightarrow \log_2\left(a^3b\right)=8 \Leftrightarrow a^3b=2^8 \Leftrightarrow a^3b=256$

Câu 39. **[2D2-6.1-3]** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(3^{x^2}-9^x\right)\left[\log_2(x+30)-5\right]\le 0$

A. 30. **B.** Vô số. **C.** 31. **D.** 29.

Lời giải

FB tác giả: Viet Dang

Điều kiện : $x>-30$

Trường hợp 1 :

$$\begin{cases}3^{x^2}-9^x\ge 0\\ \log_2(x+30)-5\le 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3^{x^2}\ge 3^{2x}\\ \log_2(x+30)\le 5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2\ge 2x\\ x+30\le 32\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\le 0\\ x\ge 2\end{array}\right.\\ x\le 2\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\le 0\\ x=2\end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện ta có : $\left[\begin{array}{l}-30<x\le 0\\ x=2\end{array}\right.$. Nên $x\in\{-29,-28,...0,2\}$ nên có 31 số nguyên

Trường hợp 2 :

$$\begin{cases}3^{x^2}-9^x\le 0\\ \log_2(x+30)-5\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3^{x^2}\le 3^{2x}\\ \log_2(x+30)\ge 5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2\le 2x\\ x+30\ge 32\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}0\le x\le 2\\ x\ge 2\end{cases} \Leftrightarrow x=2$$

Vậy tổng cộng có 31 số nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán .

Câu 40. **[2D3-2.1-3]** Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x-1 & khi \quad x\ge 1\\ 3x^2-2 & khi \quad x<1\end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị $F(-1)+2F(2)$

A. 9 **B.** 15 **C.** 11 **D.** 6

Lời giải

Fb tác giả: Lê Phương Anh

Ta có: $F(x)=\begin{cases}x^2-x+C_1 & khi \quad x\ge 1\\ x^3-2x+C_2 & khi \quad x<1\end{cases}$.

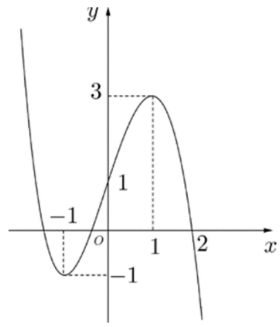
$F(0)=2\Leftrightarrow C_2=2$.

Hàm số liên tục tại $x=1$ nên ta có: $1^2-1+C_1=1^3-2+2\Leftrightarrow C_1=1$.

Do đó $F(x)=\begin{cases}x^2-x+1 & khi \quad x\ge 1\\ x^3-2x+2 & khi \quad x<1\end{cases}$.

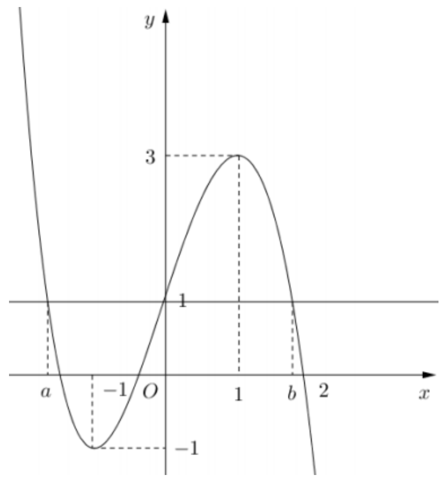
Vậy $F(-1)+2F(2)=(-1)^3-2(-1)+2+2\left(2^2-2+1\right)=9$.

Câu 41. **[2D1-5.3-3]** Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=1$ là



A. 9. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải



Dựa vào đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ ta có: $f\left(f\left(x\right)\right)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f\left(x\right)=a\left(a<-1\right)\\ f\left(x\right)=1\\ f\left(x\right)=b\left(1<b<2\right)\end{array}\right.$.

Phương trình $f\left(x\right)=a\left(a<-1\right)$ có 1 nghiệm thực.

Phương trình $f\left(x\right)=1$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

Phương trình $f\left(x\right)=b\left(1<b<2\right)$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

Các nghiệm trên phân biệt nên phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=1$ có 7 nghiệm thực phân biệt.

