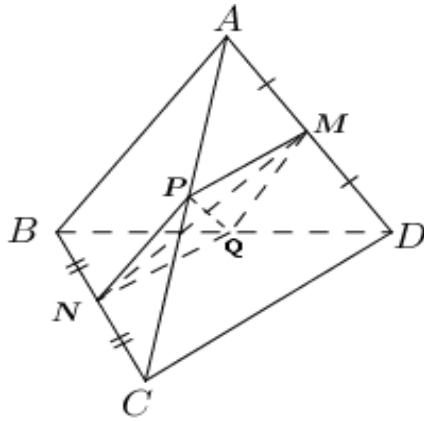


2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

- Câu 74.** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Biết $MN = \sqrt{3}a$, góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng
- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

Lời giải

Chọn C



Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AC và BD . Khi đó ta có

$$\begin{aligned} & PM \parallel NQ \parallel CD \\ & PM = NQ = \frac{CD}{2} \end{aligned} \Rightarrow PMQN \text{ là hình bình hành.}$$

Ta cũng có $MQ \parallel NP \parallel AB, MQ = NP = \frac{AB}{2}$.

Do $AB = CD = 2a \Rightarrow PM = MQ = QN = NP = a$.

Gọi $(AB, CD) = \alpha \Rightarrow \cos \alpha = |\cos(\angle MPN)|$. Áp dụng định lí Côsin ta có

$$MN^2 = PM^2 + PN^2 - 2PM \cdot PN \cdot \cos(\angle MPN)$$

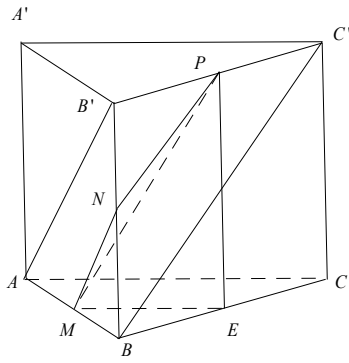
$$\hat{U} \quad 3a^2 = a^2 + a^2 - 2.a.a \cdot \cos(\angle MPN)$$

$$\hat{U} \quad \cos(\angle MPN) = \frac{a^2 + a^2 - 3a^2}{2.a.a} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{nên } \cos \alpha = |\cos(\angle MPN)| = \frac{1}{2} \Rightarrow (AB, CD) = 60^\circ$$

- Câu 75.** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và $AA' = a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng
- A. 90° . B. 30° . C. 60° . D. 45° .

Lời giải



Chọn C

Gọi M, N, P, E lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng $AB, BB', B'C', BC$.

Suy ra $MN \parallel AB'$ và $NP \parallel BC'$. Khi đó góc giữa đường thẳng AB' và BC' là góc giữa hai đường thẳng MN và NP .

$$MN = NP = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Ta có:

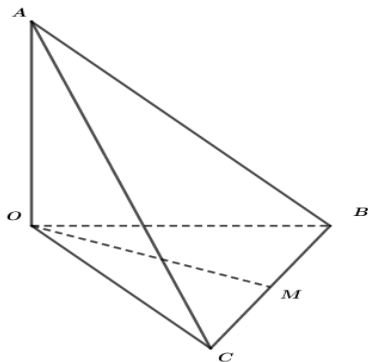
Xét tam giác PEM vuông tại E , $MP^2 = PE^2 + ME^2 = 2a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{9a^2}{4}$.

Áp dụng định lý cosin trong tam giác MNP , ta có

$$\cos MNP = \frac{MN^2 + NP^2 - MP^2}{2 \cdot MN \cdot NP} = \frac{\frac{3a^2}{4} + \frac{3a^2}{4} - \frac{9a^2}{4}}{2 \cdot \frac{3a^2}{4}} = -\frac{1}{2}$$

Do đó góc MNP bằng 120° nên góc giữa đường thẳng AB' và BC' bằng 60° .

Câu 76. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng



A. 90° .

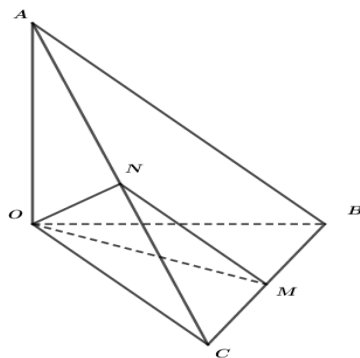
B. 30° .

C. 60° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn C



Đặt $OA = a$ suy ra $OB = OC = a$ và $AB = BC = AC = a\sqrt{2}$

Gọi N là trung điểm AC ta có $MN \parallel AB$ và $MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Suy ra góc $(OM, AB) = (OM, MN)$. Xét $\triangle OMN$

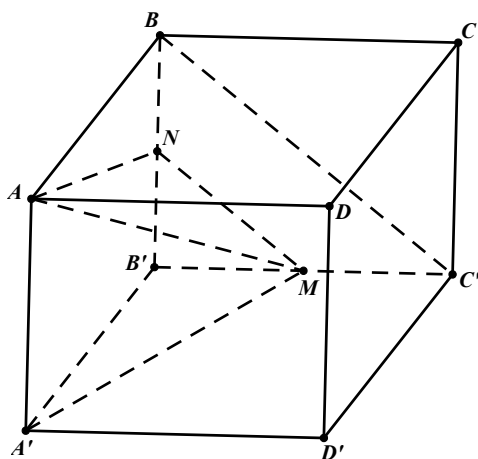
Trong tam giác OMN có $ON = OM = MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên OMN là tam giác đều

Suy ra $\angle OMN = 60^\circ$. Vậy $(OM, AB) = (OM, MN) = 60^\circ$.

- Câu 77.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$; gọi M là trung điểm của $B'C'$. Góc giữa hai đường thẳng AM và BC' bằng
- A. 45° . B. 90° . C. 30° . D. 60° .

Lời giải

Chọn A



Giả sử cạnh của hình lập phương là $a > 0$.

Gọi N là trung điểm đoạn thẳng BB' . Khi đó, $MN \parallel BC'$ nên $(AM, BC') = (AM, MN)$.

Xét tam giác $A'B'M$ vuông tại B' ta có: $A'M = \sqrt{A'B'^2 + B'M^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Xét tam giác $AA'M$ vuông tại A' ta có: $AM = \sqrt{AA'^2 + A'M^2} = \sqrt{a^2 + \frac{5a^2}{4}} = \frac{3a}{2}$.

Có $AN = A'M = \frac{a\sqrt{5}}{2}$; $MN = \frac{BC'}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Trong tam giác AMN ta có:

$$\cos \angle AMN = \frac{MA^2 + MN^2 - AN^2}{2 \cdot MA \cdot MN} = \frac{\frac{9a^2}{4} + \frac{2a^2}{4} - \frac{5a^2}{4}}{2 \cdot \frac{3a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{6a^2}{4} \cdot \frac{4}{6a^2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Suy ra $\angle AMN = 45^\circ$.

Vậy $(AM, BC') = (AM, MN) = \angle AMN = 45^\circ$.

Câu 78. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều với cạnh a . Cạnh SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. M là một điểm khác B và ở trên SB sao cho AM vuông góc với MD . Khi đó, tỉ số $\frac{SM}{SB}$ bằng

A. $\frac{3}{4}$.

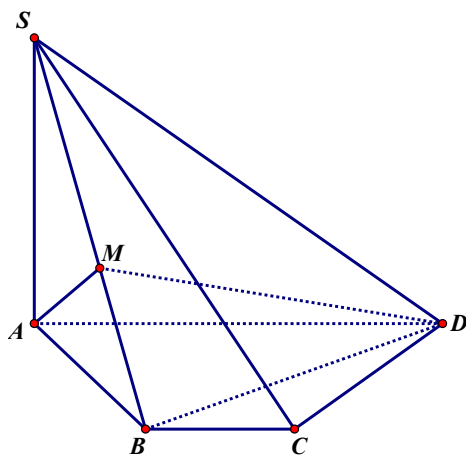
B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{3}{8}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Áp dụng tính chất nửa lục giác đều, ta có $BD \perp AB$.

Mặt khác, $BD \perp SA$. Suy ra $BD \perp (SAB)$, ta được $BD \perp AM$.

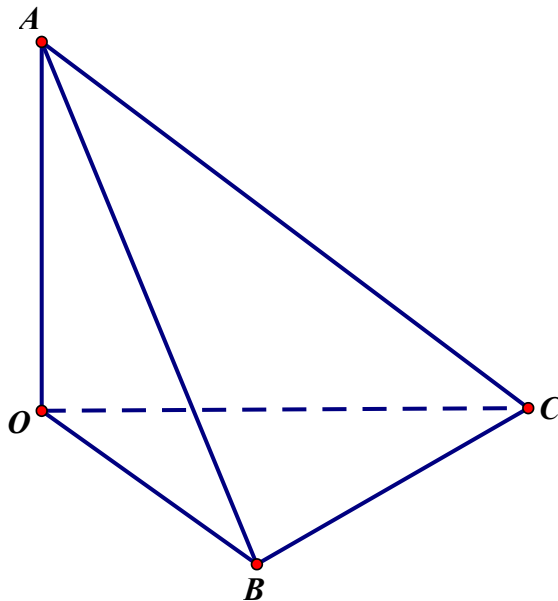
Kết hợp $AM \perp MD$, ta được $AM \perp (SBD)$. Suy ra $AM \perp SB$.

Khi đó $\frac{SM}{SB} = \frac{SM \cdot SB}{SB^2} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{3a^2}{4a^2} = \frac{3}{4}$.

O trên mặt phẳng (ABC) .

$AH \perp BC$ nên H là trực tâm của tam giác ABC .

Câu 79. Xét tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Gọi α, β, γ lần lượt là góc giữa các đường thẳng OA, OB, OC với mặt phẳng (ABC) (hình vẽ).



$$M = (3 + \cot^2 \alpha) \cdot (3 + \cot^2 \beta) \cdot (3 + \cot^2 \gamma)$$

Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức là

- A. Số khác. B. $48\sqrt{3}$. C. 48. D. 125.

Lời giải

Gọi H là trực tâm tam giác ABC , vì tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nên ta

có $OH \perp (ABC)$ và $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$.

Ta có $\alpha = (\overline{OA}; (ABC)) = \angle OAH$, $\beta = (\overline{OB}; (ABC)) = \angle OBH$, $\gamma = (\overline{OC}; (ABC)) = \angle OCH$.

Nên $\sin \alpha = \frac{OH}{OA}$, $\sin \beta = \frac{OH}{OB}$, $\sin \gamma = \frac{OH}{OC}$.

Đặt $a = OA$, $b = OB$, $c = OC$, $h = OH$ thì $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ và

$$\begin{aligned} M &= (3 + \cot^2 \alpha) \cdot (3 + \cot^2 \beta) \cdot (3 + \cot^2 \gamma) = \left(2 + \frac{1}{\sin^2 \alpha}\right) \cdot \left(2 + \frac{1}{\sin^2 \beta}\right) \cdot \left(2 + \frac{1}{\sin^2 \gamma}\right) \\ &= \left(2 + \frac{a^2}{h^2}\right) \cdot \left(2 + \frac{b^2}{h^2}\right) \cdot \left(2 + \frac{c^2}{h^2}\right) = 8 + 4(a^2 + b^2 + c^2) \cdot \frac{1}{h^2} + 2(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) \cdot \frac{1}{h^4} + a^2b^2c^2 \cdot \frac{1}{h^6} \end{aligned}$$

Ta có: $(a^2 + b^2 + c^2) \cdot \frac{1}{h^2} = (a^2 + b^2 + c^2) \cdot \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) \geq 3\sqrt{a^2b^2c^2} \cdot 3\sqrt{\frac{1}{a^2} \cdot \frac{1}{b^2} \cdot \frac{1}{c^2}} = 9$

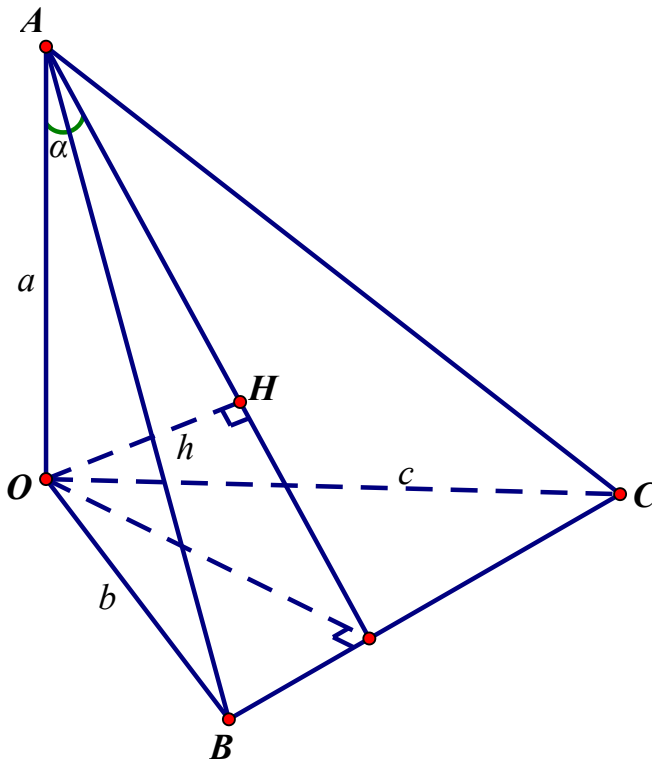
$$\begin{aligned}
(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) \cdot \frac{1}{h^4} &= (a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) \cdot \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right)^2 \\
&\geq 3\sqrt{a^2b^2 \cdot b^2c^2 \cdot c^2a^2} \cdot \left(3\sqrt{\frac{1}{a^2} \cdot \frac{1}{b^2} \cdot \frac{1}{c^2}} \right)^2 = 3\sqrt{a^4b^4c^4} \cdot 9\sqrt{\frac{1}{a^4b^4c^4}} = 27 \\
a^2b^2c^2 \cdot \frac{1}{h^6} &= a^2b^2c^2 \cdot \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right)^3 \geq a^2b^2c^2 \cdot \left(3\sqrt{\frac{1}{a^2} \cdot \frac{1}{b^2} \cdot \frac{1}{c^2}} \right)^3 = 27
\end{aligned}$$

Do đó:

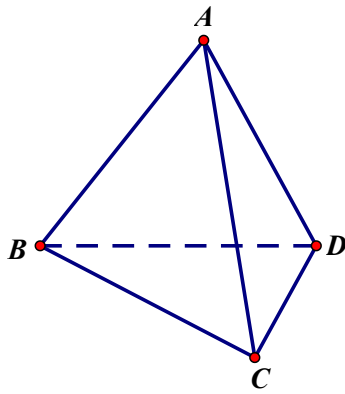
$$\begin{aligned}
M &= 8 + 4(a^2 + b^2 + c^2) \cdot \frac{1}{h^2} + 2(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) \cdot \frac{1}{h^4} + a^2b^2c^2 \cdot \frac{1}{h^6} \\
&\geq 8 + 4 \cdot 9 + 2 \cdot 27 + 27 = 125
\end{aligned}$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$, hay $OA = OB = OC$.

Vậy $\min M = 125$.

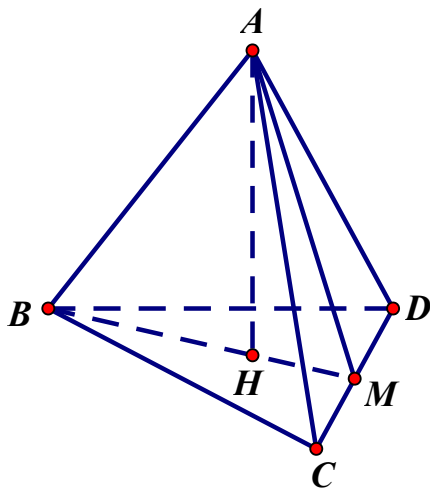


Câu 80. Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD) . Tính $\cos \varphi$.



- A. $\cos \varphi = 0$. B. $\cos \varphi = \frac{1}{2}$. C. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của CD . Ta có $BM = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$.

Gọi H là chân đường cao hạ từ A xuống mặt phẳng (BCD) thì $H \in BM$ và $BH = \frac{2}{3}BM = \frac{AB\sqrt{3}}{3}$.

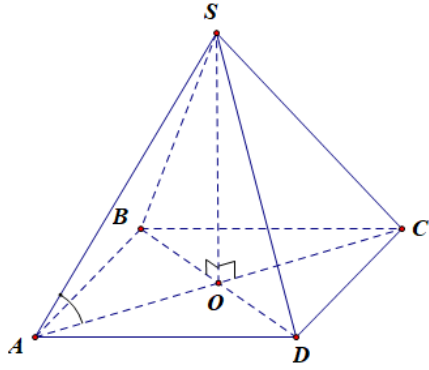
Góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD) là $\angle ABM$.

Ta có $\cos \varphi = \cos \angle ABM = \frac{BH}{AB} = \frac{\frac{AB\sqrt{3}}{3}}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

- Câu 81.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $\sqrt{2}a$. Độ lớn của góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng đáy bằng
- A. 45° . B. 75° . C. 30° . D. 60° .

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, ta có $SO \perp (ABCD)$.

$$(\angle SA, (ABCD)) = (\angle SA, AO) = \angle SAO = \alpha$$

Ta có $OA = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 + BC^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

ΔSAO vuông tại O có $\cos \alpha = \frac{OA}{SA} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$ suy ra $\alpha = 60^\circ$.

Vậy góc giữa SA và $(ABCD)$ bằng 60° .

Câu 82. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $3a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SB = 5a$. Tính $\sin$ của góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

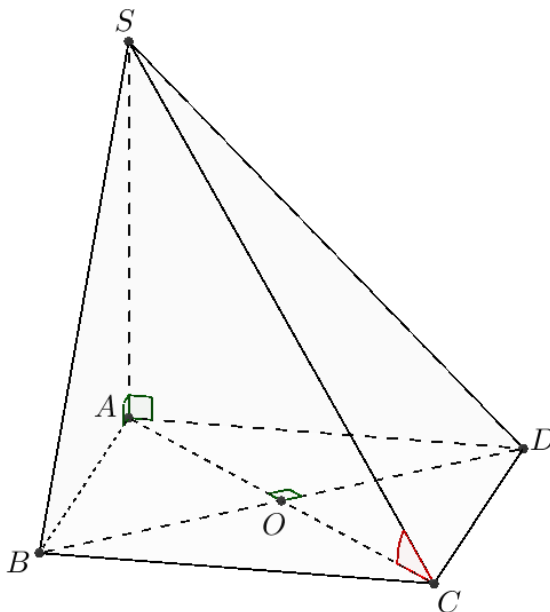
B. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

C. $\frac{3\sqrt{17}}{17}$

D. $\frac{2\sqrt{34}}{17}$

Lời giải

Chọn D



$ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$ nên $AC = 3a\sqrt{2}$

Xét tam giác SAB vuông tại A : $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 4a$

$$SA \perp (ABCD) \Rightarrow (\text{mặt phẳng } SC, (ABCD)) = \text{mặt phẳng } SCA$$

Xét tam giác SAC vuông tại A :

$$SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{34}$$

$$\sin \angle SCA = \frac{SA}{SC} = \frac{2\sqrt{34}}{17}$$

Câu 83. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a$. SA vuông góc với mặt phẳng đáy. $SA = a\sqrt{3}$. Cosin của góc giữa SC và mặt đáy bằng:

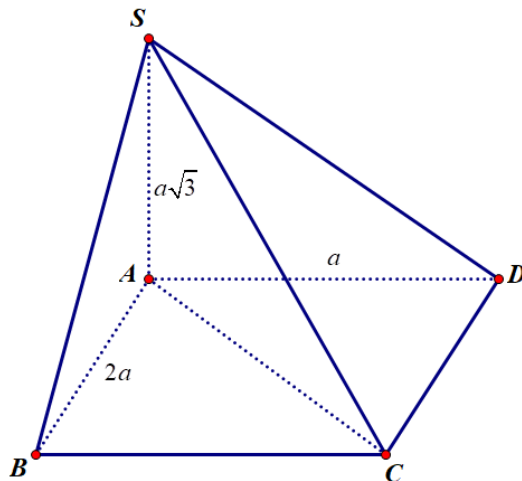
A. $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{7}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{10}}{4}$.

Lời giải



Hình chiếu của SC lên $(ABCD)$ là AC

Do đó $(\text{mặt phẳng } SC, (ABCD)) = \text{mặt phẳng } SCA$

$$AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5} \quad \text{và} \quad SC = 2a\sqrt{2}$$

$$\cos \angle SCA = \frac{AC}{SC} = \frac{a\sqrt{5}}{2a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{4}$$

Trong tam giác vuông SAC :

Câu 84. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Biết tam giác SBC là tam giác đều. Tính số đo của góc giữa SA và (ABC) .

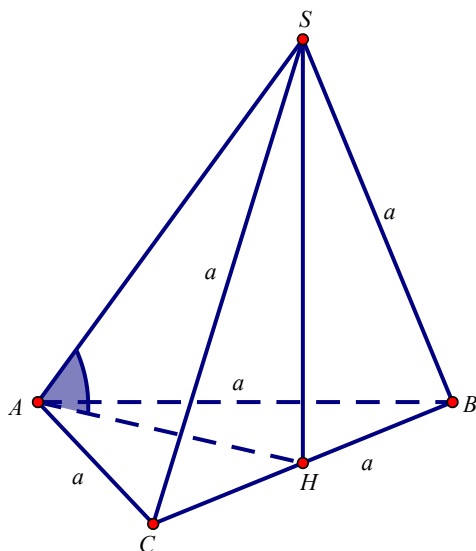
A. 30° .

B. 75° .

C. 60° .

D. 45° .

Lời giải



Dễ thấy AH là hình chiếu vuông góc của SA lên mặt phẳng đáy.

Do đó góc tạo bởi SA và (ABC) là $\widehat{SAH}$.

Mặt khác, $\triangle ABC = \triangle SBC \Rightarrow SH = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Vậy tam giác SAH là tam giác vuông cân đỉnh H hay $\widehat{SAH} = 45^\circ$.

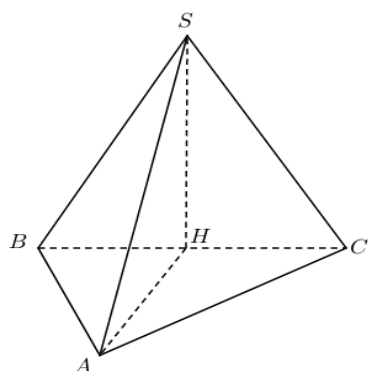
- Câu 85.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Tam giác SBC là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Số đo góc giữa đường thẳng SA và (ABC) bằng:
- A. 45° . B. 30° . C. 75° . D. 60° .

Lời giải

Chọn D

Gọi H là trung điểm cạnh $BC \Rightarrow SH \perp BC$; $SH = \frac{BC\sqrt{3}}{2}$ ($\triangle SBC$ đều)

$$\begin{cases} (SBC) \perp (ABC) \\ (SBC) \cap (ABC) = BC \Rightarrow SH \perp (ABC) \\ SH \perp AB; SH \in (SBC) \end{cases}$$



$$\Rightarrow (\angle SA, (ABC)) = (\angle SA, AH) = \angle SAH$$

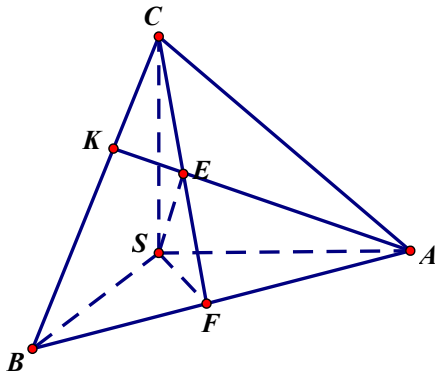
$\triangle ABC$ vuông tại A ; H là trung điểm $BC \Rightarrow AH = \frac{BC}{2}$

$$H \Rightarrow \tan \angle SAH = \frac{SH}{AH} = \frac{\frac{BC \cdot \sqrt{3}}{2}}{\frac{BC}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle SAH = 60^\circ$$

$\triangle SAH$ vuông tại

- Câu 86.** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = SB = SC = a$. sin của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng
- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{2}{\sqrt{6}}$.

Lời giải



Trong tam giác ABC kẻ đường cao AK và CF và $AK \cap CF = \{E\}$ nên E là trực tâm tam giác ABC .

$$\begin{cases} SC \perp SA \\ SC \perp SB \Rightarrow SC \perp (SAB) \end{cases} \text{ hay } SC \perp AB$$

Mà $CF \perp AB$ nên $AB \perp (SCF) \Rightarrow AB \perp SE$. Chứng minh tương tự ta được $BC \perp (SAK) \Rightarrow BC \perp SE$. Vậy $SE \perp (ABC)$.