Câu 42. **[2D4-5.2-3]** Xét các số phức z,w thỏa mãn $\left|z\right|=1$ và $\left|w\right|=2$. Khi $\left|z+i\overline{w}+6-8i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $\left|z-w\right|$ bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{221}}{5}$. **C.** 3. **D.** $\dfrac{\sqrt{29}}{5}$.

Lời giải

FB tác giả: Trần Thanh Sơn

Cách 1:

Ta có $\left|z+i\overline{w}+6-8i\right|\ge\left|6-8i\right|-\left|z\right|-\left|i\overline{w}\right|=10-1-2=7$

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} z=t(6-8i) \\ i\overline{w}=t'(6-8i);t,t'<0 \\ |z|=1;|w|=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=-\dfrac{1}{10}(6-8i) \\ i\overline{w}=-\dfrac{2}{10}(6-8i) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=-\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}i \\ w=\dfrac{8}{5}-\dfrac{6}{5}i \end{cases}$

Do đó $|z-w|=\left|-\dfrac{11}{5}+2i\right|=\dfrac{\sqrt{221}}{5}$.

Cách 2:

Đặt $z=a+bi, w=c+di,(a,b;c,d\in\mathbb{R})$, khi đó $\begin{cases} \sqrt{a^2+b^2}=1 \\ \sqrt{c^2+d^2}=2 \end{cases}$.

Ta có $|z+i\overline{w}+6-8i|=\sqrt{(a+d+6)^2+(b+c-8)^2}=\sqrt{(-a-d-6)^2+(-b-c+8)^2}$

Mặt khác $\sqrt{(-a-d-6)^2+(-b-c+8)^2}+\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}\ge\sqrt{36+64}=10$

Suy ra $|z+i\overline{w}+6-8i|\ge 7$, dấu đẳng thức xảy ra khi $z=-\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}i; w=\dfrac{8}{5}-\dfrac{6}{5}i$.

Do đó $|z-w|=\left|-\dfrac{11}{5}+2i\right|=\dfrac{\sqrt{221}}{5}$.

Câu 43. **[2D3-3.1-3]** Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a,b,c là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là 2 và -4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng.

A. $2\ln 2$. **B.** $\ln 6$. **C.** $3\ln 2$. **D.** $\ln 2$.

Lời giải

FB tác giả: Tăng Duy Hùng

Ta có: $f(x)=x^3+ax^2+bx+c, f'(x)=3x^2+2ax+b, f''(x)=6x+2a, f'''(x)=6$.

Ta có: $g'(x)=f'(x)+f''(x)+f'''(x)$ là hàm số bậc hai có dạng: $g'(x)=x^2+Bx+C$.

Theo bài ra : $g'(x)=0$ có 2 nghiệm x_1,x_2 $(x_1<x_2)$ thì $g(x_1)=2, g(x_2)=-4$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm : $\dfrac{f(x)}{g(x)+6}=1$

$\Leftrightarrow f(x)=g(x)+6 \Leftrightarrow f'(x)+f''(x)+f'''(x)=0 \Leftrightarrow g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1 \\ x=x_2 \end{array}\right., (x_1<x_2)$.

Khi đó diện tích hình phẳng dưới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ là:

$$S=\int_{x_1}^{x_2}\left|\dfrac{f(x)}{g(x)+6}-1\right|dx=\int_{x_1}^{x_2}\left|\dfrac{g'(x)}{g(x)+6}\right|dx=\left|\int_{x_1}^{x_2}\dfrac{(g(x)+6)'}{g(x)+6}dx\right|=\left|\left(\ln|g(x)+6|\right)\Big|_{x_1}^{x_2}\right|$$