Ta có CE là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (ABC) .

$$(\angle SC, (ABC)) = (\angle SC, CE) = \angle SCE$$

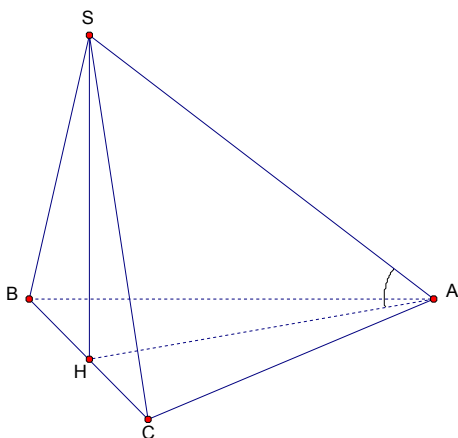
Ta có tam giác SCF vuông tại S nên $\frac{1}{SE^2} = \frac{1}{SC^2} + \frac{1}{SF^2}$. Mặt khác tam giác SAB vuông tại

$$S \text{ nên } \frac{1}{SF^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2}. \text{ Suy ra } \frac{1}{SE^2} = \frac{1}{SC^2} + \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{SE^2} = \frac{3}{a^2} \Leftrightarrow SE = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

$$\sin \angle SCE = \frac{SE}{SC} = \frac{a}{\sqrt{3}} : a = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

- Câu 87.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) là trung điểm của cạnh BC . Biết $\triangle SBC$ đều, tính góc giữa SA và (ABC)
- A. 45° B. 90° C. 30° D. 60°

Lời giải



Gọi H là trung điểm của BC suy ra $SH \perp (ABC)$

Do đó hình chiếu của SA lên mặt phẳng (ABC) là AH

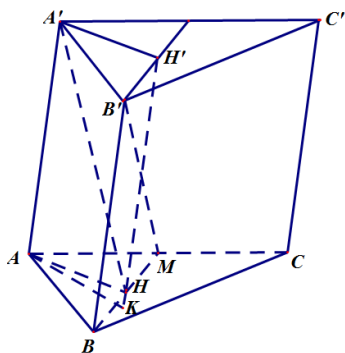
Do $\triangle ABC$ và $\triangle SBC$ đều cạnh a nên $SH = AH \Rightarrow \triangle SAH$ vuông cân tại H

$$\Rightarrow (SA, (ABC)) = \angle SAH = 45^\circ$$

- Câu 88.** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $\angle ACB = 30^\circ$. M là trung điểm AC . Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BM . Khoảng cách từ C' đến mặt phẳng (BMB') bằng $\frac{3a}{4}$. Tính số đo góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy của hình lăng trụ.
- A. 60° B. 30° C. 90° D. 45°

Lời giải

Chọn A



Ta có:
$$d(C', (BMB')) = d(C, (BMB')) = d(A, (BMB')) = \frac{3a}{4}$$

Trong tam giác ABC có: $AC = 2a, BM = a, AM = a$ suy ra tam giác ABM là tam giác đều cạnh a .
 Dựng hình bình hành $AA'H'H$ suy ra $H' \in (BMB')$, K là hình chiếu của A lên $H'H$.

$$\begin{cases} BM \perp AH \\ BM \perp A'H \end{cases} \Rightarrow BM \perp (AA'H'H) \Rightarrow BM \perp AK$$

$$\begin{cases} AK \perp BM \\ AK \perp HH' \end{cases} \Rightarrow AK \perp (BMB') \Rightarrow d(A, (BMB')) = AK = \frac{3a}{4}$$

Trong hình bình hành $AA'H'H$ ta có $AK \cdot HH' = A'H \cdot AH \Rightarrow \frac{A'H}{HH'} = \frac{AK}{AH} = \frac{3a}{4} \cdot \frac{2}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Mặt khác: $(\angle AA', (ABC)) = (\angle AA', AH) = \angle AA'H$

Trong tam giác vuông $AA'H$ có $\sin \angle AA'H = \frac{A'H}{AA'} = \frac{A'H}{HH'} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle AA'H = 60^\circ$

Câu 89. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , $SO \perp (ABCD)$. Góc giữa SA và mặt phẳng (SBD) là góc

A. $\angle ASO$.

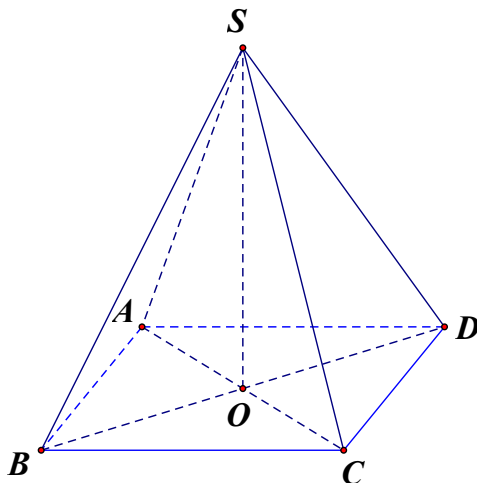
B. $\angle SAO$.

C. $\angle SAC$.

D. $\angle ASB$.

Lời giải

Chọn A



Vì $ABCD$ là hình thoi $\Rightarrow AO \perp BD$.

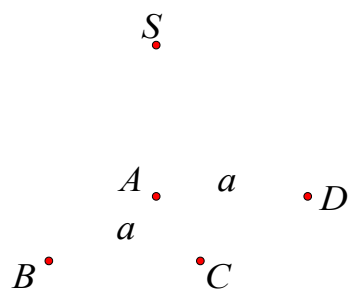
Mà $AO \perp SO$ do $SO \perp (ABCD)$. Suy ra $AO \perp (SBD)$ hay O là hình chiếu của A lên (SBD) .

Suy ra góc giữa SA và mặt phẳng (SBD) là góc $\angle ASO$ ($\angle ASO < 90^\circ$ do $\triangle SAO$ vuông ở O).

Câu 90. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tìm số đo của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) .

A. 45° .B. 30° .C. 90° .D. 60° .

Lời giải



Dễ thấy $CB \perp (SAB) \Rightarrow SB$ là hình chiếu vuông góc của SC lên (SAB) .

Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) là $\widehat{CSB}$.

Tam giác CSB có $\widehat{B} = 90^\circ; CB = a; SB = a\sqrt{3} \Rightarrow \tan \widehat{CSB} = \frac{CB}{SB} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Vậy $\widehat{CSB} = 30^\circ$.

Câu 91. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc tạo bởi giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) , khi đó α thỏa mãn hệ thức nào sau đây:

- A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{8}$ B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{8}$ C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$ D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

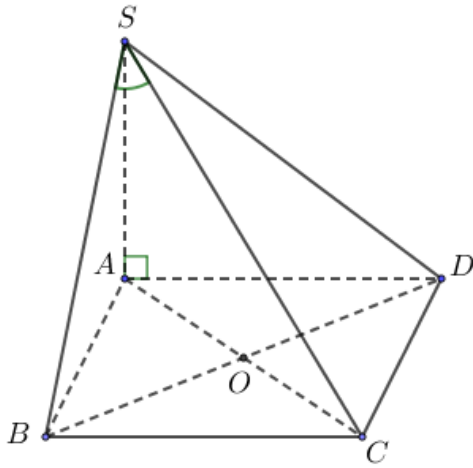
Gọi O là tâm của đáy $ABCD$.

Ta có $BO \perp AC$ và $BO \perp SA$ nên SO là hình chiếu của SB trên (SAC) .

Suy ra $\alpha = \widehat{BSO}$.

Lại có $BO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = 2a$. Suy ra $\sin \alpha = \frac{BO}{SB} = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 92. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$ (hình vẽ). Gọi α là góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) . Tính $\sin \alpha$ ta được kết quả là:



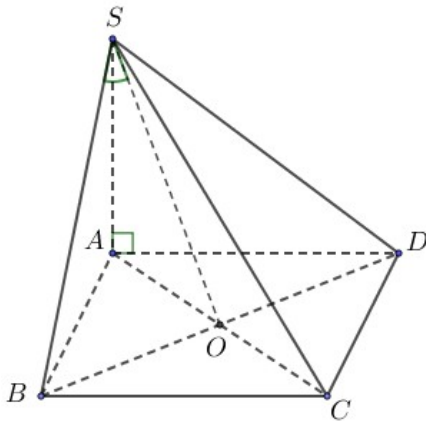
A. $\frac{1}{\sqrt{14}}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{1}{5}$

Lời giải



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ thì $BO \perp (SAC) \Rightarrow \alpha = (\widehat{SB}, (SAC)) = \widehat{BSO}$.

Ta có $SB = a\sqrt{7}$, $\sin \alpha = \frac{BO}{SB} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{7}} = \frac{1}{\sqrt{14}}$.

Câu 93. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 4a$, $AD = 3a$. Các cạnh bên đều có độ dài $5a$. Tính góc nhị diện $[S, BC, O]$

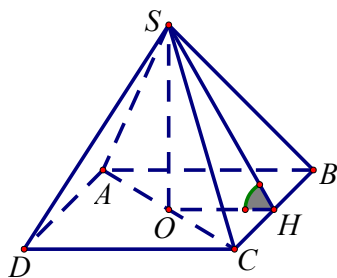
A. $\alpha \approx 75^\circ 46'$

B. $\alpha \approx 71^\circ 21'$

C. $\alpha \approx 68^\circ 31'$

D. $\alpha \approx 65^\circ 21'$

Lời giải



Gọi O , H lần lượt là trung điểm của AC và BC .

Xét tam giác SHC vuông tại H ta có: $SH = \sqrt{SC^2 - HC^2} = \sqrt{(5a)^2 - \left(\frac{3}{2}a\right)^2} = \frac{\sqrt{91}a}{2}$.

Vì $SA = SB = SC = SD = 5a$ nên $SO \perp (ABCD)$.

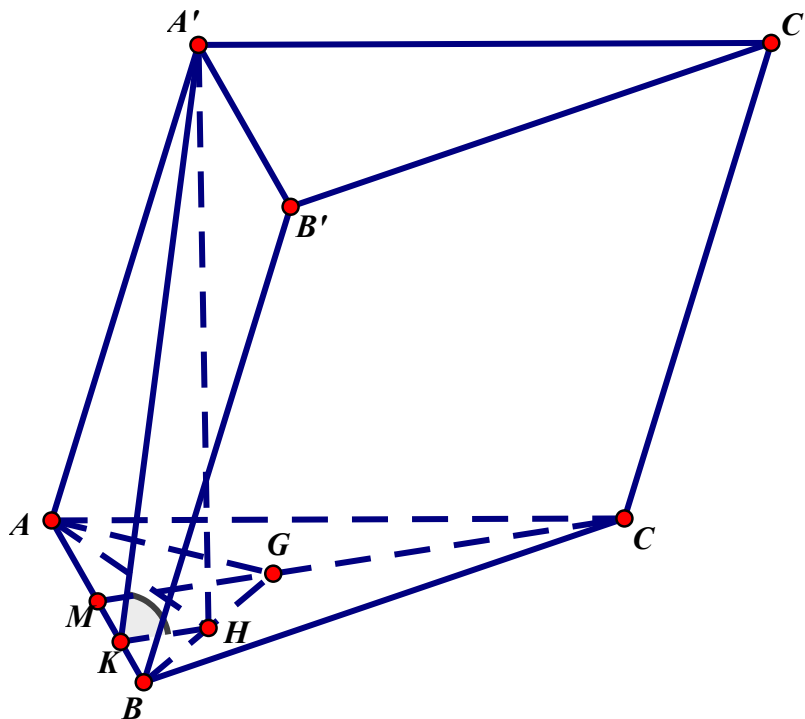
Ta có: $(SBC) \cap (ABCD) = BC$, $SH \perp BC$, $OH \perp BC$, suy ra góc giữa (SBC) và $(ABCD)$ bằng $\angle SHO = \alpha$.

Xét tam giác SOH vuông tại O , ta có: $\cos \alpha = \frac{OH}{SH} = \frac{\frac{2a}{\sqrt{91}}}{\frac{\sqrt{91}a}{2}} = \frac{4\sqrt{91}}{91} \Rightarrow \alpha \approx 65^\circ 21'$.

Câu 94. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên $AA' = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của đoạn BG (với G là trọng tâm tam giác ABC). Tính cosin của góc φ giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(ABB'A')$.

- A. $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{95}}$ B. $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{165}}$ C. $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{134}}$ D. $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{126}}$.

Lời giải



- Gọi H là trung điểm BG , theo giả thiết $A'H \perp (ABC)$.

- Gọi M , K lần lượt là trung điểm của AB và BM

$$\Rightarrow \begin{cases} CM \perp AB \\ HK \parallel CM \Rightarrow HK \perp AB \Rightarrow (A'HK) \perp AB \end{cases}$$

$\Rightarrow \angle A'KH = \varphi$ là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(ABB'A')$

- Ta có: $AB = a$, $AG = BG = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AH^2 = \frac{AB^2 + AG^2}{2} - \frac{BG^2}{4} = \frac{7a^2}{12}$

$\Rightarrow A'H^2 = A'A^2 - AH^2 = \frac{41a^2}{12}$; $HK = \frac{1}{2}GM = \frac{a\sqrt{3}}{12} \Rightarrow A'K^2 = A'H^2 + HK^2 = \frac{165a^2}{48}$

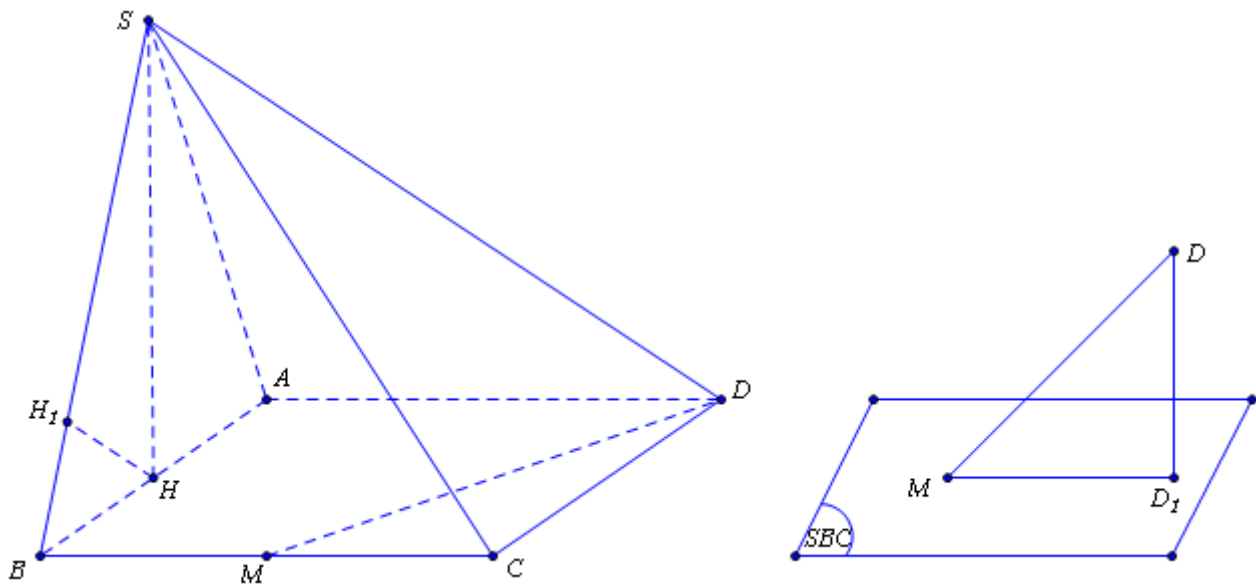
$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{HK}{A'K} = \frac{1}{\sqrt{165}}$

Câu 95. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính sin của góc tạo bởi đường MD và mặt phẳng (SBC)

- A. $\frac{\sqrt{13}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{13}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{15}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$

Lời giải

Chọn C



Gọi D_1 là hình chiếu vuông góc của D trên (SBC) .

Gọi α là góc tạo bởi đường MD và mặt phẳng (SBC) . Khi đó:

$$\sin \alpha = \frac{DD_1}{MD}$$

Ta có $MD = \sqrt{CD^2 + CM^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

Gọi H là chân đường cao kẻ từ S của $\triangle SAB$. Khi đó do tam giác SAB đều và

$$(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD) \text{ và } SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Kẻ $HH_1 \perp SB \Rightarrow HH_1 \perp (SBC) \Rightarrow d(H, (SBC)) = HH_1$ và ta có

$$\frac{1}{HH_1^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{BH^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} \Rightarrow HH_1 = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

Ta có $DD_1 = d(D, (SBC)) = d(A, (SBC)) = 2d(H, (SBC)) = 2HH_1 = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Do đó $\sin \alpha = \frac{DD_1}{MD} = \frac{\sqrt{15}}{5}$

Câu 96. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OB = OC = a\sqrt{6}, OA = a$. Tính góc nhị diện $[A, BC, O]$

A. 60° .

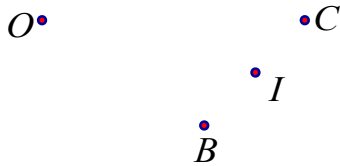
B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải

A.



Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow AI \perp BC$. Mà $OA \perp BC$ nên $AI \perp BC$.

$$\begin{cases} (OBC) \cap (ABC) = BC \\ BC \perp AI \\ BC \perp OI \end{cases} \Rightarrow ((OBC), (ABC)) = (\angle OI, AI) = \angle OIA$$

Ta có:

Ta có: $OI = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\sqrt{OB^2 + OC^2} = a\sqrt{3}$

Xét tam giác OAI vuông tại A có $\tan \angle OIA = \frac{OA}{OI} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \angle OIA = 30^\circ$

Vậy $[A, BC, O] = 30^\circ$.

Câu 97. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC đều cạnh $2a$, SB tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° . Khi đó $\text{mp}(SBC)$ tạo với đáy một góc x . Tính $\tan x$.

A. $\tan x = 2$.

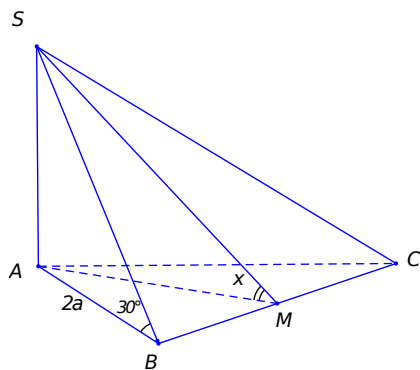
B. $\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. $\tan x = \frac{3}{2}$.

D. $\tan x = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow AB$ là hình chiếu của AB lên (ABC) .

Do đó $\angle SBA = (\overline{SB}, (ABC)) = 30^\circ$, $SA = AB \tan 30^\circ = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Gọi M là trung điểm của BC , ta có

ΔABC đều cạnh $2a \Rightarrow AM = \frac{2a\sqrt{3}}{2}$

Và $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AM \perp BC \\ SM \perp BC \end{cases} \Rightarrow \angle SMA = (\overline{SB}, (ABC)) = x$.

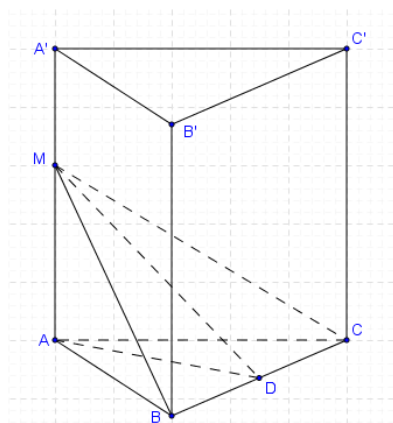
Vậy $\tan x = \frac{SA}{AM} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{2}{2a\sqrt{3}} = \frac{2}{3}$.

Câu 98. Lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M là điểm trên cạnh AA' sao cho $AM = \frac{3a}{4}$. Tang của góc nhị diện $[M, BC, A]$:

- A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi D là trung điểm của BC .

Ta có $(MBC) \cap (ABC) = BC$.

$$\text{Và } \begin{cases} BC \perp AD \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AMD)$$

Do đó $\alpha = [M, BC, A] = \angle MDA$, (vì tam giác MAD vuông tại A).

$$\text{Vậy } \tan \alpha = \frac{AM}{AD} = \frac{3a}{4} \cdot \frac{2}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 99. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = \frac{a\sqrt{6}}{6}$. Khi đó góc nhị diện $[S, BD, A]$.

A. 60°

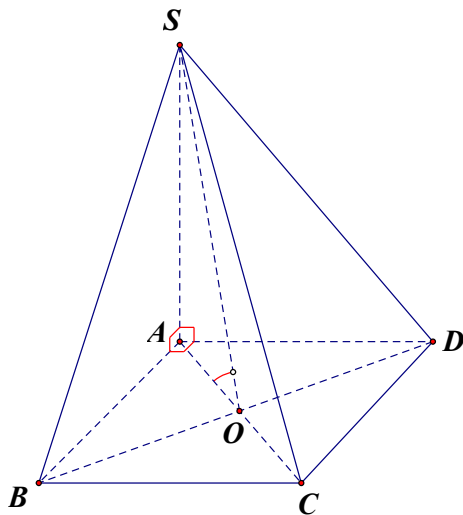
B. 45°

C. 30°

D. 75°

Lời giải

Chọn C



Gọi $O = AC \cap BD$ ta có $SO \perp BD, AO \perp BD$

Khi đó góc nhị diện $[S, BD, A]$ là góc $\angle SOA$

Xét tam giác vuông SOA có $SA = \frac{a\sqrt{6}}{6}; OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$$\tan \angle SOA = \frac{SA}{OA} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{6}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Nên $\angle SOA = 30^\circ$, suy ra góc $\angle SOA = 30^\circ$

Khi đó góc nhị diện $[S, BD, A]$ bằng 30°

Câu 100. Cho tứ diện $ABCD$ có BCD là tam giác vuông tại đỉnh B , cạnh $CD = a$, $BD = \frac{a\sqrt{6}}{3}$, $AB = AC = AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính góc nhị diện $[A, BC, D]$

A. $\frac{\pi}{4}$.

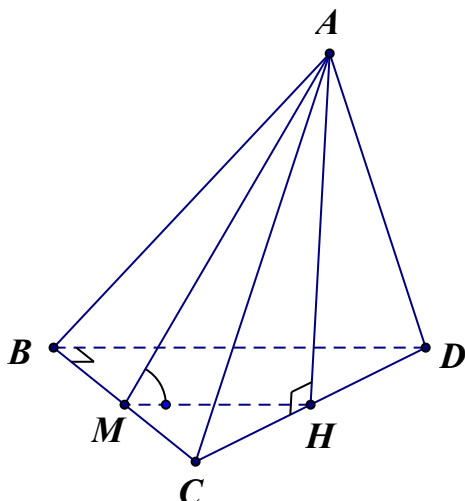
B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{\pi}{6}$.

D. $\arctan 3$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M và H lần lượt là trung điểm BC và CD . Do $AB = AC = AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và H là chân đường tròn ngoại tiếp tam giác đáy BCD nên $AH \perp (BCD)$.

Ta có
$$\begin{cases} BC \perp MH \\ BC \perp AH \\ MH, AH \subset (AMH) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AMH)$$

Suy ra
$$\begin{cases} BC \perp MH \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow [A, BC, D] = \angle AMH$$

$$\tan \angle AMH = \frac{AH}{MH} = \frac{\sqrt{AB^2 - BH^2}}{\frac{1}{2}BD} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3}} = \sqrt{3}$$

Suy ra $\angle AMH = \frac{\pi}{3}$.

Câu 101. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , biết $AB = AC = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính góc nhị diện $[B, SA, C]$

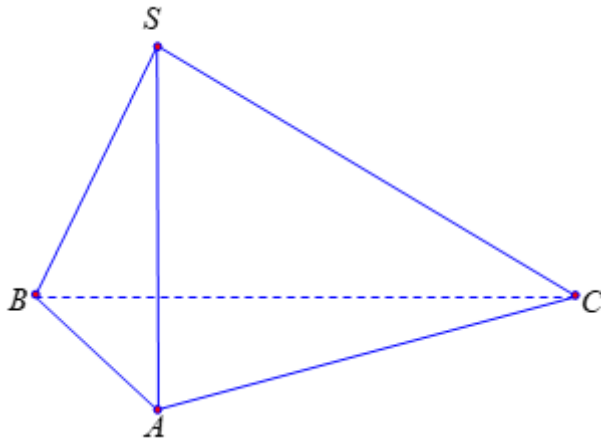
A. 30° .