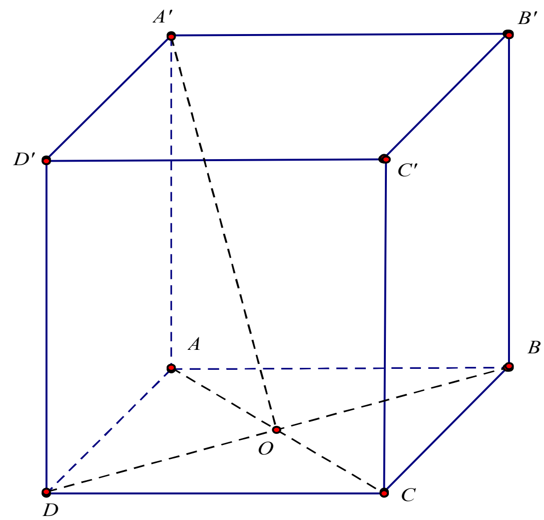
$$=\left|\ln(g(x_2)+6)-\ln(g(x_1)+6)\right|=\ln 4=2\ln 2.$$

Câu 44. [2H1-3.2-3] Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=4a$, góc giữa 2 mặt phẳng $(A'BD),(ABCD)$ bằng $30°$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng:

A. $\frac{16\sqrt{3}}{9}a^3$. **B.** $48\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$. **D.** $16\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Fb tác giả: Nguyễn Thắng



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, từ giả thiết ta có

$AC=4a, AB=\frac{4a}{\sqrt{2}}=2a\sqrt{2}\Rightarrow AO=2a, S_{ABCD}=\left(2a\sqrt{2}\right)^2=8a^2$

$ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow AO\perp BD$

Ta có:

$$\left.\begin{array}{l}AO\perp BD\\ AA'\perp BD(gt)\end{array}\right\}\Rightarrow BD\perp(A'AO)\Rightarrow BD\perp A'O\Rightarrow((A'BD),(ABCD))=\widehat{A'OA}$$

(tam giác $A'OA$ vuông tại A)

Từ giả thiết $\Rightarrow \widehat{A'OA}=30°\Rightarrow \tan 30°=\frac{A'A}{AO}\Rightarrow A'A=\frac{\sqrt{3}}{3}.2a=\frac{2a\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'}=A'A.S_{ABCD}=\frac{2a\sqrt{3}}{3}.8a^2=\frac{16\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 45. [2D2-5.4-4] Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x\in\left(\frac{1}{3};4\right)$ thỏa mãn

$27^{3x^2+xy}=(1+xy)27^{12x}$?

A. 14. **B.** 27. **C.** 12. **D.** 15.

Lời giải

Facebook: Mai Đình Kế

Cách 1:

Ta có $27^{3x^2+xy}=(1+xy)27^{12x}\Leftrightarrow 27^{3x^2+xy-12x}=1+xy$ (1).

Suy ra $1+xy>0 \Rightarrow y>\frac{-1}{x}$. Mà $x\in\left(\frac{1}{3};4\right)\Rightarrow \frac{1}{3}<x<4\Rightarrow -3<\frac{-1}{x}<\frac{-1}{4}$, nên

$y>-3\Rightarrow y\in\{-2;-1;0;1;2;3...\}$.

$(1)\Leftrightarrow 27^{3x^2+xy-12x}-1-xy=0$. Đặt $f(x)=27^{3x^2+xy-12x}-1-xy$.

$f'(x)=(6x+y-12)27^{3x^2+xy-12x}\ln 27-y$

$\Rightarrow f''(x)=6.\ln 27.27^{3x^2+xy-12x}+(6x+y-12)^2 27^{3x^2+xy-12x}\ln^2 27>0,\forall x,y\in\mathbb{R}$

Suy ra đồ thị hàm số $f(x)=27^{3x^2+xy-12x}-1-xy$ là lõm trên $\mathbb{R}$, hay phương trình $f(x)=0$ có tối đa 2 nghiệm. Dễ thấy $x=0$ là một nghiệm của $f(x)=0$.

Mà yêu cầu bài toán là có nghiệm $x\in\left(\frac{1}{3};4\right)$, nên nghiệm còn lại phải thuộc $\left(\frac{1}{3};4\right)$. Hơn nữa

$f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $f\left(\frac{1}{3}\right).f(4)<0$

Ta có $f\left(\frac{1}{3}\right)=27^{\frac{-1}{3}+\frac{y}{3}}-1-\frac{y}{3}$; $f(4)=27^{4y}-1-4y$

Suy ra $f\left(\frac{1}{3}\right).f(4)=\left(27^{\frac{-1}{3}+\frac{y}{3}}-1-\frac{y}{3}\right)\left(27^{4y}-1-4y\right)=g(y)$.