B. 150° .

C. 60° .

D. 120° .

Lời giải



Vì $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp AB$ và $SA \perp AC$.

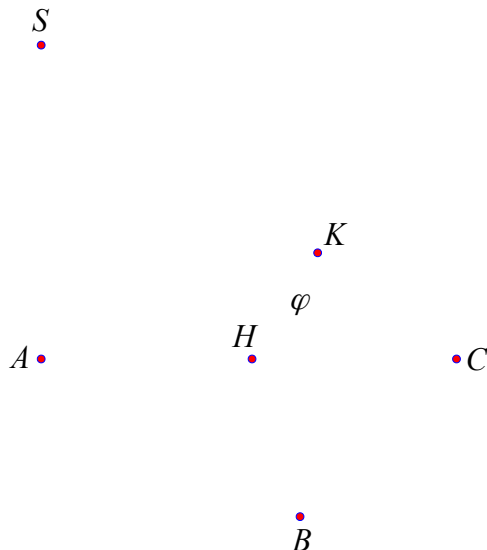
$$\text{ta có: } \begin{cases} (SAB) \cap (SAC) = SA \\ SA \perp AB \\ SA \perp AC \end{cases} \Rightarrow [B, SA, C] = \widehat{BAC}.$$

$$\text{Xét } \triangle ABC \text{ có } \cos \widehat{BAC} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{a^2 + a^2 - (a\sqrt{3})^2}{2 \cdot a \cdot a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BAC} = 120^\circ.$$

$$\text{Vậy } [B, SA, C] = 120^\circ.$$

- Câu 102.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = BC = a$ và $SA = a$. Góc nhị diện $[B, SC, A]$
- A. 60° . B. 90° . C. 30° . D. 45° .

Lời giải



Gọi H là trung điểm cạnh AC

Ta có $(SAC) \perp (ABC)$ (vì $SA \perp (ABC)$) và $BH \perp AC \Rightarrow BH \perp (SAC)$.

Trong mặt phẳng (SAC) , kẻ $HK \perp SC$ thì $SC \perp (BHK) \Rightarrow SC \perp BK$.

$$\Rightarrow [B, SC, A] = \angle K H = \varphi$$

Mặt khác

Tam giác ABC vuông cân tại B có $AB = BC = a$ nên $AC = a\sqrt{2}$ và $BH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Hai tam giác CKH và CAS đồng dạng nên $HK = \frac{HC.SA}{SC} \Leftrightarrow HK = \frac{HC.SA}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Tam giác BHK vuông tại H có $\tan \varphi = \frac{BH}{BK} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = 60^\circ$.

Vậy $[B, SC, A] = 60^\circ$.

Câu 103. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác ABD đều cạnh bằng 2, tam giác ABC vuông tại B , $BC = \sqrt{3}$.
 $\frac{\sqrt{11}}{2}$

Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB và CD bằng $\frac{\sqrt{11}}{2}$. Khi đó độ dài cạnh CD là

A. $\sqrt{2}$.

B. 2.

C. 1.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Dựng hình chữ nhật $ABCE$, gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, CE , $MH \perp DN$ tại H

Ta có

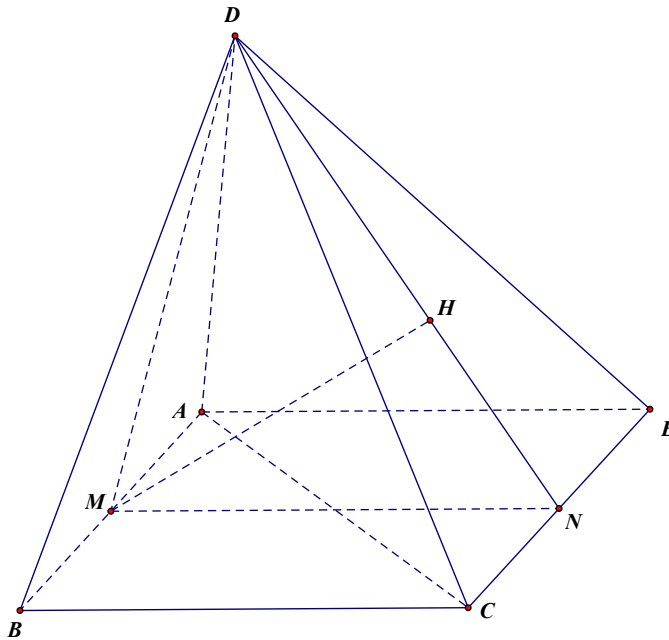
$$\begin{cases} AB \perp DM \\ AB \perp MN \end{cases} \Rightarrow AB \perp (DMN) \Rightarrow CE \perp (DMN) \Rightarrow MH \perp CE$$

$$\begin{cases} MH \perp DN \\ MH \perp CE \end{cases} \Rightarrow MH \perp (CDE) \text{ tại } H \Rightarrow d(AB, CD) = d[M; (CDE)] = MH = \frac{\sqrt{11}}{2}$$

Tam giác DMN có $DM = MN = \sqrt{3} \Rightarrow H$ là trung điểm DN , mà $HN = \sqrt{MN^2 - MH^2} = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow DN = 1$$

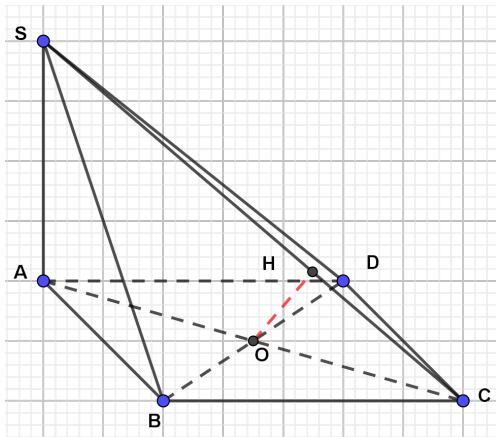
Xét tam giác DNC vuông tại N $CD = \sqrt{DN^2 + CN^2} = \sqrt{2}$.



- Câu 104.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a$, $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Gọi O là tâm của $ABCD$, tính khoảng cách từ O đến SC .
- A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

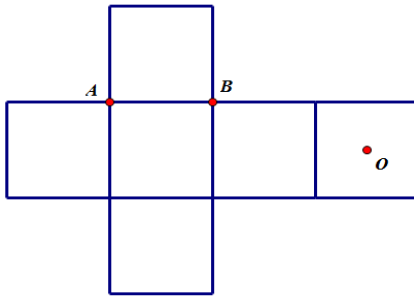


Kẻ $OH \perp SC \Rightarrow d(O, SC) = OH$.

$$OC = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}; \quad SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{6}$$

$$\Delta OHC \approx \Delta SAC \Rightarrow \frac{OH}{OC} = \frac{SA}{SC} \Rightarrow OH = \frac{OC \cdot SA}{SC} = \frac{a\sqrt{2} \cdot 2a}{2a\sqrt{6}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

- Câu 105.** Một hình lập phương được tạo thành khi xếp miếng bìa carton như hình vẽ bên.

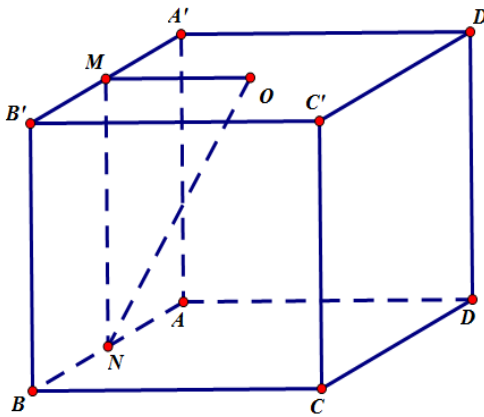


Tính khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng AB sau khi xếp, biết rằng độ dài đoạn thẳng AB bằng $2a$.

- A. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. D. $a\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D



Sau khi xếp miếng bìa lại ta được hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $2a$, O là tâm của $A'B'C'D'$.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, A'B$.

$$\Rightarrow MN = AA' = 2a, \quad OM = \frac{1}{2} A'D' = a.$$

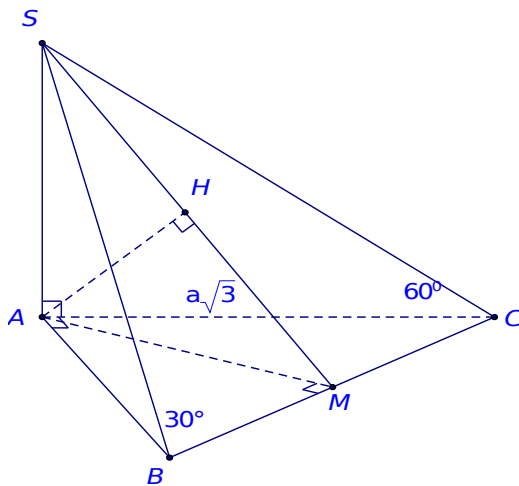
Lại có:
$$\begin{cases} AB \perp OM \\ AB \perp MN \end{cases} \Rightarrow AB \perp ON \Rightarrow d(O, AB) = ON = \sqrt{OM^2 + MN^2} = a\sqrt{5}.$$

Câu 106. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC là tam giác vuông tại A , $AC = a\sqrt{3}$, $\angle ABC = 30^\circ$. Góc giữa SC và mặt phẳng ABC bằng 60° . Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{35}}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{35}}$. C. $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{35}}$. D. $\frac{3a}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn D



Dựng $AM \perp BC$; $AH \perp SM$

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} AM \perp BC \\ SA \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow AH \perp BC \text{ và } AH \perp SM \Rightarrow AH \perp (SBC)$$

$$\Rightarrow d(A; SBC) = AH$$

Tam giác SAC vuông tại $A \Rightarrow SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3a$

$$\Delta SAC = \Delta BAC \text{ (g - c - g)} \Rightarrow SA = BA = 3a$$

$$\text{Tam giác } ABC \text{ vuông tại } A \Rightarrow \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{9a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{9a^2}$$

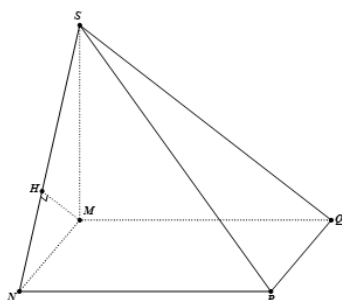
$$\text{Tam giác } SAM \text{ vuông tại } A \Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2} \Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{9a^2} + \frac{4}{9a^2} = \frac{5}{9a^2} \Rightarrow AH = \frac{3a}{\sqrt{5}}$$

Câu 107. Cho hình chóp $S.MNPQ$ có đáy là hình vuông cạnh $MN = 3a\sqrt{2}$, SM vuông góc với mặt phẳng đáy, $SM = 3a$, với $0 < a \in \mathbb{R}$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SNP) bằng

A. $a\sqrt{3}$. B. $2a\sqrt{6}$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu của M trên SN . Ta có:

$$\begin{cases} NP \perp MN \\ NP \perp SM \end{cases} \Rightarrow NP \perp (SMN) \quad \text{mà } SH \subset (SMN) \Rightarrow NP \perp SH$$

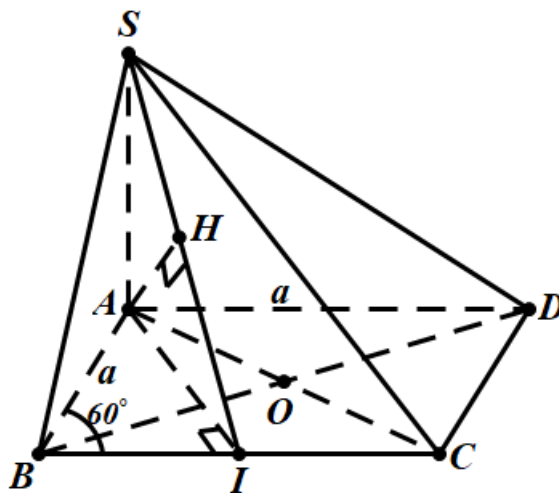
$$\begin{cases} SH \perp NP \\ SH \perp SN \end{cases} \Rightarrow SH \perp (SNP) \quad \text{hay khoảng cách từ điểm } M \text{ đến mặt phẳng } (SNP) \text{ bằng } MH.$$

Trong tam giác vuông SMN có $MH = \frac{MN \cdot SM}{\sqrt{MN^2 + SM^2}} = \frac{3a \cdot 3a\sqrt{2}}{\sqrt{9a^2 + 18a^2}} = a\sqrt{6}$.

- Câu 108.** Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thoi tâm O cạnh a , $\angle ABC = 60^\circ$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = \frac{3a}{2}$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) bằng
- A. $\frac{3a}{8}$. B. $\frac{5a}{8}$. C. $\frac{3a}{4}$. D. $\frac{5a}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Cách 1:

Xét $\triangle ABC$ đều do $\angle ABC = 60^\circ$ và $AB = BC$.

Lấy I là trung điểm BC , kẻ $AH \perp SI$ tại H .

Ta có: $AI \perp BC$, mà $BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAI)$, $AH \subset (SAI) \Rightarrow BC \perp AH$.

Từ và $\Rightarrow AH \perp (SBC)$ tại $H \Rightarrow AH = d(A, (SBC))$.

Ta có: $\triangle ABC$ đều cạnh $a \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét $\triangle SAI$ vuông tại A có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{4}{9a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{16}{9a^2} \Rightarrow AH = \frac{3a}{4} = d(A, (SBC))$$

Ta có:

$$\frac{d(O, (SBC))}{d(A, (SBC))} = \frac{OC}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(O, (SBC)) = \frac{1}{2} d(A, (SBC)) = \frac{3a}{8}$$

Câu 109. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là điểm I thuộc cạnh BC . Tính khoảng cách từ A tới mặt phẳng $(A'BC)$.

A. $\frac{2}{3}a$

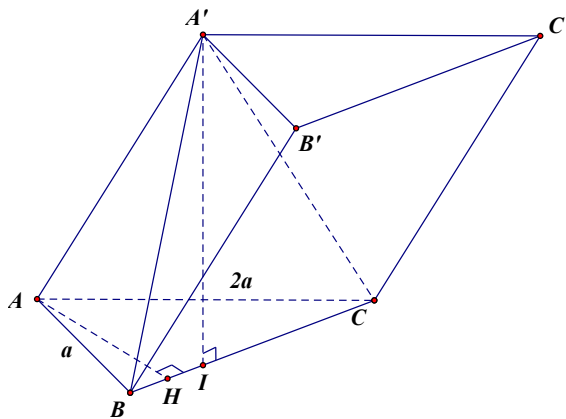
B. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$

D. $\frac{1}{3}a$

Lời giải

Chọn C



Xét tam giác ABC có $AB = a$, $AC = 2a \Rightarrow BC = a\sqrt{5}$.

Trong mp (ABC) kẻ $AH \perp BC$, $H \in BC$.

Ta có:
$$\begin{cases} (ABC) \perp (A'BC) \\ (ABC) \cap (A'BC) = BC \Rightarrow AH \perp (A'BC) \Rightarrow d(A, (A'BC)) = AH \\ AH \perp BC \end{cases}$$

Trong tam giác vuông ABC ta có $AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{2\sqrt{5}}{5}a \Rightarrow d(A, (A'BC)) = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$.

Câu 110. Cho hình chóp $S.ABCD$ có các mặt phẳng (SAB) , (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, đáy là hình thang vuông tại các đỉnh A và B , có $AD = 2AB = 2BC = 2a$, $SA = AC$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

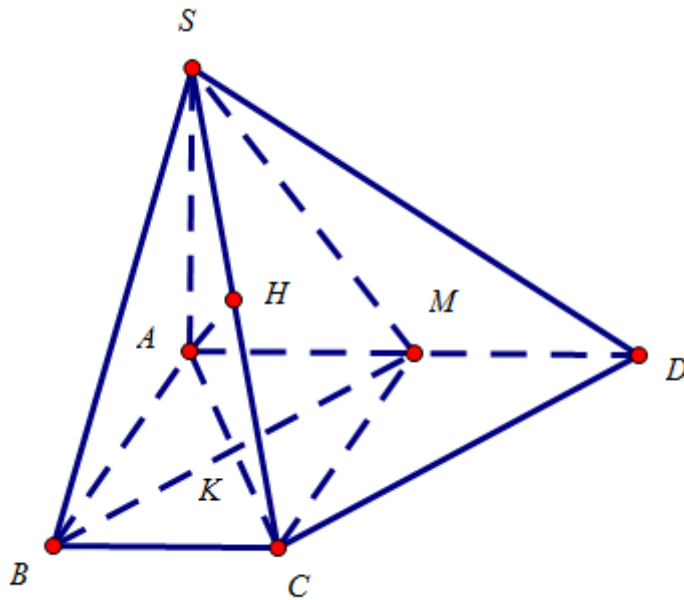
B. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$

Lời giải

Chọn D



Theo giả thiết $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC$; $SA = AC = a\sqrt{2}$.

Gọi M là trung điểm của AD . Ta có: $BM \parallel CD \Rightarrow CD \parallel (SBM)$

$$\Rightarrow d(CD; SB) = d(CD; (SBM)) = d(C; (SBM)) = d(A; (SBM))$$

Theo giả thiết và theo cách dựng ta có $ABCM$ là hình vuông cạnh a .

Gọi $K = AC \cap BM \Rightarrow AK \perp BM \Rightarrow BM \perp (SAC)$

Dựng $AH \perp SB$. Khi đó: $d(A; (SBM)) = AH$

Xét tam giác SAC vuông tại A , đường cao AH có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{2}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{10}}{5}$$

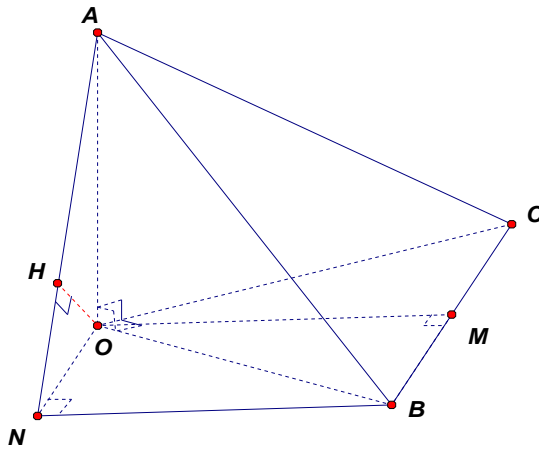
Câu 111. Cho tứ diện $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, $OA = a$ và $OB = OC = 2a$.

Gọi M là trung điểm của BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. B. a . C. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. D. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $\triangle OBC$ vuông cân tại O , M là trung điểm của BC

$$\Rightarrow OM \perp BC$$

Dựng hình chữ nhật $OMBN$, ta có
$$\begin{cases} OM \parallel BN \\ BN \subset (ABN) \end{cases} \Rightarrow OM \parallel (ABN)$$

$$\Rightarrow d(AB, OM) = d(OM, (ABN)) = d(O, (ABN))$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên AN ta có:

$$\begin{cases} BN \perp ON \\ BN \perp OA \end{cases} \Rightarrow BN \perp (OAN) \Rightarrow OH \perp BN \text{ mà } OH \perp AN$$

$$\Rightarrow OH \perp (ABN) \Rightarrow d(O, (ABN)) = OH$$

$\triangle OAN$ vuông tại O , đường cao OH

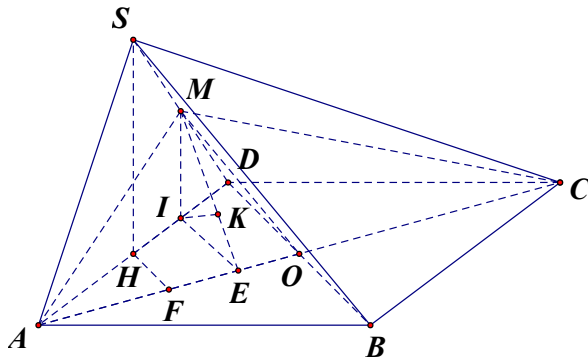
$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{1}{OH^2} &= \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{ON^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{BM^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{4}{BC^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{4}{OB^2 + OC^2} \\ &= \frac{1}{a^2} + \frac{4}{4a^2 + 4a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow OH^2 = \frac{2a^2}{3} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow d(AB, OM) = OH = \frac{a\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

Câu 112. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tam giác ASO cân tại S , mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SD và $(ABCD)$ bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC bằng

- A. $\frac{3a}{4}$. B. $\frac{3a}{2}$. C. $\frac{6a}{7}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Kẻ $SH \perp AD$ tại H , suy ra $SH \perp (ABCD)$, do $SA = SO \Rightarrow HA = HO$ nên H thuộc trung trực AO . Góc giữa SD và $(ABCD)$ là góc $\angle SDH = 60^\circ$.

Ta có $AO = 2AH \cdot \cos \angle HAO = 2AH \cdot \cos 30^\circ = AH\sqrt{3} \Rightarrow AH = \frac{AO}{\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}} \Rightarrow HD = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SH = 2a$.

Lấy M là trung điểm SD , kẻ $MI \parallel SH (I \in AD)$, kẻ $IE \perp AC, IK \perp ME$

Khi đó $d(AC, SB) = d(B, (MAC)) = d(D, (MAC)) = \frac{3}{2}d(I, (MAC)) = \frac{3}{2}IK$.

Ta có: $MI = \frac{1}{2}SH = a$

$$IE = 2HF = 2AF \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

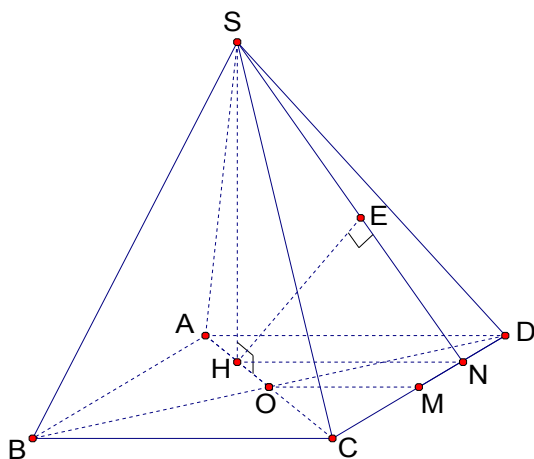
$$\frac{1}{IK^2} = \frac{1}{IM^2} + \frac{1}{IE^2} \Rightarrow IK = \frac{a}{2} \Rightarrow d(SB, AC) = \frac{3}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{3a}{4}$$

Câu 113. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh $2a$. Hình chiếu của S trên mặt đáy là trung điểm của H của OA . Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng 45° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC .

- A. $a\sqrt{6}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và MD .

$\Rightarrow HN \perp CD \Rightarrow SN \perp CD$ (do HN là hình chiếu của SN lên $(ABCD)$).

Ta có $\begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ HN \perp CD \\ SN \perp CD \end{cases}$, suy ra góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là $\angle SNH = 45^\circ$.

Ta có $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD)$ nên $d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD))$.

$$\frac{d(H, (SCD))}{d(A, (SCD))} = \frac{CH}{CA} = \frac{3}{4} \Rightarrow d(A, (SCD)) = \frac{4}{3} d(H, (SCD))$$

Mà

Ta có $\begin{cases} (SHN) \perp (SCD) \\ (SHN) \cap (SCD) = SN \end{cases}$. Kẻ $HE \perp SN \Rightarrow HE \perp (SCD)$.

Suy ra $d(H, (SCD)) = HE$.