Dùng chức năng table của máy tính để tính các giá trị $g(y)$ với $y\in\{-2;-1;0;1;2;3...\}$

(nhập hàm $\left(27^{\frac{-1}{3}+\frac{X}{3}}-1-\frac{X}{3}\right)\left(27^{4X}-1-4X\right)$ và chọn start $X=-2$, end $X=15$, step là 1)

Ta nhận thấy $g(-2);g(-1);g(1);g(2);...;g(12)$ đều nhận giá trị âm, tức là $f\left(\frac{1}{3}\right).f(4)<0$.

Nên $y\in\{-2;-1;1;2;3;...;12\}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy $y\in\{-2;-1;1;2;3;...;12\}$, hay có 14 giá trị y

<u>Cách 2: CASIO</u>

Ta có

$27^{3x^2+xy}=(1+xy)27^{12x}\Leftrightarrow 27^{3x^2+xy-12x}=1+xy\ (1)$.

Suy ra $1+xy>0 \Rightarrow y>\frac{-1}{x}$. Mà $x\in\left(\frac{1}{3};4\right)\Rightarrow \frac{1}{3}<x<4\Rightarrow -3<\frac{-1}{x}<\frac{-1}{4}$, nên

$y>-3\Rightarrow y\in\{-2;-1;0;1;2;3...\}$.

$(1)\Leftrightarrow 27^{3x^2+xy-12x}-1-xy=0$. Đặt $f(x)=27^{3x^2+xy-12x}-1-xy$.

Ta có $f\left(\frac{1}{3}\right)=27^{\frac{-1}{3}+\frac{y}{3}}-1-\frac{y}{3}$; $f(4)=27^{4y}-1-4y$

Suy ra $f\left(\frac{1}{3}\right).f(4)=\left(27^{\frac{-1}{3}+\frac{y}{3}}-1-\frac{y}{3}\right)\left(27^{4y}-1-4y\right)=g(y)$.

Dùng chức năng table của máy tính để tính các giá trị $g(y)$ với $y\in\{-2;-1;0;1;2;3...\}$

(nhập hàm $\left(27^{\frac{-1}{3}+\frac{X}{3}}-1-\frac{X}{3}\right)\left(27^{4X}-1-4X\right)$ và chọn start $X=-2$, end $X=15$, step là 1)

- Ta nhận thấy $g(0)=0 \Leftrightarrow f\left(\frac{1}{3}\right).f(4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(\frac{1}{3}\right)=0 \\ f(4)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{3} \\ x=4 \end{array}\right.$, nên $y=0$ loại vì $x\in\left(\frac{1}{3};4\right)$.
- Ta nhận thấy $g(-2);g(-1);g(1);g(2);...;g(12)$ đều nhận giá trị âm, tức là $f\left(\frac{1}{3}\right).f(4)<0$. Mà $f(x)$ liên tục trên $\left(\frac{1}{3};4\right)$ nên $f(x)=0$ tồn tại ít nhất một nghiệm $x\in\left(\frac{1}{3};4\right)$. Tức là $y\in\{-2;-1;1;2;3;...;12\}$ thỏa yêu cầu bài toán.
- Ta nhận thấy $g(y)>0$ với $y\geq 13$.

  Khi $y\geq 13$ thì $f(x)=27^{3x^2+xy-12x}-1-xy>0$, $\forall x\in\left(\frac{1}{3};4\right)$ nên loại $y\geq 13$.

  Vậy $y\in\{-2;-1;1;2;3;...;12\}$, hay có 14 giá trị y

Câu 46. **[2H3-3.2-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x+y-z+3=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình

A. $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{13}$. **B.** $\frac{x+1}{3}=\frac{y}{-5}=\frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{3}=\frac{y}{-5}=\frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z+1}{13}$.

Lời giải

FB tác giả: Lê Hồng Vân

Đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{2}$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_d=(1;1;2)$ và đi qua $M(-1;0;1)$.