Ta có $\frac{HN}{AD} = \frac{CH}{CA} = \frac{3}{4} \Rightarrow HN = \frac{3}{4} AD = \frac{3}{4} \cdot 2a = \frac{3a}{2}$

Do đó $SH = HN = \frac{3a}{2}$, $\frac{1}{HE^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HN^2} = \frac{4}{9a^2} + \frac{4}{9a^2} = \frac{8}{9a^2} \Rightarrow HE = \frac{3a}{2\sqrt{2}} = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$

Vậy $d(AB, SC) = \frac{4}{3} d(H, (SCD)) = a\sqrt{2}$

Câu 114. Cho một chậu nước hình chóp cụt đều (hình vẽ) có chiều cao bằng $3dm$, đáy là lục giác đều, độ dài cạnh đáy lớn bằng $2dm$ và độ dài cạnh đáy nhỏ bằng $1dm$. Tính thể tích của chậu nước

A. $\frac{21\sqrt{3}}{2} dm^3$

B. $\frac{21\sqrt{2}}{4} dm^3$

C. $\frac{21}{2} dm^3$

D. $\frac{21\sqrt{6}}{4}dm^3$.

Lời giải

$$S_1 = 6\left(\frac{2^2\sqrt{3}}{4}\right) = 6\sqrt{3}, S_2 = 6\left(\frac{1^2\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

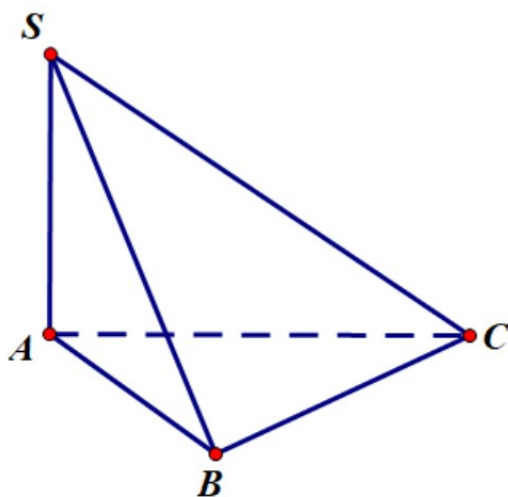
Diện tích đáy của chậu bằng

Chiều cao của chậu bằng $h = 3$.

$$V_0 = \frac{h}{3}(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}) = \frac{3}{3}\left(6\sqrt{3} + \frac{3\sqrt{3}}{2} + \sqrt{6\sqrt{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2}}\right) = \frac{21\sqrt{3}}{2}dm^3$$

Thể tích của chậu bằng

Câu 115. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 45° (tham khảo hình bên). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng



A. $\frac{a^3}{8}$.

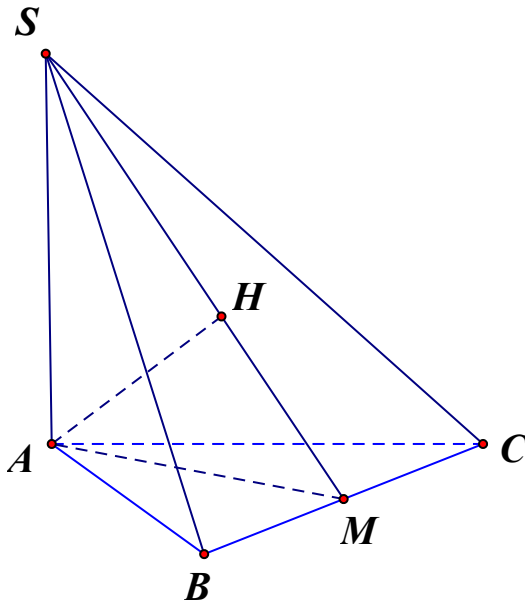
B. $\frac{3a^3}{8}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm BC thì $AM \perp BC$ và $SA \perp BC$ nên $BC \perp (SAM)$.

Kẻ $AH \perp SM$ tại H thì $AH \perp (SBC)$. Suy ra góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng $\angle ASH = \angle ASM = 45^\circ$. Do đó, $\triangle SAM$ vuông cân ở A và $SA = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

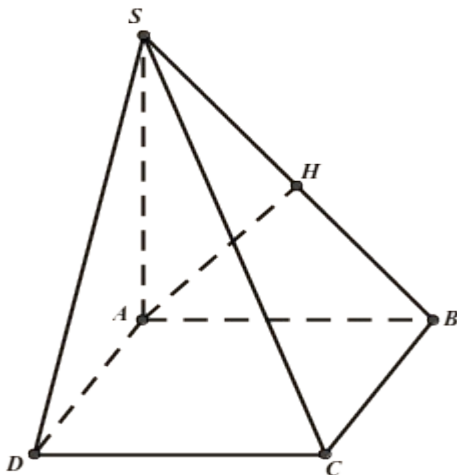
Suy ra
$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}.$$

Câu 116. Cho khối chóp $SABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.

- A. $\frac{a^3}{3}$ B. a^3 C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$ D. $\frac{a^3}{2}$

Lời giải

Chọn A



Ta có $BC \perp AB, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp AH$. Kẻ $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

Suy ra
$$d(A; (SBC)) = AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Tam giác SAB vuông tại A có:
$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow SA = a$$

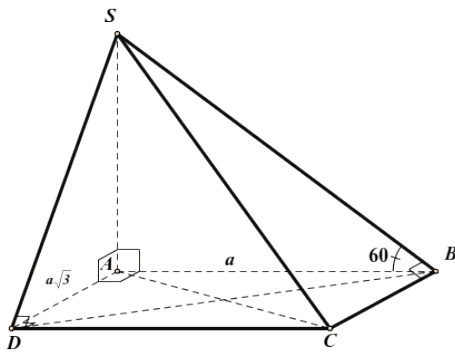
Vậy
$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} SA S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$$

Câu 117. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = 3a^3$ B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ C. $V = a^3$ D. $V = \frac{a^3}{3}$

Lời giải

Chọn C



Ta có $S_{ABCD} = \sqrt{3}a^2$

Vì
$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ BC \perp SB \subset (SBC) \\ BC \perp AB \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = (SB; AB) = \angle SBA$$

Vậy $\angle SBA = 60^\circ$

Xét tam giác vuông SAB có:
$$\tan 60^\circ = \frac{SA}{AB} \Rightarrow SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$$

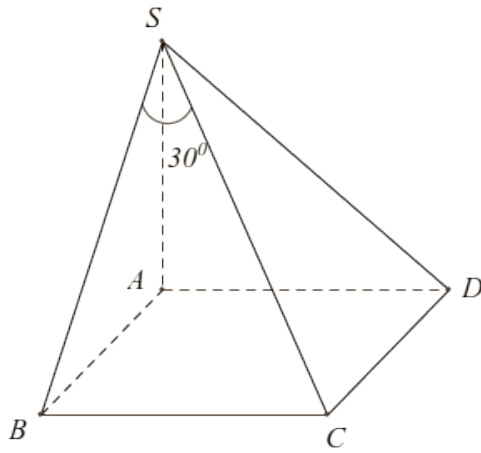
Vậy
$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} SA = \frac{1}{3} a^2 \sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = a^3$$

Câu 118. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

- A. $\frac{2a^3}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ D. $\sqrt{2}a^3$

Lời giải

Chọn B



+) Do ABCD là hình vuông cạnh a nên: $S_{ABCD} = a^2$

+) Chứng minh được $BC \perp (SAB) \Rightarrow$ góc giữa SC và (SAB) là $\angle CSB = 30^\circ$.

+) Đặt $SA = x \Rightarrow SB = \sqrt{x^2 + a^2}$. Tam giác SBC vuông tại B nên $\tan \angle CSA = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BC}{SB}$

Ta được: $SB = BC\sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + a^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow x = a\sqrt{2}$.

Vậy $V_{SABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ (Đvtt)

Câu 119. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy,

biết $AB = 4a, SB = 6a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V . Tỷ số $\frac{a^3}{3V}$ là

- A. $\frac{\sqrt{5}}{80}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{40}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{20}$ D. $\frac{3\sqrt{5}}{80}$

Lời giải

Chọn B

Ta có:

+ $\triangle ABC$ vuông cân tại $C, AB = 4a$ suy ra

$$AC = BC = 2a\sqrt{2}.$$

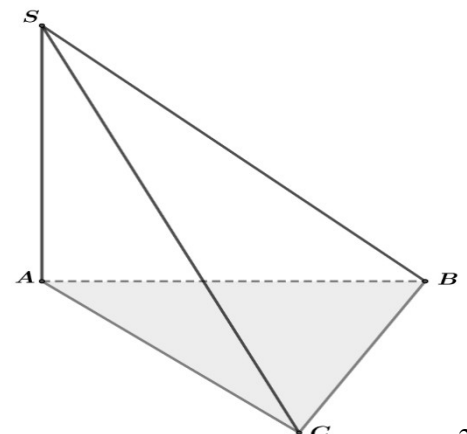
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = 4a^2.$$

Do đó:

+ $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AB \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A

$$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{(6a)^2 - (4a)^2} = 2a\sqrt{5}.$$

+ Khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$



$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} 4a^2 \cdot 2a\sqrt{5} = \frac{8a^3\sqrt{5}}{3}$$

$$\frac{a^3}{3V} = \frac{a^3}{\frac{8a^3\sqrt{5}}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{40}.$$

Vậy tỷ số:

Câu 120. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $\angle ACB = 60^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và SB hợp với mặt đáy một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$

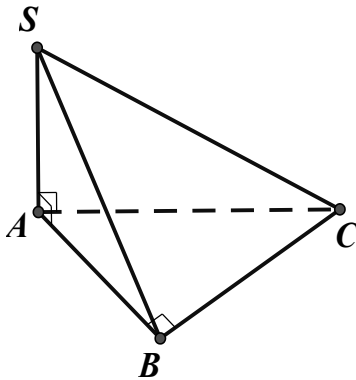
B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

C. $V = \frac{a^3}{2\sqrt{3}}$

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

Lời giải

Chọn A



ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $\angle ACB = 60^\circ \Rightarrow BC = \frac{AB}{\tan 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3}a$

$(\overline{SB}, (ABC)) = (\overline{SB}, AB) = 45^\circ$ nên tam giác SAB vuông cân tại $S \Rightarrow SA = AB = a$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} BA \cdot BC \cdot SA = \frac{1}{6} a \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} a = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$$

Câu 121. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$ và $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{15}$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$

C. $V = \frac{4a^3\sqrt{15}}{15}$

D. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$

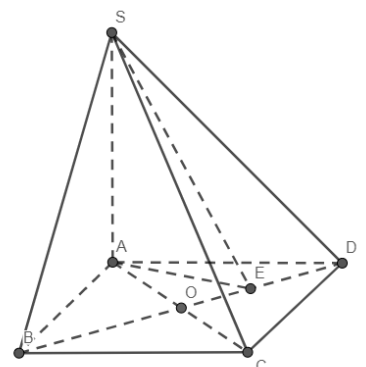
Lời giải

Chọn C

Kẻ $AE \perp BD$

$(\overline{SE}, (ABCD)) = \angle SEA = 60^\circ$

Xét ΔABD vuông tại A



$$AE = \frac{AD \cdot AB}{\sqrt{AD^2 + AB^2}} = \frac{2a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$$

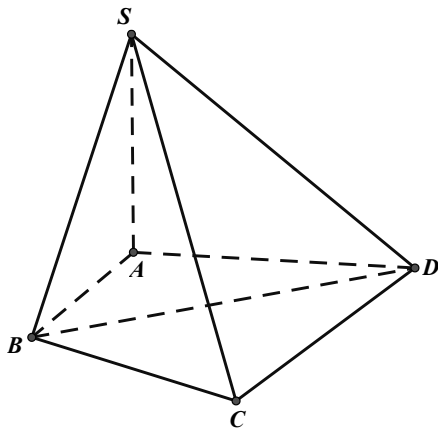
Xét $\triangle SAE$ vuông tại A

$$SA = AE \cdot \tan 60^\circ = \frac{2a\sqrt{5}}{5} \cdot \sqrt{3} = \frac{2a\sqrt{15}}{5}$$

Khi đó thể tích $S.ABCD$

$$V = \frac{1}{3} SA S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{15}}{5} \cdot 2a^2 = \frac{4a^3\sqrt{15}}{15}$$

Câu 122. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AB = 5\sqrt{3}, BC = 3\sqrt{3}$, góc $\widehat{BAD} = \widehat{BCD} = 90^\circ$, $SA = 9$ và SA vuông góc với đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $66\sqrt{3}$, tính cotang của góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt đáy.



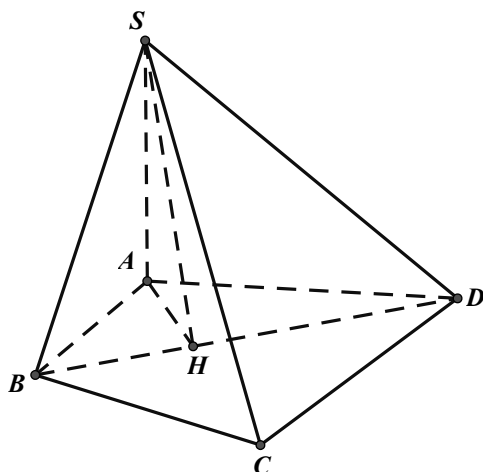
A. $\frac{20\sqrt{273}}{819}$

B. $\frac{\sqrt{91}}{9}$

C. $\frac{3\sqrt{273}}{20}$

D. $\frac{9\sqrt{91}}{9}$

Lời giải



Có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} \Leftrightarrow 66\sqrt{3} = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot S_{ABCD} \Rightarrow S_{ABCD} = 44\sqrt{3}$

Suy ra $\frac{1}{2} AB \cdot AD + \frac{1}{2} BC \cdot CD = 44\sqrt{3} \Leftrightarrow 5AD + 3CD = 44$. (1)

Áp dụng định lý Pitago trong 2 tam giác vuông $ABD; BCD$, ta có:

$$AB^2 + AD^2 = BD^2 = BC^2 + CD^2 \Leftrightarrow CD^2 - AD^2 = 48 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra
$$\begin{cases} AD = 4 \\ AD = \frac{47}{2} \end{cases}$$

$AD = \frac{47}{2}$ không thỏa mãn do từ (1) ta có: $AD < \frac{44}{5} \Rightarrow AD = 4$.

Trong tam giác ABD , dựng $AH \perp BD$ lại có $SA \perp BD \Rightarrow BD \perp SH$.

Vậy góc giữa (SBD) và đáy là góc $\widehat{SHA}$.

Để tính $BD = \sqrt{91}, AH = \frac{AB \cdot AD}{BD} = \frac{20\sqrt{273}}{91}$, $\cot \widehat{SHA} = \frac{AH}{SA} = \frac{20\sqrt{273}}{819}$.

Câu 123. Cho lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có thể tích bằng 24. Gọi M, N và P lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh $A'B', B'C'$ và BC sao cho M là trung điểm của $A'B', B'N = \frac{3}{4}B'C'$ và $BP = \frac{1}{4}BC$. Đường thẳng NP cắt đường thẳng BB' tại E và đường thẳng EM cắt đường thẳng AB tại Q . Thể tích của khối đa diện lồi $AQPCAMNC'$ bằng

A. $\frac{59}{3}$

B. $\frac{5}{3}$

C. $\frac{49}{3}$

D. $\frac{29}{3}$

Lời giải.

Vì vậy

$$V_{BPQ.B'NM} = \frac{h}{3} \left(\frac{3}{8}S + \frac{1}{24}S + \sqrt{\frac{3}{8}S \times \frac{1}{24}S} \right) = \frac{13}{72}S.h = \frac{13}{72} \times 24 = \frac{13}{3} \Rightarrow V_{AQPC.A'MNC'} = 24 - \frac{13}{3} = \frac{59}{3}$$

Câu 124. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C , $AB = 2a$ và góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'C'$ và BC . Mặt phẳng (AMN) chia khối lăng trụ đã cho thành hai khối đa diện. Khối đa diện có thể tích nhỏ hơn bằng

A. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{24}$

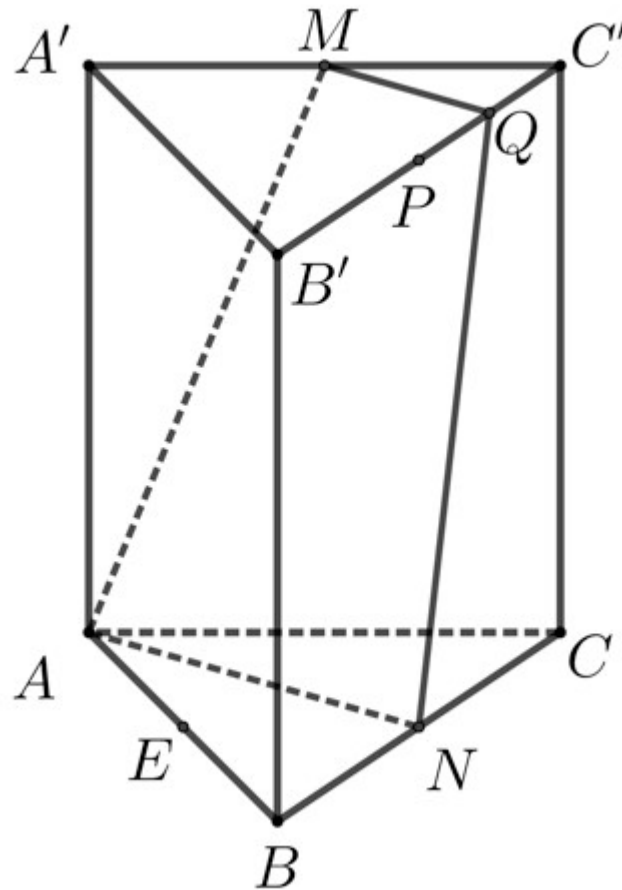
B. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{4}$

C. $\frac{9\sqrt{3}a^3}{24}$

D. $\frac{5\sqrt{3}a^3}{32}$

Lời giải.

Gọi E là trung điểm AB



$$\Rightarrow \begin{cases} AB \perp CC' \\ AB \perp CE \end{cases} \Rightarrow AB \perp (CEC') \Rightarrow \angle EC = ((ABC'), (ABC)) = 60^\circ \Rightarrow CC' = CE\sqrt{3} = a\sqrt{3}$$

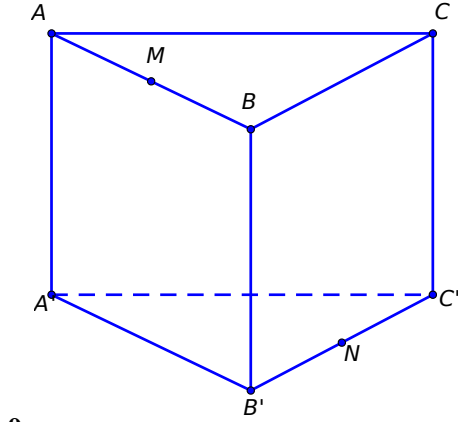
Vì $(ABC) \parallel (A'B'C') \Rightarrow (AMN) \cap (A'B'C') = MQ \parallel AN$.

Khối đa diện $ANC.MQC'$ có thể tích nhỏ hơn và là khối chóp cụt có

$$S_1 = S_{ANC} = \frac{1}{2}S_{ABC} = \frac{1}{2}a^2, S_2 = S_{MQC'} = \frac{1}{4}S_{ANC} = \frac{1}{8}a^2; h = CC' = \sqrt{3}a$$

Vì vậy
$$V_{\Delta NC MQC'} = \frac{h}{3} (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}) = \frac{\sqrt{3}a}{3} \left(\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{8}a^2 + \sqrt{\frac{1}{2}a^2 \cdot \frac{1}{8}a^2} \right) = \frac{7\sqrt{3}a^3}{24}$$

Câu 125. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và $B'C'$. Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt cạnh BC tại P .



0

Thể tích khối đa diện $MBP.A'B'N$ là.

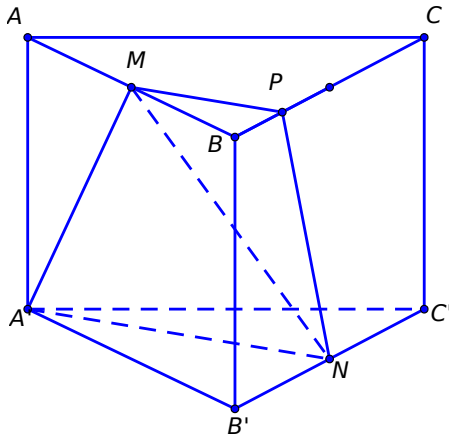
A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$

C. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{96}$

D. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{32}$

Lời giải



Ta có
$$\begin{cases} (A'B'C') // (ABC) \\ (A'MN) \cap (A'B'C') = A'N \Rightarrow MP // A'N \\ (A'MN) \cap (ABC) = MP \end{cases}$$

Khi đó khối đa diện $MBP.A'B'N$ là khối chóp cụt tam giác có chiều cao $h = BB' = a$.

Suy ra thể tích là
$$V = \frac{1}{3} h (S_{\Delta A'B'N} + S_{\Delta MBP} + \sqrt{S_{\Delta A'B'N} \cdot S_{\Delta MBP}})$$

Đặt
$$S = S_{\Delta ABC} = S_{\Delta A'B'C'} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

Ta có $S_{\Delta A'B'N} = \frac{1}{2}S$; $S_{\Delta MBP} = \frac{1}{8}S$.

Vậy $V = \frac{7a^3\sqrt{3}}{96}$.

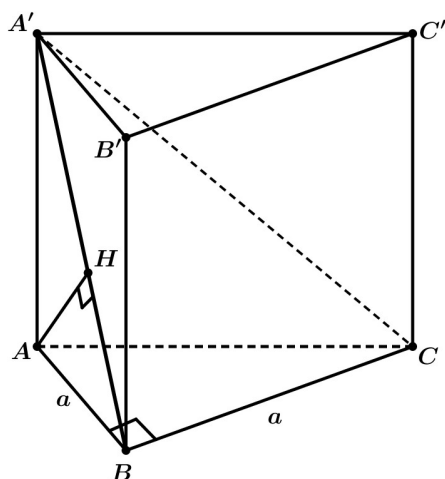
Câu 126. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Biết

khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{\sqrt{6}}{3}a$, thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. C. $\sqrt{2}a^3$. D. $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$.

Lời giải

Chọn B



Kê $AH \perp A'B$, $H \in A'B$.

Vì $\left. \begin{array}{l} BC \perp AB \\ BC \perp AA' \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (ABB'A') \Rightarrow BC \perp AH$.

Ta có $BC \perp AH, AH \perp A'B \Rightarrow AH \perp (A'BC)$. Do đó $d(A, (A'BC)) = AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Xét tam giác vuông $AA'B$ vuông tại A , ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow \frac{1}{A'A^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AB^2}$

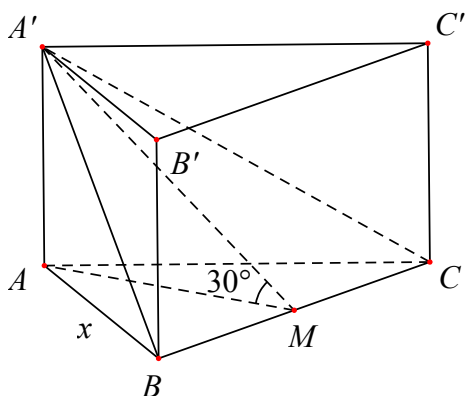
$\Rightarrow \frac{1}{A'A^2} = \frac{9}{6a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{1}{2a^2} \Rightarrow A'A = a\sqrt{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot A'A = \frac{1}{2}a \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 127. cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết rằng góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là 30° , tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 8 . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A.** $8\sqrt{3}$. **B.** 8 . **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $8\sqrt{2}$.

Chọn A



Đặt $AB = x, (x > 0)$, gọi M là trung điểm BC .

$$\begin{cases} (A'BC) \perp (ABC) = BC \\ AM \perp BC \\ A'M \perp BC \end{cases} \Rightarrow ((A'BC), (ABC)) = \angle A'MA = 30^\circ$$

Ta có

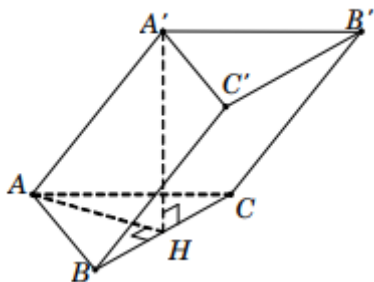
Xét $\Delta A'M$, có $A'M = \frac{AM}{\cos 30^\circ} = \frac{x\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = x$

$$S_{A'BC} = 8 \Leftrightarrow \frac{1}{2} A'M \cdot BC = 8 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$

Suy ra $A'A = AM \cdot \tan 30^\circ = \frac{4\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 2$; $S_{ABC} = \frac{16\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = A'A \cdot S_{ABC} = 2 \cdot 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$.

Câu 128. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Góc tạo bởi cạnh bên $A'C'$ với đáy bằng 45° (hình vẽ bên). Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



A. $V = \frac{\sqrt{6}}{24}$.

B. $V = 1$.

C. $V = \frac{\sqrt{6}}{8}$.

D. $V = 3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AH$

Ta có

$$S_{ABC} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$$

$$AH = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{A'H}{AH} \Rightarrow A'H = AH = \sqrt{3}$$

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'H = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$