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=(2;1;-1)$.

Gọi (α) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P) thì (α) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(\alpha)}=\left[\vec{u}_d,\vec{n}_{(P)}\right]=(-3;5;-1)$

Phương trình mặt phẳng $(\alpha):-3(x+1)+5(y-0)-1(z-1)=0\Leftrightarrow 3x-5y+z+2=0$.

Gọi $d\cap(P)=A$. Ta có $A\in d\Rightarrow A(-1+t;t;2t+1)$.

$A\in(P)$ nên $2(-1+t)+t-1-2t+3=0\Leftrightarrow t=0$.

Suy ra $A(-1;0;1)$.

Đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (P), nên có $\vec{u}_{d'}=\left[\vec{n}_{(\alpha)},\vec{n}_{(P)}\right]=(4;5;13)$ và đi qua $A(-1;0;1)$.

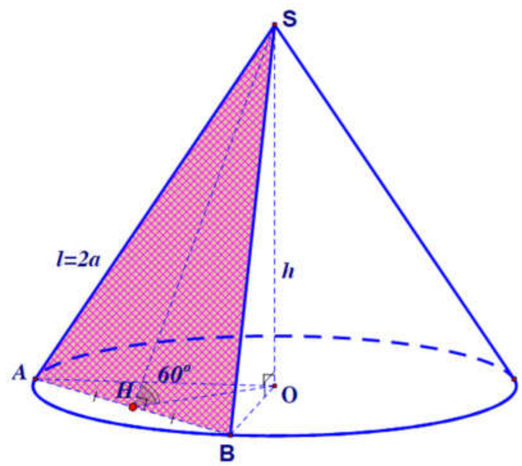
Phương trình của đường thẳng $d':\frac{x+1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{13}$.

Câu 47. [2H2-1.2-3] Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa mặt đáy một góc bằng $60°$, ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $(2a)$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $2\sqrt{7}\pi a^2$. **D.** $2\sqrt{13}\pi a^2$.

Lời giải

FB tác giả: Vũ Huỳnh Đức



Gọi S là đỉnh của hình nón (N) và thiết diện qua đỉnh S thỏa đề bài là tam giác đều SAB.

Gọi O là tâm mặt đáy của (N) và H là hình chiếu của O trên dây cung AB. Ta có

$(SAB)\perp(SHO)\Rightarrow \widehat{(SH,HO)}=\widehat{((SAB),(OAB))}=60°$.

ΔSHO vuông tại O, $SH=\dfrac{SA\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}\Rightarrow \widehat{SHO}=\widehat{(SH,HO)}=60°$ và $SO=SH.\sin 60°=\dfrac{3a}{2}$.

Hình nón (N) có chiều cao $h=SO=\dfrac{3a}{2}$, bán kính đáy $r=OA=\sqrt{SA^2-SO^2}=\dfrac{a\sqrt{7}}{2}$.

Vậy diện tích xung quanh của (N) bằng $S_{xq}=\pi rl=\pi.\dfrac{a\sqrt{7}}{2}.2a=\sqrt{7}\pi a^2$.

Câu 48. [2D4-4.4-3] Trên tập số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=5$.

A. 2 . **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

FB tác giả: Giaonguyen

Ta có $\Delta'=2m+1$.

TH1: $\Delta'=2m+1\ge 0\Leftrightarrow m\ge -\dfrac{1}{2}$, khi đó phương trình có nghiệm $z_0\in\mathbb{R}$.

$|z_0|=5\Leftrightarrow z_0=\pm 5$.

+) $z_0=5\Leftrightarrow m^2-10m+15=0\Leftrightarrow m=5\pm\sqrt{10}$ (TM).

+) $z_0=-5\Leftrightarrow m^2+10m+35=0\Leftrightarrow m\in\varnothing$.

TH2: $m < -\dfrac{1}{2}$, khi đó phương trình đã cho có 2 nghiệm phức z_0 và $\overline{z_0}$;

$$|z_0| = 5 \Leftrightarrow z_0.\overline{z_0} = 25 \Leftrightarrow m^2 = 25 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 5(KTM) \\ m = -5(TM) \end{array}\right..$$

Câu 49. **[2D1-2.6-4]** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-8)(x^2-9), \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x^3+6x|+m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

FB tác giả: Hieu Le

$$g(x) = f(|x^3+6x|+m) \Rightarrow g'(x) = (|x^3+6x|+m)'.f'(|x^3+6x|+m)$$
$$= \frac{(x^3+6x).(3x^2+6)}{|x^3+6x|}.f'(|x^3+6x|+m).$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f'(|x^3+6x|+m) = 0 \end{array}\right.$$

Ta có: $f'(|x^3+6x|+m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |x^3+6x|+m = 8 \\ |x^3+6x|+m = 3 \\ |x^3+6x|+m = -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |x^3+6x| = 8-m \\ |x^3+6x| = 3-m \\ |x^3+6x| = -3-m \end{array}\right..$

Xét hàm số $h(x) = x^3+6x$, vì $h'(x) = 3x^2+6 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $h(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Ta có bảng biến thiên của hàm số $k(x) = |h(x)| = |x^3+6x|$ như sau:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$k'(x)$		$-$	$\Vert$	$+$	
$k(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $g(x) = f(|x^3+6x|+m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị khi phương trình $f'(|x^3+6x|+m) = 0$ có ít nhất hai nghiệm khác 0. Điều này xảy ra khi và chỉ khi $8-m > 0$ hay $m < 8$.

Kết hợp điều kiện m nguyên dương, ta được $m \in \{1;2;3...;7\}$.

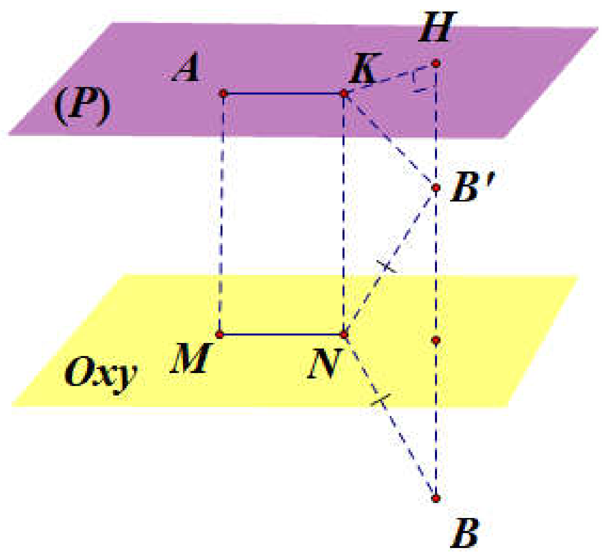
Vậy có 7 giá trị của m thoả mãn.

Câu 50. **[2H3-2.8-4]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2)$ và $B(-2;1;-3)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 1$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

A. $\sqrt{17}$. **B.** $\sqrt{41}$. **C.** $\sqrt{37}$. **D.** $\sqrt{61}$.

Lời giải

Fb tác giả: Phan Thanh Lộc



Ta thấy A, B nằm khác phía đối với mặt phẳng (Oxy)

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua $A(1;-3;2)$ và song song với (Oxy) nên $(P): z = 2$

Gọi H là hình chiếu của B lên (P) $\Rightarrow H(-2;1;2)$

Gọi K thuộc (P) là điểm sao cho $AMNK$ là hình bình hành

Gọi B' là điểm đối xứng của B qua (Oxy) $\Rightarrow B'(-2;1;3)$

Ta có: $|AM - BN| = |AM - B'N| = |KN - B'N| \le KB'$ (1)

Mà $KB' = \sqrt{B'H^2 + HK^2} \le \sqrt{B'H^2 + (HA + AK)^2}$ (2)

Ta có: $B'H = \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2} = 1$,

$HA = \sqrt{3^2 + (-4)^2 + 0^2} = 5$,

$AK = MN = 1$ (vì $AMNK$ là hình bình hành)

Theo (1) và (2) ta có: $|AM - BN| \le KB' \le \sqrt{1^2 + (5+1)^2} = \sqrt{37}$.

Vậy giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ là $\sqrt{37}$.

-------- HẾT--------